

Zemeljsko magnetno polje

Urh Trinko

3. januar 2021

1 UVOD

Pri vaji se zemeljsko magnetno polje meri s pomočjo dveh metod. Prva je meritev s kompenzacijo. Pri tej meritvi postavimo tuljavo pod nekim kotom glede na smer sever-jug, ki jo določimo s pomočjo kompasa. Nato spreminjamo tok v tuljavi, dokler rezultanata sil (igla kompasa) ne kaže v smeri simetrale kotov vektorjev gostote magnetnega polja tuljave in Zemlje. V tem primeru sta velikosti teh vektorjev enaki in velja:

$$B_Z = B_T = \frac{\mu_0 N I}{\sqrt{L^2 + (2r)^2}} \quad (1)$$

($B_{Z/T}$ - gostota magnetnega polja Zemlje/tuljave, N - število ovojev, I - tok, ki teče po tuljavi, L - dolžina tuljave, $2r$ - premer tuljave)

Drug način je Gaussova metoda. Pri tej je treba opraviti dve meritvi. Najprej moramo izmeriti nihajni čas paličastega magneta v zemeljskem magnetnem polju. Iz nihajne enačbe pri majhnih amplitudah sledi:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{p B_Z}{J}} \quad (2)$$

(p - magnetni moment paličastega magneta, $J = m(r^2/4 + h^2/12)$ - vztrajnostni moment valja mase m , višine h in radija r okoli navpične osi)

Pri drugi meritvi pa gledamo odklon kompasove igle od osi sever-jug v odvisnosti od oddaljenosti paličastega magneta od kompasa. Pri tem velja naslednja relacija:

$$\tan \alpha = \frac{B_P}{B_Z} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \frac{p}{B_Z} \quad (3)$$

Pri tem upoštevamo, da za gostoto magnetnega polja paličastega magneta, B_P v ekvatorialni ravnini velja:

$$B_Z = -\frac{\mu_0 p}{4\pi r^3} \quad (4)$$

2 NALOGA

1. Določi vodoravno komponento zemeljskega magnetnega polja s pomočjo obeh zgoraj opisanih metod.
2. Določi magnetni moment paličastega magneta.

3 POTREBŠČINE

- tuljava na vrtljivi letvi s pritrjenim kompasom
- nastavljeni tokovni izvor
- amperimeter, žice, upor 15 Ω
- ravnilo s kompasom
- nihalo - vrvica s paličastim držalom v obliki tulca
- štoparica, tehtnica, kljunasto merilo

4 MERITVE

- Podatki o tuljavi: $L = (60.0 \pm 0.2)$ cm, $(2r)_L = (134.18 \pm 0.02)$ mm, $(2r)_D = (123.32 \pm 0.02)$ mm, $N = 60$
- Podatki o paličastem magnetu: $h = (46.38 \pm 0.02)$ mm, $(2r) = (15.70 \pm 0.02)$ mm, masa = (33 ± 1) g

- Podatki o tulcu: $h = (49.90 \pm 0.02) \text{ mm}$, $(2r)_2 = (19.00 \pm 0.02) \text{ mm}$, $(2r)_1 = (15.78 \pm 0.02) \text{ mm}$, masa = $(6 \pm 1) \text{ g}$

5 IZRAČUNI

5.1 Izračun zemeljskega magnetnega polja na dva načina

5.1.1 Meritev s kompenzacijo

Iz meritev sem dobil spodnjo tabelo:

zasuk $[\circ]$	tok $[\text{mA}]$
20	158.7
16	154.2
10	155.6
4	158.2
-4	155.1
-10	158.9
-16	159.3
-20	157.2

Iz zbranih podatkov o toku sem izračunal povprečje in napako toka, ki je znašal $(157 \pm 2) \text{ mA}$. S pomočjo tega, enačbe (1) in podatkov o merilni tuljavi sem lahko izračunal zemeljsko magnetno polje, ki je znašalo $1.93 \cdot 10^{-5} (1 \pm 0.02) \text{ T}$. Pri tem sem v enačbo (1) za vrednost $(2r)$ vstavil povprečje premera na desni in levi strani tuljave.

5.2 Gaussova metoda

Sprva sem moral določiti nihajni čas paličastega magneta v zemeljskem magnetnem polju. Štirikrat izmerjen čas desetih nihajev je prikazan v spodnji tabeli:

čas $[\text{s}]$
19.607
19.223
19.417
19.185

Povprečen nihajni čas je tako znašal $(1.94 \pm 0.02) \text{ s}$. Da bi uporabil enačbo (2) sem moral izračunati še vztrajnostni moment magneta v tulcu:

$$J = J_m + J_t = m_m(r_m^2/4 + h_m^2/12) + m_t((r_{t2}^2 + r_{t1}^2)/4 + h_t^2/12)$$

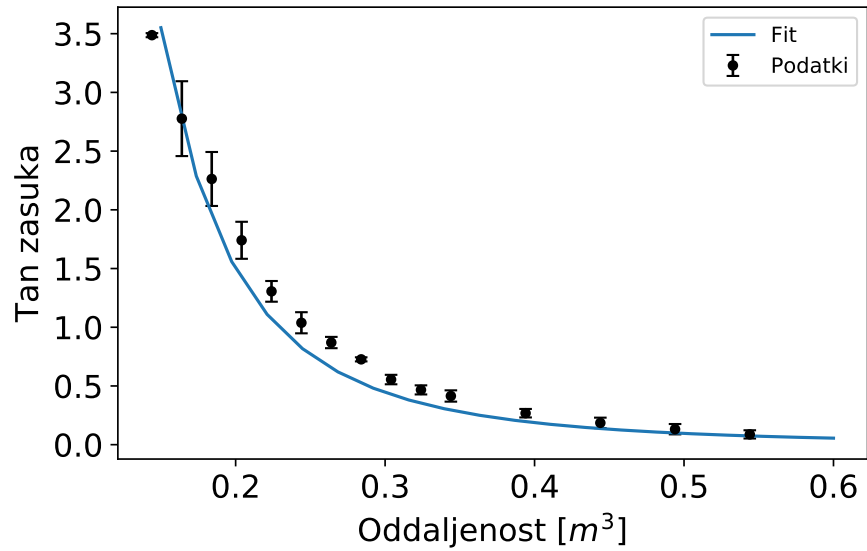
(kjer indeks m predstavlja lastnosti magneta, t pa tulca)

Ta vztrajnostni moment znaša $7.9 (1 \pm 0.06) \text{ kgmm}^2$. Sedaj lahko uporabim enačbo (2) iz katere lahko izrazimo:

$$pB_Z = \left(\frac{2\pi}{t_0}\right)^2 \cdot J$$

Produkt pB_Z torej znaša $8.29 \cdot 10^{-5} (1 \pm 0.08) \text{ J}$ (vrednost sem označil kot A).

Kvocient $\frac{p}{B_Z}$ pa lahko dobimo s pomočjo enačbe (3). Dane podatke sem pretvoril tako, da sem za zasuk pri določeni oddaljenosti vzel povprečje kotov, ko je bil magnet obrnjen v eno ali drugo smer. Nato sem izračunal tangens teh kotov in nanesel podatke na graf $\tan\varphi(r)$. S pomočjo scipy funkcije curvefit sem na te podatke "fital" krivuljo, ki jo določa teoretična enačba (3), kar je prikazano na sliki 1.



Slika 1: Tangens kota zasuka igle v odvisnosti od oddaljenosti.

S pomočjo curvefit sem določil, da je vrednost faktorja $\frac{p}{B_Z}$ enaka $120000 (1 \pm 0.18) \frac{Am^4}{Vs}$ (vrednost sem označil kot C).

S pomočjo faktorjev A in C sem lahko končno določil gostoto zemeljskega magnetnega polja preko zveze $B_Z = \sqrt{A/C}$. V tem primeru je vrednost znašala $2.6 \cdot 10^{-5} (1 \pm 0.26) T$.

5.3 Magnetni moment paličastega magneta

Potem ko sem izračunal gostoto magnetnega polja sem lahko magnetni moment paličastega magneta določil iz katerekoli od dveh pridobljenih konstant (A ali B). Iz A sem lahko to vrednost dobil iz zveze $p = A/B_Z$, kar potem znaša $3.2 (1 \pm 0.34) Am^2$.

6 ZAKLJUČEK IN KOMENTAR

Pri nalogi sem na dva načina izračunal zemeljsko magnetno polje. Razultata pri različnih metodah sta se precej razlikovala, zato sem na interentu preveril pravo vrednost. Našel sem spletno stran, na katero se lahko vnese podatke o geografski dolžini in širini ter nadmorski višini in ti program med drugim vrne horizontalno komponento zemeljskega magnetnega polja (vir: <http://wdc.kugi.kyoto-u.ac.jp/igrf/point/index.html>). Ko sem vnesel podatke za Ljubljano, $46^{\circ} 3' 20''$ N, $14^{\circ} 30' 30''$ E in nadmorska višina 295 m (vir: <https://en.wikipedia.org/wiki/Ljubljana>), sem dobil vrednost $2.21 \cdot 10^{-5}$ T.

Pri računanju me je presenetilo to, da je imel rezultat meritve s kompenzacijo bistveno manjšo napako kot tisti, ki sem ga pridobil z Gaussovo metodo. Preden sem dobil rezultate sem bil namreč prepričan, da bo Gaussova metoda bolj natančna, saj se pri metodi s kompenzacijo nanašamo na to, da mora tisti, ki opravlja meritev oceniti, kdaj je gostota magnetnega polja v merilni tuljavi enaka Zemljini.

Na koncu naloge pa sem izračunal še magnetni moment uporabljenega paličastega magneta.