Uvod v geometrijsko topologijo

4.7.2011

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadratek čitljivo označi, če je trditev pravilna $\boxed{P}$ oziroma napačna $\boxed{N}$.

- Prostor $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| \geq 1\}$ je absolutni ekstenzor za razred normalnih prostorov.
- Če je $(C(X, Y), TKT)$ povezan, je Y povezan.
- Za vsako ploskev X velja $\chi(X \# \mathbb{R}P^2) = \chi(X) - 1$.
- Kvocientna preslikava $S^2 \to \mathbb{R}P^2$ je zaprta.
- Množica $\{f \in C([0,1], \mathbb{R}) \mid f([0,1]) \subset [0, \infty)\}$ je zaprta v $(C([0,1], \mathbb{R}), TEK)$.
- Množica $(0,1) \times [0,1]$ je retrakt ravnine $\mathbb{R}^2$.
- Vsaka zvezna preslikava $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ima negibno točko.
- Kompaktna ploskev, ki jo predstavlja beseda $abca^{-1}d^{-1}c^{-1}$, je neorientabilna.
- Zlepek $S^2 \cup_{id_{S^2_+}} S^2$, kjer je S^2_+ zaprta zgornja hemisfera, je kompaktna ploskev.
- Zvezna injektivna preslikava $f\colon \mathbb{R}^2 \to S^2$ je odprta preslikava.

1. PROBLEM **(20 točk)**

Naj bo $X = Y = [0, \infty) \times \mathbb{R}$, $A = \{0\} \times \big((-\infty, -1] \cup [1, \infty)\big)$ in naj bo $i\colon A \to Y$ podana s predpisom $i(x) = x$. Poišči podprostor evklidskega prostora, ki je homeomorfen zlepku $Y \cup_i Y$. Odgovor utemelji!

2. PROBLEM **(20 točk)**

Za $a \in \mathbb{R}$ definiramo $X_a = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = z \leq 1\} \cup (B^2 \times \{a\})$.

(1) Poišči potreben in zadosten pogoj (na a), da bo X_a absolutni ekstenzor za razred normalnih prostorov.
(2) Poišči potreben in zadosten pogoj (na a), da bo X_a mnogoterost.

Odgovora utemelji!

3. PROBLEM **(20 točk)**

Klasificiraj ploskev: