2. test iz Uvoda v geometrijsko topologijo

2. 6. 2017

Veliko uspeha!

1. naloga (5 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadratek čitljivo označi, če je trditev pravilna $\boxed{\text{P}}$ oziroma napačna $\boxed{\text{N}}$.

Če ne veš, pusti kvadratek prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!

- ☐ Prostor $(0,1]$ je retrakt prostora $(0,\infty)$.
- ☐ Prostor $([-1,1]\times\{0\})\cup(\{0\}\times[-1,1])$ ima lastnost negibne točke.
- ☐ Prostor $\mathbb{R}^2-\{(0,0)\}$ je absolutni ekstenzor za razred normalnih prostorov.
- ☐ Krožnica $\mathbb{S}^1\times\{0\}$ je retrakt krogle $\mathbb{B}^3$.
- ☐ Obstaja zvezna injektivna preslikava $f\colon\mathbb{B}^3\to\mathbb{R}^2$.
- ☐ Vsaka zvezna preslikava $f\colon\mathbb{B}^3\to\mathbb{B}^2$ ima negibno točko.
- ☐ Če je $S\subset\mathbb{R}^3$ homeomorfna krožnici $\mathbb{S}^1$, ima $\mathbb{R}^3\setminus S$ natanko dve komponenti za povezanost.
- ☐ Če sta M in N mnogoterosti brez roba, je $M\times N$ mnogoterost brez roba.
- ☐ Če sta $M,N\subset\mathbb{R}^n$ mnogoterosti iste dimenzije in je $M\cap N\neq\emptyset$, je $M\cap N$ mnogoterost.
- ☐ Zaprta podmnožica mnogoterosti je mnogoterost.

2. naloga (5 točk)

Naj bo $X=\big(\mathbb{R}\times\{0\}\big)\cup\big(\{-1,0,1,\}\times[0,1]\big)$ in $Y_a=X\cup\big((-\infty,a)\times\{1\}\big)$.

1. Za katere $a\in\mathbb{R}$ je X retrakt prostora X_a.
2. Za katere $a\in\mathbb{R}$ je X_a retrakt ravnine $\mathbb{R}^2$.

3. naloga (5 točk)

Za polinom p definiramo

$$X_p=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\mid y>p(x)\}\cup\big(\mathbb{R}\times(-\infty,0]\big),$$
$$Y_p=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\mid y\geq p(x)\}\cup\big(\mathbb{R}\times(-\infty,0]\big).$$

1. Naj bo $p_{-1}(x)=x^2-1$, $p_0(x)=x^2$ in $p_1(x)=x^2+1$. Ugotovi kateri od prostorov X_{p_i}, Y_{p_i}, za $i\in\{-1,0,1\}$, so mnogoterosti.
2. Poišči potreben in zadosten pogoj na p, da je X_p mnogoterost.
3. Poišči potreben in zadosten pogoj na p, da je Y_p mnogoterost.