

Note: 均有可能存在更优或更优美的算法, 欢迎各位联系菜鸡出题人, QQ: 352912432

树上的数

做法一

按照 $O(n^2)$ 的暴力做法, 每次修改暴力递归子树统计, 标记每一个访问到的节点, 如果遇到访问过的节点, 说明该节点的整棵子树都已经被标记过了, 可以直接返回。可以证明这样做的复杂度是 $O(n + m)$ 的。

做法二

相当于每次对dfs序一个区间染色, 可以用并查集实现, 即把相邻的已被染色的位置连到一个联通块内, 时间复杂度为 $O(n\alpha(n))$ 或 $O(n \log n)$, 实际效率和做法一差不多。

时代的眼泪

可以交换求和顺序, 询问 u 就相当于考虑以 u 为根时每个点 x 的子树内有多少个点的 w 小于该点, 记这个值为 h_x , 答案为所有 h_i 的总和。

先考虑如何求 $u = 1$ 时的答案, 以 1 为根dfs, 同时维护一个数据结构用来查询到根路径上有多少个点的 a_i 大于当前点。

然后通过换根dp求出每个 u 的答案, 可以发现当根从点 x 变为 x 的儿子 y 时, y 的子树会变为所有点, x 的子树会变为不“在以 1 为根时 y 子树内”的所有点。

此做法时间复杂度 $O(n \log n)$ 。

传统艺能

首先对于没有修改的情况, 有一个显然的 dp 转移:

```
if(!last[i]) dp[i] = dp[i - 1] * 2 + 1;
if(last[i]) dp[i] = dp[i - 1] * 2 - dp[last[i] - 1];
```

其中 $dp[i]$ 表示考虑前 i 位的方案数, $last[i]$ 表示最近的与 $a[i]$ 相同的字符的位置, 如果 $a[i]$ 第一次出现, 则 $last[i]$ 为 0

现在我们考虑矩阵。

设状态矩阵 A , 其中 $A[i][j]$ 表示以 i 开头, 在结尾预支一个 j 的方案数, 其中 i, j 为 0 时表示一个空序列。

对于一个数 i 的初始矩阵, 对于对角线的元素, 显然方案数为 1, 而对于第 i 行, 显然都为 1。

比如对于数字 1 的初始矩阵为
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}。$$

容易发现两个状态矩阵的合并就是矩阵乘法，即 $C_{i,j} = \sum_{k=0}^3 A_{i,k} \times B_{k,j}$

用线段树支持查询和修改即可，时间复杂度 $O(4^3 m \log n)$ 。

铺设道路

先令 $b_i = d_i - d_{i-1}$ 那么我们相当于每次选取 $l < r$ ，令 $b_l - 1$ ， $b_r + 1$ ，代价 $(r - l)^2$ ，令所有 b 变成 0。
容易发现最短时间为 $\sum_i \max(b_i, 0)$ ，达到最短时间需要我们每次每次选择的 $b_l > 0, b_r < 0$ 。

考虑一种贪心策略，遍历 b_i ，若有 $b_i > 0$ 将其压入队列中， $b_i < 0$ 则

若使得代价最大，与最靠左的 b_l 配对。

若使得代价最小，与最靠右的 b_l 配对。

注意到 $d_i \geq 0$ ，所以我们一定能找到数字配对。

可以用交换法证明贪心的正确性。时间复杂度 $O(n)$ 。