UGA L3 MIASH: ÉCONOMÉTRIE 1

TD1

MICHAL URDANIVIA, UNIVERSITÉ DE GRENOBLE ALPES, FACULTÉ D'ÉCONOMIE, GAEL
Courriel: michal.wong-urdanivia@univ-grenoble-alpes.fr

19 SEPTEMBRE 2017

1. ESPÉRANCE CONDITIONNELLE ET MEILLEURE PRÉDICTION

Supposons que l'on cherche à prédire une variable $Y \in \mathbb{R}$ par un ensemble de variables représentées par le vecteur $X \in \mathbb{R}^K$. Cette prédiction est une fonction $g(x)$ pour les valeurs de $X = x$. L'erreur de prédiction est $Y - g(x)$ et une mesure non-stochastique de l'ampleur de cette erreur est l'espérance de son carré,

$$\mathbb{E}\left[(Y - g(x))^2 | X = x\right]$$

qui est **L'erreur quadratique moyenne**.

(1) Montrer que,

$$\mathbb{E}\left[(Y - g(x))^2 | X = x\right] = \text{Var}(Y|x) + (g(x) - \mathbb{E}(Y|x))^2$$

(2) En déduire que l'erreur quadratique moyenne est minimisée pour $g(x) = \mathbb{E}(Y|x)$.

2. LINÉARITÉ DE L'ESPÉRANCE CONDITIONNELLE

Supposons que $X = (1, W)^\top$ et que,

$$\mathbb{E}(Y|X) = \beta_0 + \beta_1 W$$

avec

$$(\beta_0, \beta_1) = \arg\min_{b_0, b_1} \mathbb{E}\left[(Y - b_0 - b_1 W)^2\right]$$

(1) Donnez les conditions du premier ordre qui définissent β_0 et β_1.

(2) Montrez que $\beta_0 = \mathbb{E}(Y) - \beta_1 \mathbb{E}(X)$ et $\beta_1 = \frac{\text{Cov}(X,Y)}{\mathbb{V}(X)}$.