暴雨

考虑 DP, f[i][j][p][0/1]表示前 i 列, 最大值是 j, 且要求在后面存在一个高度至少为 j 的土地,已经铲平了 p 块,当前积水体积为奇数/偶数的方案数。由于至多会去掉 K 块土地,所以对于任意一个 i, j 的值只有 K+1 种。

前缀后缀 DP 都做出来之后,枚举最终最大值所在列合并答案即可,注意处理多个最大值的情况。

时间复杂度 $O(NK^2)$

AVL 树

按照中序遍历和先序遍历贪心均可。

每一次检查当前点是否可以加入最终的树中,从当前点向上,每次遇到自己是左子树时,根据目前的情况计算右子树至少需要留下多少的点。

计算得到一个点留下整棵树至少多大,如果不超过 K,则显然可以。由于读入的树是 AVL 树,树高为log N。

时间复杂度 $O(N \log N)$

挖掘机

显然,最终的挖的方案一定可以按照深度从小到大的顺序操作,那么在操作深度 D 时,小于 D 的所有深度相应区间的土地一定都消失了。由于一次操作只可能影响同一个深度的土地,所以我们可以将每一行看成一个独立的问题,最后将答案相加即可。

剩下的问题就是如何处理一行。一个显然的贪心是区间中最靠前的一块土地肯定要被覆盖,最优的方式就是将其作为长度为 K 的区间的第一个。不断的做这样的操作即可得到最少步数。我们预处理出每个位置开始的倍增数组,即可在 *log W* 的时间内回答询问。

时间复杂度 $O(H(W+Q)\log W)$

游戏

由于每个长度 K 对应的总方案数是确定的,所以我们就是要计算三种情况的数量。

我们考虑计算 $X \le Y$ 的方案数,考虑对串 A#B 构建后缀数组,对于每一个属于 A 的后缀,排在它后面的属于 B 的后缀和它产生的贡献是 1-min(SA,SB)长度的答案均+1,SA,SB 分别表示两个后缀的长度。考虑暴力,从后往前,遇到 B 后缀时,将 1-SB 的贡献均+1,遇到 A 后缀时,将 1-SA 的贡献都加进 1-SA 的答案中去。

对于 A 后缀,在它前面的 B 后缀的贡献是 1-lcp(SA,SB)的答案+1。考虑类似的暴力,从前往后,在遇到后缀 B 时,将 1-K(或者 1-SB,是一样的)的贡献+1,遇到每一个 height 都将大于 height 的贡献清零,遇到一个后缀 A,就将 1-heightA 的贡献加进答案。

于是我们需要维护一个结构,能够将 1-x 的贡献+1, 1-x 的贡献加进答案, x-K 的贡献清零。考虑这样一个数组,每一项是(1 *delta answer*), delta 表示当前位置贡献和, answer 表示当前位置累计答案,则对于增加贡献的操作,相当于

对区间乘上一个矩阵
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
,加进答案的操作相当于对区间乘上一个矩阵

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
,清零操作相当于对区间乘上一个矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 。于是我们只需要

一个结构能够维护不停的给区间乘上一个矩阵即可,这可以用线段树来实现。

由于
$$\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & c & d \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
 $\begin{pmatrix} 1 & e & f \\ 0 & g & h \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 1 & e+ag & f+ah+b \\ 0 & cg & ch+d \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 所以只需要维护 4个值即可。

 $X \ge Y$ 的情况同理。我们用这两种方案数减去总的方案数就得到了相等的方案数。然后我们就能计算得到小干和大干的方案数。

时间复杂度 $O((N+M)\log(N+M))$