

### 第三讲 数论连环拳

【例 1】不定方程  $3x^2 + 7xy - 2x - 5y - 17 = 0$  的全部正整数解  $(x, y)$  的组数为 ( )

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

【例 2】设  $n$  为正整数, 若不超过  $n$  的正整数中质数的个数等于合数的个数, 则称  $n$  为好数, 那么所有好数的和为 ( )

- A. 33                      B. 34                      C. 2013                      D. 2014

【例 3】有 2014 个数排成一行, 其中任意三个相邻数中, 中间的数等于它前后两数的和, 若第一个数和第二个数都是 1, 则这 2014 个数的和等于 ( )

- A. 2014                      B. 1                      C. 0                      D. -1

【例 4】按右边算式, 则最后一排的数字为\_\_\_\_\_.

$$\begin{array}{r} \text{G52E} \\ \times) \quad \quad 3\text{F} \\ \hline \square\square6\square8 \\ +) 2\square\square\square2 \\ \hline \square7\square\square\square\square \end{array}$$

【例 5】在 0, 1, 2, .....50 这 51 个数中, 能同时被 2, 3 整除的数有\_\_\_\_\_个.

【例 6】一组同学被分派去给 1775 棵小树苗浇水, 每位同学每小时浇完 30 棵小树苗, 一小时后, 部分同学被分派去做其他工作, 2 小时后, 相同数量的同学被分派去做其他工作, 3 小时, 又有相同数量的同学被分派去做其他工作, 浇完这些小树苗共用 3 小时 10 分钟, 则在开始的 1.5 小时内浇完的小树苗为\_\_\_\_\_棵.

【例 7】在一年的某月里, 周五、周六出现的天数比周日多, 周一、周二、周三、周四出现的天数不超过周日, 则该月份一定不是 ( )

- A. 三月                      B. 四月                      C. 六月                      D. 十一月

【例 8】若正整数  $n$  有 6 个正约数 (包括 1 和本身), 称其为好数, 则不超过 50 的好数共有 \_\_\_\_\_ 个.

【例 9】设  $x_1, x_2, \dots, x_{2014}$  都是 +1 或 -1, 证明:

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \dots + 2014x_{2014} \neq 0$$

【例 10】用  $[a]$  表示不大于  $a$  的最大整数, 已知  $x, y$  满足  $\begin{cases} [x] - y = 3 \\ 2[x - 2] + y = 5 \end{cases}$ , 求  $[x + y]$  的值.

【例 11】定义运算:  $x * y = ax + y + bxy$ , 且  $2 * 3 = 13$ ,  $3 * 4 = 22$ , 若非负整数  $m, n$  满足  $m * n = 17$ , 求  $m$  和  $n$  的值.

【例 12】设实数  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ( $n \geq 4$ ) 的绝对值均为 1, 且  $x_1x_2x_3x_4 + x_2x_3x_4x_5 + \dots + x_nx_1x_2x_3 = 1$ ,

求证:  $4 \mid n - 1$ .