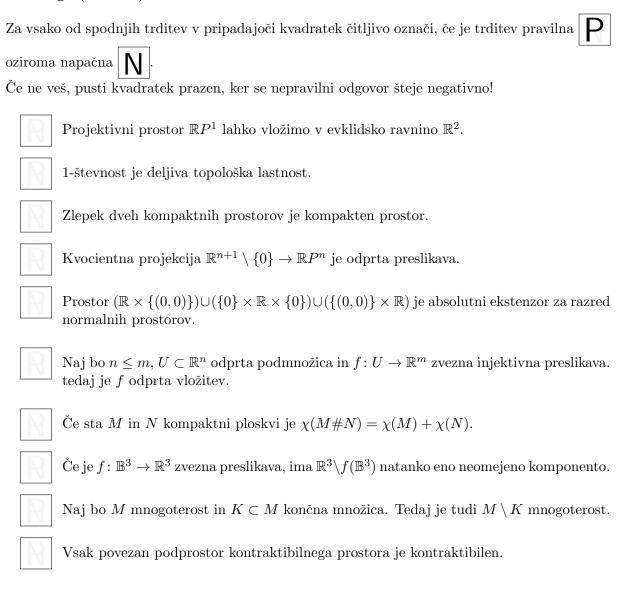
### 2. izpit iz Uvoda iz geometrijske topologije

19. 8. 2020

Veliko uspeha!

# 1. naloga (20 točk)



## 2. naloga (20 točk)

Naj bo  $X = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \mathbb{Z} \text{ ali } y \in \mathbb{Z} \}$  in  $G = \mathbb{Z}^2$ . Naj grupa G deluje na X s predpisom  $(n,m)\cdot(x,y) = (x+2n,y+m)$ . Poišči podprostor kakega evklidskega prostora, ki je homeomorfen prostoru orbit X/G. Odgovor dobro utemelji!

## 3. naloga (5+15 točk)

Naj bo  $X = (\mathbb{R} \times \{0\}) \cup \{(x, x^2) \mid x \in \mathbb{R}\}$  in naj bo  $\underline{a} = (a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  strogo naraščajoče zaporedje za katerega je  $a_1 > 0$ .

- 1. Pokaži, da je X retrakt evklidske ravnine  $\mathbb{R}^2$ .
- 2. Poišči potreben in zadosten pogoj na zaporedje  $\underline{a}$ , da je prostor  $X_{\underline{a}} = X \cup (\bigcup_{n=1}^{\infty} \{a_n\} \times [0,1])$  retrakt evklidske ravnine  $\mathbb{R}^2$ .

Vse odgovore dobro utemelji!

## 4. naloga (20 točk)

Naj bo  $f: [-1,1] \to \mathbb{R}$  zvezna funkcija. Naj bo  $\Gamma_f \subset \mathbb{R}^2$  graf funkcije  $f, X = \{(x,y) \in [-1,1] \times \mathbb{R} \mid f(x) - 1 \le y \le f(x) + 1\}$  in  $Y = (X \times \{0\}) \cup (\Gamma_f \times [0,1])$ .

- 1. Pokaži, da je X mnogoterost.
- 2. Pokaži, da Y ni mnogoterost.
- 3. Pokaži, da ima Y lastnost negibne točke.

Vse odgovore dobro utemelji!

### 5. naloga (20 točk)

1. Naj bo $\mathbb T$ torus in  $\mathbb P$ projektivna ravnina. Poišči vse pare kompaktnih ploskev  $X,\,Y$ za katere velja

$$X#3\mathbb{T} \approx Y#\mathbb{P}, \quad X#Y#\mathbb{T} \approx 2\mathbb{T}#3\mathbb{P}.$$

2. Poišči vse  $x \in \{a, a^{-1}, b, b^{-1}, c, c^{-1}, d, d^{-1}\}$ , da beseda  $abxa^{-1}cd^{-1}$  predstavlja orientabilno ploskev. Katere so te orientabilne ploskve?