

2015 年全国初中数学联合竞赛初一试题参考答案及评分标准

说明：评阅试卷时，请依据本评分标准.第一试，选择题和填空题只设 7 分和 0 分两档；第二试各题，请按照本评分标准规定的评分档次给分.如果考生的解法和本解答不同，只要思路合理，步骤正确，在评卷时请参照本评分标准划分的档次，给予相应的分数.

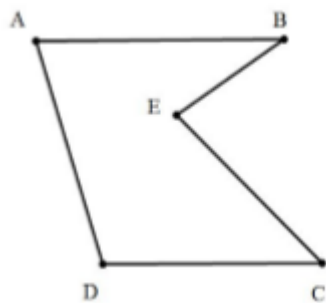
第一试

一、选择题：（本题满分 42 分，每小题 7 分）

1. 若实数 a, b 满足 $a + 2b + a^2 + 4 = 4a$ ，则 $(a+b)^{2015} = (\quad)$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2015

2. 如图所示， $\angle A = 70^\circ, \angle B = 30^\circ, \angle C = 50^\circ, \angle D = 110^\circ$ ，则 $\angle CEB = (\quad)$

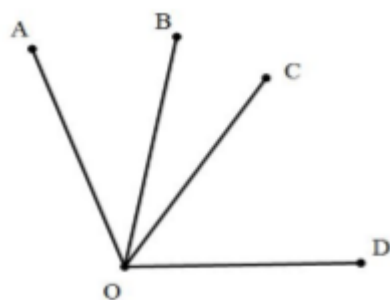


- A. 70° B. 80°
C. 90° D. 110°

3. 若实数 a 满足 $a^2 - 3a - 1 = 0$ ，则 $a^3 - 10a = (\quad)$

- A. -12 B. -3 C. 0 D. 3

4. 如图所示, $\angle AOC = 50^\circ$, $\angle BOD = 80^\circ$, $\angle COD = 2\angle AOB$, 则 $\angle BOC =$ ()



- A. 15° B. 20°
C. 25° D. 30°
5. 在一年的某月里, 周五、周六出现的天数比周日多, 周一、周二、周三、周四出现的天数不超过周日, 则该月份一定不是 ()
- A. 三月 B. 四月 C. 六月 D. 十一月
6. 设 $M = \frac{1}{3^3-12} + \frac{1}{4^3-16} + \dots + \frac{1}{2015^3-4 \cdot 2015}$, 则 $100M$ 最接近哪个整数 ()
- A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

二、填空题 (本题满分 28 分, 每小题 7 分)

7. 若两个不等实数 a, b 满足 $a^2 = b+2, b^2 = a+2$, 则 $a+b =$ _____.

8. 有一项工程, 若甲、乙合作 10 天可以完成. 甲单独工作 13 天后, 因某原因离开了, 此后由乙来接替, 乙 3 天后完成了这项工程, 则甲的工作效率是乙的 _____ 倍.

9. 若 x 为实数, 则代数式 $|x-1|+|2x-1|+|x-2|+|x-3|$ 最小值为_____.

10. 若正整数 n 有 6 个正约数 (包括 1 和本身), 称其为“好数”, 则不超过 50 的好数有_____个.

第二试

一、(本题满分 20 分) 定义运算 $*$: $x*y = ax + y + bxy$, 且 $2*3 = 13, 3*4 = 22$. 若非负整数 m, n 满足 $m*n = 17$, 求 m 和 n 的值.

二、(本题满分 25 分) 正整数 a, b, c, d 满足 $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$, 求 $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ 的最小值.

三、(本题满分 25 分) 设实数 $x_1, x_2, \dots, x_n (n \geq 4)$ 的绝对值均为 1, 且

$$x_1 x_2 x_3 x_4 + x_2 x_3 x_4 x_5 + \dots + x_n x_1 x_2 x_3 = 1,$$

求证: $4 \mid n-1$.