

2. test iz Uvoda v geometrijsko topologijo

29. 5. 2018

Veliko uspeha!

1. naloga (5 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadrater čitljivo označi, če je trditev pravilna P oziroma napačna N.

Če ne veš, pusti kvadrater prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!



Naj bosta X in Y metrična prostora, $A \subset X$ zaprta množica in $f: A \rightarrow Y$ zvezna. Tedaj je zlepek $X \coprod_f Y$ normalen prostor.



Vsako zvezno $f: (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ lahko razširimo do zvezne preslikave $\tilde{f}: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$.



Obstaja zvezna surjekcija $f: [0, 1] \rightarrow (0, 1)^2$.



Če je X retrakt prostora Y in Y je retrakt prostora Z , je X retrakt prostora Z .



Naj bosta $A, B \subset X$ retrakta prostora X in $A \cap B$ neprazna množica. Potem je $A \cup B$ retrakt prostora X .



Naj bo $A = (-1, 1) \subset X = \mathbb{R}$, $Y = \mathbb{R}$ in $f: A \hookrightarrow Y$ inkluzija. Tedaj je kvocientna preslikava $q: X \coprod Y \rightarrow X \coprod_f Y$ odprta.



Naj bo $f: \mathbb{B}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ vložitev. Tedaj ima $\mathbb{R}^3 \setminus f(\mathbb{B}^2)$ natanko dve komponenti za povezanost.



Prostor $\mathbb{R}^3 \setminus \mathring{\mathbb{B}}^3$ je absolutni ekstenzor za razred normalnih prostorov.



Prostor $\{(x, y) \in [-1, 1]^2 \mid xy = 0\}$ ima lastnost negibne točke.



Vsaka zvezna preslikava $f: [-1, 1] \rightarrow (-1, 1)$ ima negibno točko.

2. naloga (5 točk)

Naj bosta $X = Y = \mathbb{R}$.

- Naj bo $A = [-1, 1] \subset X$ in $c: A \rightarrow Y$ podana s predpisom $c(x) = 0$. Poišči podprostor evklidskega prostora, ki je homeomorfen zlepku $X \coprod_c Y$.
- Naj bo $A = \mathbb{Z} \subset X$ in $i: A \hookrightarrow Y$. Poišči podprostor evklidskega prostora, ki je homeomorfen zlepku $X \coprod_i Y$.
- Naj bo $A = (-\infty, -1] \cup [1, \infty) \subset X$ in $f: A \rightarrow Y$ podana s predpisom $f(x) = |x|$. Poišči podprostor evklidskega prostora, ki je homeomorfen zlepku $X \coprod_f Y$.

3. naloga (5 točk + 2 bonus točki)

Naj bo $X = ([-1, 1] \times \{-1, 1\}) \cup (\{0\} \times [-1, 1])$ in $Y = ((-\infty, 1] \times \{1\}) \cup ([-1, \infty) \times \{-1\}) \cup (\{0\} \times [-1, 1])$.

- Ali ima kateri od prostorov X in Y lastnost negibne točke?
- Poišči potreben in zadosten pogoj na $a \in \mathbb{R}$, da je $Y_a = Y \cup (\{a\} \times \mathbb{R})$ retrakt ravnine \mathbb{R}^2 ,
- (bonus) Poišči potreben in zadosten pogoj na strogo naraščajoče zaporedje $\underline{a} = (a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ realnih števil, da je $Z_{\underline{a}} = Y \cup (\cup_{n=1}^{\infty} \{a_n\} \times [-1, 1])$ retrakt ravnine \mathbb{R}^2 .