Fluidodinámica 2022

Temas Semana 3 (2ª parte) :

- Descarga de tanques

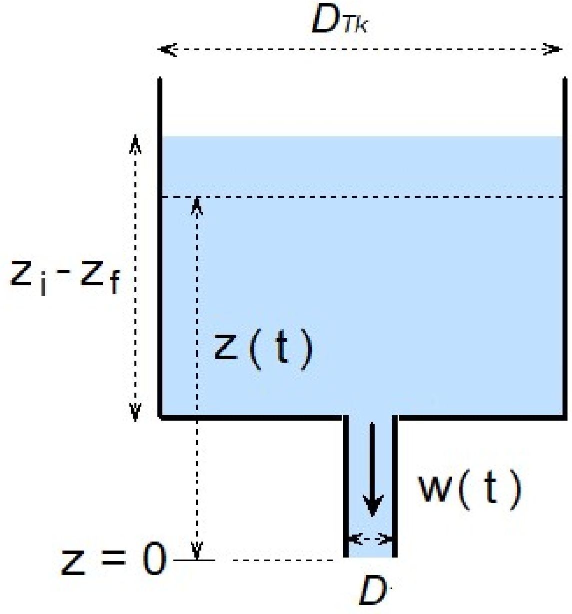
Objetivo de aprendizaje:

- Ser capaz de aplicar un modelo para resolver problemas de descarga de tanques.

Escurrimiento fuera de régimen

Vaciado de tanques

Ej.: Calcular el tiempo requerido
para vaciar un tanque



Supuestos iniciales: $D_{Tk} >> D$
No hay recarga
Patmosférica sobre el fluido
y en la sección de descarga

Balance de masa en estado no estacionario

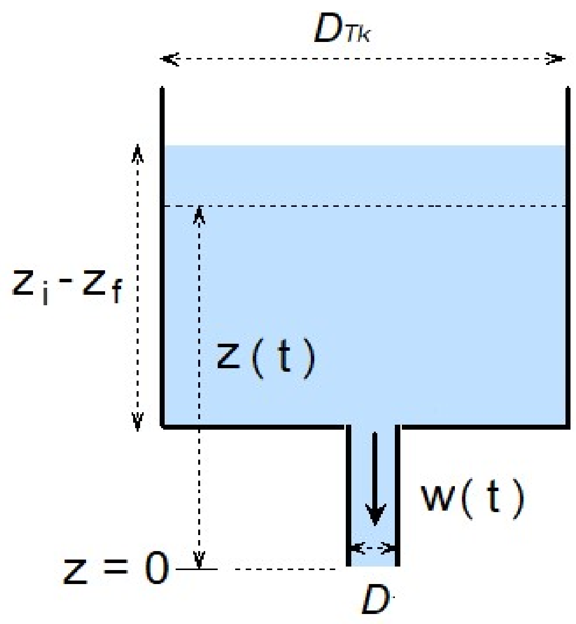
$$\frac{dm}{dt} = \cancel{w_{entrada}} - w_{salida}$$

Si no hay alimentación al tanque
el flujo masa de entrada es nulo

$$\frac{dm}{dt} = -w_{salida} = -\rho\, u\, A$$

Siendo A la sección de la conducción
y u la velocidad en ella

Balance de masa en estado no estacionario



Siendo V el volumen de líquido en el tanque
y S la sección del mismo:

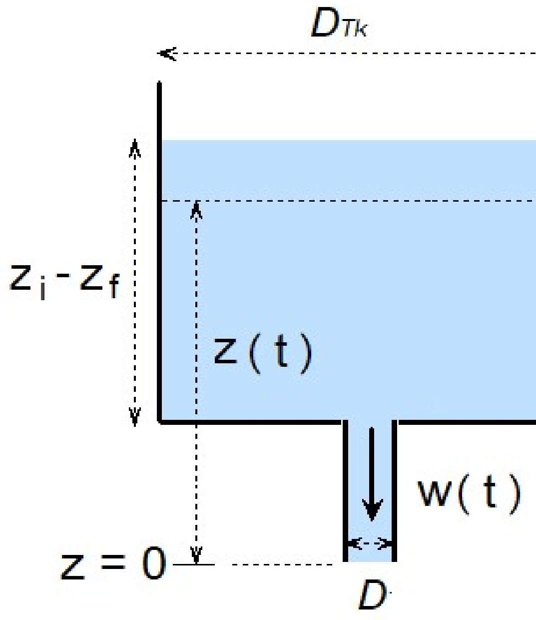
$$\frac{dm}{dt} = \frac{\rho dV}{dt} = \rho S \frac{dz}{dt} = -\rho\, u\, A$$

$$S \frac{dz}{dt} = -u\, A \quad \Rightarrow \quad dt = -\frac{S}{A}\frac{dz}{u}$$

Siendo D_{Tk} es el diámetro del tanque y D el diámetro interno de tubería:

$$\frac{S}{A} = \frac{\frac{\pi D_{Tk}^2}{4}}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{{D_{Tk}}^2}{D^2} \quad \Rightarrow \quad dt = -\frac{{D_{Tk}}^2}{D^2}\frac{dz}{u}$$

Balance de masa en estado no estacionario



Integrando $$dt = -\frac{{D_{Tk}}^2}{D^2}\frac{dz}{u}$$

$$t = \int_0^t dt = -\int_{z_i}^{z_f} \frac{D_{Tk}^2}{D^2}\frac{dz}{u}$$

$$\boxed{t = \frac{D_{Tk}^2}{D^2}\int_{z_f}^{z_i} \frac{dz}{u}} \qquad (1)$$

Haciendo un balance de energía mecánica entre el nivel del líquido en el tanque y la descarga, se puede encontrar ***u = f (z)***

Balance de Energía Mecánica

Volumen de control: comprende el volumen con líquido en el tanque (un diferencial dz por debajo del nivel del líquido) y la conducción hasta la sección de salida a presión atmosférica

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dWs}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{VC} \boldsymbol{e}\rho\, dV + \int_{SC}(\boldsymbol{e} + P\mathrm{v})\rho\,(\boldsymbol{v}.\boldsymbol{n})dA = 0$$

sin *calor ni trabajo al eje*
siendo e = û + gz + $\boldsymbol{v}^2/2$)

Aplicando la integral en la superficie de control, y dividiendo entre g y entre w , tenemos el BEM con términos de energía por unidad de masa expresados en altura de fluido para cualquier valor de t :

$$\frac{1}{w}\frac{d}{dt}\int_{VC}\frac{e\rho}{\mathrm{g}}\, dV + (\cancel{P_2/\rho \mathrm{g}} + \frac{u_s^2}{2\alpha_s \mathrm{g}}) - (\cancel{P_1/\rho \mathrm{g}} + z + \cancel{\frac{u_e^2}{2\alpha_e \mathrm{g}}}) + \Delta hf = 0$$

$$\frac{1}{w}\frac{d}{dt}\int_{VC}\frac{e\rho}{\mathrm{g}}\, dV \sim 0$$

Estado pseudo-estacionario

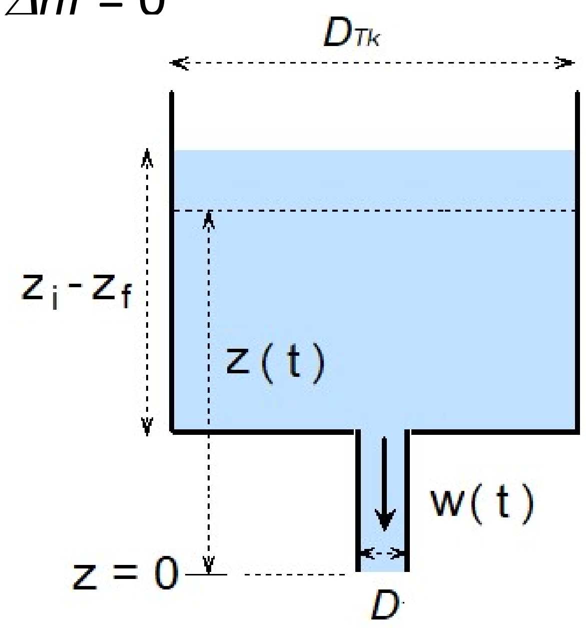
Asumimos α_s= cte.

$$\frac{u^2}{2\alpha_s \mathrm{g}} - z + \Delta hf = 0$$

siendo $\Delta hf = (f\ L/D + \sum K)\,\frac{u_s^2}{2\mathrm{g}}$

Despejando

$$u = \sqrt{\frac{2\,\mathrm{g}\,z}{1/\alpha_s + (f\ L/D + \sum K)}}$$

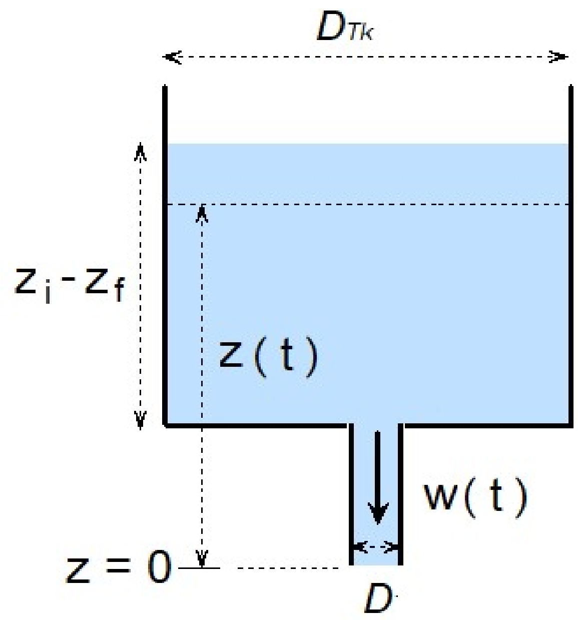


Sustituyendo u= f (z)

$$u = \sqrt{\frac{2\,g\,z}{1/\alpha_s + (f\ L/D + \sum K)}}$$

en el Balance de Masa

$$t = \frac{D_T^2}{D^2}\int_{z_f}^{z_i}\frac{dz}{u} \quad (1)$$



$$\boxed{t = \frac{D_T^2}{D^2}\int_{z_f}^{z_i}\frac{dz}{\sqrt{\dfrac{2\,g\,z}{1/\alpha_s + (f\ L/D + \sum K\ )}}}}$$

Condiciones:

D_{Tk} >> D , α_s = cte (α_s = 1 si hay régimen turbulento)

No hay entrada de fluido al tanque

P atmosférica sobre el fluido y en la sección de descarga

Flujo turbulento en la tubería.

Estado pseudo estacionario: la variación de energía dentro del sistema es despreciable frente a los otros términos del BEM

Para integrar normalmente usamos un f promedio.

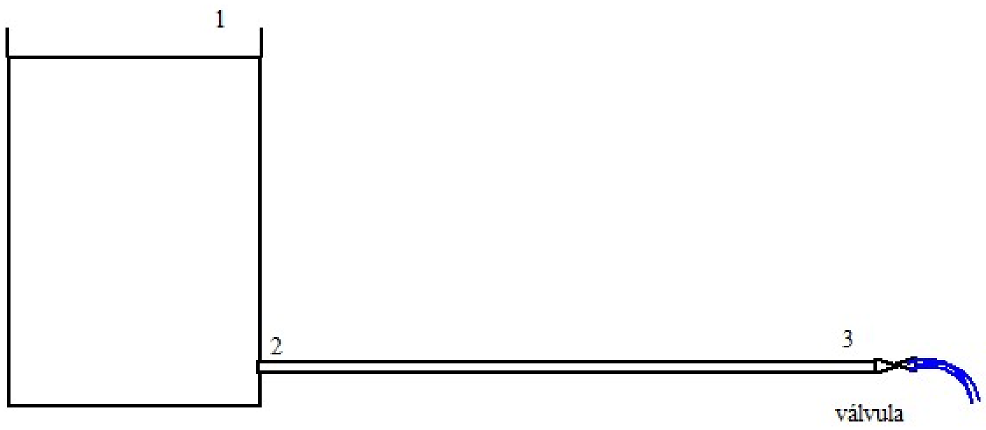
Si el régimen es turbulento $\alpha \approx 1$
Si el régimen es completamente turbulento *f* es constante

$$t = \frac{{D_T}^2}{D^2}\sqrt{\frac{f\,\frac{L}{D}+\sum K+1}{2g}}\int_{z_f}^{z_i}\frac{dz}{\sqrt{z}}$$

$$\boxed{t = \frac{{D_T}^2}{D^2}\left(\sqrt{\frac{f\,\frac{L}{D}+\sum K+1}{2g}}\right)2\left(\sqrt{z_i}-\sqrt{z_f}\right)}$$

Dos casos de fuera de régimen en que no es posible aplicar aproximación de BEM en EE

- Los dos casos típicos en que no se puede aplicar el BEM en EE son el comienzo de flujo desde el reposo y la detención abrupta del flujo.



Autoevaluación:

- 1) Describa cualitativamente la evolución del caudal en función del tiempo durante la descarga de un tanque elevado.
- 2) Si los demás parámetros permanecen constantes, un aumento de la altura de la tubería vertical por la que descarga un tanque, reduce o aumenta el tiempo de descarga?
- 3) ¿Qué cambios podría hacer en la conducción de descarga para reducir el tiempo de descarga?
- 4) Para reducir el tiempo de descarga. ¿Sería lo mismo colocar en paralelo una tubería idéntica a la de descarga que sustituirla por otra con el doble de área de flujo?
- 5) ¿En que condiciones no es posible aplicar la hipótesis de estado pseudoestacionario?