

Fluidodinámica 2023

Tema 3: Escurrimiento incompresible en ductos.

Objetivos de aprendizaje:

Imprescindibles: Son aquellos objetivos que deberían ser logrados para aprobar el curso

Necesarios: Son aquellos objetivos que deberían ser logrados junto con los objetivos imprescindibles para aprobar la unidad curricular

Avanzados: Son aquellos objetivos cuyo nivel de cumplimiento podrían definir la calificación para la aprobación de la unidad curricular, en caso de haber alcanzado los objetivos imprescindibles y necesarios.

Objetivos de aprendizaje:

Al finalizar este tema usted debería ser capaz de:

- 1. Predecir y describir el régimen de flujo en tuberías (laminar o turbulento) y el perfil que se dará en un caso particular para fluidos newtonianos.**
- 2. Relacionar la velocidad media en una tubería con la velocidad máxima para fluido newtoniano, en flujo completamente desarrollado.**
- 3. Estimar las pérdidas de carga en conducciones en función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa para fluidos newtonianos**
- 4. Estimar la pérdida de carga de fluidos no newtonianos que siguen la ley de potencia para flujo laminar en tubería y para flujo turbulento en tubería lisa.**
- 5. Estimar la pérdida de carga en accesorios por el método de la longitud equivalente, por el método de Crane**
- 6. Estimar la pérdida de carga en accesorios por el método de las dos K, para flujo laminar.**
- 7. Resolver problemas de flujo incompresible en conducciones no circulares.**

Objetivos de aprendizaje:

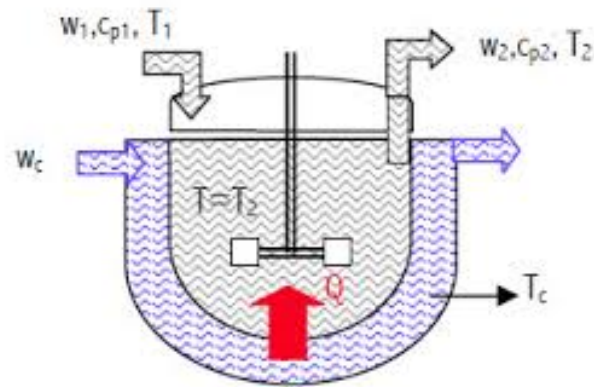
Al finalizar este tema usted debería ser capaz de:

8. ***Determinar experimentalmente la constante de pérdida de carga de cualquier tubería o accesorio.***
9. ***Determinar las variables involucradas en un balance de energía mecánica para un sistema determinado, y predecir cualitativamente el efecto de su variación en el mismo.***
10. ***Integrar balances de energía mecánica y balances de masa, para resolver sistemas determinados con conducciones acopladas y ramificadas.***
11. ***A partir de los balances anteriores determinar, dimensionar o seleccionar conducciones, accesorios o elementos necesarios en los sistemas mencionados.***
12. ***Plantear las balances del flujo fuera de régimen entre depósitos***
13. ***Resolver las variables del flujo entre depósitos operando fuera de régimen.***
14. ***Prever la ocurrencia del golpe de ariete,***
15. ***Acotar la magnitud de los golpes de ariete***
16. ***Proponer soluciones de diseño y operación para la mitigación de golpes de ariete.***

Contenido de la Semana 1 :

- Balance de masa en una conducción
- Balance de energía en una conducción
- Pérdidas de carga por fricción en tuberías
- Conducciones no cilíndricas
- Pérdidas de carga en accesorios

Balances macroscópicos



Los principios universales de

- Conservación de la materia,
- Conservación de la energía
- Conservación de cantidad de movimiento

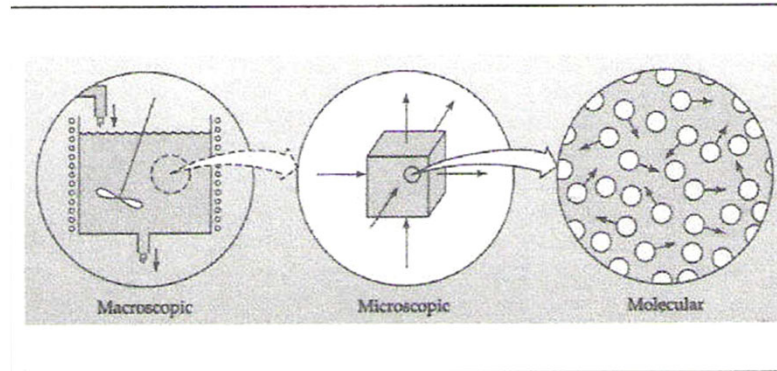
aplicadas a un volumen de control macroscópico, dan lugar a ecuaciones que se conocen como “**balances**”.

Enfoque molecular

Busca una comprensión fundamental del **mecanismo** de transporte de cantidad de movimiento, de energía y masa en términos de la estructura molecular y fuerzas intermoleculares.

Enfoque microscópico

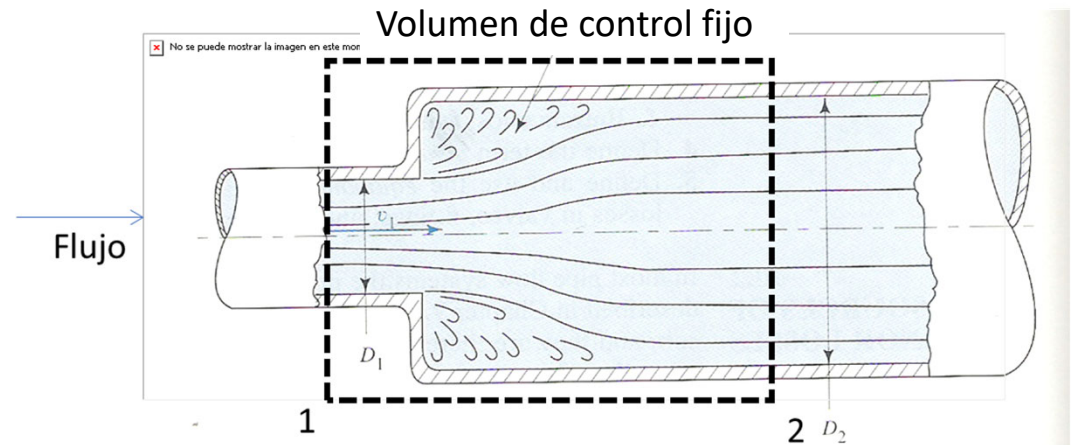
Examina lo que sucede en una región pequeña dentro del equipo. Se desarrollan las “**ecuaciones de variación**” que describen cómo cambian la cantidad de movimiento, la energía y la masa dentro de esa región. No determina valores medios, sino perfiles de velocidad, etc.



Enfoque macroscópico

Análisis global. Se desarrollan “**balances macroscópicos**” que describen cómo la cantidad de movimiento, la energía y la masa cambian debido a las entradas y salidas, y por transporte desde los alrededores a través de los límites del volumen de control.

Balance de masa en un Volumen de Control



$$\left(\begin{array}{c} \text{Incremento de masa} \\ \text{dentro del} \\ \text{volumen de control} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{entrada} \\ \text{de masa} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{salida} \\ \text{de masa} \end{array} \right)$$

Considerando un intervalo temporal de aplicación

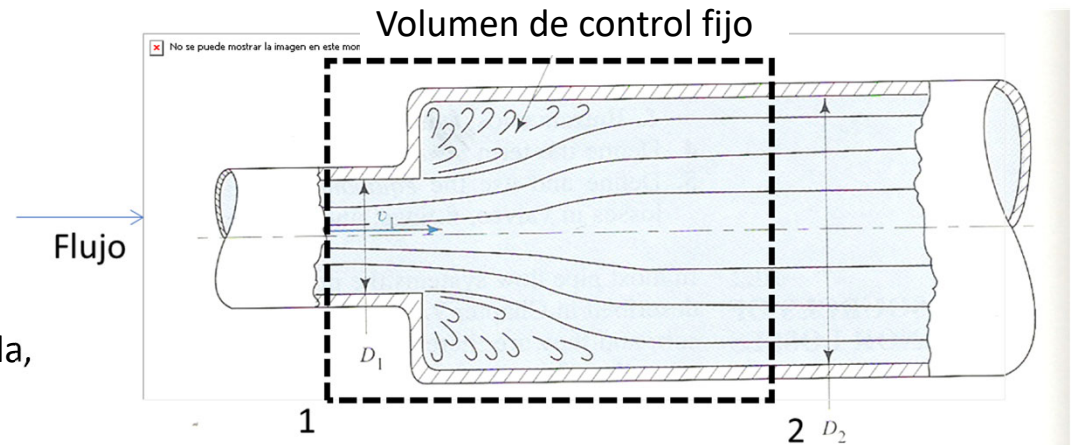
$$\left(\begin{array}{c} \text{Velocidad de} \\ \text{incremento de masa} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Velocidad de entrada} \\ \text{de masa} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Velocidad de salida} \\ \text{de masa} \end{array} \right)$$

$$\frac{d \int_{VC} \rho dV}{dt} = - \int_{SC} \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA$$

Siendo \mathbf{v} el vector velocidad y \mathbf{n} el vector normal unitario saliente en cada elemento diferencial de la superficie del volumen de control

Balance de masa en un Volumen de Control

Para i secciones de entrada y j secciones de salida, siendo uniforme la densidad en cada sección



$$\frac{d \int_{VC} \rho dV}{dt} = \sum_i (\rho Au)_{ent} - \sum_j (\rho Au)_{sal} , \text{ siendo } u = \frac{1}{A} \int (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA \text{ la velocidad media normal a cada sección}$$

EN ESTADO ESTACIONARIO (EE) : $\sum_i (\rho Au)_{ent} = \sum_j (\rho Au)_{sal}$ Siendo $\rho Au = \mathbf{w}$ el **flujo másico**

Si además EL FLUIDO ES INCOMPRESIBLE ($\rho = \text{cte}$): $\sum_i (Au)_{ent} = \sum_j (Au)_{sal}$ Siendo $Au = \mathbf{Q}$ el **Caudal** o flujo volumétrico

Si además LAS SECCIONES SON IGUALES ($A = \text{cte}$): $\sum_i (u)_{ent} = \sum_j (u)_{sal}$

Si además hay UNA SOLA ENTREDA Y UNA SOLA SALIDA: $u_{ent} = u_{sal}$

Balance de Energía Mecánica para un Volumen de Control

1ª Ley de la Termodinámica aplicada a un volumen de control

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{VC} e \rho dV + \int_{SC} e \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA$$

Siendo e la energía por unidad de masa, Q el calor (positivo si es recibido por el sistema) y

W el trabajo (positivo si es realizado por el sistema): $W = W_s + W_n + W_c + W_{otros}$

W_s es el trabajo al eje recibido o realizado mediante una máquina (con un eje que transfiere energía)

W_n es el trabajo normal, realizado por esfuerzos normales a la superficie del VC

W_c es el trabajo de corte, realizado por esfuerzos tangenciales a la superficie del VC

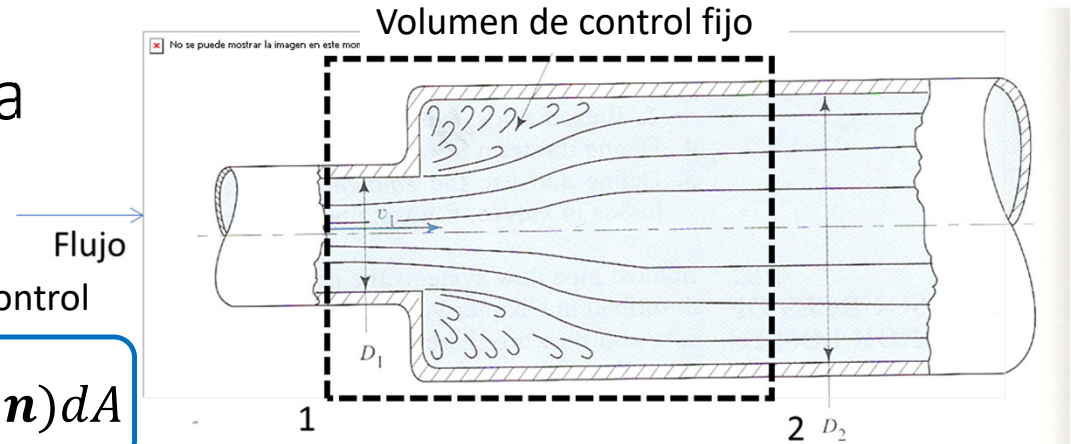
W_{otros} podría implicar trabajo electrostático, magnético, etc. (habitualmente es nulo)

Para un volumen de control que contiene una conducción, con secciones de entrada y de salida

perpendiculares a \mathbf{v} (por ej. el de la figura superior), los esfuerzos de corte no realizan trabajo, y

$$\frac{dW_n}{dt} = \int_{SC} P (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA \text{ siendo } P \text{ la presión.}$$

$$\text{Entonces: } \frac{dW}{dt} = \frac{dW_s}{dt} + \int_{SC} P (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA$$



Balance de Energía Mecánica para un Volumen de Control

1ª Ley de la Termodinámica aplicada a un volumen de control

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{VC} \mathbf{e} \rho dV + \int_{SC} \mathbf{e} \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA$$

Sustituyendo $\frac{dW}{dt}$ y reordenando: $\frac{dQ}{dt} - \frac{dW_s}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{VC} \mathbf{e} \rho dV + \int_{SC} \mathbf{e} \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA + \int_{SC} P (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA$

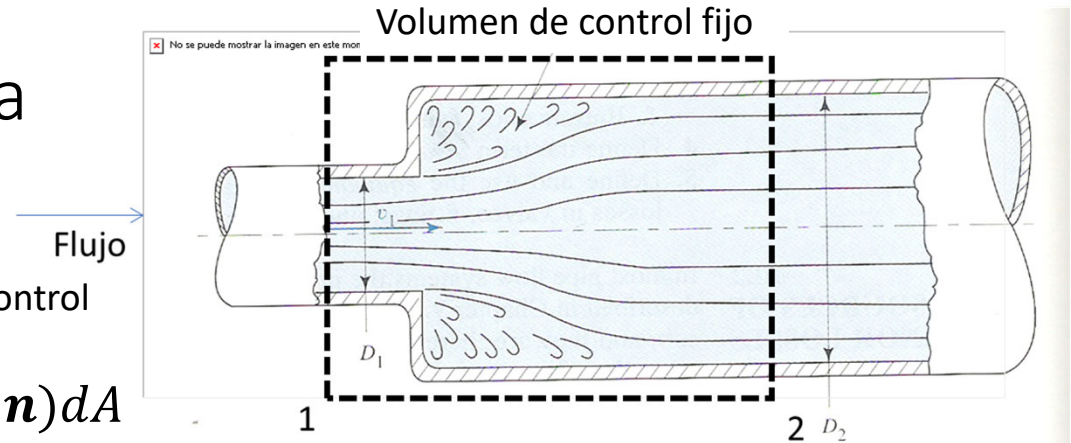
Siendo v (volumen específico), el inverso de ρ (densidad): $v \cdot \rho = 1$

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW_s}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{VC} \mathbf{e} \rho dV + \int_{SC} \mathbf{e} \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA + \int_{SC} P v \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA$$

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW_s}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{VC} \mathbf{e} \rho dV + \int_{SC} (\mathbf{e} + Pv) \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA$$

La energía por unidad de masa es $\mathbf{e} = \hat{u} + gz + \mathbf{v}^2/2$

Siendo \hat{u} la energía interna, gz la energía potencial gravitatoria y $\mathbf{v}^2/2$ la energía cinética (Otras formas de energía son generalmente irrelevantes para la dinámica de los fluidos)



Balance de Energía Mecánica para un Volumen de Control

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dWs}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{VC} \mathbf{e} \rho dV + \int_{SC} (\mathbf{e} + P\mathbf{v}) \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA$$

Asumiendo Estado Estacionario y sustituyendo $\mathbf{e} = \hat{u} + gz + \mathbf{v}^2/2$:

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dWs}{dt} = \int_{SC} (\hat{u} + P\mathbf{v} + gz + \mathbf{v}^2/2) \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA$$

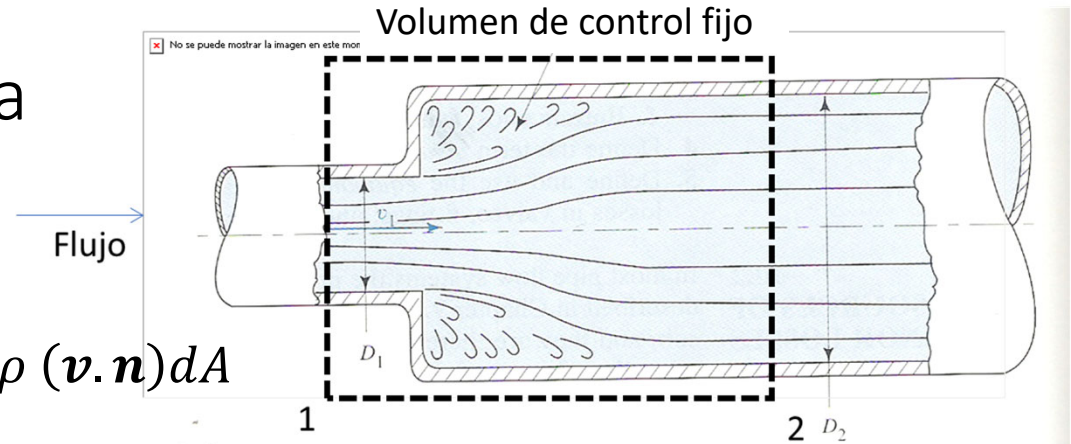
Asumiendo una sección de entrada (1) y una de salida (2):

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dWs}{dt} = \int_{A_2} (\hat{u} + P\mathbf{v} + gz + \mathbf{v}^2/2) \rho \mathbf{v} dA_2 - \int_{A_1} (\hat{u} + P\mathbf{v} + gz + \mathbf{v}^2/2) \rho \mathbf{v} dA_1$$

En la práctica todas las variables se pueden considerar constantes en cada sección, excepto \mathbf{v}

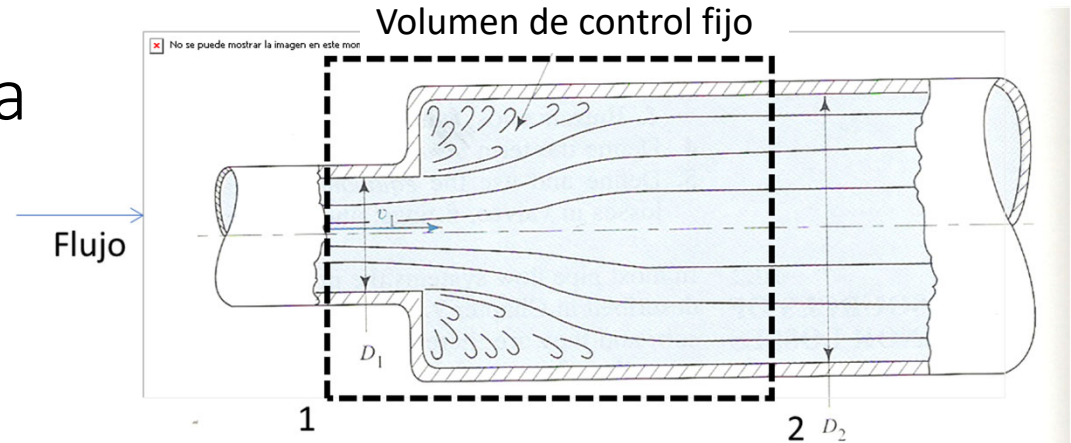
$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dWs}{dt} = \int_{A_2} (\hat{u} + P\mathbf{v} + gz) \rho \mathbf{v} dA_2 + \int_{A_2} \mathbf{v}^3/2 \rho dA_2 - \int_{A_1} (\hat{u} + P\mathbf{v} + gz) \rho \mathbf{v} dA_1 - \int_{A_1} \mathbf{v}^3/2 \rho dA_1$$

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dWs}{dt} = (\hat{u} + P\mathbf{v} + gz)|_2 \mathbf{w} + \int_{A_2} \mathbf{v}^3/2 \rho dA_2 - (\hat{u} + P\mathbf{v} + gz)|_1 \mathbf{w} - \int_{A_1} \mathbf{v}^3/2 \rho dA_1$$



Balance de Energía Mecánica para un Volumen de Control

Definimos α tal que $\int_A \mathbf{v}^3 dA = \frac{A u^3}{\alpha}$ para sustituir \mathbf{v} por la velocidad media: $u = Q/A$



Para fluido newtoniano, aplicando la Ley de Potencia (ver FTIP) se demuestra:

Si es flujo laminar: $\alpha = 0,5$ Si es flujo turbulento: $\alpha \sim 1$

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW_s}{dt} = (\hat{u} + Pv + gz)|_2 \mathbf{w} + \frac{\rho A u_2^3}{2\alpha} - (\hat{u} + Pv + gz)|_1 \mathbf{w} - \frac{\rho A u_1^3}{2\alpha}$$

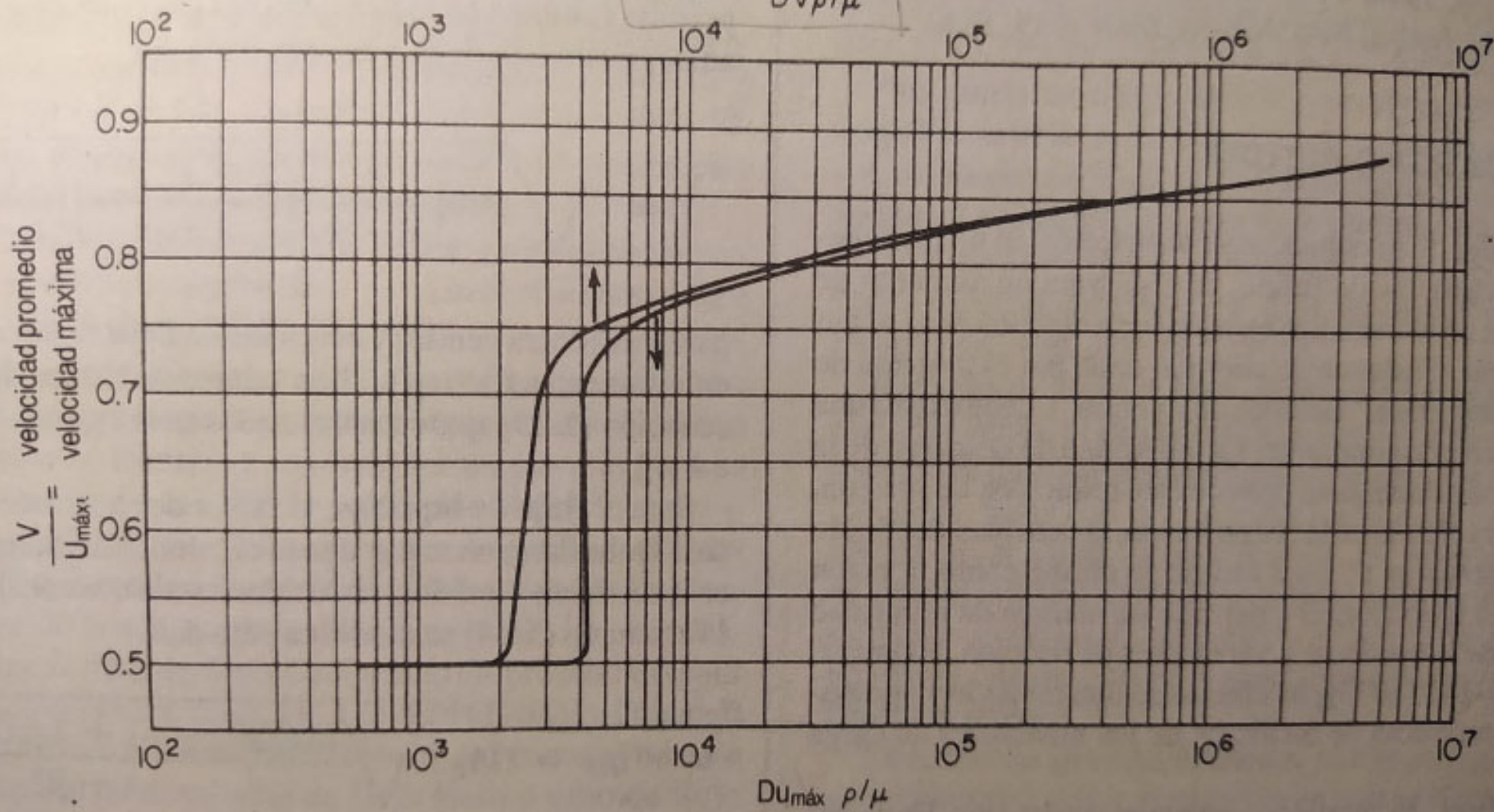
siendo $\rho A u = \mathbf{w}$, entonces:

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW_s}{dt} = (\hat{u} + Pv + gz + \frac{u^2}{2\alpha})|_2 \mathbf{w} - (\hat{u} + Pv + gz + \frac{u^2}{2\alpha})|_1 \mathbf{w}$$

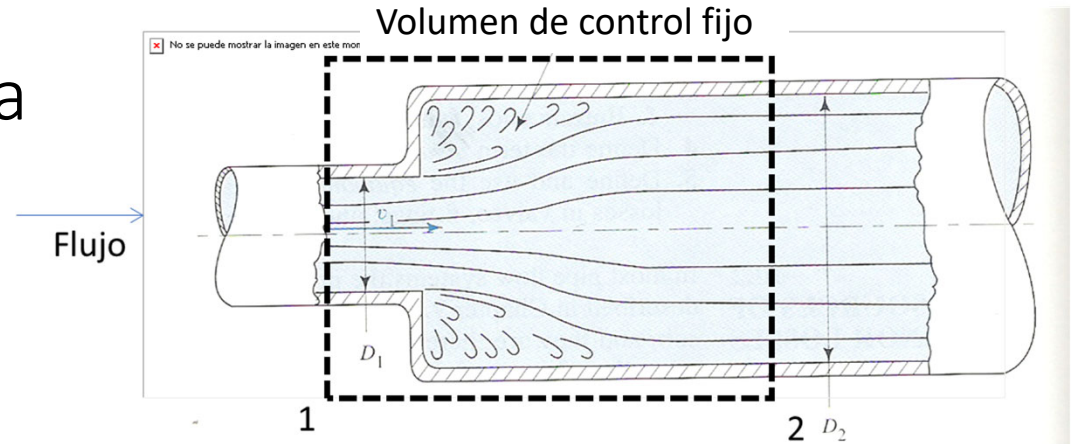
Siendo \hat{Q} y \hat{W}_s el trabajo al eje y el calor por unidad de masa respectivamente y $v = 1/\rho$:

$$\hat{Q} - \hat{W}_s = (\hat{u} + P/\rho + gz + \frac{u^2}{2\alpha})|_2 - (\hat{u} + P/\rho + gz + \frac{u^2}{2\alpha})|_1$$

$Re = DV\rho/\mu$



Balance de Energía Mecánica para un Volumen de Control



$$\hat{Q} - \hat{W}_s = (\hat{u} + P/\rho + gz + \frac{u^2}{2\alpha})|_2 - (\hat{u} + P/\rho + gz + \frac{u^2}{2\alpha})|_1.$$

Si $\rho = \text{cte}$ y $\alpha = \text{cte}$

Reordenando: $-\hat{W}_s = \left(P_2/\rho + gz_2 + \frac{u_2^2}{2\alpha} \right) - \left(P_1/\rho + gz_1 + \frac{u_1^2}{2\alpha} \right) + \hat{u}_2 - \hat{u}_1 - \hat{Q}$ Dimensiones: $\frac{\text{Energía}}{\text{Masa}}$

Trabajo al eje

Energía Mecánica
por unidad de masa
que sale del VC

Energía Mecánica
por unidad de masa
que entra al VC

Pérdida de carga por unidad de
masa debida a la FRICCIÓN
intra-fluido y con la tubería

Dividido g : $-\hat{W}_s = \left(P_2/\rho g + z_2 + \frac{u_2^2}{2\alpha g} \right) - \left(P_1/\rho g + z_1 + \frac{u_1^2}{2\alpha g} \right) + \Delta h_f$ Dimensiones: altura de fluido

Balance de Energía Mecánica para un Volumen de Control

BEM expresado en altura de fluido:

$$-\hat{W}_s = (P_2/\rho g + z_2 + \frac{u_2^2}{2\alpha g}) - (P_1/\rho g + z_1 + \frac{u_1^2}{2\alpha g}) + \Delta h_f$$

BEM expresado en altura de fluido, presentando la variación Δ entre 1 y 2 para cada tipo de EM :

$$-\hat{W}_s = \Delta P/\rho g + \Delta z + \frac{\Delta u^2}{2\alpha g} + \Delta h_f$$

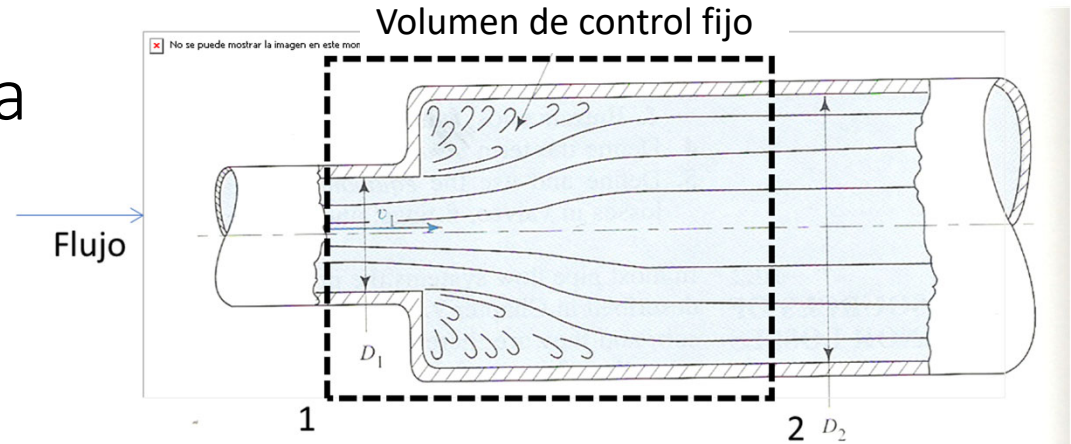
Δ es el valor de salida menos el valor de entrada

Condiciones de aplicación:

Volumen de control con una sección de entrada y una de salida, perpendiculares al flujo

Fluido incompresible (ρ = no cambia entre la entrada y la salida del VC)

Todas las variables son constantes en cada sección



Pérdidas de carga por fricción

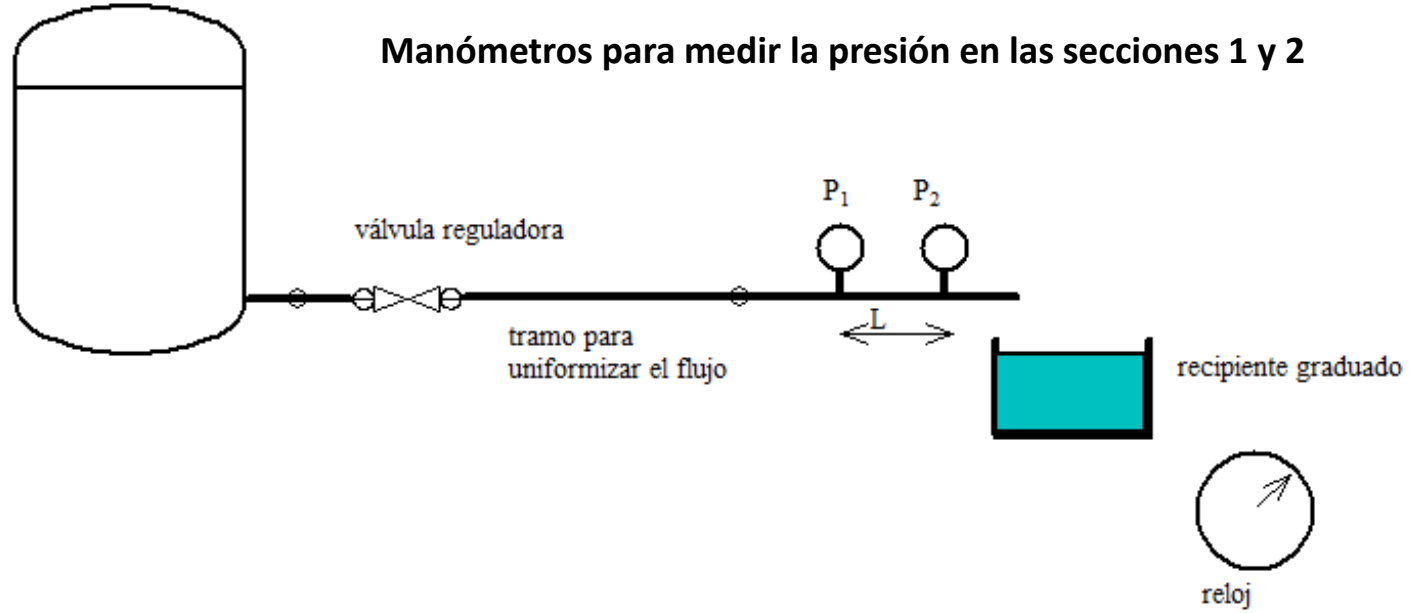
Se deben al efecto de la fricción interna del fluido causada por desplazamiento relativo entre paquetes de fluido, y a la fricción del fluido con la tubería y accesorios.

$$\Delta h_f \text{ total} = \Delta h_f \text{ tubería} + \Delta h_f \text{ accesorios}$$

Entre los accesorios consideramos las entradas y salidas de tubería, los cambios de diámetro, las derivaciones, los cambios de dirección, las válvulas y cualquier otro elemento de la conducción que no sea tubería de sección constante.

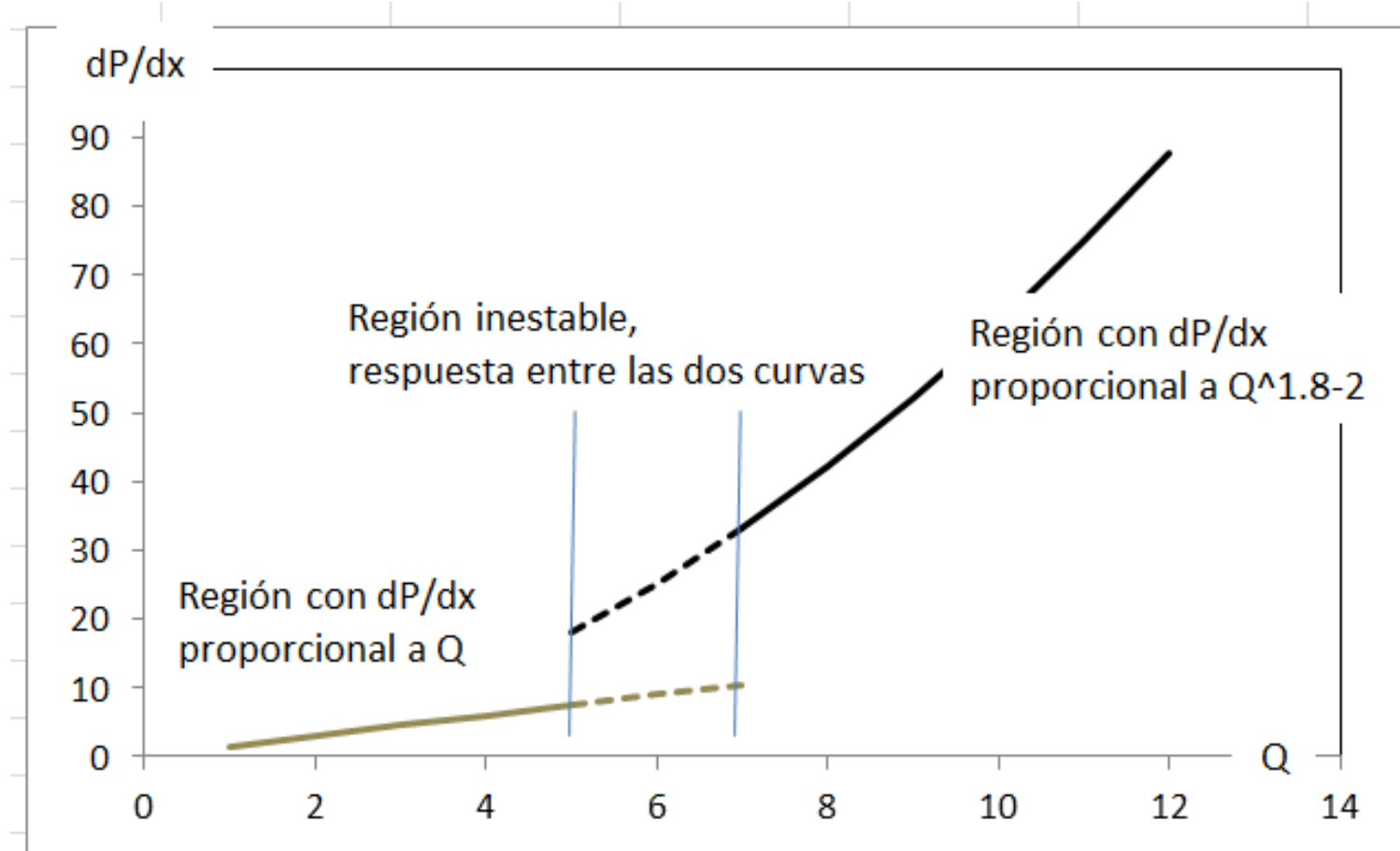
La alteración de las líneas de flujo causada por los accesorios, produce un incremento significativo de la turbulencia, lo que genera una pérdida de carga significativa, pese a la reducida longitud de los accesorios.

Determinación experimental de la pérdida de carga por fricción en un tramo de conducción horizontal de longitud L



Determinación experimental de la pérdida de carga por fricción en un tramo de conducción horizontal de longitud L

Resultados experimentales:

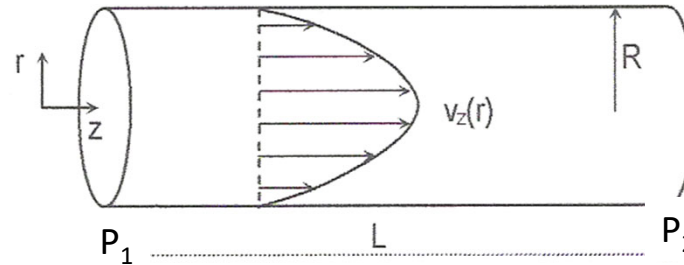


Determinación experimental de la pérdida de carga por fricción en un tramo de conducción horizontal de longitud L

Aplicando el BM al Volumen de Control:

Siendo flujo incompresible: $Q_1 = Q_2$

Siendo sección constante: $u_1 = u_2$



Aplicando BEM al Volumen de Control: $-\hat{W}_S = \Delta P / \rho g + \Delta z + \frac{\Delta u^2}{2\alpha g} + \Delta h_f$

Trabajo al eje nulo, sin variación de altura ni de energía cinética

$$\Delta h_f = - \Delta P / \rho g$$

Pérdida de carga en conducción cilíndrica ¿De qué depende?

$$\text{BEM: } 0 = \Delta P / \rho g + \Delta z + \frac{\Delta u^2}{2\alpha g} + \Delta h_f$$

Si es incompresible, por tener sección constante: $u_2 = u_1$

$$\text{BEM: } 0 = \Delta P / \rho g + \Delta z + \Delta h_f \quad (1)$$

Por Balance de Cantidad de Movimiento aplicado al VC:

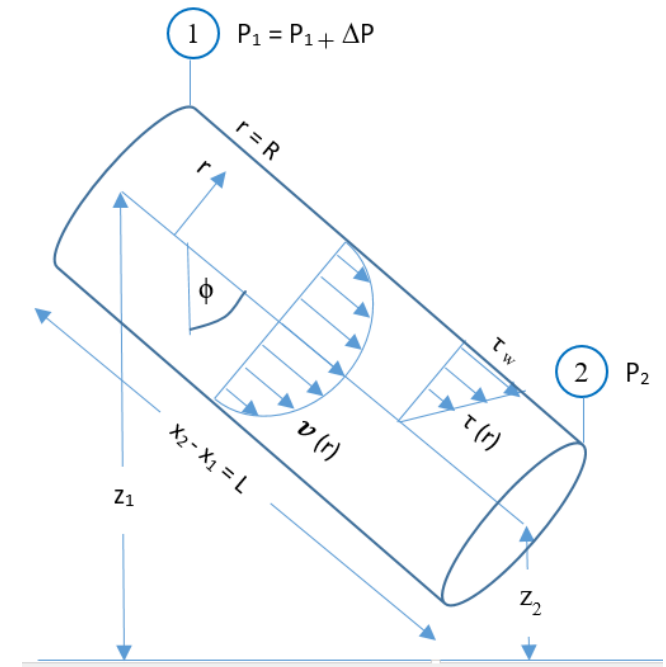
$$\sum F_x = \Delta (w \cdot u) = 0, \text{ entonces: } (P_1 - P_2) \cdot \pi R^2 + \rho g (\pi R^2) L \cos \phi = \tau_w (2\pi R) L$$

Fuerza debida a la presión + Fuerza gravitatoria = fuerza por fricción sobre el tubo

$$P_1 - P_2 = -\Delta P \text{ y } L \cos \phi = -\Delta z, \text{ entonces: } -\Delta P \pi R^2 - \rho g (\pi R^2) \Delta z = \tau_w (2\pi R) L$$

Despejando Δz , sustituyéndolo en (1) y despejando Δh_f resulta: $\Delta h_f = 4 / \rho g \tau_w L / D \quad (2)$

Conclusión: La pérdida de carga por fricción es directamente proporcionales a τ_w y a L/D
no depende de la inclinación de la conducción



Factor de Fricción en una conducción cilíndrica

El Factor de Fricción de Fanning es el número adimensional que resulta del cociente entre el esfuerzo rasante sobre la tubería y la energía cinética del fluido:

$$f_f = \tau_w / (\rho u^2 / 2) , \text{ de donde } \tau_w = f_f (\rho u^2 / 2)$$

De (2): $\Delta h_f = 4 / \rho g \tau_w L / D$, entonces $\tau_w = \rho g \Delta h_f / 4 \cdot D / L$

$$\Delta h_f = 4 f_f \cdot L / D (u^2 / 2g) \quad \text{factor de Fanning}$$

Factor de Fricción de Blasius o Darcy (f): es 4 veces del de Fanning

$$\Delta h_f = f \cdot L / D (u^2 / 2g) \quad \text{Factor de Blasius}$$

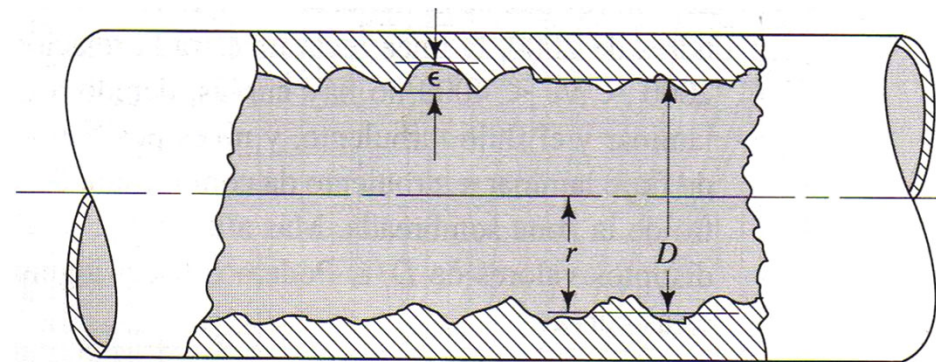
Para flujo **Laminar** ($Re < 2100$)

$f = 64 / Re$ siendo $Re = \rho u D / \mu$ el número de Reynolds (ver FTIP)

Para flujo **Turbulento** ($Re > 4000$)

$f = f(Re, \epsilon / D)$, siendo ϵ la rugosidad de la tubería y D su diámetro

Estas relaciones funcionales han sido modeladas mediante varias ecuaciones y representadas gráficamente en el diagrama de Moody



Factor de Fricción en una conducción cilíndrica (Fluidos Newtonianos)

En el Diagrama de Moody se distinguen las siguientes zonas:

Zona Laminar: $Re < 2100$: $f = 64/Re$ (no depende de la rugosidad)

Zona Crítica: $2100 < Re < 4000$ (flujo indefinido e inestable)

Zona Turbulenta:

Se divide en dos zonas por la línea punteada:

Zona Turbulenta de Transición, para Re “no muy altos” o conducción lisa $f = f(Re, e/D)$

Zona Totalmente Turbulenta, para Re “muy altos” o conducción muy rugosa $f = f(e/D)$

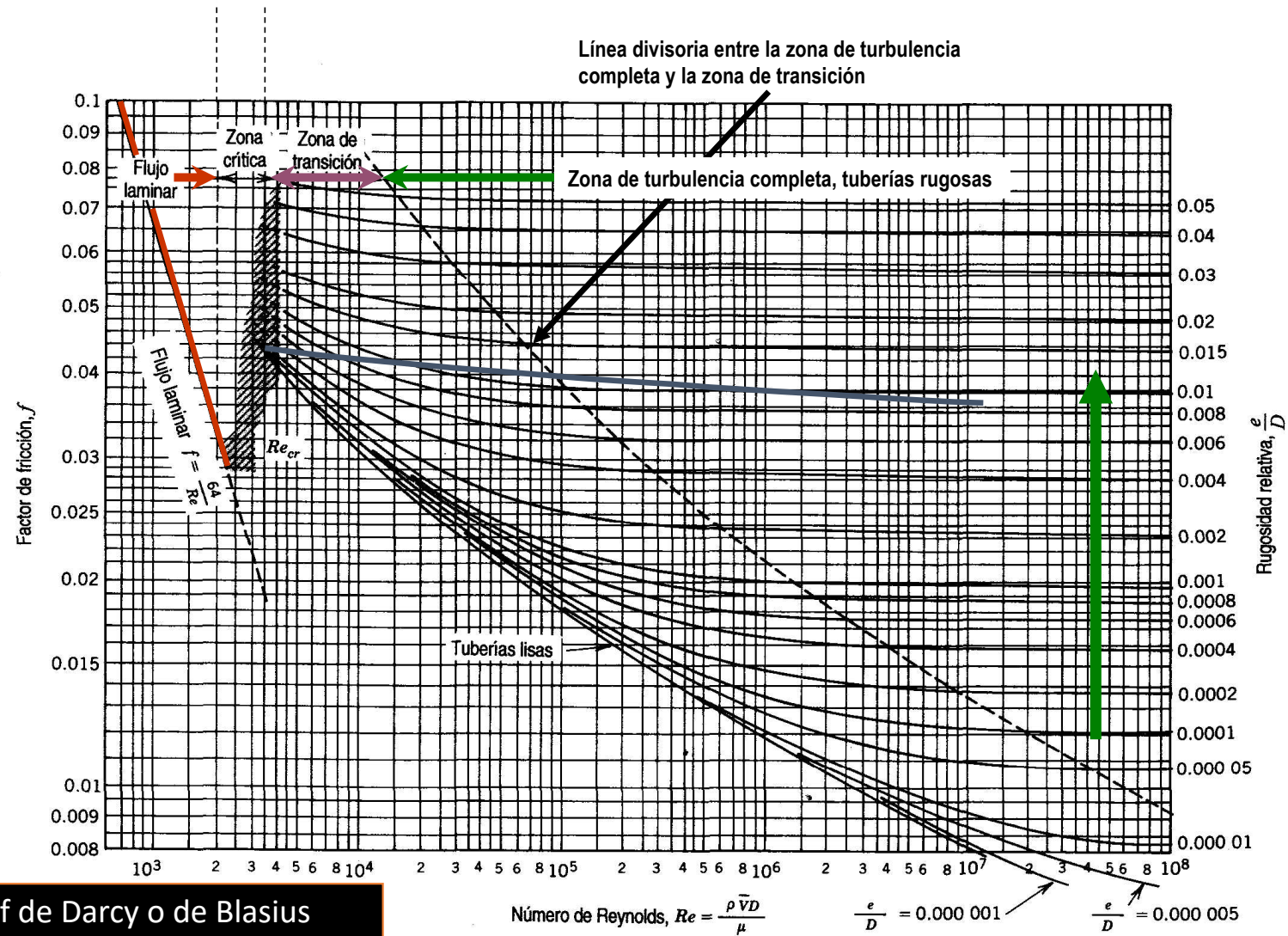
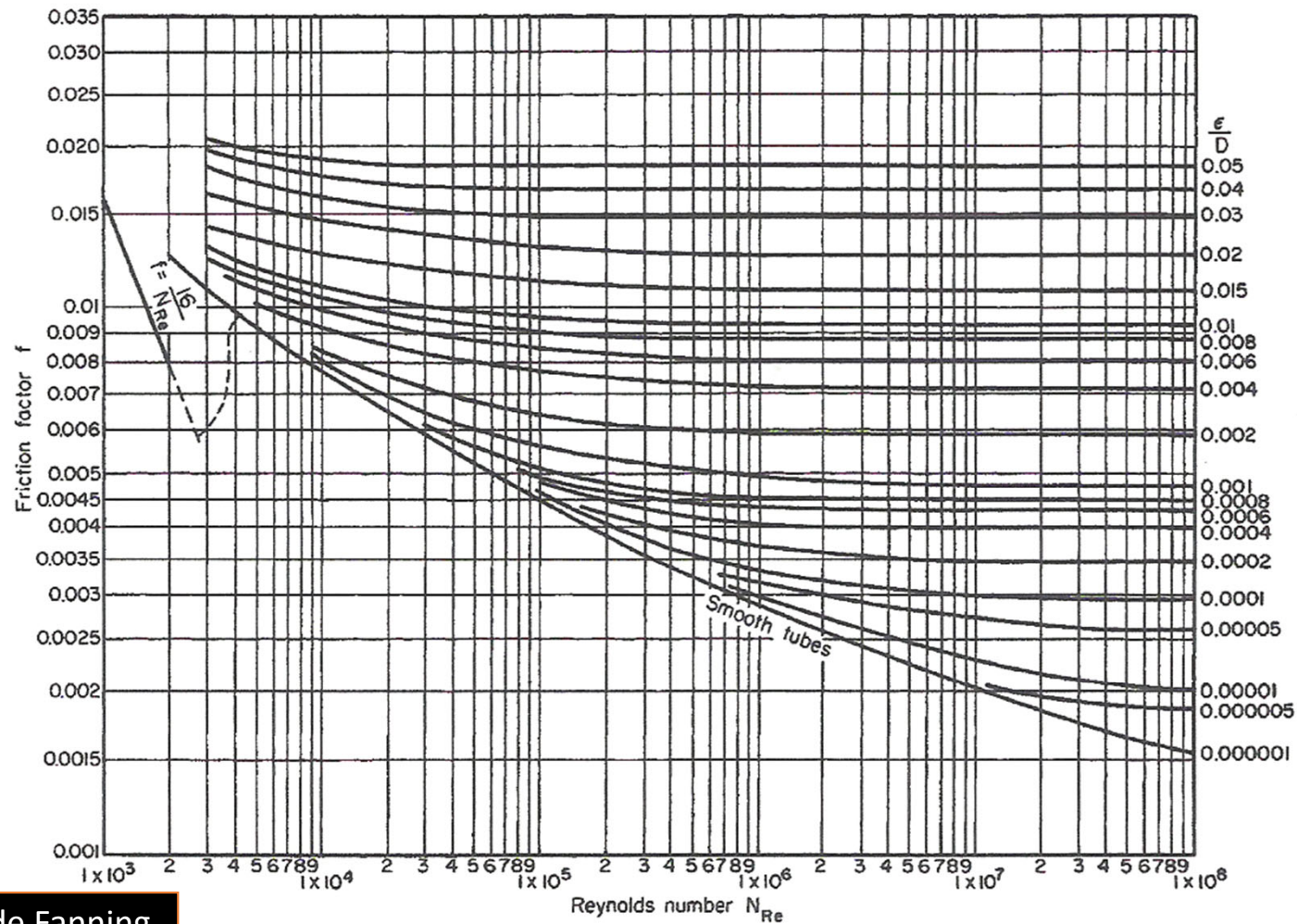


Fig. 8.14 Factor de fricción para flujo completamente desarrollado en tuberías circulares. (Datos de [6], empleados con autorización.)



f de Fanning

FIG. 6-9 Fanning Friction Factors. Reynolds number $Re = DV\rho/\mu$, where D = pipe diameter, V = velocity, ρ = fluid density, and μ = fluid viscosity. (Based on Moody, Trans. ASME, **66**, 671 [1944].)

Nota:
f de Fanning =
 $\frac{1}{4}$ f de Darcy

(Perry's Chemical Engineers' Handbook, 1999)

Valores recomendados de rugosidad absoluta (ϵ) para tuberías nuevas

Tabla 6.1. Valores recomendados de rugosidad para conductos comerciales.

Material	Condición	ϵ		Incertidumbre, %
		ft	mm	
Acero	Lámina metálica, nueva	0,00016	0,05	±60
	Inoxidable	0,000007	0,02	±50
	Comercial, nuevo	0,00015	0,046	±30
Hierro	Estriado	0,01	3,0	±70
	Oxidado	0,007	2,0	±50
	Fundido, nuevo	0,00085	0,26	±50
	Forjado, nuevo	0,00015	0,046	±20
	Galvanizado, nuevo	0,0005	0,15	±40
	Fundido asfáltico	0,0004	0,12	±50
Latón	Laminado	0,000007	0,002	±50
Plástico	Tubo laminado	0,000005	0,0015	±60
Vidrio	—	Liso	Liso	
Hormigón	Liso	0,00013	0,04	±60
	Rugoso	0,007	2,0	±50
Caucho	Liso	0,000033	0,01	±60
Madera	En duelas	0,0016	0,5	±40

Valores de rugosidad absoluta para tuberías usadas

Los valores de **rugosidad** tabulados generalmente son para tuberías **nuevas**.

Con el **tiempo**, ocurre:

corrosión (adelgazamiento)

formación de depósitos calcáreos y herrumbre sobre las paredes de la tubería.

- aumenta de manera apreciable la **rugosidad** de la pared y
- reduce el **diámetro** efectivo



ϵ/D puede aumentar en factores de 2 a 5 en tuberías viejas



Cálculo de factor de fricción mediante correlaciones

Correlación de **Colebrook-White**

Fluido **Newtoniano**

Válida para **Re > 4000**

Tubería **rugosa**

$$\frac{1}{f^{0.5}} = -2.0 \log \left(\frac{\varepsilon / D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} f^{0.5}} \right)$$

Es necesario iterar para evaluar f .

Miller sugiere que una sola iteración da un resultado dentro del 1% si la estimación inicial se calcula a partir de:

$$f_0 = 0.25 \left[\log \left(\frac{\varepsilon / D}{3.7} + \frac{5.74}{\text{Re}^{0.9}} \right) \right]^{-2}$$

Cálculo de factor de fricción mediante correlaciones

Fórmulas explícitas

- Fórmulas de Moody, Wood, Churchill, Chen, Shacham, Barr, Haalands, Manadillis, Massey o Romeo, con distinta exactitud y entorno de aplicación
- Churchill 1977 (cubre todos los regímenes de flujo y todo rango de rugosidad)

$$f = 8 \left[\left(\frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A + B)^{3/2}} \right]^{\frac{1}{12}}$$

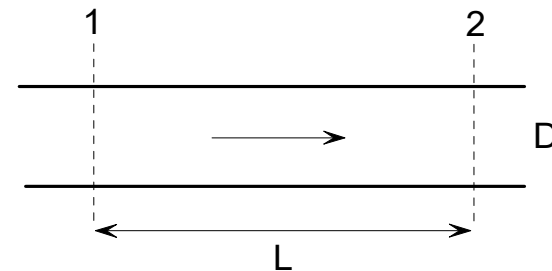
donde:

$$A = \left[2.457 \ln \frac{1}{\left(\frac{7}{Re} \right)^{0.9} + 0.27 \frac{\varepsilon}{D}} \right]^{16} \quad B = \left(\frac{37530}{Re} \right)^{16}$$

Factor de Fricción en una conducción cilíndrica (No Newtonianos)

Para fluidos **no Newtonianos** que siguen la ley de potencia
Y en régimen de **Flujo Laminar**

$$\tau_{yx} = - \left(k \left| \frac{dv_x}{dy} \right|^{n-1} \right) \frac{dv_x}{dy}$$



$$u = \left(\frac{-\Delta P}{2 k L} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{n}{3 n + 1} \right) R^{\left(\frac{n+1}{n} \right)}$$

(1)

u es la velocidad media
n es el exponente de la ley de potencia
k es el índice de consistencia

Del balance de energía:

$$\frac{-\Delta P}{\rho g} = \Delta h_f = f \frac{L}{D} \frac{u^2}{2 g} \quad (2)$$

Factor de Fricción en una conducción cilíndrica (No Newtonianos)

Para fluidos **no Newtonianos** que siguen la ley de potencia y en régimen de **Flujo Laminar**

Si definimos Re_{gral} tal que:

$$f = \frac{64}{Re_{gral}}$$

Despejando $(-\Delta P)$ de la ecuación (1) y sustituyendo en la (2) se llega a:

$$Re_{gral} = \frac{\rho u^{2-n} D^n}{2^{n-3} k \left[\frac{3n+1}{n} \right]^n}$$

Si $n = 1$ (fluido Newtoniano, $k = \mu$):

$$Re_{gral} = \frac{\rho u D}{\mu} = Re$$

Factor de Fricción en una conducción cilíndrica (No Newtonianos)

Para fluidos **no Newtonianos** que siguen la ley de Potencia de Ostwald-de-Waele en régimen de **Flujo Turbulento** y en **tubería lisa**

Correlación de Dodge y Metzner (1959) (Ref. Perry, 1999)

$$\frac{1}{f_F^{0.5}} = \frac{4}{n^{0.75}} \log \left[\text{Re}_{\text{gral}} f_F^{\left(1-\frac{n}{2}\right)} \right] - \frac{0.4}{n^{1.2}}$$

- donde
- n es el exponente de la ley de potencia,
 - f_F es el factor de fricción de *Fanning* ($= f/4$)
 - Re_{gral} es el Re generalizado

Factor de Fricción en una conducción cilíndrica (No Newtonianos)

Metzner (1959) recomienda el uso del siguiente diagrama para fluidos No Newtonianos que siguen la Ley de Potencia en tubería lisa.

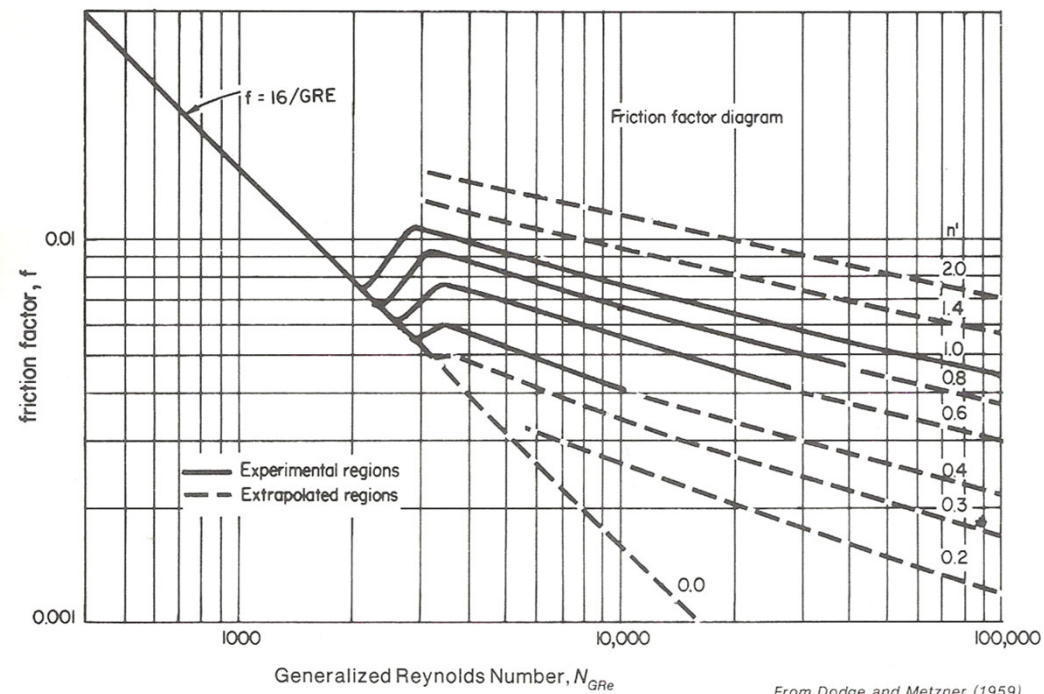


FIG. 2.13. FRICTION FACTOR—GENERALIZED REYNOLDS NUMBER CHART FOR NON-NEWTONIAN FLOW IN CYLINDRICAL TUBES

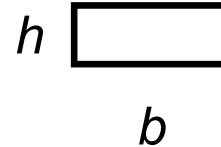
From Dodge and Metzner (1959)

Pérdidas de carga por fricción en conducciones no cilíndricas

Se pueden utilizar las mismas correlaciones empíricas vistas para conducciones circulares, si sus secciones transversales no son muy diferentes.

Por ejemplo, para ductos de sección **cuadrada** o **rectangular**, se pueden usar con error generalmente aceptable si:

$$\text{altura/ancho} = h/b < 4$$



Se utiliza el **diámetro hidráulico**, definido como:

$$D_h \equiv \frac{4 A}{P} = \frac{4 (\text{área de flujo})}{\text{perímetro mojado}}$$

De acuerdo esta ecuación: ¿Cuánto vale el D_h de una conducción cilíndrica?

Pérdidas de carga por fricción en conducciones no cilíndricas

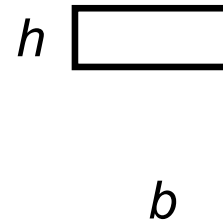
El **perímetro mojado** es la longitud de pared en contacto con el fluido que circula en cualquier sección transversal.

Para un ducto circular:

$$D_h \equiv \frac{4 A}{P} = \frac{4 \left(\frac{\pi D^2}{4} \right)}{\pi D} = D$$

Para un ducto rectangular:

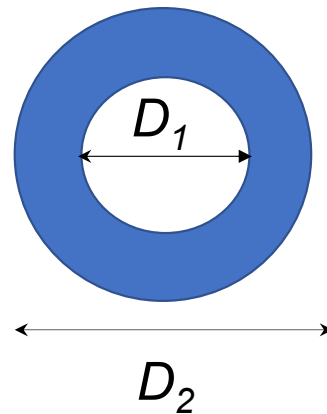
$$D_h = \frac{4 b h}{2 (b + h)}$$



Pérdidas de carga por fricción en conducciones no cilíndricas

Para un ducto anular circular:

$$D_h \equiv \frac{4 A}{P} = \frac{4 \left(\frac{\pi D_2^2}{4} - \frac{\pi D_1^2}{4} \right)}{(\pi D_2 + \pi D_1)} = D_2 - D_1$$



Pérdidas de carga por fricción en Accesorios

Se deben al efecto de la fricción interna del fluido causada por las turbulencias, y a la fricción del fluido con las paredes.

$$\Delta h_f \text{ total} = \Delta h_f \text{ tubería} + \Delta h_f \text{ accesorios}$$

Entre los accesorios consideramos las entradas a tubería, los cambios de diámetro, las derivaciones, los cambios de dirección, las válvulas y cualquier otro elemento de la conducción que no sea tubería de sección constante.

La alteración de las líneas de flujo causada por los accesorios, produce un incremento significativo de la turbulencia, lo que genera una pérdida de carga significativa, pese a la reducida longitud de los accesorios. Esta pérdida de carga se produce no solo en el accesorio, sino también en los tramos de conducción anterior y sobre todo posterior.

Pérdidas de carga por fricción en Accesorios

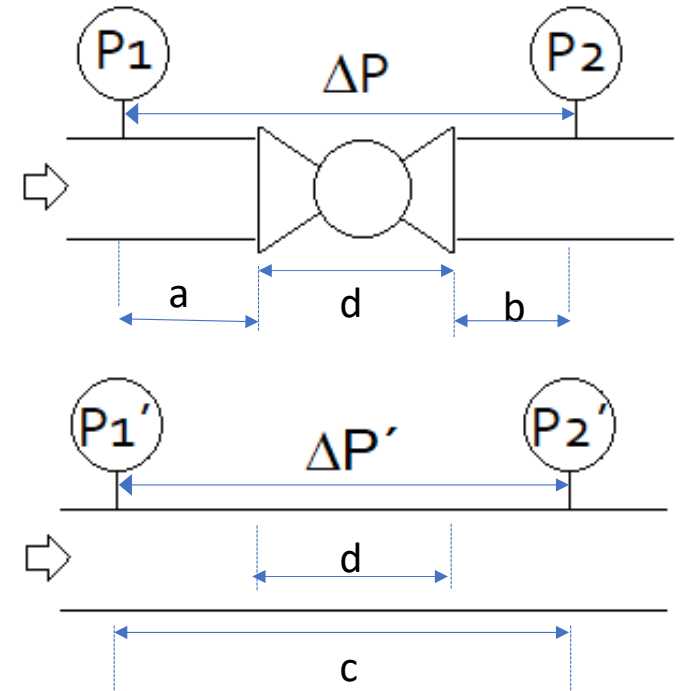
Determinación experimental:

Por BEM entre 1 y 2 : $\Delta h_f = - \Delta P / \rho g$

La caída de presión debida al accesorio, se puede calcular como la ΔP menos la pérdida de carga debida a un tramo de tubería recta de longitud $a+b$, con flujo completamente desarrollado, que se puede determinar como $\Delta P' (a + b)/c$

En consecuencia:

$$\Delta h_{f_{\text{accesorio}}} = - (\Delta P - \Delta P' (a + b)/c) / \rho g$$



Arriba: tramo con accesorio (válvula)
Abajo: tramo de tubería con flujo completamente desarrollado

Pérdidas de carga por fricción en Accesorios

CONSTANTE DE PERDIDA DE CARGA

Experimentalmente se encuentra que

$$\Delta h_f \text{ accesorio} \cong K u^2 / 2g$$

siendo **K** una constante adimensional característica y **u** la velocidad media en la tubería.

Como aproximación **K** se considera independiente del Re y de la rugosidad de la pared.

K cambia con:

- el diseño de cada accesorio (depende del fabricante)
- el diámetro nominal del accesorio (K se reduce al aumentar el diámetro, pues baja ε/D)
- el desgaste, la corrosión e incrustaciones del accesorio (en gral. K aumenta con el tiempo)
- y en el caso de válvulas K aumenta con el grado de cierre
(normalmente se publica el valor de K para la válvula abierta totalmente)

Pérdidas de carga por fricción en Accesorios

LONGITUD EQUIVALENTE:

$$\Delta h_f \text{ accesorio} = K u^2 / 2g$$

$$\Delta h_f \text{ tubería} = f L / D u^2 / 2g$$

Por analogía, se define la longitud equivalente de un accesorio L_{eq} tal que

$$K = f L_{eq} / D$$

f cambia con el diámetro de tubería en el mismo sentido que K , de modo que L_{eq}/D tiene menor variación con el diámetro que K .

En consecuencia, algunos fabricantes informan para su accesorios el valor de L_{eq}/D para calcular

$$\Delta h_f \text{ accesorio} = f L_{eq} / D u^2 / 2g$$

Pérdidas de carga por fricción en Accesorios

MÉTODO DE CRANE:

Crane es un fabricante que desarrolló un método de cálculo de pérdidas de carga para sus accesorios de acero comercial, basado en el modelo de longitud equivalente, pero asignando a f el valor correspondiente a completa turbulencia (f_T) para cada diámetro de tubería de acero comercial, en el entendido que la turbulencia es muy alta en los accesorios.

$$\Delta h_f \text{ accesorio} = k f_T u^2 / 2g$$

Note que para CRANE $K = k f_T$

El manual desarrollado por CRANE para el cálculo de pérdidas de carga a ganado gran popularidad y será utilizado en el desarrollo de este curso.

(La adecuada interpretación de las tablas de CRANE y de la tabla de tuberías de acero comercial forman parte de los objetivos de este teórico, por lo que sugerimos su lectura)

Pérdidas de carga por en una conducción con accesorios

En una conducción los accesorios están en serie, de modo que las pérdidas de carga por fricción se acumulan:

Si la conducción es de sección constante:

$$\Delta h_f \text{ total} = \Delta h_f \text{ tubería} + \Delta h_f \text{ accesorios} = (f L/D + \Sigma K) u^2/2g$$

Si hay tramos de dos secciones distintas:

$$\Delta h_f \text{ total} = (f L/D_1 + \Sigma K_1) u_1^2/2g + (f L/D_2 + \Sigma K_2) u_2^2/2g$$

Subíndice 1 refiere a los tramos de una sección y subíndice 2 refiere a los tramos de la otra sección

Autoevaluación

- 1) Exprese de la manera más sencilla posible, el BM de un volumen de control que tiene una sola entrada y una sola salida, ambas con igual área, sabiendo que el fluido es incompresible.
- 2) Explique conceptualmente el significado físico de los siguientes términos:

$$\int_{SC} \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA \quad \int_{SC} P (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA$$

- 3) ¿Cuál de los siguientes términos es adimensional?

$$gz_2 \quad \frac{u_2^2}{2\alpha} \quad \frac{u_2^2}{2\alpha g} \quad \frac{u_2^2}{gz_2}$$

- 4) En una conducción de agua ¿puede aumentar la presión en el sentido del flujo?
- 5) En estado estacionario, la energía mecánica que sale de un volumen de control que contiene una conducción sin impulsor, ¿puede ser mayor a la que entra?
- 6) En el caso del flujo laminar, ¿Cuál es la relación entre la velocidad media y la pérdida de carga?
- 7) ¿Cómo evoluciona el número de Re a lo largo de una conducción vertical de sección constante, por el que circula un fluido newtoniano incompresible en estado estacionario?
- 8) ¿Cuáles son las unidades del sistema internacional para la presión, la densidad, la velocidad y la viscosidad?

Autoevaluación (continuación)

- 9) Si por una tubería de acero comercial nuevo y de 5cm de diámetro interno fluyen $10\text{m}^3/\text{h}$ de agua, ¿Cuánto vale la pérdida de carga por metro de tubería debida a la fricción? (puede asumir $\rho = 1\text{kg/L}$ y $\mu = 1 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$)
- 10) Si una conducción de sección circular y una de sección cuadrada tienen el mismo perímetro ¿Cuál tiene mayor diámetro hidráulico?
- 11) ¿Dos codos del mismo diámetro pueden tener distinto coeficiente de pérdida de carga? ¿Por qué?
- 12) ¿Cuál es la pérdida de carga producida por una válvula esclusa de 2 pulgadas totalmente abierta, si el fluido circula por la conducción de igual diámetro a una velocidad de 2m/s ? (utilice el método de CRANE)

Bibliografía Específica:

Flujo de fluidos en válvulas, accesorios y tuberías. División de Ingeniería de CRANE, 1992