石子游戏

对于x的答案,我们将每个数都 mod (x+1),并求出抑或和。假如抑或和为0,则假如 Alice 取某堆石子的数量超过了余数,Bob 可以取同一堆的石子使得余数变回去。如果 Alice 取的不超过某堆石子的余数,那么问题变为经典的 NIM 游戏,所以抑或和为 0 先手(Alice)必败,否则必胜。

所以问题变为求所有可能的 x 对应的 a_i mod (x+1)的抑或和。

记 c_x 表示 $a_i = x$ 的数量。

令 y=x+1,考虑 $k \le \frac{n}{y}$,则对于属于[ky,(k+1)y)的数字 x,其 mod y 的结果就是 x-ky。我们考虑分别计算结果的每一个二进制位 j,则我们需要知道,[ky,(k+1)y)中,满足 t-ky 包含 j 这个二进制位的 c_t 的和。

我们预处理 f(i,j)表示对于所有的 $x \ge i$,满足 x-i 有 j 这个二进制位的 c_x 的和,那么 $f(i,j) = f(i+2^{j+1},j) + \sum_{k=i+2^j}^{i+2^{j+1}-1} c_k$ 。

通过对 f 的值的一些加减我们就可以得到区间[ky,(k+1)y)的答案。

时间复杂度 $O(N \log^2 N)$

大鱼吃小鱼

一个显然的贪心是每次吃当前能吃的体积最大的鱼。

考虑直接模拟这个过程,可能会吃 N 次鱼。我们考虑当前不能吃的体积最小的鱼,显然只有我们的体积超过了这条鱼,我们的可选集合才会有变化,如果这条鱼的体积大于等于我们的目标,那我们只需要计算现有的集合需要吃几条能达到目标即可。于是,我们每一步需要做的就是对于确定的数字集合,求出使得和达到某个值的最少步数即可,由于可选的数字是连续的,在线段树上二分即可。

接下来我们来分析数字范围变化的次数。考虑我们当前和为 A, 不能选的最小体积是 B(显然 B>A), 我们在选出一些数字之后,得到 A+x>B,接着我们得到了选不到的最小体积 C,我们再次二分会得到 A+x+y>C,注意到,y≥B,也就是说,A+x+y≥A+x+B>A+B>A+A,于是,我们在两次二分之后,手里的和至少翻倍,所以我们只需要 log 次就一定能得到答案。

时间复杂度 $O(Q \log(N + Q) \log W)$

黑客

结果的合法的分数的 x, y 的范围都只有 999, 直接枚举两者, 计算在询问范围内的倍数的数量即可。

时间复杂度 O (V2), V=999

黑客(续)

考虑 DP, f/g(i,S)表示前 i 位,集合 S 中的数字出现过,别的均没有出现过的方案数与十进制和。预处理出每种数字集合 S 后面可以跟哪些数字,然后直接转移即可。由于答案很大,需要使用压位高精度。

时间复杂度 $O(C2^KN)$, 其中 C 为高精度计算复杂度