3 距离

这题其实跟图并没有什么关系。

3.1 Solution1

对于10%的数据，$n \le 100$。

Floyd即可。

复杂度$O(n^3)$，期望得分10分。

3.2 Solution2

对于30%的数据，$n \le 5000$。

显然这是一张DAG，而且拓扑序正好是1到n。

考虑枚举i，计算$d(i,j)(i < j \le n)$的值。

显然$d(i,j) = min(d(i,j-1)+A_{j-1}, d(i,j-2)+B_{j-2}, d(i,j-3)+C_{j-3})$。

依次计算出d值，累加即可。

复杂度$O(n^2)$，期望得分30分。

3.3 Solution3

对于7,8号测试点，满足$B_i = A_i + A_{i+1}, C_i = A_i + A_{i+1} + A_{i+2}$。

意思非常明确，就是边B_i和边C_i没有用了。

那么这个问题就很简单了，考虑每一条边A_i的贡献：$A_i \times i \times (n-i)$，累加入答案即可。

复杂度$O(n)$，结合Solution2期望得分40分。

3.4 Solution4

有20%的数据，满足$C_i = A_i + A_{i+1} + A_{i+2}$。

这个测试点是CodeChef上的，就放在这里作为一个思考题233。

这个数据是正解的弱化版，可以少考虑一些要点。

3.5 Solution5

考虑分治，设当前处理区间$[L,R]$的答案。

取中点$m = \lfloor \frac{L+R}{2} \rfloor$，显然区间$[L,m-2]$的点形成的子图与区间$[m+$

$2, R]$的点形成的子图不连通，可以递归处理。

我们需要计算的答案包含以下三个部分：

$$\sum_{L \le i < j \le m-2} d(i,j) + \sum_{m+2 \le i < j \le R} d(i,j)$$

$$\sum_{L \le i < m < j \le R} d(i,j)$$

$$\sum_{l \le i < m-1} d(i,m-1) + \sum_{l \le i < m} d(i,m) + \sum_{m < i \le r} d(m,i) + \sum_{m+1 < i \le r} d(m+1,i)$$

对于第一部分直接递归，而第三部分使用Solution2中阐述的方法可以在线性时间内求出。

对于第二部分，考虑$d(i,j)$的组成，它是以下三式的最小值：

$$d_1(i,j) = d(i,m-1) + d(m-1,j)$$
$$d_2(i,j) = d(i,m) + d(m,j)$$
$$d_3(i,j) = d(i,m+1) + d(m+1,j)$$

接下来我们计算对于每一个$L \le i < m$，$d(i,m-1), d(i,m), d(i,m+1)$各在答案中出现了多少次；对于每一个$m < j \le R$，$d(m-1,j), d(m,j), d(m+1,j)$各在答案中出现了多少次。下面以计算$d(i,m-1)$的出现次数为例：

计算$d(i,m-1)$的出现次数，也就是计算$d_1(i,j)$为最小值的出现次数，也即：

$$d(i,m-1) + d(m-1,j) \le d(i,m) + d(m,j)$$
$$d(i,m-1) + d(m-1,j) \le d(i,m+1) + d(m+1,j)$$

移项，得：

$$d(m-1,j) - d(m,j) \le d(i,m) - d(i,m-1)$$
$$d(m-1,j) - d(m+1,j) \le d(i,m+1) - d(i,m-1)$$

令：

$$X_i = d(i,m) - d(i,m-1)$$
$$Y_i = d(i,m+1) - d(i,m-1)$$
$$x_j = d(m-1,j) - d(m,j)$$
$$y_j = d(m-1,j) - d(m+1,j)$$

对于每一个i，我们需要求出有多少j满足$x_j \le X_i, y_j \le Y_i$。将它们分别看做平面上的点(X_i, Y_i)和(x_j, y_j)，这就是一个二维平面数点问题。排序后用树状数组统计即可。

对于$d(i,m), d(i,m+1), d(m-1,j), d(m,j), d(m+1,j)$的计算，基本同理。为防止算重，可以稍微斟酌一下等号的取舍。如在计算以d_2为最小值的情况时，可以将满足条件设为$d_2 < d_1, d_2 \le d_3$。而在计算以d_3为最小值的情况时，可以将满足条件设为$d_3 < d_1, d_3 < d_2$。

当$R-L$较小时，为避免繁琐可以直接暴力计算。

复杂度$O(nlog^2 n)$，期望得分100分。