「Codeforces 1186F」Vus the Cossack and a Graph

Siyuan (https://blog.orzsiyuan.com/author/1/) 2019 年 07 月 03 日 594 次浏览 5 条评论
4185 字数 题解 (https://blog.orzsiyuan.com/category/Problem/)

题目链接：Codeforces 1186F (https://codeforces.com/contest/1186/problem/F)

Vus 有一张包含 n 个点和 m 条边的图。设 d_i 表示第 i 个点的度数。他需要保留 $\left\lceil \frac{n+m}{2} \right\rceil$ 条边，设 f_i 表示新图中第 i 个点的度数。他需要对于所有的 i 保证 $\left\lceil \frac{d_i}{2} \right\rceil \leq f_i$。

请你帮 Vus 保留一些边使这张图满足条件。

数据范围：$1 \leq n \leq 10^6$，$0 \leq m \leq 10^6$。

Solution

解法 1

考虑**随机**吊打标算！

我们对边进行随机打乱，然后从前往后扫一遍，只要能删除当前边就直接删除。如果最后剩余的边数满足条件则直接输出；否则重新打乱……

~~事实上出题人是拿脚造的数据，随机不但能通过本题，而且只需要 $500\ \mathrm{ms}$！~~

解法 2

考虑标算。

我们新建一个虚点 0，对于所有度数为奇数的点和 0 点连一条边，设新图中边的数量为 k 则一定有 $k \leq n+m$。发现新图中每个点的度数都是**偶数**，则一定可以找到一条**欧拉回路**。考虑一种删边方式：将欧拉回路中偶数位置的边删除，这样剩余边数为 $\left\lceil \frac{k}{2} \right\rceil = \left\lceil \frac{n+m}{2} \right\rceil$ 满足条件。

接下来证明每个点的度数「相对新图」是满足条件的。对于欧拉回路 $e_1, e_2, \ldots, e_k$ 中任意相邻的两条边 e_i, e_{i+1}，假设 $e_i = (u, v), e_{i+1} = (v, w)$，这两条边中会且仅会删除其中一条边。那么 v 的度数只会减少 1，正确性得证（对于第 $1, n$ 条边，我们考虑 (e_n, e_1) 和 (e_n, e_1) 这两组边）。

上文特别强调了「相对新图」，由于新图中存在**虚边**，这些边对于度数会有影响。于是在删去虚边后有可能不满足条件（反例比比皆是），我们在原方法上贪心删边：

- 如果第 i 条边为虚边，那么不进行任何修改。
- 如果第 i 条边为实边，且在原方案中需要删除。那么贪心地考虑第 $i-1, i+1$ 条边。如果任意一条为虚边则贪心删除虚边，而不删除实边；否则删除实边。

最后还有一个问题：一条虚边为什么不会被删除多次？~~读者自证不难。~~显然一旦出现虚边则一定连续出现两次。

对于原图不一定连通，所以要对每个连通块分别计算。

时间复杂度：$O(n+m)$。

Code

解法 1

```cpp
#include <cstdio>
#include <cstdlib>
#include <ctime>
#include <algorithm>

const int N = 1e6 + 5;

int n, m, d[N], D[N], f[N];
bool del[N];

struct Edge {
    int u, v;
} e[N];

int main() {
    srand(time(0) + ('Q' + 'Y' + 'A' + 'K' + 'I' + 'O' + 'I'));
    scanf("%d%d", &n, &m);
    for (int i = 1; i <= m; i++) {
        scanf("%d%d", &e[i].u, &e[i].v);
```

解法 2

```
#include <cstdio>
#include <algorithm>
#include <vector>

const int N = 1e6 + 5, M = 4e6 + 5;

int n, m, tot = 1, cnt, deg[N], lnk[N], ter[M], nxt[M], idx[M];
bool visNode[N], visEdge[M], del[M];
std::vector<int> p;

void addEdge(int u, int v, int x) {
    ter[++tot] = v, nxt[tot] = lnk[u], lnk[u] = tot, idx[tot] = x;
}
bool isReal(int x) {
    return x <= m;
}
void dfs1(int u) {
    visNode[u] = true;
    if (deg[u] & 1) {
```


下一篇 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/Codeforces-1186E-Vus-the-Cossack-and-a-Field/)
上一篇 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/SPOJ-16607-IE1-Sweets/)

5 条评论

M_sea (http://m-sea-blog.com)
July 11th, 2019 at 15:39

Orz Siyuan 随机艹标算

回复 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/Codeforces-1186F-Vus-the-Cossack-and-a-Graph/?replyTo=248#respond-post-973)

Siyuan (http://orzsiyuan.com) 博主
July 11th, 2019 at 15:41

@M_sea 其实是数据水 QAQ

回复 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/Codeforces-1186F-Vus-the-Cossack-and-a-Graph/?replyTo=250#respond-p

M_sea (http://m-sea-blog.com)

July 11th, 2019 at 15:42

@Siyuan 为什么要屏蔽下划线啊 QAQ

顺便帮我把我 ID 改成 M_sea 吧 QAQ

回复 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/Codeforces-1186F-Vus-the-Cossack-and-a-Graph/?replyTo=251#re

Siyuan (http://orzsiyuan.com) 博主

July 11th, 2019 at 16:05

@M_sea 锅++

回复 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/Codeforces-1186F-Vus-the-Cossack-and-a-Graph/?replyTo=253#respond-p

高麟翔

July 3rd, 2019 at 12:09

Orz Siyuan 随机艹标算

回复 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/Codeforces-1186F-Vus-the-Cossack-and-a-Graph/?replyTo=242#respond-post-973)

发表评论

评论 *

说点什么吧……

表情

私密评论

名称 *

姓名或昵称

邮箱 *

邮箱 (必填,将保密)

地址

网站或博客

发表评论

热门文章

(https://blog.orzsiyuan.com/archives/ZJOI-2019/) ZJOI 2019 游记 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/ZJOI-2019/) 6051

(https://blog.orzsiyuan.com/archives/hehezhou-AK-CSP-2019/) CSP 2019 算法模板复习 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/hehezhou-AK-CSP-2019/) 2892

(https://blog.orzsiyuan.com/archives/Polynomial-Template/) 【算法笔记】多项式模板 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/Polynomial-Template/) 1080

(https://blog.orzsiyuan.com/archives/SDOI-2017-Number-Table/) 【SDOI 2017】数字表格 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/SDOI-2017-Number-Table/) 1028

(https://blog.orzsiyuan.com/archives/TJOI-2019-Sing-Dance-Rap-and-Basketball/) 【TJOI 2019】唱、跳、rap 和篮球 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/TJOI-2019-Sing-Dance-Rap-and-Basketball/) 843

博客信息

文章数目	**187**
评论数目	**243**
运行天数	**1年25天**
最后活动	**4 个月前**