ECUACIONES BASICAS (GAS IDEAL)

Entrada a la tubería desde reservorio estanco

$$\boxed{v_0^{\gamma} P_0 = v_1'^{\gamma} P_1'}$$

$$\boxed{\left(\frac{w}{A}\right)^2 \frac{v_1'}{P_1'} = \frac{2\gamma}{\gamma-1}\left[\left(\frac{P_0}{P_1'}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1\right]}$$

... y agregamos el efecto de entrada a la L_e

Escurrimiento isotérmico dentro de la tubería

$$(w/A)^2 \ln(P_1/P_2) + (P_2^2 - P_1^2)/2P_1 v_1 + (w/A)^2 2fL/D = 0$$

$$(w/A)^2 \ln(P_1/P_2) + \mathbf{PM}(P_2^2 - P_1^2)/2RT_1 + (w/A)^2 2fL/D = 0$$

Escurrimiento adiabático dentro de la tubería

$$\left(\frac{\gamma-1}{2\gamma} + \frac{P_1}{v_1}\left(\frac{A}{w}\right)^2\right)\left(1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2\right) - \frac{\gamma+1}{\gamma}\ln\frac{v_2}{v_1} = \frac{4fL}{D}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{w}{A}\right)^2 v_2^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1}P_2 v_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{w}{A}\right)^2 v_1^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1}P_1 v_1$$

flujo máximo

$$(w/A)_{max} = \sqrt{\gamma P_w / v_w}$$

Descarga en condiciones subsónicas

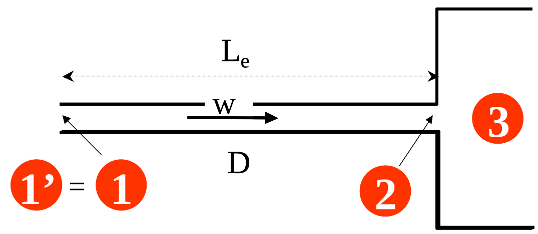
$$\boxed{P_2 = P_3}$$

Descarga en condiciones sónicas (adiabático)

$$\boxed{(w/A)^2 = \gamma P_2 / v_2}$$

P_3 no queda determinado por las condiciones aguas arriba

CASO: DENTRO DE TUBOS



Cambio de variables:

$(w/A)^2 (v_1/P_1) \equiv X$ $\quad v_1/v_2 \equiv z$

$P_2/P_1 \equiv F$

Sistema de ecuaciones reducidas para flujo adiabático de un gas ideal con datos en ducto

$$\boxed{\left(\frac{\gamma-1}{2\gamma} + \frac{1}{X}\right)\left(1 - z^2\right) - \frac{\gamma+1}{\gamma}\ln\frac{1}{z} = \frac{4fL_e'}{D}} \quad (2A)_D$$

$$\boxed{\left(\frac{\gamma-1}{2\gamma}\right)X = \frac{z^2 - Fz}{1 - z^2}} \quad (3A)_D$$

$$\boxed{f = f(W, D, \mu, \varepsilon)} \quad \text{(Moody)}$$

Flujo subsónico $\boxed{F = P_3/P_1}$ (4) $\quad$ Flujo sónico $\boxed{X = \gamma z F}$ (4AS)

Simplificaciones bajo condiciones sónicas

$$\boxed{\left(\frac{\gamma+1}{2\gamma}\right)X = \left(\frac{z^2}{1 - \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right)z^2}\right)} \quad (3AS)_D$$

$$\boxed{\frac{1}{X} - \frac{1}{\gamma} - \left(\frac{\gamma+1}{2\gamma}\right)\ln\left(\left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right) + \frac{2\gamma}{(\gamma+1)X}\right) = \frac{4fL_e'}{D}} \quad (2AS)_D$$

Sistema de ecuaciones reducidas para flujo isotérmico de un gas ideal dentro de ducto

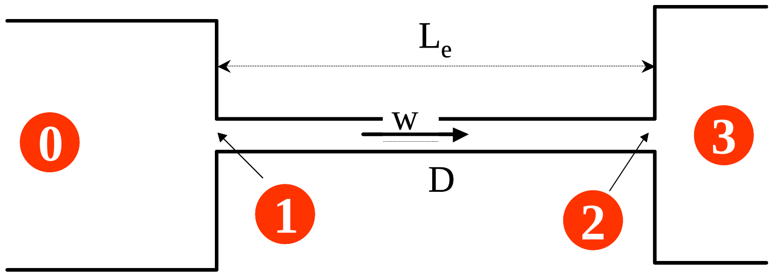
$$\boxed{\left(\frac{1 - z^2}{X}\right) - 2\ln\frac{1}{z} = \frac{4fL_e'}{D}} \quad (2I')_D$$

$$\boxed{z = F} \quad (3I)_D$$

$$\boxed{f = f(W, D, \mu, \varepsilon)} \quad \text{(Moody)}$$

Flujo subsónico $\boxed{F = P_3/P_0}$ (4)

CASO: ENTRADA DESDE RESERVORIO



Cambio de variables:

$v_0/v_1' \equiv r \qquad v_0/v_2 \equiv z$

$P_2/P_0 \equiv F \qquad (w/A)^2\,(v_0/P_0) \equiv X$

Sistema de ecuaciones reducidas para flujo adiabático de un gas ideal en ducto con entrada desde un reservorio

$$\left(\frac{\gamma-1}{2\gamma}\right) X = r^2 - r^{\gamma+1} \quad (1) \qquad \text{o bien} \qquad r = \left(1 - \frac{(\gamma-1)X}{2\gamma r^2}\right)^{1/(\gamma-1)} \quad (1')$$

$$\frac{r^2 - z^2}{X} - \frac{\gamma+1}{\gamma}\ln\frac{r}{z} = \frac{4 f L_e'}{D} \quad (2A')_R$$

$$\left(\frac{\gamma-1}{2\gamma}\right) X = z^2 - F z \quad (3A)_R$$

$$f = f\,(W, D, \mu, \varepsilon) \quad \text{(Moody)}$$

Flujo subsónico $\boxed{F = P_3/P_0}$ (4)

Flujo sónico $\boxed{X = \gamma z F}$ (4AS)

Simplificaciones bajo condiciones sónicas

De (4c) y (3) $\left(\frac{\gamma+1}{2\gamma}\right) X = z^2$ $(3AS)_R$

Definiendo $U \equiv \left(\frac{2\gamma r^2}{(\gamma+1)X}\right)$ y sustituyendo esto en (2')

$$U = \frac{8\gamma f L_e}{(\gamma+1)D} + 1 + \ln U \quad (2AS)_R$$

A su vez (1') queda... $r = \left(1 - \frac{(\gamma-1)}{(\gamma+1)U}\right)^{1/(\gamma-1)}$ (1'')

Sistema de ecuaciones reducidas para flujo isotérmico de un gas ideal en ducto con entrada desde un reservorio

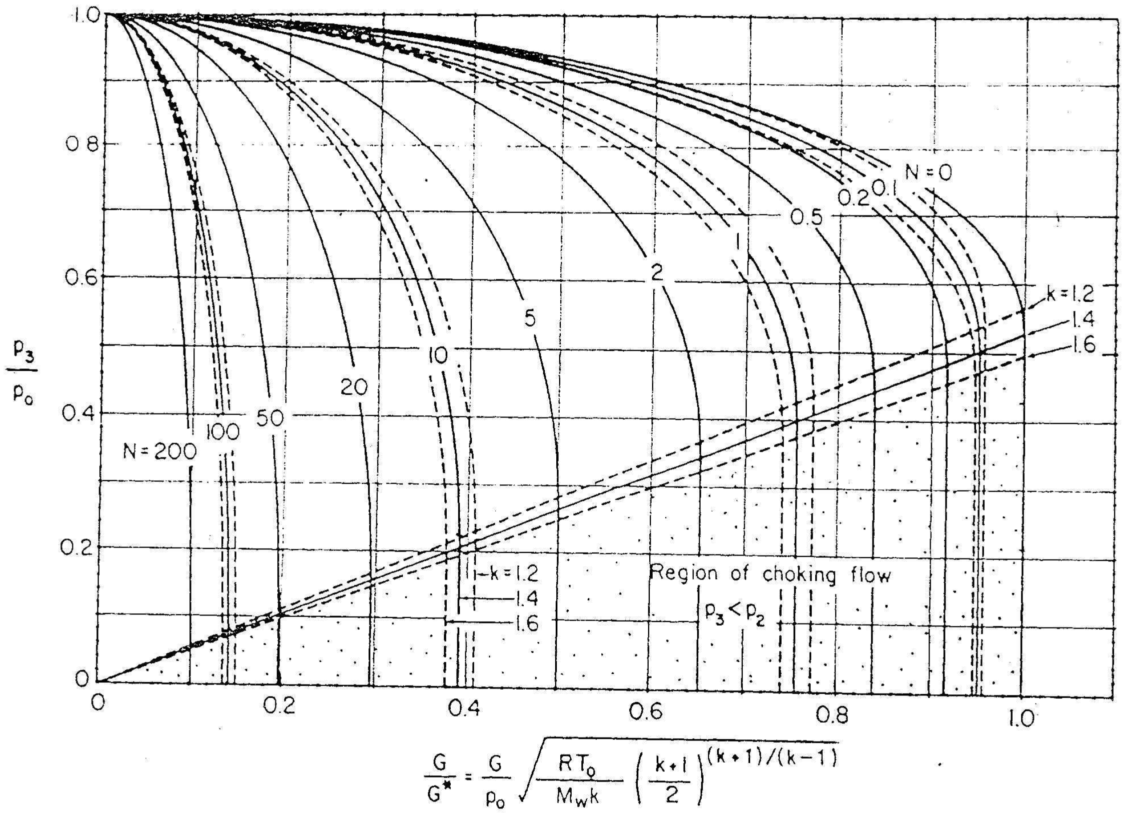
$$\left(\frac{\gamma-1}{2\gamma}\right) X = r^2 - r^{\gamma+1} \quad (1) \qquad \text{o bien} \qquad r = \left(1 - \frac{(\gamma-1)X}{2\gamma r^2}\right)^{1/(\gamma-1)} \quad (1')$$

$$\left(\frac{r^2 - z^2}{X}\right) r^{\gamma-1} - 2\ln\frac{r^\gamma}{z} = \frac{4 f L_e'}{D} \quad (2I')_R$$

$$F = z\, r^{\gamma-1} \quad (3I)_R$$

$$f = f\,(W, D, \mu, \varepsilon) \quad \text{(Moody)}$$

Flujo subsónico $\boxed{F = P_3/P_0}$ (4)



$$G = \frac{W}{A}$$

M_W = PM = peso molecular del fluido

k = γ (para gas ideal)