

Temas de Matemáticas para el Examen de Progresión 1

Estos son los temas principales que vendrán en el examen:

1. **Medición del Pulso**
 - Técnicas de medición manual
 - Conversión de medidas (30 segundos a latidos por minuto)
 - Registro y documentación de datos
2. **Variaciones y Cálculos**
 - Variación absoluta (VA)
 - Variación porcentual (VP)
 - Cálculo de diferencias entre mediciones
3. **Estadística Descriptiva**
 - Medidas de tendencia central (media, mediana, moda)
 - Medidas de dispersión (rango, desviación estándar)
 - Análisis de datos de mediciones biológicas
4. **Secuencias y Patrones**
 - Secuencia de Fibonacci
 - Sucesiones aritméticas
 - Sucesiones geométricas
 - Identificación de patrones en la naturaleza
5. **Proporciones y Escalas**
 - Escalas en ejes y gráficas
 - Proporciones en mediciones biológicas
 - Relaciones entre magnitudes
6. **Análisis Gráfico**
 - Identificación de máximos y mínimos
 - Interpretación de gráficas de pulso
 - Tendencias ascendentes y descendentes
7. **Promedios y Medias**
 - Cálculo de promedios simples
 - Interpretación de resultados
 - Aplicación a mediciones reales
8. **Patrones en la Naturaleza**
 - Proporción áurea
 - Mediciones en hojas y estructuras naturales
 - Análisis de simetría y proporciones
9. **Representación de Datos**
 - Elaboración de gráficas y tablas
 - Ploteo de puntos en ejes coordenados
 - Uso de papel milimetrado
10. **Interpretación de Resultados**
 - Análisis de tendencias en mediciones
 - Relación entre actividad física y pulso
 - Patrones de crecimiento en organismos vivos

Pre-Examen: Temas Selectos de Matemáticas - Progresión 1

"Descubriendo Patrones en Nosotros Mismos"

Ejercicio 1

Si se toma el pulso durante 30 segundos y se cuentan 42 latidos, ¿cuál es la frecuencia cardíaca en latidos por minuto (lpm)?

- A) 42 lpm
- B) 84 lpm
- C) 126 lpm
- D) 21 lpm

Respuesta correcta: B) 84 lpm

Procedimiento: Para calcular los latidos por minuto, debemos multiplicar los latidos contados en 30 segundos por 2, ya que un minuto tiene 60 segundos.

$$\text{Latidos por minuto} = 42 \text{ latidos} \times (60 \text{ segundos} \div 30 \text{ segundos}) = 42 \times 2 = 84 \text{ lpm}$$

Explicación de opciones:

- A) 42 lpm: Incorrecto, este es el número de latidos contados en 30 segundos, no en un minuto completo.
- B) 84 lpm: Correcto, es el resultado de multiplicar 42 por 2 para obtener el valor en un minuto.
- C) 126 lpm: Incorrecto, este sería el resultado si multiplicáramos por 3 en lugar de por 2.
- D) 21 lpm: Incorrecto, este sería el resultado si dividiéramos entre 2 en lugar de multiplicar.

Ejercicio 2

Al realizar ejercicio, el pulso de un estudiante aumentó de 72 lpm a 144 lpm. ¿Cuál es la variación porcentual del pulso?

- A) 50%
- B) 100%
- C) 72%
- D) 200%

Respuesta correcta: B) 100%

Procedimiento: La variación porcentual se calcula con la fórmula: $VP = ((\text{Valor Final} - \text{Valor Inicial}) / \text{Valor Inicial}) \times 100\%$

$$VP = ((144 - 72) / 72) \times 100\% = (72 / 72) \times 100\% = 1 \times 100\% = 100\%$$

Explicación de opciones:

- A) 50%: Incorrecto, este sería el resultado si el aumento fuera la mitad del valor inicial.
- B) 100%: Correcto, el pulso se duplicó, lo que representa un aumento del 100%.
- C) 72%: Incorrecto, este sería el resultado si dividiéramos la diferencia (72) por 100 en lugar de por el valor inicial.
- D) 200%: Incorrecto, esto indicaría que el valor final es el triple del inicial, pero en realidad es el doble.

Ejercicio 3

Una hoja tenía una longitud de 8 cm en la semana 1 y creció hasta 12 cm en la semana 2. ¿Cuál es la variación absoluta y la variación porcentual del crecimiento?

- A) VA: 4 cm, VP: 33.3%
- B) VA: 4 cm, VP: 50%
- C) VA: 50%, VP: 4 cm
- D) VA: 1.5 cm, VP: 50%

Respuesta correcta: B) VA: 4 cm, VP: 50%

Procedimiento: Variación Absoluta (VA) = Valor Final - Valor Inicial = 12 cm - 8 cm = 4 cm

Variación Porcentual (VP) = ((Valor Final - Valor Inicial) / Valor Inicial) \times 100% VP = ((12 - 8) / 8) \times 100% = (4 / 8) \times 100% = 0.5 \times 100% = 50%

Explicación de opciones:

- A) VA: 4 cm, VP: 33.3%: Incorrecto, la VA es correcta pero la VP sería 33.3% si dividiéramos 4 entre 12 (valor final) en lugar de 8 (valor inicial).
- B) VA: 4 cm, VP: 50%: Correcto, la hoja creció 4 cm, lo que representa un aumento del 50% respecto a su tamaño inicial.
- C) VA: 50%, VP: 4 cm: Incorrecto, hay una confusión entre los conceptos de VA (que se mide en las mismas unidades que los valores originales) y VP (que se expresa en porcentaje).
- D) VA: 1.5 cm, VP: 50%: Incorrecto, la VA no es 1.5 cm sino 4 cm, aunque la VP sí es correcta.

Ejercicio 4

Si una sucesión aritmética tiene los términos 5, 9, 13, 17, 21, ¿cuál es la fórmula para calcular el término n-ésimo?

- A) $a_{(n)} = 5 + 4(n - 1)$
- B) $a_{(n)} = 4n + 1$
- C) $a_{(n)} = 5n$
- D) $a_{(n)} = 4n - 3$

Respuesta correcta: A) $a_{(n)} = 5 + 4(n - 1)$

Procedimiento: En una sucesión aritmética, la fórmula general es $a_{(n)} = a_{(1)} + (n - 1)d$, donde:

- $a_{(1)}$ es el primer término
- d es la diferencia común entre términos consecutivos

Primero, encontramos d calculando la diferencia entre términos consecutivos: $d = 9 - 5 = 13 - 9 = 17 - 13 = 21 - 17 = 4$

El primer término $a_{(1)} = 5$

Por lo tanto: $a_{(n)} = 5 + (n - 1)4 = 5 + 4(n - 1)$

Explicación de opciones:

- A) $a_{(n)} = 5 + 4(n - 1)$: Correcto, esta es la fórmula para el término n -ésimo usando la fórmula general de sucesiones aritméticas.
- B) $a_{(n)} = 4n + 1$: Correcto en términos algebraicos (es equivalente a la opción A desarrollada), pero no es la forma estándar para expresar el término n -ésimo de una sucesión aritmética.
- C) $a_{(n)} = 5n$: Incorrecto, esta fórmula daría los valores 5, 10, 15, 20, 25, que no coinciden con la sucesión dada.
- D) $a_{(n)} = 4n - 3$: Incorrecto, aunque esta fórmula genera una sucesión aritmética con diferencia 4, no produce la sucesión dada (daría 1, 5, 9, 13, 17).

Ejercicio 5

En una gráfica de pulso, el valor máximo fue de 140 lpm y el mínimo de 70 lpm. ¿Cuál es el rango de esta medición?

- A) 70 lpm
- B) 140 lpm
- C) 210 lpm
- D) 35 lpm

Respuesta correcta: A) 70 lpm

Procedimiento: El rango es una medida de dispersión que se calcula como la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo.

$$\text{Rango} = \text{Valor Máximo} - \text{Valor Mínimo} = 140 \text{ lpm} - 70 \text{ lpm} = 70 \text{ lpm}$$

Explicación de opciones:

- A) 70 lpm: Correcto, representa la diferencia entre el valor máximo y mínimo.
- B) 140 lpm: Incorrecto, este es solo el valor máximo, no el rango.
- C) 210 lpm: Incorrecto, este es el resultado de sumar el máximo y el mínimo, no de restarlos.
- D) 35 lpm: Incorrecto, este sería el resultado si dividiéramos el rango real (70) entre 2.

Ejercicio 6

Si un estudiante midió su pulso durante 5 días consecutivos y obtuvo los siguientes valores en reposo: 68, 72, 70, 74, 71 lpm, ¿cuál es la media aritmética (promedio) de estas mediciones?

- A) 71 lpm
- B) 70 lpm

- C) 72 lpm
D) 68 lpm

Respuesta correcta: A) 71 lpm

Procedimiento: La media aritmética se calcula sumando todos los valores y dividiendo entre el número total de valores.

$$\text{Media} = (68 + 72 + 70 + 74 + 71) / 5 = 355 / 5 = 71 \text{ lpm}$$

Explicación de opciones:

- A) 71 lpm: Correcto, es el resultado de dividir la suma total (355) entre la cantidad de mediciones (5).
- B) 70 lpm: Incorrecto, aunque es uno de los valores y está cerca de la media, no es el resultado del cálculo.
- C) 72 lpm: Incorrecto, aunque es uno de los valores y está cerca de la media, no es el resultado del cálculo.
- D) 68 lpm: Incorrecto, este es solo el valor mínimo de las mediciones, no la media.

Ejercicio 7

En una hoja, la relación entre su longitud (15 cm) y su ancho (8 cm) es de 15/8. ¿Cuál es esta razón expresada como número decimal aproximado?

- A) 0.53
B) 1.875
C) 1.67
D) 1.88

Respuesta correcta: B) 1.875

Procedimiento: Para calcular la razón como número decimal, dividimos la longitud entre el ancho:

$$\text{Razón} = \text{Longitud} / \text{Ancho} = 15 \text{ cm} / 8 \text{ cm} = 1.875$$

Explicación de opciones:

- A) 0.53: Incorrecto, este sería aproximadamente el resultado de dividir 8 entre 15 (la razón inversa).
- B) 1.875: Correcto, es el resultado exacto de dividir 15 entre 8.
- C) 1.67: Incorrecto, este sería aproximadamente el resultado de dividir 15 entre 9, no entre 8.
- D) 1.88: Incorrecto, aunque está cerca del valor correcto, es una aproximación imprecisa de 1.875.

Ejercicio 8

Si en una hoja se observa que la relación entre nervaduras principales sigue la secuencia: 1, 1, 2, 3, 5, 8, ¿qué tipo de secuencia es esta y cuál sería el siguiente número?

- A) Aritmética, 11
B) Geométrica, 13

- C) Fibonacci, 13
D) Cuadrática, 15

Respuesta correcta: C) Fibonacci, 13

Procedimiento: En la secuencia de Fibonacci, cada número es la suma de los dos anteriores: 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

Para hallar el siguiente número: $\text{Siguiete} = 5 + 8 = 13$

Explicación de opciones:

- A) Aritmética, 11: Incorrecto. En una secuencia aritmética, la diferencia entre términos consecutivos es constante, lo que no ocurre aquí. Además, el siguiente término no sería 11.
- B) Geométrica, 13: Incorrecto. En una secuencia geométrica, cada término se obtiene multiplicando el anterior por una constante, lo que no ocurre aquí. Aunque el siguiente número (13) es correcto, la clasificación de la secuencia es incorrecta.
- C) Fibonacci, 13: Correcto. Esta es la secuencia de Fibonacci, donde cada término es la suma de los dos anteriores, y el siguiente número es 13.
- D) Cuadrática, 15: Incorrecto. Una secuencia cuadrática sigue un patrón basado en una función cuadrática, lo que no corresponde a la secuencia dada, y el siguiente término no sería 15.

Ejercicio 9

Si el pulso de una persona en reposo es de 70 lpm y después de correr aumenta a 140 lpm, luego de 5 minutos baja a 90 lpm, ¿cuál es el porcentaje de recuperación respecto al aumento total?

- A) 35.7%
B) 50%
C) 71.4%
D) 64.3%

Respuesta correcta: C) 71.4%

Procedimiento: Primero calculamos el aumento total: $\text{Aumento total} = \text{Pulso máximo} - \text{Pulso en reposo} = 140 - 70 = 70 \text{ lpm}$

Luego calculamos cuánto ha disminuido desde el máximo: $\text{Disminución} = \text{Pulso máximo} - \text{Pulso actual} = 140 - 90 = 50 \text{ lpm}$

Finalmente, calculamos el porcentaje de recuperación: $\text{Porcentaje de recuperación} = (\text{Disminución} / \text{Aumento total}) \times 100\% = (50 / 70) \times 100\% = 0.714 \times 100\% = 71.4\%$

Explicación de opciones:

- A) 35.7%: Incorrecto, este sería aproximadamente el resultado si calculáramos $(90 - 70) / 70 \times 100\%$.
- B) 50%: Incorrecto, aunque parece intuitivo (a medio camino entre 70 y 140), no es el porcentaje real de recuperación.

- C) 71.4%: Correcto, representa que la persona ha recuperado el 71.4% del aumento que experimentó su pulso.
- D) 64.3%: Incorrecto, este sería aproximadamente el resultado si calculáramos $(90 / 140) \times 100\%$.

Ejercicio 10

Al medir una hoja, un estudiante obtiene las siguientes medidas: 15.2 cm, 15.0 cm y 15.3 cm para la longitud; 8.5 cm, 8.3 cm y 8.4 cm para el ancho. ¿Cuáles son los promedios y cuál es la proporción promedio entre longitud y ancho?

- A) Longitud: 15.17 cm, Ancho: 8.4 cm, Proporción: 1.81
- B) Longitud: 15.2 cm, Ancho: 8.4 cm, Proporción: 1.8
- C) Longitud: 15.17 cm, Ancho: 8.4 cm, Proporción: 1.78
- D) Longitud: 15.15 cm, Ancho: 8.35 cm, Proporción: 1.81

Respuesta correcta: A) Longitud: 15.17 cm, Ancho: 8.4 cm, Proporción: 1.81

Procedimiento: Calculamos los promedios de la longitud y el ancho:

$$\text{Promedio longitud} = (15.2 + 15.0 + 15.3) / 3 = 45.5 / 3 = 15.17 \text{ cm} \quad \text{Promedio ancho} = (8.5 + 8.3 + 8.4) / 3 = 25.2 / 3 = 8.4 \text{ cm}$$

La proporción promedio es la división del promedio de longitud entre el promedio de ancho: $\text{Proporción} = \text{Promedio longitud} / \text{Promedio ancho} = 15.17 / 8.4 = 1.81$

Explicación de opciones:

- A) Longitud: 15.17 cm, Ancho: 8.4 cm, Proporción: 1.81: Correcto, son los valores calculados con precisión.
- B) Longitud: 15.2 cm, Ancho: 8.4 cm, Proporción: 1.8: Incorrecto, el promedio de longitud no es exactamente 15.2 cm, y la proporción está redondeada de manera imprecisa.
- C) Longitud: 15.17 cm, Ancho: 8.4 cm, Proporción: 1.78: Incorrecto, aunque los promedios son correctos, la proporción calculada $(15.17 / 8.4)$ es 1.81, no 1.78.
- D) Longitud: 15.15 cm, Ancho: 8.35 cm, Proporción: 1.81: Incorrecto, los promedios calculados no son 15.15 cm y 8.35 cm, aunque la proporción final mencionada (1.81) sí es correcta.

Ejercicio 11

En un plano cartesiano, se desea representar una hoja de árbol utilizando las siguientes coordenadas que representan puntos clave (en centímetros) a escala real (1:1):

Pecíolo:

- Inicio: (0, 0)
- Fin: (0, 4)

Contorno de la hoja:

- Parte inferior izquierda: (-3, 4), (-5, 7), (-4, 10), (-2, 13)
- Punta superior: (0, 16)
- Parte inferior derecha: (2, 13), (4, 10), (5, 7), (3, 4)

Nervaduras primarias (desde el eje central hacia los lados):

- N1: (0, 6) a (-3, 8)
- N2: (0, 6) a (3, 8)
- N3: (0, 9) a (-2, 11)
- N4: (0, 9) a (2, 11)
- N5: (0, 12) a (-1, 14)
- N6: (0, 12) a (1, 14)

Represente este dibujo en tres escalas diferentes:

A) Escala 1:1 (tamaño real) B) Escala 2:1 (ampliación) C) Escala 1:2 (reducción)

Procedimiento:

Para realizar este ejercicio, se debe multiplicar cada coordenada por el factor de escala correspondiente:

Para escala 1:1 (tamaño real):

- Utilizar las coordenadas originales sin modificación
- Ejemplo: El punto (0, 4) se mantiene como (0, 4)

Para escala 2:1 (ampliación):

- Multiplicar todas las coordenadas por 2
- Ejemplo: El punto (0, 4) se convierte en (0, 8)

Para escala 1:2 (reducción):

- Dividir todas las coordenadas entre 2 (multiplicar por 0.5)
- Ejemplo: El punto (0, 4) se convierte en (0, 2)

Tabla de conversión para algunos puntos clave:

Punto	Original (1:1)	Escala 2:1	Escala 1:2
Inicio peciolo	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)
Fin peciolo	(0, 4)	(0, 8)	(0, 2)
Punta superior	(0, 16)	(0, 32)	(0, 8)
Ancho máximo	(-5, 7) a (5, 7)	(-10, 14) a (10, 14)	(-2.5, 3.5) a (2.5, 3.5)

Nervadura central:

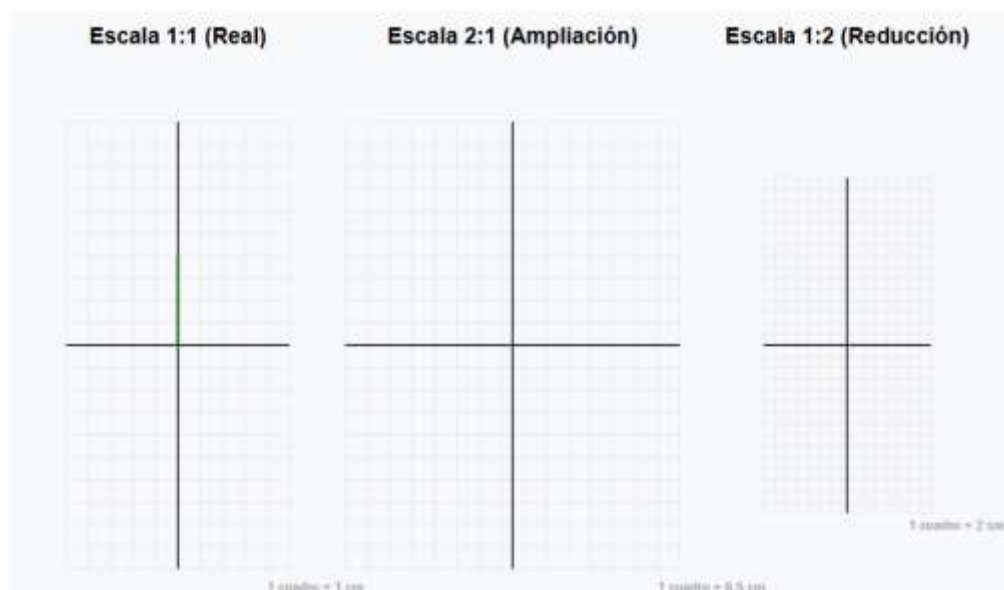
- En escala 1:1: Desde (0, 4) hasta (0, 16)
- En escala 2:1: Desde (0, 8) hasta (0, 32)
- En escala 1:2: Desde (0, 2) hasta (0, 8)

Para dibujar correctamente la hoja:

1. Trace los ejes coordenados en su papel milimetrado
2. Ubique todos los puntos convertidos según la escala solicitada
3. Conecte los puntos del contorno con curvas suaves
4. Dibuje el peciolo como una línea recta
5. Trace las nervaduras primarias como líneas desde el eje central
6. Para las nervaduras secundarias, dibuje líneas más finas que salgan de las nervaduras primarias, siguiendo un patrón paralelo entre ellas

Cuando termine, verifique que:

- Las proporciones se mantienen según la escala utilizada
- La forma general de la hoja es coherente en todas las escalas
- El tamaño de la hoja en escala 2:1 es el doble que la escala 1:1
- El tamaño de la hoja en escala 1:2 es la mitad que la escala 1:1
- Las nervaduras siguen un patrón natural, conectando el eje central con los bordes



El Número Áureo - Problema Matemático

Problema: En la secuencia de Fibonacci (donde cada número es la suma de los dos anteriores: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55...), si calculamos el cociente entre un término y su anterior a medida que avanzamos en la secuencia, ¿a qué valor se aproxima este cociente y qué relación tiene con patrones naturales?

Procedimiento de resolución: Vamos a calcular los cocientes sucesivos para ver si detectamos un patrón:

$$F_2/F_1 = 1/1 = 1$$

$$F_5/F_4 = 5/3 \approx 1.667$$

$$F_8/F_7 = 21/13 \approx 1.615$$

$$F_3/F_2 = 2/1 = 2$$

$$F_6/F_5 = 8/5 = 1.6$$

$$F_9/F_8 = 34/21 \approx 1.619$$

$$F_4/F_3 = 3/2 = 1.5$$

$$F_7/F_6 = 13/8 = 1.625$$

$$F_{10}/F_9 = 55/34 \approx 1.618$$

Observamos que el cociente parece estar convergiendo hacia un valor cercano a 1.618.

Opciones:

A) π (pi) = 3.14159...

B) e (número de Euler) = 2.71828...

C) ϕ (phi, número áureo) = 1.61803...

D) $\sqrt{2}$ (raíz cuadrada de 2) = 1.41421...

Respuesta correcta: C) ϕ (phi, número áureo) = 1.61803...

Explicación con ejemplos en la naturaleza: El número áureo (ϕ) aparece de manera sorprendente en numerosos patrones naturales:

1. **En los caracoles nautilus:** La espiral logarítmica que forma la concha del nautilus sigue la proporción áurea. Cada nueva cámara que el nautilus añade a su concha es aproximadamente 1.618 veces más grande que la anterior, creando una espiral perfecta que mantiene su forma a medida que crece.
2. **En la disposición de hojas (filotaxis):** Las plantas organizan sus hojas en patrones espirales que maximizan la exposición al sol. En muchas especies, el ángulo entre hojas consecutivas es aproximadamente 137.5° , conocido como el "ángulo áureo", que se deriva directamente de ϕ .
3. **En las flores de girasol:** Los girasoles presentan dos conjuntos de espirales: uno en sentido horario y otro en sentido antihorario. El número de espirales en cada dirección corresponde a números consecutivos de Fibonacci (típicamente 34 y 55, o 55 y 89), cuyo cociente se aproxima al número áureo.
4. **En las piñas de los pinos:** Las escamas de las piñas se organizan en espirales siguiendo números de Fibonacci (8 espirales en un sentido y 13 en otro, por ejemplo), nuevamente aproximando la proporción áurea.
5. **En la estructura de las galaxias espirales:** Muchas galaxias, incluida la Vía Láctea, presentan brazos espirales que siguen aproximadamente una espiral logarítmica basada en la proporción áurea.

Esta proporción no solo es estéticamente agradable, sino que representa una eficiencia matemática en el crecimiento y organización de estructuras naturales. Es fascinante cómo un concepto matemático abstracto que surge de una simple secuencia numérica se manifiesta tan consistentemente en los diseños de la naturaleza, desde la microescala de los patrones celulares hasta la macroescala de las estructuras cósmicas.