1. test iz Uvoda v geometrijsko topologijo

8. 4. 2016

Veliko uspeha!

1. naloga (5 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadratek čitljivo označi, če je trditev pravilna $\boxed{\text{P}}$ oziroma napačna $\boxed{\text{N}}$.

Če ne veš, pusti kvadratek prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!

- ☐ Kvocientni prostor $\mathbb{R}/(-1,1)$ je homeomorfen premici $\mathbb{R}$.
- ☐ Za podbazični množici v kompaktno odprti topologiji velja $\langle K_1, U_1\rangle \cap \langle K_2, U_2\rangle = \langle K_1 \cap K_2, U_1 \cap U_2\rangle$.
- ☐ Kvocientni prostor 1-števnega prostora je 1-števen.
- ☐ Če je X nepovezan, je tudi prostor zveznih preslikav $C(X,Y)$ opremljen s kompaktno odprto topologijo nepovezan.
- ☐ Za vsako zvezno funkcijo $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in vsak $\varepsilon > 0$ obstaja polinom p, da je $|f(x) - p(x)| < \varepsilon$ za vse $x \in \mathbb{R}$.
- ☐ Če je $A \subset X$ zaprta, je kvocientna preslikava $f\colon X \to X/A$ zaprta.
- ☐ Množica funkcij, ki imajo vsaj eno ničlo, je odprta v prostoru $C([0,1],\mathbb{R})$ opremljenim s topologijo enakomerne konvergence.
- ☐ Kvocientni prostor s potmi povezanega prostora je s potmi povezan prostor.
- ☐ Projektivni prostor $\mathbb{R}P^1$ je homeomorfen krožnici $\mathbb{S}^1$.
- ☐ Če je G končna grupa, ki deluje na X, je kvocientna projekcija $q\colon X \to X/G$ zaprta.

2. naloga (5 točk)

Prostora $C([-1,1],\mathbb{R})$ in $C([0,1],\mathbb{R})$ opremimo s kompaktno odprto topologijo.

1. Ali je podprostor vseh sodih funkcij $S \subset C([-1,1],\mathbb{R})$ odprt, zaprt, ali gost?
2. Za preslikavo $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ definiramo $f_s\colon [-1,1] \to \mathbb{R}$ s predpisom $f_s(x) = f(|x|)$. Pokaži, da je $F\colon C([0,1],\mathbb{R}) \to C([-1,1],\mathbb{R})$, podana s predpisom $F(f) = f_s$, vložitev.

3. naloga (5 točk)

1. Poišči podprostor evklidskega prostora, ki je homemorfen kvocientu $\mathbb{R}^2/G$, kjer grupa $G = \mathbb{S}^0$ deluje na $\mathbb{R}^2$ s predpisom $t \cdot (x,y) = (tx, y)$.
2. Poišči podprostor evklidskega prostora, ki je homemorfen kvocientu $\mathbb{R}^2/G$, kjer grupa $G = \mathbb{S}^0$ deluje na $\mathbb{R}^2$ s predpisom $t \cdot (x,y) = (tx, ty)$.
3. Naj grupa $G = \mathbb{Z}$ deluje na $\mathbb{R}$ s predpisom $t \cdot x = 2^t x$. Pokaži, da kvocienta $\mathbb{R}/G$ ni moč vložiti v noben evklidski prostor.