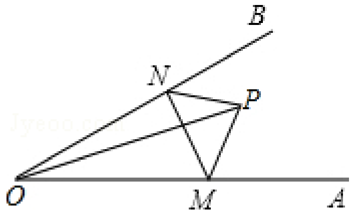
几何过关难题训练 50 题(杨玉)

给所有心怀梦想、孜孜不倦的同学

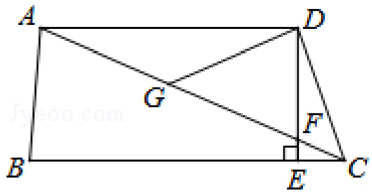
一．选择题（共 14 小题）

1．如图，点 P 是∠AOB 内任意一点，OP=5cm，点 M 和点 N 分别是射线 OA 和射线 OB 上的动点，△PMN 周长的最小值是 5cm，则∠AOB 的度数是（　　）



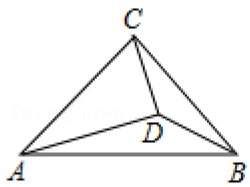
A．25°　B．30°　C．35°　D．40°

2．如图，在四边形 ABCD 中，AD∥BC，DE⊥BC，垂足为点 E，连接 AC 交 DE 于点 F，点 G 为 AF 的中点，∠ACD=2∠ACB．若 DG=3，EC=1，则 DE 的长为（　　）



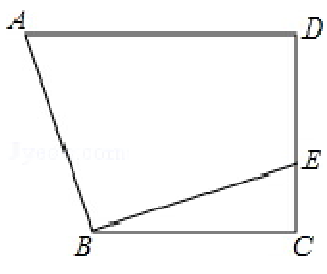
A．$2\sqrt{3}$ B．$\sqrt{10}$ C．$2\sqrt{2}$ D．$\sqrt{6}$

3．如图，在 Rt△ABC 中，AC=BC，点 D 是△ABC 内一点，若 AC=AD，∠CAD=30°，连接 BD，则∠ADB 的度数为（　　）



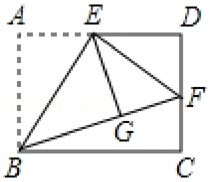
A．120° B．135° C．150° D．165°

4．如图，在四边形 ABCD 中，AD∥BC，∠C=90°，BC=CD=8，过点 B 作 EB⊥AB，交 CD 于点 E．若 DE=6，则 AD 的长为（　　）



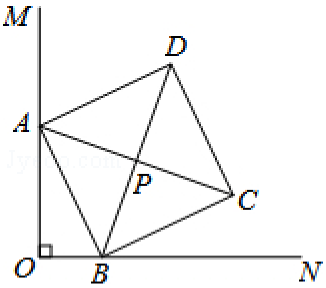
A．6　B．8　C．9　D．10

5．如图，矩形 ABCD 中，E 是 AD 的中点，将△ABE 沿直线 BE 折叠后得到△GBE，延长 BG 交 CD 于点 F．若 AB=6，BC=$4\sqrt{6}$，则 FD 的长为（　　）



A．2　 B．4　 C．$\sqrt{6}$　D．$2\sqrt{3}$

6．如图，∠MON=90°，点 B 在射线 ON 上且 OB=2，点 A 在射线 OM 上，以 AB 为边在∠MON 内部作正方形 ABCD，其对角线 AC、BD 交于点 P．在点 A 从 O 点出发，沿射线 OM 的运动过程中，下列说法正确的是（　　）



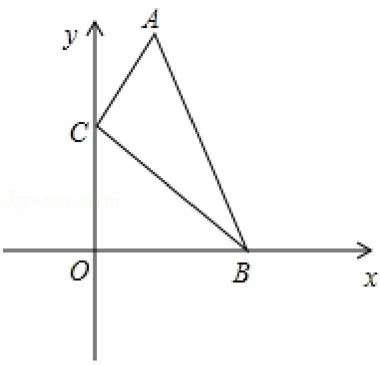
A．点 P 始终在∠MON 的平分线上，且线段 OP 的长有最小值等于$\sqrt{2}$

B．点 P 始终在∠MON 的平分线上，且线段 OP 的长有最大值等于$\sqrt{2}$

C．点 P 不一定在∠MON 的平分线上，但线段 OP 的长有最小值等于$\sqrt{2}$

D．点 P 运动路径无法确定

7．如图，在直角坐标系中，点 A、B 的坐标分别为（1，4）和（3，0），点 C 是 y 轴上的一个动点，且 A、B、C 三点不在同一条直线上，当△ABC 的周长最小时，点 C 的坐标是（　　）

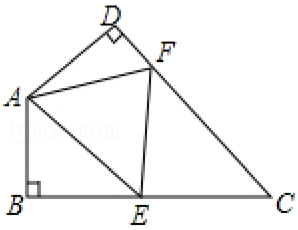


A．（0，0）　B．（0，1）　C．（0，2）　D．（0，3）

8．在直角坐标系中，O 为坐标原点，已知 A（2，2），在 x 轴上确定点 P，使△AOP 为等腰三角形，则符合条件的点 P 的个数共有（　　）

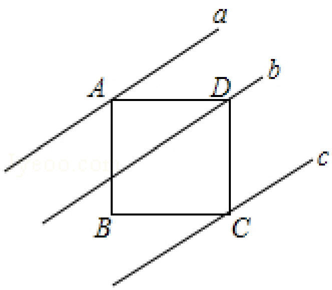
A．4 个 B．3 个 C．2 个 D．1 个

9．如图，四边形 ABCD 中，∠C=50°，∠B=∠D=90°，E、F 分别是 BC、DC 上的点，当△AEF 的周长最小时，∠EAF 的度数为（　　）



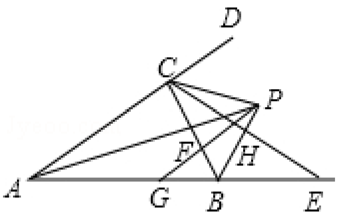
A．50°　B．60°　C．70°　D．80°

10．如图，四边形 ABCD 是正方形，直线 a，b，c 分别通过 A、D、C 三点，且 a∥b∥c．若 a 与 b 之间的距离是 5，b 与 c 之间的距离是 7，则正方形 ABCD 的面积是（　　）



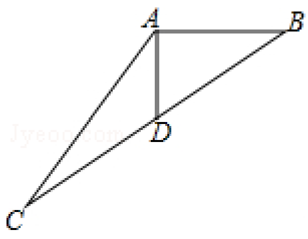
A．70　B．74　C．144　D．148

11．如图，∠BAC 与∠CBE 的平分线相交于点 P，BE=BC，PB 与 CE 交于点 H，PG∥AD 交 BC 于 F，交 AB 于 G，下列结论：①GA=GP；②$S_{\triangle PAC}$：$S_{\triangle PAB}$=AC：AB；③BP 垂直平分 CE；④FP=FC；其中正确的判断有（　　）



A．只有①② B．只有③④ C．只有①③④　D．①②③④

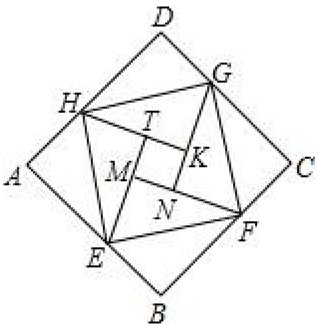
12．如图，在△ABC 中，AB=6，AC=10，BC 边上的中线 AD=4，则△ABC 的面积为（　　）



A．30　B．24　C．20　D．48

13．如图是由“赵爽弦图”变化得到的，它由八个全等的直角三角形拼接而成，记图中正方形 ABCD、正方形 EFGH、正方形 MNKT 的面积分别为 S_1、S_2、S_3．若 $S_1+S_2+S_3=15$，则 S_2

的值是（　　）



A．3　　B．$\frac{15}{4}$　C．5　　D．$\frac{15}{2}$

14．已知：如图在△ABC，△ADE 中，∠BAC=∠DAE=90°，AB=AC，AD=AE，点 C，D，E 三点在同一条直线上，连接 BD，BE．以下四个结论：

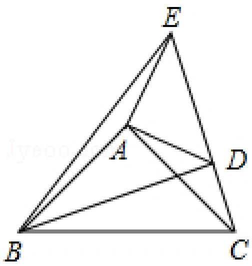
①BD=CE；

②BD⊥CE；

③∠ACE+∠DBC=45°；

④$BE^2=2(AD^2+AB^2)$，

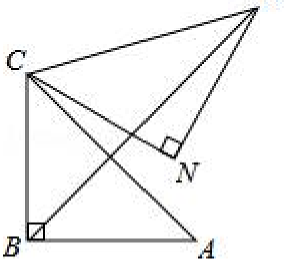
其中结论正确的个数是（　　）



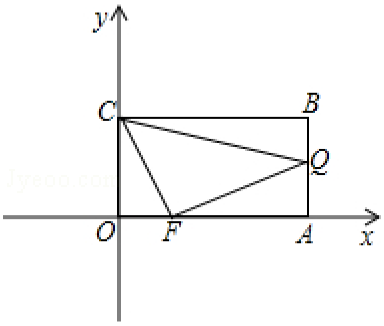
A．1　　B．2　　C．3　　D．4

二．填空题（共 13 小题）

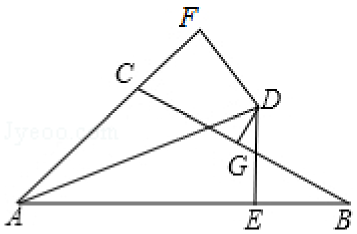
15．如图，在 Rt△ABC 中，∠ABC=90°，AB=BC=$\sqrt{2}$，将△ABC 绕点 C 逆时针旋转 60°，得到△MNC，连接 BM，则 BM 的长是_______.



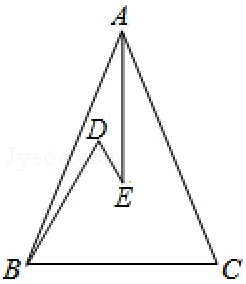
16．如图，在平面直角坐标系中，矩形 OABC 的两边分别在 x 轴和 y 轴上，OA=10cm，OC=6cm．F 是线段 OA 上的动点，从点 O 出发，以 1cm/s 的速度沿 OA 方向作匀速运动，点 Q 在线段 AB 上．已知 A、Q 两点间的距离是 O、F 两点间距离的 a 倍．若用（a，t）表示经过时间 t（s）时，△OCF、△FAQ、△CBQ 中有两个三角形全等．请写出（a，t）的所有可能情况_______．



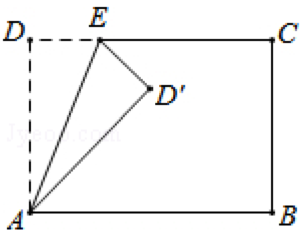
17．如图，∠BAC 的平分线与 BC 的垂直平分线相交于点 D，DE⊥AB，DF⊥AC，垂足分别为 E、F，AB=10cm，AC=6cm，则 BE 的长为_______．



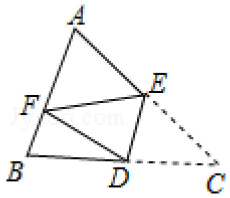
18．如图，已知△ABC 中，AB=AC，∠DBC=∠D=60°，AE 平分∠BAC，若 BD=8cm，DE=3cm，则 BC=_______．



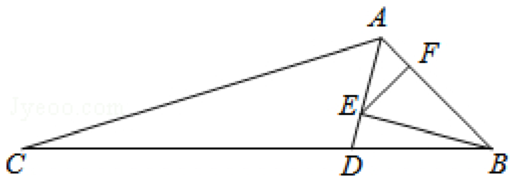
19．如图，长方形 ABCD 中，∠DAB=∠B=∠C=∠D=90°，AD=BC=8，AB=CD=17．点 E 为射线 DC 上的一个动点，△ADE 与△AD′E 关于直线 AE 对称，当△AD′B 为直角三角形时，DE 的长为_______．



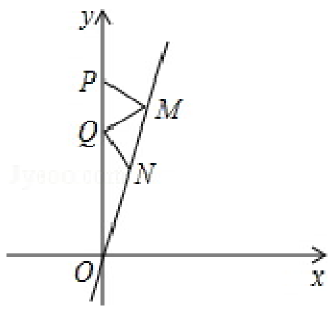
20．如图，在△ABC 中，点 D 为 BC 边的中点，点 E 为 AC 上一点，将∠C 沿 DE 翻折，使点 C 落在 AB 上的点 F 处，若∠AEF=50°，则∠A 的度数为_______°.



21．如图，在△ABC 中，AD 为∠CAB 平分线，BE⊥AD 于 E，EF⊥AB 于 F，∠DBE=∠C=15°，AF=2，则 BF=_______.

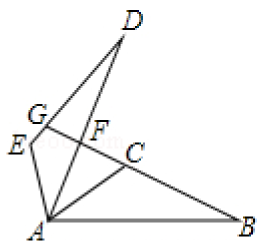


22．如图，已知直线 y=kx 与 x 轴的夹角为 70°，P 为 y 轴上一点，OP=6，Q 为 OP 上一动点，M、N 为直线 y=kx 上两动点，则 PM+MQ+QN 最小值为_______.

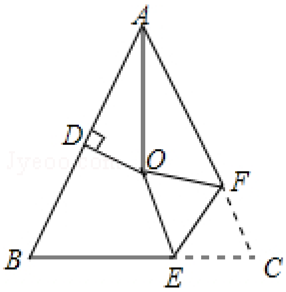


23．已知∠AOB=30°，点 P 是∠AOB 的平分线 OC 上的动点，点 M 在边 OA 上，且 OM=4，则点 P 到点 M 与到边 OA 的距离之和的最小值是_______.

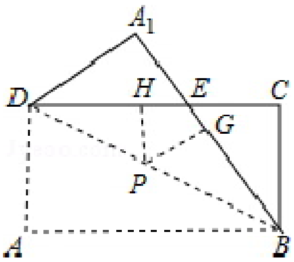
24．如图△ABC≌△ADE，BC 的延长线交 DA 于 F，交 DE 于 G，∠D=25°，∠E=105°，∠DAC=15°，则∠DGB=_______.



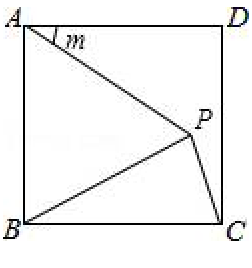
25．如图，在△ABC 中，AB=AC，∠BAC=64°，∠BAC 的平分线与 AB 的垂直平分线交于点 O，将∠C 沿 EF（E 在 BC 上，F 在 AC 上）折叠，点 C 与点 O 恰好重合，则∠OEC 为　　度.



26．如图，四边形 ABCD 是长方形，将△ABD 沿着 BD 翻折，点 A 的对应点为 A_1，BA_1 与 CD 交于点 E，点 P 是线段 DB（除去点 D 和点 B）上任意一点，过点 P 分别作 CD 和 BA1 的 垂线，垂足为点 G 和点 H，已知 AB=8，AD=4，则 PG+PH=_______.



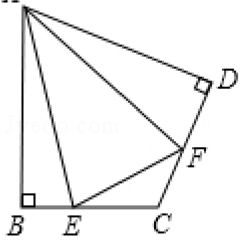
27．如图，在正方形 ABCD 中，边 AD 绕点 A 顺时针旋转角度 m（0°＜m＜360°），得到线段 AP，连接 PB，PC．当△BPC 是等腰三角形时，m 的值为_______.



三．解答题（共 23 小题）

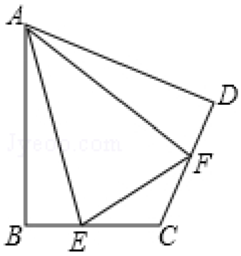
28．（1）如图，在四边形 ABCD 中，AB=AD，∠B=∠D=90°，E、F 分别是边 BC、CD 上的点，且∠EAF=$\frac{1}{2}$∠BAD.

求证：EF=BE+FD；

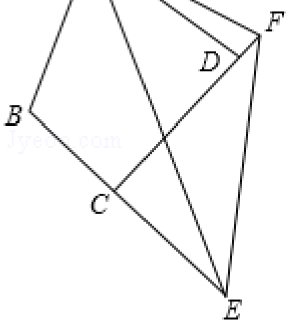


（2）如图，在四边形 ABCD 中，AB=AD，∠B+∠D=180°，E、F 分别是边 BC、CD 上的

点，且∠EAF=$\frac{1}{2}$∠BAD，（1）中的结论是否仍然成立？



（3）如图，在四边形 ABCD 中，AB=AD，∠B+∠ADC=180°，E、F 分别是边 BC、CD 延长线上的点，且∠EAF=$\frac{1}{2}$∠BAD，（1）中的结论是否仍然成立？若成立，请证明；若不成立，请写出它们之间的数量关系，并证明．



29．如图1，C是线段BE上一点，以BC、CE为边分别在BE的同侧作等边△ABC和等边△DCE，连结AE、BD．

（1）求证：BD=AE;

（2）如图2，若M、N分别是线段AE、BD上的点，且AM=BN，请判断△CMN的形状，并说明理由．

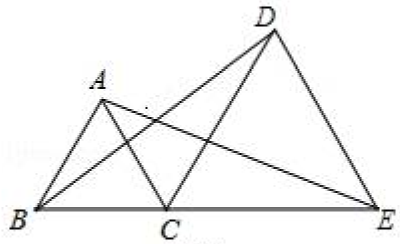


图1

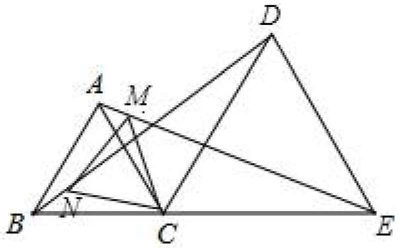


图2

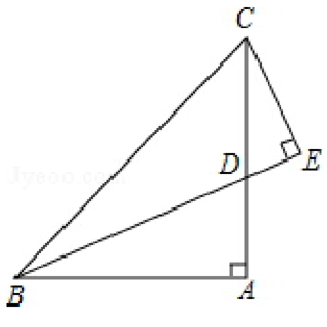
30．如图，在△ABC中，∠BAC=90°，AB=AC，BD平分∠ABC时

（1）若CE⊥BD于E，

①∠ECD=_______°;

②求证：BD=2EC;

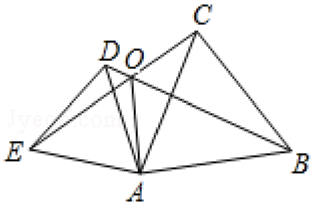
（2）如图，点P是射线BA上A点右边一动点，以CP为斜边作等腰直角△CPF，其中∠F=90°，点Q为∠FPC与∠PFC的角平分线的交点．当点P运动时，点Q是否一定在射线BD上？若在，请证明，若不在；请说明理由．



31．如图，△ABC 和△ADE 都是等边三角形，BD 与 CE 相交于 O．

（1）求证：BD=CE；

（2）OA 平分∠BOE 吗？说明理由．



32．如图，在平面直角坐标系中，已知 A（7a，0），B（0，﹣7a），点 C 为 x 轴负半轴上一点，AD⊥AB，∠1=∠2．

（1）求∠ABC+∠D 的度数；

（2）如图①，若点 C 的坐标为（﹣3a，0），求点 D 的坐标（结果用含 a 的式子表示）；

（3）如图②，在（2）的条件下，若 a=1，过点 D 作 DE⊥y 轴于点 E，DF⊥x 轴于点 F，点 M 为线段 DF 上一点，若第一象限内存在点 N（n，2n﹣3），使△EMN 为等腰直角三角形，请直接写出符合条件的 N 点坐标，并选取一种情况计算说明．

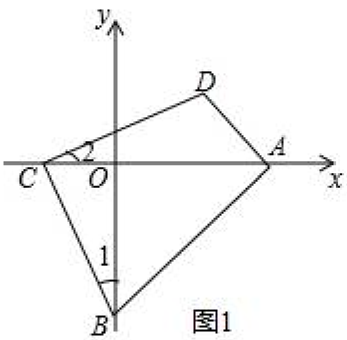


图1

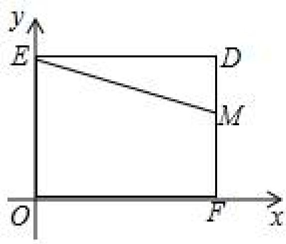
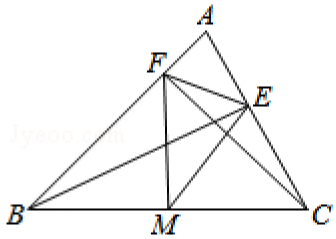


图2

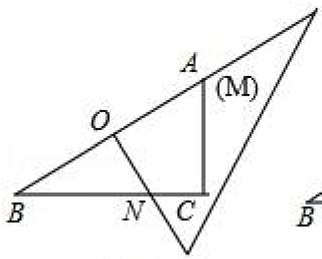
33．如图，在△ABC 中，CF⊥AB 于 F，BE⊥AC 于 E，M 为 BC 的中点，BC=10，EF=4．

（1）求△MEF 的周长；

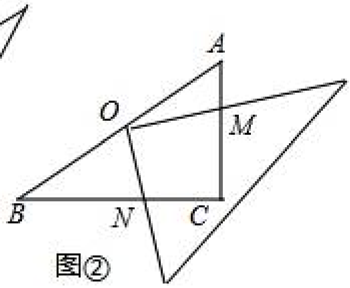
（2）若∠ABC=50°，∠ACB=60°，求△EFM 的三个内角的度数．



34．已知△ABC 中，∠C=90°，AB=10，AC=6，点 O 是 AB 的中点，将一块直角三角板的直角顶点与点 O 重合并将三角板绕点 O 旋转，图中的 M、N 分别为直角三角板的直角边与边 AC、BC 的交点．



图①



图②

（1）如图①，当点 M 与点 A 重合时，求 BN 的长．

（2）当三角板旋转到如图②所示的位置时，即点 M 在 AC 上（不与 A、C 重合），

①猜想图②中 AM^2、CM^2、CN^2、BN^2 之间满足的数量关系式，并说明理由．

②若在三角板旋转的过程中满足 CM=CN，请你直接写出此时 BN 的长．

35．如图，点 B（0，b），点 A（a，0）分别在 y 轴、x 轴正半轴上，且满足$\sqrt{a-b}$+（b^2-16）^{2}=0．

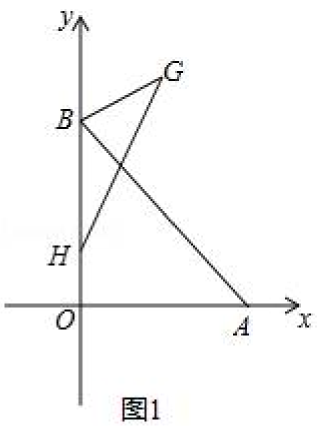


图1

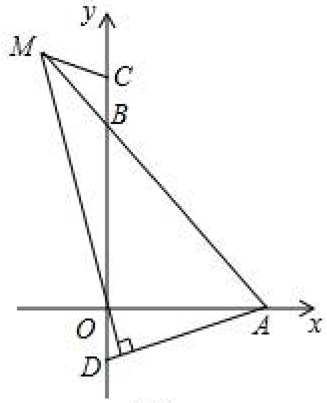


图2

（1）求 A、B 两点的坐标，∠OAB 的度数；

（2）如图 1，已知 H（0，1），在第一象限内存在点 G，HG 交 AB 于 E，使 BE 为△BHG 的中线，且 $S_{\triangle BHE}$=3，

①求点 E 到 BH 的距离；

②求点 G 的坐标；

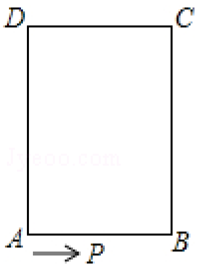
（3）如图 2，C，D 是 y 轴上两点，且 BC=OD，连接 AD，过点 O 作 MN⊥AD 于点 N，交直线 AB 于点 M，连接 CM，求∠ADO+∠BCM 的值．

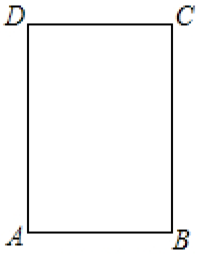
36．如图，长方形 ABCD 中，AB=4cm，BC=6cm，现有一动点 P 从 A 出发以 2cm/秒的速度，沿矩形的边 A﹣B﹣C﹣D 回到点 A，设点 P 运动的时间为 t 秒．

（1）当 t=3 秒时，求△ABP 的面积；

（2）当 t 为何值时，点 P 与点 A 的距离为 5cm？

（3）当 t 为何值时（2＜t＜5），以线段 AD、CP、AP 的长度为三边长的三角形是直角三角形，且 AP 是斜边．





备用图

37．等腰 Rt△ACB，∠ACB=90°，AC=BC，点 A、C 分别在 x 轴、y 轴的正半轴上．

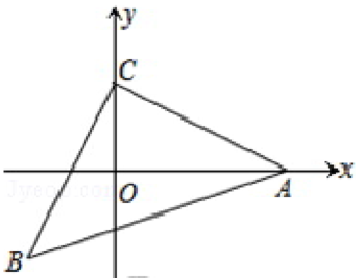


图 1

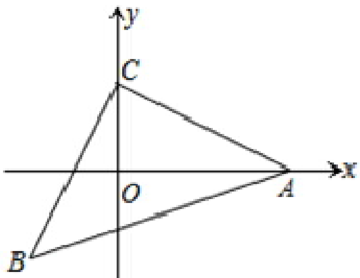


图 2

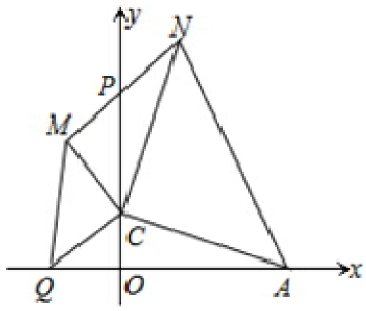


图 3

（1）如图 1，求证：∠BCO=∠CAO

（2）如图 2，若 OA=5，OC=2，求 B 点的坐标

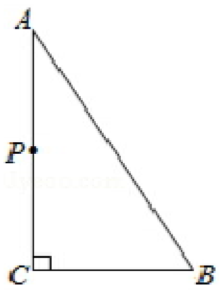
（3）如图 3，点 C（0，3），Q、A 两点均在 x 轴上，且 $S_{\triangle CQA}=18$．分别以 AC、CQ 为腰在第一、第二象限作等腰 Rt△CAN、等腰 Rt△QCM，连接 MN 交 y 轴于 P 点，OP 的长度是否发生改变？若不变，求出 OP 的值；若变化，求 OP 的取值范围．

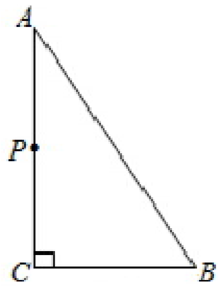
38．如图，△ABC 中，∠ACB=90°，AB=10cm，BC=6cm，若点 P 从点 A 出发，以每秒 4cm 的速度沿折线 A﹣C﹣B﹣A 运动，设运动时间为 t 秒（t＞0）.

（1）若点 P 在 AC 上，且满足 PA=PB 时，求出此时 t 的值；

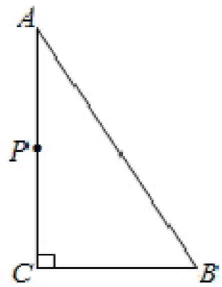
（2）若点 P 恰好在∠BAC 的角平分线上，求 t 的值；

（3）在运动过程中，直接写出当 t 为何值时，△BCP 为等腰三角形.





备用图1

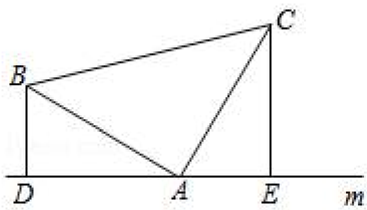


备用图2

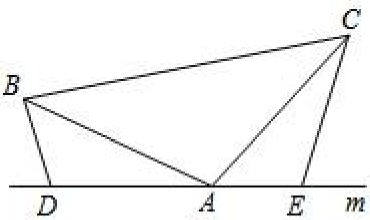
39．（1）如图（1），已知：在△ABC 中，∠BAC=90°，AB=AC，直线 m 经过点 A，BD⊥直线 m，CE⊥直线 m，垂足分别为点 D、E．证明：DE=BD+CE．

（2）如图（2），将（1）中的条件改为：在△ABC 中，AB=AC，D、A、E 三点都在直线 m 上，并且有∠BDA=∠AEC=∠BAC=α，其中 α 为任意锐角或钝角．请问结论 DE=BD+CE 是否成立？如成立，请你给出证明；若不成立，请说明理由．

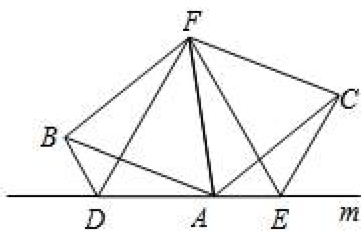
（3）拓展与应用：如图（3），D、E 是 D、A、E 三点所在直线 m 上的两动点（D、A、E 三点互不重合），点 F 为∠BAC 平分线上的一点，且△ABF 和△ACF 均为等边三角形，连接 BD、CE，若∠BDA=∠AEC=∠BAC，试判断△DEF 的形状．



（图1）



（图2）

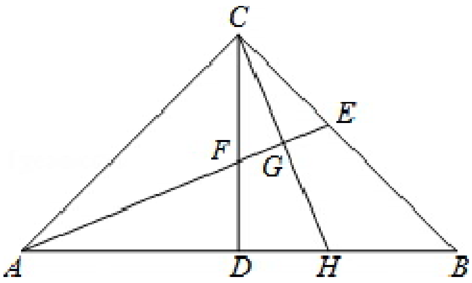


（图3）

40．如图，在△ABC 中，∠ACB=90°，AC=BC，△ABC 的高 CD 与角平分线 AE 相交点 F，过点 C 作 CH⊥AE 于 G，交 AB 于 H.

（1）求∠BCH 的度数；

（2）求证：CE=BH.



41．在等腰 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，AC=BC，点 D 是 BC 边上一点，BN⊥AD 交 AD 的延长线于点 N.

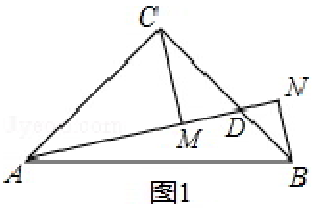


图1

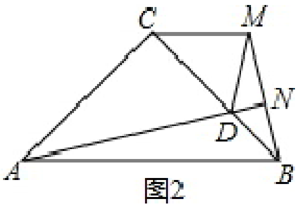


图2

（1）如图 1，若 CM∥BN 交 AD 于点 M.

①直接写出图 1 中所有与∠MCD 相等的角：_______；（注：所找到的相等关系可以直接用于第②小题的证明过程

②过点 C 作 CG⊥BN，交 BN 的延长线于点 G，请先在图 1 中画出辅助线，再回答线段 AM、CG、BN 有怎样的数量关系，并给予证明.

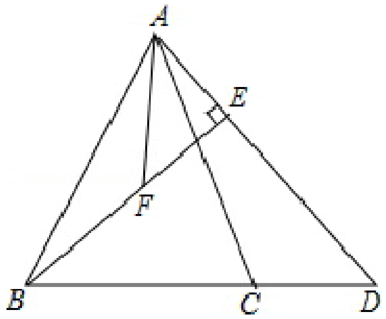
（2）如图 2，若 CM∥AB 交 BN 的延长线于点 M．请证明：∠MDN+2∠BDN=180°.

42．如图，在△ABC 中，AB=AC，D 为线段 BC 的延长线上一点，且 DB=DA，BE⊥AD 于点 E，取 BE 的中点 F，连接 AF．

（1）若 BE=$2\sqrt{2}$，AE=$\sqrt{3}$，求 AF 的长；

（2）若∠BAC=∠DAF，求证：2AF=AD；

（3）请直接写出线段 AD、BE、AE 的数量关系．



43．如图 1，等边△ABC 边长为 6，AD 是△ABC 的中线，P 为线段 AD（不包括端点 A、D）上一动点，以 CP 为一边且在 CP 左下方作如图所示的等边△CPE，连结 BE．

（1）点 P 在运动过程中，线段 BE 与 AP 始终相等吗？说说你的理由；

（2）若延长 BE 至 F，使得 CF=CE=5，如图 2，问：求出此时 AP 的长；

（3）当点 P 在线段 AD 的延长线上时，F 为线段 BE 上一点，使得 CF=CE=5．求 EF 的长

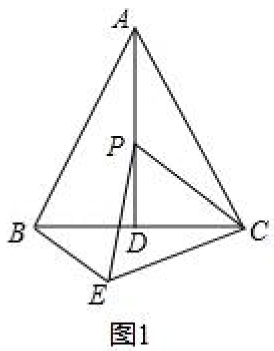


图1

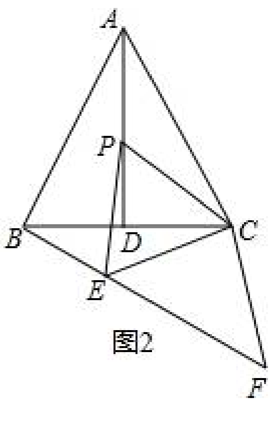
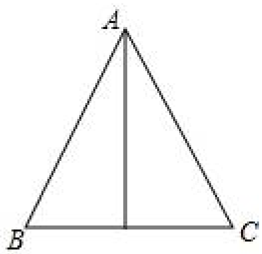


图2

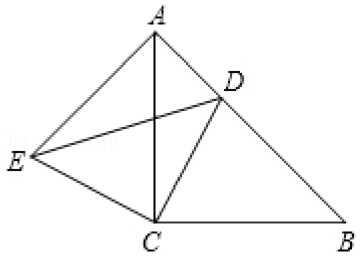


备用图

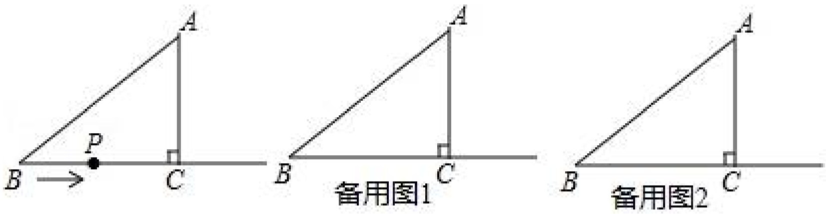
44．如图，△ACB 和△ECD 都是等腰直角三角形，∠ACB=∠ECD=90°，D 为 AB 边上一点，求证：

（1）△ACE≌△BCD；

（2）$AD^2+DB^2=DE^2$.



45．如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AB=10cm，AC=6cm，动点 P 从点 B 出发沿射线 BC 以 2cm/s 的速度移动，设运动的时间为 t 秒．



（1）求 BC 边的长；

（2）当△ABP 为直角三角形时，求 t 的值；

（3）当△ABP 为等腰三角形时，求 t 的值．

46．如图，已知△ABC 中，AB=AC=10cm，BC=8cm，点 D 为 AB 的中点．如果点 P 在线段 BC 上以 3cm/s 的速度由点 B 向 C 点运动，同时，点 Q 在线段 CA 上由点 C 向 A 点运动．

（1）若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度相等，经过 1 秒后，△BPD 与△CQP 是否全等，请说明理由．

（2）若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度不相等，当点 Q 的运动速度为多少时，能够使△BPD 与△CQP 全等？

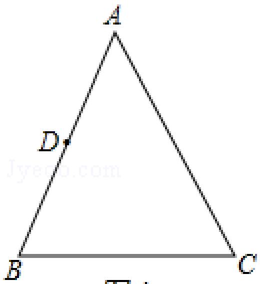


图 1

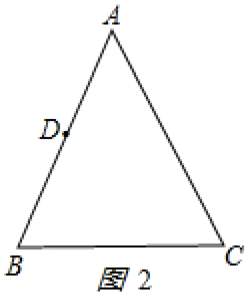
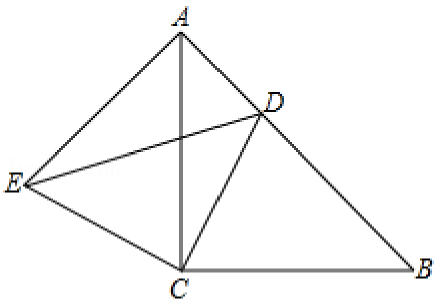


图 2

47．如图所示，△ACB 与△ECD 都是等腰直角三角形，∠ACB=∠ECD=90°，点 D 为 AB 边上的一点，若 AB=17，BD=12，

（1）求证：△BCD≌△ACE；

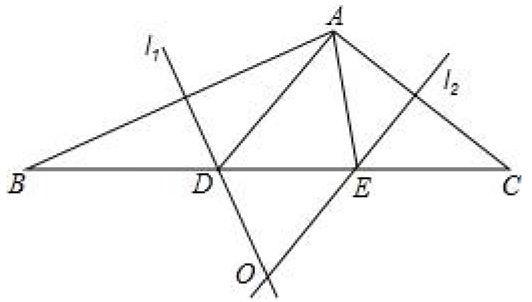
（2）求 DE 的长度．



48．在△ABC 中，AB 边的垂直平分线 l_1 交 BC 于 D，AC 边的垂直平分线 l_2 交 BC 于 E，l_1 与 l_2 相交于点 O．△ADE 的周长为 6cm.

（1）求 BC 的长；

（2）分别连结 OA、OB、OC，若△OBC 的周长为 16cm，求 OA 的长．



49．如图 1，在△ABC 中，AB=AC，点 D 关于直线 AE 的对称点为 F，∠BAC=2∠DAE=2α．

（1）求证：△ABD≌△ACF；

（2）如图 2，在（1）的条件下，若 α=45°，求证：$DE^2=BD^2+CE^2$；

（3）如图 3，若 α=45°，点 E 在 BC 的延长线上，则等式 $DE^2=BD^2+CE^2$ 还能成立吗？请说明理由．

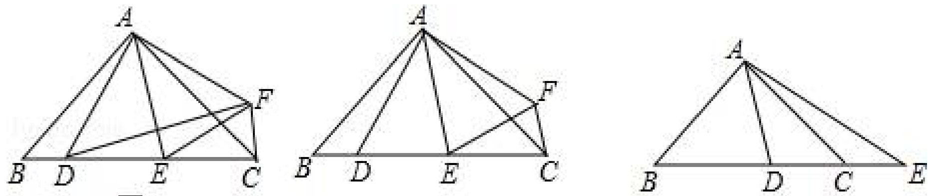


图1　图2　图3

50．如图 1，△ABC 中，CD⊥AB 于 D，且 BD：AD：CD=2：3：4，

（1）试说明△ABC 是等腰三角形；

（2）已知 $S_{\triangle ABC}=40cm^2$，如图 2，动点 M 从点 B 出发以每秒 1cm 的速度沿线段 BA 向点 A 运动，同时动点 N 从点 A 出发以相同速度沿线段 AC 向点 C 运动，当其中一点到达终点时整个运动都停止．设点 M 运动的时间为 t（秒），

①若△DMN 的边与 BC 平行，求 t 的值；

②若点 E 是边 AC 的中点，问在点 M 运动的过程中，△MDE 能否成为等腰三角形？若能，求出 t 的值；若不能，请说明理由．

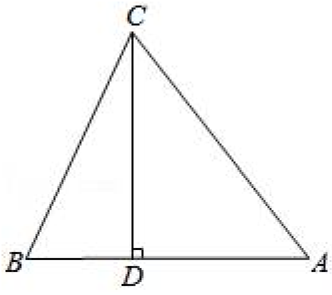


图 1

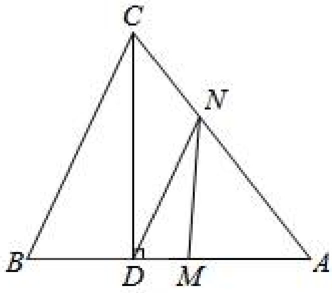
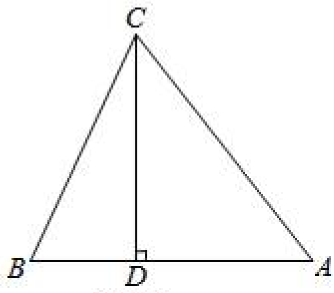


图 2



备用图