

NOIP2020 模拟赛 Day2

出题学校：长乐一中

题目名称	按位或	最短路径	仙人掌	对弈
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型
提交程序名	or.cpp	tree.cpp	cactus.cpp	chess.cpp
输入文件名	or.in	tree.in	cactus.in	chess.in
输出文件名	or.out	tree.out	cactus.out	chess.out
每个测试点时限	1.0 秒	1.0 秒	1.0 秒	1.0 秒
空间限制	512 MB	512 MB	512 MB	512 MB
子任务数目	5	5	6	6
测试点是否等分	否	否	否	否
是否有 Special Judge	否	否	否	否

注意事项

1. 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
2. C++ 中函数 main() 的返回值类型必须是 int，程序正常结束时的返回值必须是 0。
3. 提交文件请对每道题目分别**建立子文件夹**，仅支持 C++ 语言。
4. 若无特殊说明，结果比较方式为忽略行末空格、文末回车后的全文比较。
5. 若无特殊说明，输入文件中同一行内的多个整数、浮点数、字符串等均使用一个空格进行分隔。
6. 只提供 Linux 格式附加样例文件。
7. 程序可使用的栈空间大小与该题内存空间限制一致。
8. 最终评测时的编译选项为 `-O2 -lm -std=c++11`。
9. 最终评测配置为：Intel(R) Core(TM) i5-9500 CPU @3.00GHz，内存 8GB，上述时限以此配置为准。
10. 评测系统为 Ubuntu 18.04 LTS x64，编译器版本为 G++ 7.5.0。

其他说明

1. 每题的时间限制均至少为标准程序在与评测相同的环境下最慢运行时间的 2 倍。
2. 题目难度和顺序**不一定**有直接关系。
3. 比赛时间为 4 小时。

A. 按位或 (or)

题目描述

有 n 个非负整数 x_1, x_2, \dots, x_n , 它们都是 3 的倍数, 并且按位或得到的结果为 t 。

你需要输出这样可能的 x_1, x_2, \dots, x_n 的方案数对 998244353 取模的结果。

输入格式

从文件 `or.in` 中读入数据。

一行两个非负整数 n, t 。

输出格式

输出到文件 `or.out` 中。

一个 $[0, 998244352]$ 的整数, 表示方案数 $\text{mod } 998244353$ 。

样例

样例输入 1

```
1 | 2 15
```

样例输出 1

```
1 | 15
```

样例输入 2

```
1 | 100 3
```

样例输出 2

```
1 | 882499717
```

数据规模与约定

本题采用子任务捆绑测试。对于每个子任务, 你只有通过了这个子任务的所有数据, 才能获得这个子任务的分数。

- 子任务 1 (20 分) : $n, t \leq 100$;
- 子任务 2 (20 分) : $n, t \leq 3000$;
- 子任务 3 (20 分) : $t \leq 100$;
- 子任务 4 (20 分) : $n \leq 100$;
- 子任务 5 (20 分) : 无特殊限制。

对于所有数据, $1 \leq n \leq 10^{18}$, $0 \leq t \leq 10^{18}$ 。

B. 最短路径 (tree)

题目描述

给定一棵 n 个结点的无根树，每条边的边权均为 1。

树上标记有 m 个互不相同的关键点，小 A 会在这 m 个点中等概率随机地选择 k 个不同的点放上小饼干。你想知道，经过有小饼干的 k 个点的**最短路径**长度的**期望**是多少。注意，你可以任意选取起点和终点，路径也可以经过重复的点或重复的边。

输入格式

从文件 `tree.in` 中读入数据。

第一行包含三个正整数 n, m, k ，含义如「题目描述」所述。

接下来一行包含 m 个互不相同的正整数，描述了关键点的编号。树上的结点从 1 开始编号。

接下来 $n - 1$ 行，每行两个正整数 u, v 表示树上的一条边。

输出格式

输出到文件 `tree.out` 中。

输出一行一个整数表示答案对 998244353 取模的结果。

可以证明，答案一定能表示成一个既约分数 $\frac{p}{q}$ ，而且恰好存在一个整数 $x \in [0, 998244353)$ ，使得 $qx \equiv p \pmod{998244323}$ ，你只要输出这个整数 x 即可。

样例

样例输入 1

```
1 | 2 2 2
2 | 1 2
3 | 1 2
```

样例输出 1

```
1 | 1
```

样例输入 2

```
1 | 10 4 2
2 | 1 7 3 9
3 | 1 2
4 | 2 3
5 | 3 4
6 | 4 5
7 | 5 6
8 | 6 7
9 | 7 8
10 | 5 9
11 | 9 10
```

样例输出 2

```
1 | 831870298
```

样例解释 2

在实数意义下，答案保留 10 位小数后是 3.8333333333。

数据规模与约定

本题采用子任务捆绑测试。对于每个子任务，你只有通过了这个子任务的所有数据，才能获得这个子任务的分数。

- 子任务 1 (10 分) : $n \leq 10$;
- 子任务 2 (20 分) : $n \leq 1500, k = 2$;
- 子任务 3 (20 分) : $n \leq 1500, k = 3$;
- 子任务 4 (20 分) : $n \leq 1500, k = m$;
- 子任务 5 (30 分) : 无特殊限制。

对于所有数据, $2 \leq k \leq m \leq n \leq 2000, m \leq 300$ 。

C. 仙人掌 (cactus)

题目描述

在本题中有如下定义：

- $P(n)$ 是所有 $1 \sim n$ 的排列构成的集合。
- 对于一个排列 $p \in P(n)$ ，定义 $\text{inv}(p)$ 表示排列 p 的逆序对数，即 $\text{inv}(p) = \sum_{1 \leq i < j \leq n} [p_i > p_j]$ 。
- 简单环**是除了第一个顶点和最后一个顶点相同外，其余顶点不重复出现的环。
- 仙人掌图**是一个每条边都属于至多一个简单环的无向连通图。
- 一张 n 个顶点的无向图的**邻接矩阵**为一个 $n \times n$ 的矩阵 A ，其中 $A_{i,j} = 1$ 当且仅当图中存在 (i,j) 这条边，否则 $A_{i,j} = 0$ 。
- 一个 $n \times n$ 的矩阵 A 的**行列式** $\det(A)$ 被定义为

$$\det(A) = \sum_{p \in P(n)} (-1)^{\text{inv}(p)} \prod_{i=1}^n A_{i,p_i}$$

现在给定一个仙人掌图，求其邻接矩阵的行列式。

输入格式

从文件 `cactus.in` 中读入数据。

第一行包含两个整数 n, m ，表示仙人掌图的点数和边数。

接下来 m 行，每行两个整数 u, v ，表示图中有一条无向边 (u, v) 。

输出格式

输出到文件 `cactus.out` 中。

输出一行一个整数表示答案。由于答案可能很大，你只要输出答案对 993244853 取模的结果即可。

样例

样例输入 1

```
1 | 4 3
2 | 1 2
3 | 2 3
4 | 3 4
```

样例输出 1

```
1 | 1
```

样例输入 2

```
1 | 4 4
2 | 1 2
3 | 2 3
4 | 3 4
5 | 4 1
```

样例输出 2

1	0
---	---

样例输入 3

1	11 13
2	1 2
3	3 4
4	1 3
5	5 6
6	7 8
7	9 10
8	7 9
9	6 8
10	1 9
11	10 5
12	4 9
13	2 11
14	11 1

样例输出 3

1	8
---	---

数据规模与约定

本题采用子任务捆绑测试。对于每个子任务，你只有通过了这个子任务的所有数据，才能获得这个子任务的分数。

- 子任务 1 (10 分) : $n \leq 10$;
- 子任务 2 (20 分) : $n \leq 500$;
- 子任务 3 (20 分) : $n \leq 3000$;
- 子任务 4 (10 分) : $m = n - 1$;
- 子任务 5 (20 分) : $m = n$;
- 子任务 6 (20 分) : 无特殊限制。

对于所有数据, $1 \leq n \leq 10^5$, $n - 1 \leq m \leq 2 \times 10^5$ 。保证给定的图是仙人掌图, 保证图中无重边、无自环。

D. 对弈 (chess)

题目描述

Alice 和 Bob 又在玩游戏。

Alice 和 Bob 在一个 $1 \times n$ 的网格图上玩游戏，网格图的 n 个格子中，有 k 个格子内被各放了一个棋子，其中 k 是一个偶数。

从左到右，这 k 个棋子依次被染色为红色、蓝色、红色、.....、蓝色、红色、蓝色。其中红棋子是 Alice 的，蓝棋子是 Bob 的。

两人轮流操作，需要遵循以下规则：

- 每一回合轮到某人操作时，这个人只能移动自己的棋子。
- 每个棋子只能在网格图内的格子之间移动，并且在移动棋子的时候，每个棋子不能跨过和这个棋子相邻的其它棋子。
- 每次最少需要移动 1 个棋子，最多可以移动 m 个棋子。
- 若移动多个棋子，则必须选择多个不同的棋子分别移动，每一个被选择移动的棋子不能停留在原位。

例如下图，当 Alice 操作时，若她要移动从左到右的第三个红棋子，那么她可以移动到的范围有下面这三个空心棋子的位置。



若某一回合，轮到某人操作时，这个人**无法操作**，那么这个人就**输**了。

现在 Alice 先手，假设两人都采用最优策略。

给定 n, k, m ，请你求出有多少符合题意的初始局面，使得 Alice 必胜。对 $10^9 + 7$ 取模。

输入格式

从文件 `chess.in` 中读入数据。

输入包含一行三个整数 n, k, m ，含义见「题目描述」。

输出格式

输出到文件 `chess.out` 中。

输出一行一个整数表示答案对 $10^9 + 7$ 取模的结果。

样例

样例输入 1

```
1 | 3 2 1
```

样例输出 1

```
1 | 1
```

样例输入 2

```
1 | 15 2 1
```

样例输出 2

```
1 | 91
```

样例输入 3

```
1 | 10 4 2
```

样例输出 3

```
1 | 182
```

数据规模与约定

本题采用子任务捆绑测试。对于每个子任务，你只有通过了这个子任务的所有数据，才能获得这个子任务的分数。

- 子任务 1 (20 分) : $n \leq 5$;
- 子任务 2 (15 分) : $n \leq 25$;
- 子任务 3 (15 分) : $k = 2$;
- 子任务 4 (15 分) : $m = 1$ 且 $n \leq 25$;
- 子任务 5 (15 分) : $m = 1$;
- 子任务 6 (20 分) : 无特殊限制。

对于所有数据, $2 \leq 2 \times m \leq k \leq n \leq 10^4$, $k \leq 10^3$, 保证 k 是偶数。