

2016 年全国初中数学联合竞赛（初二年级）试题

参考答案及评分标准

说明：评阅试卷时，请依据本评分标准。

第一试，选择题和填空题只设 7 分和 0 分两档；

第二试各题，请按照本评分标准规定的评分档次给分。如果考生的解法和本解答不同，只要思路合理，步骤正确，在评卷时请参照本评分标准划分的档次，给予相应的分数。

第一试 (C)

一、选择题（本题满分 42 分，每小题 7 分）

1. 已知 a 为实数，关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax + 2y = 24 \\ 2x + 2y = a \end{cases}$ 有整数解，则 a 的个数为 ()

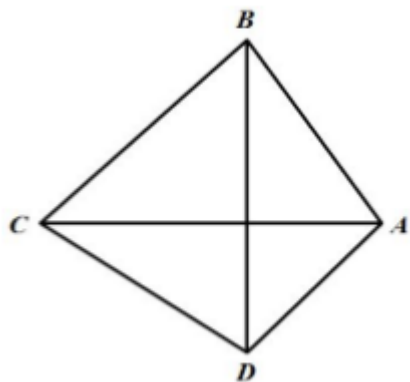
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

2. 定义运算 $a * b = \frac{a(a-1)(a-2) \times \cdots \times (a-b+2)(a-b+1)}{b(b-1)(b-2) \times \cdots \times 2 \times 1}$ ，则 $10 * 7 =$ ()

A. 720 B. 120
C. 240 D. 80

3. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AC \perp BD$ ，若
 $AB = 5\sqrt{3}, AD = 5\sqrt{2}, CD = 12$ ，则 $BC =$ ()

A. $\sqrt{219}$ B. $4\sqrt{61}$ C. 5 D. 13



4. 定义 $n! = 1 \times 2 \times \cdots \times (n-1) \times n$, 则 $\frac{2014^2 \times 2015 - 2016}{2015!} + \frac{2016^2 \times 2017 - 2018}{2017!} =$ ()

- A. $\frac{1}{2011!} + \frac{1}{2012!} - \frac{1}{2016!} - \frac{1}{2017!}$ B. $\frac{1}{2012!} + \frac{1}{2013!} - \frac{1}{2016!} - \frac{1}{2017!}$
 C. $\frac{1}{2013!} + \frac{1}{2014!} - \frac{1}{2016!} - \frac{1}{2017!}$ D. $\frac{1}{2014!} + \frac{1}{2015!} - \frac{1}{2016!} - \frac{1}{2017!}$

5. 已知 $x + y + z = 1$, $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{z+x} = 0$, 则 $x^2 + y^2 + z^2$ 的值为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 3

6. 在边长为 1 的正方形 $ABCD$ 中, P, Q 分别为 AD, DC 上的两点. 若 $\triangle QPB$ 的面积为 $\frac{1}{4}$, 则 $AP + CQ$ 的最小值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{3}{2}$

二、填空题 (本题满分 28 分, 每小题 7 分)

7. 已知 a, b 为实数, 且 $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8}$ 可化简为 $\frac{b}{1-x^a}$, 则 $a+b =$ _____.

8. 若实数 a, b 满足 $2a^2 + |b| = 1$, 则 $a^2 - 2|b|$ 的取值范围为_____.

【答案】 $-2 \leq a^2 - 2|b| \leq \frac{1}{2}$.

9. 将 1 米 \times 1 米的地砖 m 块, 铺成 2 米宽的道路 (仅允许最后 1 米可以少于 2 块地砖) 比铺成 4 米宽的道路 (仅允许最后 1 米可以少于 4 块地砖) 长 5 米, 则 m 的最大值为_____.

10. 若 n 为整数, 且 $\sqrt{n^2 + 9n + 30}$ 是自然数, 则 $n =$ _____。

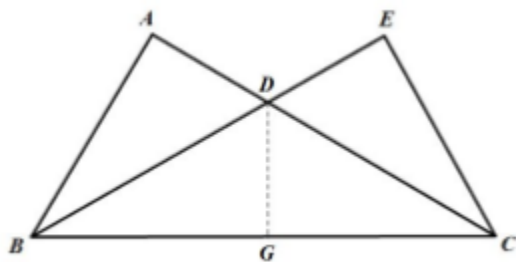
第二试 (C)

一、(本题满分 20 分)

三只蚂蚁同时从点 A 出发, 沿三角形道路 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ 爬行, 已知第一只蚂蚁在 AB, BC, CA 上爬行速度分别为 12 厘米/秒, 10 厘米/秒, 15 厘米/秒; 第二只蚂蚁在此三段道路上的速度分别为 15 厘米/秒, 15 厘米/秒, 10 厘米/秒; 第三只蚂蚁在此三段上的速度分别为 10 厘米/秒, 20 厘米/秒, 12 厘米/秒。若三只蚂蚁同时回到 A 点, 求 $\angle ABC$ 的值。

二、(本题满分 25 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 59^\circ, \angle ACB = 30.5^\circ$, 延长 $\angle ABC$ 的内角平分线 BD 至 E , 使得 $DE = DA$, 求 $\angle E$ 的值。



三、(本题满分 25 分)

求满足 $\begin{cases} 2015 \leq x < 2025 \\ 2015 \leq x + y + z < 2025 \\ 2015 \leq x + 2y + 4z < 2025 \end{cases}$ 的不同的有序整数组 (x, y, z) 的个数。