1. test iz Uvoda v geometrijsko topologijo

14. 4. 2017

Veliko uspeha!

1. naloga (5 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadratek čitljivo označi, če je trditev pravilna $\boxed{\text{P}}$ oziroma napačna $\boxed{\text{N}}$.
Če ne veš, pusti kvadratek prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!

- ☐ Topologija na $\hat{\mathcal{C}}(\mathbb{R},[-1,1])$ se ujema s topologijo enakomerne konvergence.
- ☐ Množica polinomov je gosta v prostoru $\mathcal{C}([0,1),\mathbb{R})$, ki je opremljem s topologijo enakomerne konvergence.
- ☐ Prostor $\hat{\mathcal{C}}([-2,-1]\cup[1,2],\mathbb{R})$ je povezan.
- ☐ Kvocientni prostor $[0,\infty)/(1,\infty)$ je homeomorfen intervalu $[0,1]$.
- ☐ Naj bo G topološka grupa, ki deluje na X. Tedaj je $q\colon X\to X/G$ odprta preslikava.
- ☐ Preslikava $q\colon X\to Y$ je kvocientna natanko tedaj, ko velja: $U\subset X$ je odprta natanko tedaj, ko je $q(U)$ odprta.
- ☐ Kvocientni prostor separabilnega prostora je separabilen.
- ☐ Topološka grupa G je T_1 natanko tedaj, ko obstaja $\{g\}\subset G$, ki je zaprta množica.
- ☐ Kvocientna preslikava $\mathbb{S}^n\to\mathbb{R}P^n$ je zaprta.
- ☐ Vsi projektivni prostori $\mathbb{R}P^n$ so normalni.

2. naloga (5 točk)

Naj bo $A=\{f\in\mathcal{C}([0,1],\mathbb{R})\mid f(0)=f(1)\}$. Za vsako $f\in A$ definiramo $\widetilde{f}\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ s predpisom $\widetilde{f}(x)=f(x-[x])$.

1. Za $A\subset\hat{\mathcal{C}}([0,1],\mathbb{R})$ določi njeno notranjost in zaprtje.
2. Pokaži, da je $F\colon A\to\hat{\mathcal{C}}(\mathbb{R},\mathbb{R})$, podana s predpisom $F(f)=\widetilde{f}$, vložitev.

3. naloga (5 točk+1 točka)

Naj bo $X=(0,\infty)$, $Y=\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}$ in $G=\mathbb{Z}$.

1. Poišči podprostor evklidskega prostora, ki je homeomorfen kvocientu X/G, kjer grupa G deluje na X s predpisom $n\cdot x=2^n x$.
2. Poišči podprostor evklidskega prostora, ki je homeomorfen kvocientu Y/G, kjer grupa G deluje na Y s predpisom $n\cdot(x,y)=(2^n x,2^n y)$.

(*) Pokaži, da kvocienta Y/G, kjer grupa G deluje na Y s predpisom $n\cdot(x,y)=(2^n x,2^{-n}y)$, ni moč vložiti v noben evklidski prostor.