

1. izpit iz Uvoda iz geometrijske topologije

16. 6. 2020

Veliko uspeha!

1. naloga (20 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadrateg čitljivo označi, če je trditev pravilna P oziroma napačna N.

Če ne veš, pusti kvadrateg prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!



Preslikava $p: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, podana s predpisom $p(x, y) = x$, je kvocientna preslikava.



Če je podprostor $X \subset \mathbb{R}^3$ homeomorfen \mathbb{B}^2 , je podprostor $\mathbb{R}^3 \setminus X$ povezan.



Prostor $(0, \infty)^2$ je retrakt ravnine \mathbb{R}^2 .



Prostora \mathbb{B}^2 in \mathbb{S}^2 sta homotopsko ekvivalentna.



Naj bosta M in N neprazni mnogoterosti. Tedaj je mnogoterost $M \times N$ brez roba natanko tedaj, ko sta obe mnogoterosti M in N brez roba.



Naj bo $q: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}/\{0, 1\}$ kvocientna projekcija. Tedaj je množica $q((-1, 1))$ odprta.



Lokalna povezanost je deljiva topološka lastnost.



Preslikava $f: (-1, 1)^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, podana s predpisom $f(x, y) = (xe^{x+y}, \sin(\frac{\pi}{2}x))$, je odprta.



Poljubni preslikavi $f, g: \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{S}^1$ sta homotopni.



Če je Eulerjeva karakteristika kompaktne ploskve liho število, je ploskev neorientabilna.

2. naloga (20 točk)

Naj bo $X = [-1, 1]^2 \cup (\{-2\} \times [-1, 2])$, $A = ([-1, 1] \times \{-1, 1\}) \cup (\{-2\} \times \{-1, 0, 1\})$, $Y = [2, \infty) \times \{-1, 1\}$ in $f: A \rightarrow Y$, ki je podana s predpisom

$$f(x, y) = \begin{cases} (2, 1), & y = 1, \\ (x + 4, -1), & y = -1, \\ (2, -1), & y = 0. \end{cases}$$

Poišči podprostor evklidske ravnine, ki je homeomorfen zlepku $X \cup_f Y$. Odgovor dobro utemelji!

3. naloga (20 točk)

Naj bo $X = \{(x, y) \in [0, 1]^2 \mid y = 0 \text{ ali } y = \frac{x}{n} \text{ za nek } n \in \mathbb{N}\}$ in Y poljuben topološki prostor.

1. Pokaži, da je $A = \{(0, 0)\}$ deformacijski retrakt prostora X .
2. Pokaži, da sta poljubni preslikavi $f, g: Y \rightarrow X$ homotopni.
3. Pokaži, da $B = [0, 1] \times \{0\}$ ni deformacijski retrakt prostora X .

4. naloga (20 točk)

Naj bo $X = ([-2, 2] \times [-2, 2]) \setminus ([-1, 1] \times [-1, 1])$, $Y = (X \times \{0\}) \cup ([-1, 1] \times \mathbb{S}^1)$ in $Z = X \cup (\{1\} \times [-1, 1])$.

1. Ali je kateri od prostorov X , Y in Z mnogoterost?
2. Ali ima prostor Y lastnost negibne točke?
3. Ali ima vsak homeomorfizem $f: Z \rightarrow Z$ negibno točko?

Vse odgovore dobro utemelji!

5. naloga (20 točk)

1. Klasificiraj ploskev, ki je podana z besedo $abca^{-1}c^{-1}d^{-1}$.
2. Klasificiraj ploskev:

