

1

比 k 小可以分成若干类，枚举第一位不同的地方，接下来就要求是某个数的子集。

然后能选就选。

复杂度 $O(n * 30)$

2

dp, 限制相当于子序列中每个数选一个是 1 的位 i , 下一个数也选一个是 1 的位 j , $i = j$ 则可以接上。因此 $f(i, bit)$ 表示当前第 bit 位为 1 的最大 dp 值。

复杂度 $O(n * 30)$

3

考虑 dp, 可以先考虑求方案数而不是权值和以方便思考, 实际上两者转移是类似的。

$f(i, l, r)$ 表示只考虑第 $[l, r]$ 这些行, 第 i 列以后的这部分的方案数。

对于一个固定的 i, l, r , 显然可以再 dp 辅助计算, $dp(k, c)$ 表示考虑完前 k 行, 当前这位最大填了 c 。每次转移加一段 $c + 1$, 利用 $f(i + 1)$ 的信息来转移。

这是最暴力的办法, 可以想得比较清楚, 复杂度 $O(10mn^4)$ 。

考虑优化, 很明显对于每个 l , 不同的 r 的内层 dp 几乎都是一样的, 放一起做就好了。本质上就是内层 dp 只需要先枚举 i, l 即可计算。复杂度 $O(10mn^3)$ 。

注意转移的复杂度别写残, 比如多乘个 10 啥的。

权值和也一样, 再设个 $g(i, l, r)$, 转移也差不多, 很容易自己脑补出来或者可以看标程。

4

首先分裂这个过程不方便思考, 我们考虑每个石子而不是每堆石子。一次操作相当于给每个石子分配 01 标号, 满足每次标 1 的石子不超过 m 个。这样每个石子对应一个等长的 01 串, 我们的目标是 01 串两两不同。

二分答案, 考虑如何判定某个 mid 是否合法。一个必要条件是 $mid \cdot m$ 足够大, 即存在一组方案使得 01 串两两不同且 1 的个数 $\leq mid \cdot m$ 。事实上这也是充分的, 我们给出构造来说明这一点。首先一个贪心是按 1 的个数从小到大放, 显然 1 的个数不是最大的那些串的 1 是平均分配的, 问题转化为要取若干个 $[1, n]$ 的 m 元子集, 使得每个数出现次数极差 ≤ 1 。我们随便构一组解, 如果不合法就找出一个出现次数太大的位 i , 一个出现次数太小的位 j , 显然存在一个 01 串 s 满足 $s[i] = 1, s[j] = 0$, 且不存在另一个 01 串 t 满足 $t \oplus s = 2^i \oplus 2^j$ 。因此我们只需 $swap(s[i], s[j])$ 。迭代显然可以有限次结束。

具体实现需要组合数, 这里不能取模但是由于 $n \leq 10^9$ 所以直接写不会爆 long long。组合数的增长是很快的因此暴力的复杂度可以接受。