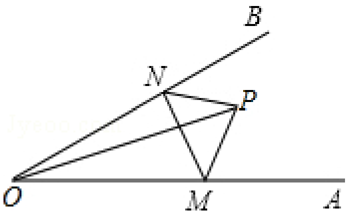
几何过关难题训练 50 题答案

一．选择题（共 14 小题）

1．如图，点 P 是∠AOB 内任意一点，OP=5cm，点 M 和点 N 分别是射线 OA 和射线 OB 上的动点，△PMN 周长的最小值是 5cm，则∠AOB 的度数是（　　）



A．25°　B．30°　C．35°　D．40°

【解答】解：分别作点 P 关于 OA、OB 的对称点 C、D，连接 CD，

分别交 OA、OB 于点 M、N，连接 OC、OD、PM、PN、MN，如图所示：

∵点 P 关于 OA 的对称点为 D，关于 OB 的对称点为 C，

∴PM=DM，OP=OD，∠DOA=∠POA；

∵点 P 关于 OB 的对称点为 C，

∴PN=CN，OP=OC，∠COB=∠POB，

∴OC=OP=OD，∠AOB=$\frac{1}{2}$∠COD，

∵△PMN 周长的最小值是 5cm，

∴PM+PN+MN=5，

∴DM+CN+MN=5，

即 CD=5=OP，

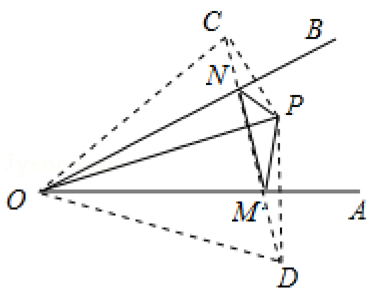
∴OC=OD=CD，

即△OCD 是等边三角形，

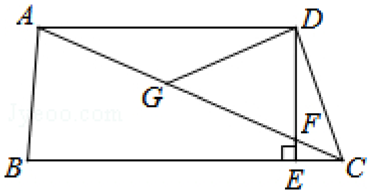
∴∠COD=60°，

∴∠AOB=30°；

故选：B．



2．如图，在四边形 ABCD 中，AD∥BC，DE⊥BC，垂足为点 E，连接 AC 交 DE 于点 F，点 G 为 AF 的中点，∠ACD=2∠ACB．若 DG=3，EC=1，则 DE 的长为（　　）



A．$2\sqrt{3}$ B．$\sqrt{10}$ C．$2\sqrt{2}$ D．$\sqrt{6}$

【解答】解：∵AD∥BC，DE⊥BC，

∴DE⊥AD，∠CAD=∠ACB，∠ADE=∠BED=90°，

又∵点 G 为 AF 的中点，

∴DG=AG，

∴∠GAD=∠GDA，

∴∠CGD=2∠CAD，

∵∠ACD=2∠ACB=2∠CAD，

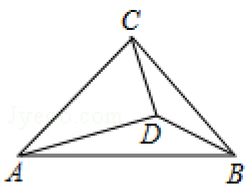
∴∠ACD=∠CGD，

∴CD=DG=3，

在 Rt△CED 中，DE=$\sqrt{CD^2-CE^2}$=$2\sqrt{2}$.

故选：C．

3．如图，在 Rt△ABC 中，AC=BC，点 D 是△ABC 内一点，若 AC=AD，∠CAD=30°，连接 BD，则∠ADB 的度数为（　　）



A．120° B．135° C．150° D．165°

【解答】解：∵AC=BC，∠ACB=90°，

∴∠CAB=∠ABC=45°，

∵AC=AD，

∴AD=BC，

∵∠CAD=30°，

∴∠ACD=∠ADC=75°，

∠DAB=45°﹣30°=15°，

∴∠DCB=90°﹣75°=15°，

∴∠EAD=∠DCB，

在AB上取一点E，使AE=CD，连接DE，

在△CDB和△AED中，

$$\because\begin{cases}AD=BC\\ \angle EAD=\angle DCB,\\ AE=CD\end{cases}$$

∴△CDB≌△AED（SAS），

∴∠ADE=∠CBD，ED=BD，

∴∠DEB=∠DBE，

设∠CBD=x，则∠ADE=x，∠DEB=∠DBE=15+x，

∵∠ABC=45°，

∴x+15+x=45，

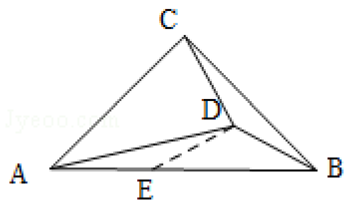
x=15°，

∴∠DCB=∠DBC=15°，

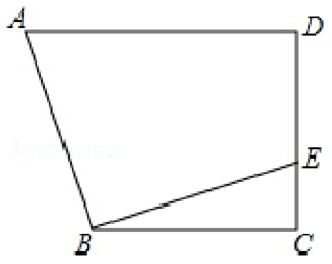
∴∠BDC=180°﹣15°﹣15°=150°，

∴∠ADB=360°﹣75°﹣150°=135°；

故选B．

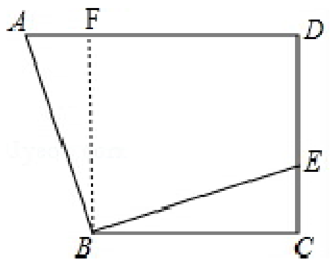


4．如图，在四边形ABCD中，AD∥BC，∠C=90°，BC=CD=8，过点B作EB⊥AB，交CD于点E．若DE=6，则AD的长为（　　）



A．6　　B．8　　C．9　　D．10

【解答】解：如图，作 BF⊥AD 与点 F，



，

∵BF⊥AD，

∴∠AFB=BFD=90°，

∵AD∥BC，

∴∠FBC=∠AFB=90°，

∵∠C=90°，

∴∠C=∠AFB=∠BFD=∠FBC=90°.

∴四边形 BCDF 是矩形.

∵BC=CD，

∴四边形 BCDF 是正方形，

∴BC=BF=FD.

∵EB⊥AB，

∴∠ABE=90°，

∴∠ABE=∠FBC，

∴∠ABE﹣∠FBE=∠FBC﹣∠FBE，

∴∠CBE=∠FBA.

在△BAF 和△BEC 中，

$$\begin{cases}\angle AFB=\angle ECB\\ BF=BC\\ \angle ABF=\angle EBC\end{cases},$$

∴△BAF≌△BEC，

∴AF=EC．

∵CD=BC=8，DE=6，

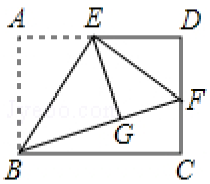
∴DF=8，EC=2，

∴AF=2，

∴AD=8+2=10．

故选：D．

5．如图，矩形 ABCD 中，E 是 AD 的中点，将△ABE 沿直线 BE 折叠后得到△GBE，延长 BG 交 CD 于点 F．若 AB=6，BC=$4\sqrt{6}$，则 FD 的长为（　　）



A．2　 B．4　 C．$\sqrt{6}$　D．$2\sqrt{3}$

【解答】解：∵E 是 AD 的中点，

∴AE=DE，

∵△ABE 沿 BE 折叠后得到△GBE，

∴AE=EG，AB=BG，

∴ED=EG，

∵在矩形 ABCD 中，

∴∠A=∠D=90°，

∴∠EGF=90°，

∵在 Rt△EDF 和 Rt△EGF 中，

$\begin{cases}ED=EG\\EF=EF\end{cases}$，

∴Rt△EDF≌Rt△EGF（HL），

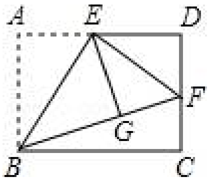
∴DF=FG，

设 DF=x，则 BF=6+x，CF=6﹣x，

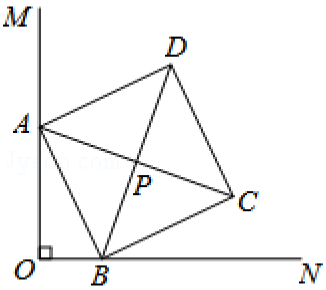
在 Rt△BCF 中，$(4\sqrt{6})^2+(6-x)^2=(6+x)^2$，

解得 x=4．

故选：B．



6．如图，∠MON=90°，点 B 在射线 ON 上且 OB=2，点 A 在射线 OM 上，以 AB 为边在∠MON 内部作正方形 ABCD，其对角线 AC、BD 交于点 P．在点 A 从 O 点出发，沿射线 OM 的运动过程中，下列说法正确的是（　　）



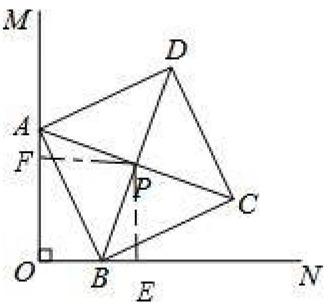
A．点 P 始终在∠MON 的平分线上，且线段 OP 的长有最小值等于$\sqrt{2}$

B．点 P 始终在∠MON 的平分线上，且线段 OP 的长有最大值等于$\sqrt{2}$

C．点 P 不一定在∠MON 的平分线上，但线段 OP 的长有最小值等于$\sqrt{2}$

D．点 P 运动路径无法确定

【解答】解：作 PE⊥ON、PF⊥OM 垂足分别为 E、F，



∠PEB=∠PFA=90°，

∵ABCD 是正方形，

∴PA=PB，

∵∠BOA=∠BAC=90°，

∴∠DAM=∠OBA，∠POD=∠PBA=45°，

∴∠DMA+∠POD=∠PBA+∠OBA，

即∠PBE=∠PAF，

在△PBE与△PAF中，

$$\begin{cases}\angle PEB=\angle PFA \\ \angle PBE=\angle PAF, \\ PA=PB\end{cases}$$

∴△PBE≌△PAF，

∴PE=PF，

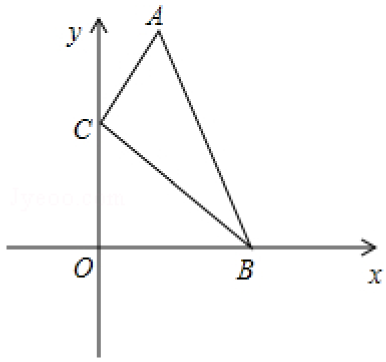
即P在∠MON的平分线上，

当点A在点O时，OP最小，此时，OP是正方形ABCD的对角线的一半，而此时，正方形的边长为2，

$OP=\frac{\sqrt{2}}{2}OB=\sqrt{2}$，

故选A

7．如图，在直角坐标系中，点A、B的坐标分别为（1，4）和（3，0），点C是y轴上的一个动点，且A、B、C三点不在同一条直线上，当△ABC的周长最小时，点C的坐标是（　　）



A．（0，0）　B．（0，1）　C．（0，2）　D．（0，3）

【解答】解：作B点关于y轴对称点B′点，连接AB′，交y轴于点C′，

此时△ABC的周长最小，

∵点A、B的坐标分别为（1，4）和（3，0），

∴B′点坐标为：（﹣3，0），AE=4，

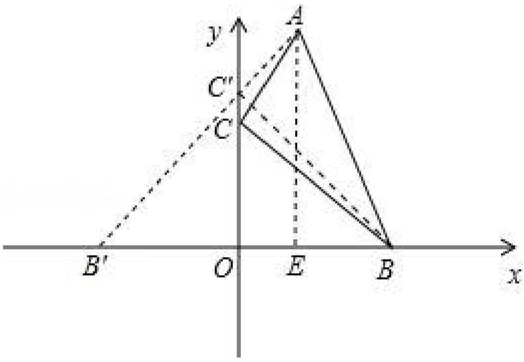
则B′E=4，即B′E=AE，

∵C′O∥AE，

∴B′O=C′O=3，

∴点C′的坐标是（0，3），此时△ABC的周长最小．

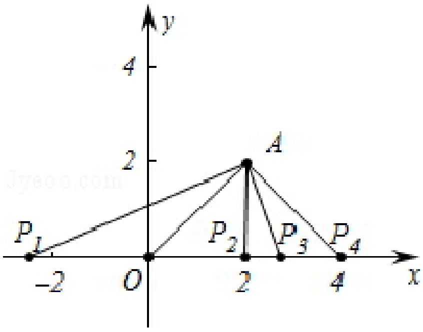
故选：D．



8．在直角坐标系中，O 为坐标原点，已知 A（2，2），在 x 轴上确定点 P，使△AOP 为等腰三角形，则符合条件的点 P 的个数共有（　　）

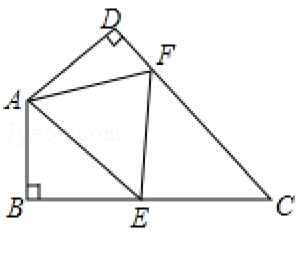
A．4 个 B．3 个 C．2 个 D．1 个

【解答】解：如图，△AOP 为等腰三角形，则符合条件的点 P 的个数共有 4 个．



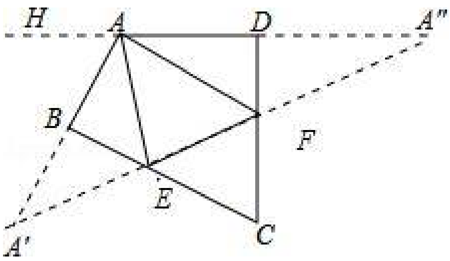
故选 A．

9．如图，四边形 ABCD 中，∠C=50°，∠B=∠D=90°，E、F 分别是 BC、DC 上的点，当△AEF 的周长最小时，∠EAF 的度数为（　　）



A．50° B．60° C．70° D．80°

【解答】解：作 A 关于 BC 和 CD 的对称点 A′，A″，连接 A′A″，交 BC 于 E，交 CD 于 F，则 A′A″即为△AEF 的周长最小值．作 DA 延长线 AH，



∵∠C=50°，

∴∠DAB=130°，

∴∠HAA′=50°，

∴∠AA′E+∠A″=∠HAA′=50°，

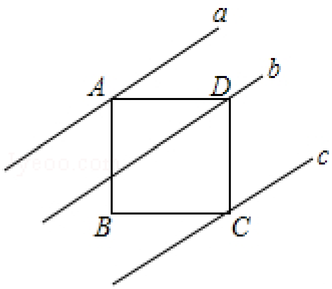
∵∠EA′A=∠EAA′，∠FAD=∠A″，

∴∠EAA′+∠A″AF=50°，

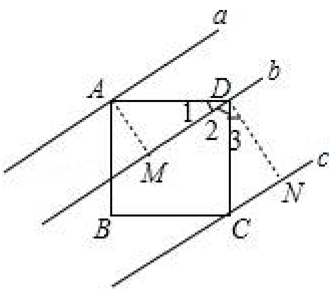
∴∠EAF=130°﹣50°=80°，

故选：D．

10．如图，四边形ABCD是正方形，直线a，b，c分别通过A、D、C三点，且a∥b∥c．若a与b之间的距离是5，b与c之间的距离是7，则正方形ABCD的面积是（　　）



A．70　B．74　C．144　D．148



【解答】解：如图：

过A作AM⊥直线b于M，过D作DN⊥直线c于N，

则∠AMD=∠DNC=90°，

∵直线b∥直线c，DN⊥直线c，

∴∠2+∠3=90°，

∵四边形ABCD是正方形，

∴AD=DC，∠1+∠2=90°，

∴∠1=∠3，

在△AMD和△CND中

$$\begin{cases}\angle 1=\angle 3\\ \angle AMD=\angle CND\\ AD=DC\end{cases}$$

∴△AMD≌△CND，

∴AM=CN，

∵a与b之间的距离是5，b与c之间的距离是7，

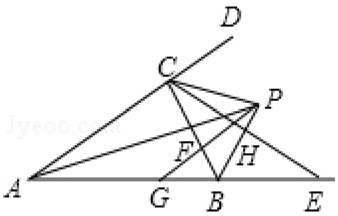
∴AM=CN=5，DN=7，

在Rt△DNC中，由勾股定理得：$DC^2=DN^2+CN^2=7^2+5^2=74$，

即正方形ABCD的面积为74，

故选B．

11．如图，∠BAC与∠CBE的平分线相交于点P，BE=BC，PB与CE交于点H，PG∥AD交BC于F，交AB于G，下列结论：①GA=GP；②$S_{\triangle PAC}$：$S_{\triangle PAB}$=AC：AB；③BP垂直平分CE；④FP=FC；其中正确的判断有（　　）



A．只有①② B．只有③④ C．只有①③④　 D．①②③④

【解答】解：①∵AP平分∠BAC

∴∠CAP=∠BAP

∵PG∥AD

∴∠APG=∠CAP

∴∠APG=∠BAP

∴GA=GP

②∵AP平分∠BAC

∴P到AC，AB的距离相等

∴$S_{\triangle PAC}$：$S_{\triangle PAB}$=AC：AB

③∵BE=BC，BP 平分∠CBE

∴BP 垂直平分 CE（三线合一）

④∵∠BAC 与∠CBE 的平分线相交于点 P，可得点 P 也位于∠BCD 的平分线上

∴∠DCP=∠BCP

又 PG∥AD

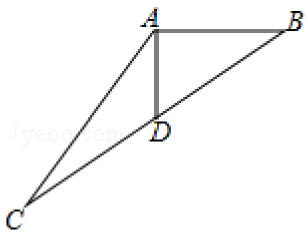
∴∠FPC=∠DCP

∴FP=FC

故①②③④都正确．

故选 D．

12．如图，在△ABC 中，AB=6，AC=10，BC 边上的中线 AD=4，则△ABC 的面积为（　　）



A．30　B．24　C．20　D．48

【解答】解：延长 AD 到 E，使 DE=AD，连接 CE，

∵D 为 BC 的中点，

∴DC=BD，

在△ADB 与△EDC 中，

∵$\begin{cases} AD=DE \\ \angle ADB=\angle EDC, \\ CD=BD \end{cases}$

∴△ADB≌△EDC（SAS），

∴CE=AB=6．

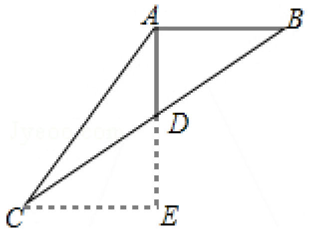
又∵AE=2AD=8，AB=CE=6，AC=10，

∴$AC^2=AE^2+CE^2$，

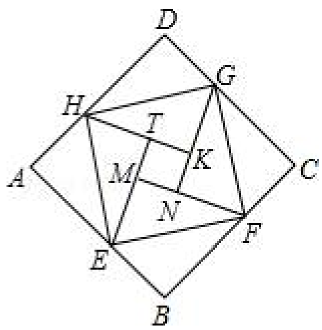
∴∠E=90°，

则 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ACE}=\frac{1}{2}CE\bullet AE=\frac{1}{2}\times6\times8=24$．

故选 B．



13．如图是由“赵爽弦图”变化得到的，它由八个全等的直角三角形拼接而成，记图中正方形 ABCD、正方形 EFGH、正方形 MNKT 的面积分别为 S_1、S_2、S_3．若 $S_1+S_2+S_3=15$，则 S_2 的值是（　　）



A．3　　B．$\frac{15}{4}$　C．5　　D．$\frac{15}{2}$

【解答】解：∵八个直角三角形全等，四边形 ABCD，EFGH，MNKT 是正方形，

∴CG=NG，CF=DG=NF，

∴$S_1=(CG+DG)^2$

$=CG^2+DG^2+2CG\cdot DG$

$=GF^2+2CG\cdot DG$，

$S_2=GF^2$，

$S_3=(NG-NF)^2=NG^2+NF^2-2NG\cdot NF$，

∴$S_1+S_2+S_3=GF^2+2CG\cdot DG+GF^2+NG^2+NF^2-2NG\cdot NF=3GF^2=15$，

∴$GF^2=5$，

∴$S_2=5$．

故选 C．

14．已知：如图在△ABC，△ADE 中，∠BAC=∠DAE=90°，AB=AC，AD=AE，点 C，D，E 三点在同一条直线上，连接 BD，BE．以下四个结论：

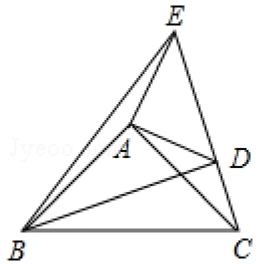
①BD=CE；

②BD⊥CE；

③∠ACE+∠DBC=45°；

④$BE^2=2（AD^2+AB^2）$，

其中结论正确的个数是（　　）



A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【解答】解：①∵∠BAC=∠DAE=90°，

∴∠BAC+∠CAD=∠DAE+∠CAD，

即∠BAD=∠CAE，

∵在△BAD和△CAE中，

$$\begin{cases}AB=AC\\ \angle BAD=\angle CAE，\\ AD=AE\end{cases}$$

∴△BAD≌△CAE（SAS），

∴BD=CE，故①正确；

②∵△BAD≌△CAE，

∴∠ABD=∠ACE，

∵∠ABD+∠DBC=45°，

∴∠ACE+∠DBC=45°，

∴∠DBC+∠DCB=∠DBC+∠ACE+∠ACB=90°，

则BD⊥CE，故②正确；

③∵△ABC为等腰直角三角形，

∴∠ABC=∠ACB=45°，

∴∠ABD+∠DBC=45°，

∵∠ABD=∠ACE

∴∠ACE+∠DBC=45°，故③正确；

④∵BD⊥CE，

∴在 Rt△BDE 中，利用勾股定理得：

$BE^2=BD^2+DE^2$，

∵△ADE 为等腰直角三角形，

∴$DE=\sqrt{2}AD$，

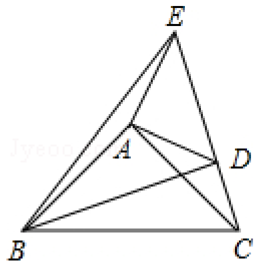
即 $DE^2=2AD^2$，

∴$BE^2=BD^2+DE^2=BD^2+2AD^2$，

而 $BD^2\neq 2AB^2$，故④错误，

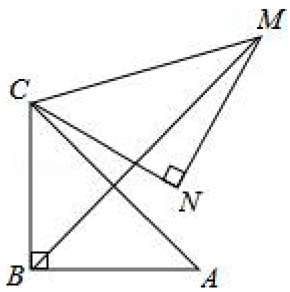
综上，正确的个数为 3 个．

故选：C．



二．填空题（共 13 小题）

15．如图，在 Rt△ABC 中，∠ABC=90°，AB=BC=$\sqrt{2}$，将△ABC 绕点 C 逆时针旋转 60°，得到△MNC，连接 BM，则 BM 的长是__$\sqrt{3}+1$___．



【解答】解：如图，连接 AM，

由题意得：CA=CM，∠ACM=60°，

∴△ACM 为等边三角形，

∴AM=CM，∠MAC=∠MCA=∠AMC=60°；

∵∠ABC=90°，AB=BC=$\sqrt{2}$，

∴AC=2=CM=2，

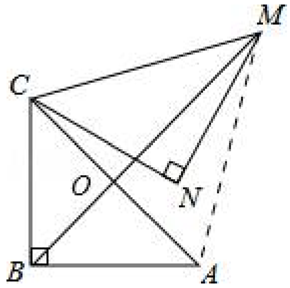
∵AB=BC，CM=AM，

∴BM 垂直平分 AC，

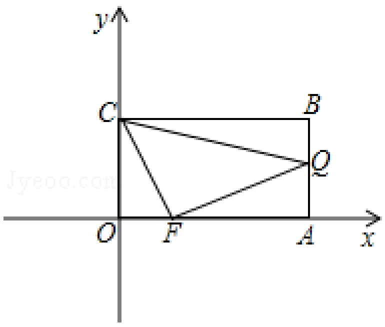
∴BO=$\frac{1}{2}$AC=1，OM=CM•sin60°=$\sqrt{3}$，

∴BM=BO+OM=1+$\sqrt{3}$，

故答案为：1+$\sqrt{3}$.



16．如图，在平面直角坐标系中，矩形 OABC 的两边分别在 x 轴和 y 轴上，OA=10cm，OC=6cm．F 是线段 OA 上的动点，从点 O 出发，以 1cm/s 的速度沿 OA 方向作匀速运动，点 Q 在线段 AB 上．已知 A、Q 两点间的距离是 O、F 两点间距离的 a 倍．若用（a，t）表示经过时间 t（s）时，△OCF、△FAQ、△CBQ 中有两个三角形全等．请写出（a，t）的所有可能情况<u>（1，4），（$\frac{6}{5}$，5），（0，10）</u>.



【解答】解：①当△COF 和△FAQ 全等时，

OC=AF，OF=AQ 或 OC=AQ，OF=AF，

∵OC=6，OF=t，AF=10﹣t，AQ=at，代入得：$\begin{cases}6=10-t\\t=at\end{cases}$或$\begin{cases}6=at\\t=10-t\end{cases}$，

解得：t=4，a=1，或 t=5，a=$\frac{6}{5}$，

∴（1，4），（$\frac{6}{5}$，5）；

②同理当△FAQ 和△CBQ 全等时，必须 BC=AF，BQ=AQ，

10=10﹣t，6﹣at=at，

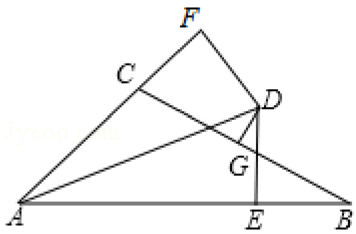
此时不存在；

③因为△CBQ 最长直角边 BC=10，而△COF 的最长直角边不能等于 10，所以△COF 和△BCQ 不全等，

④F，Q，A 三点重合，此时△COF 和△CBQ 全等，此时为（0，10）

故答案为：（1，4），（$\frac{6}{5}$，5），（0，10）.

17．如图，∠BAC 的平分线与 BC 的垂直平分线相交于点 D，DE⊥AB，DF⊥AC，垂足分别为 E、F，AB=10cm，AC=6cm，则 BE 的长为 <u> 2cm </u>.



【解答】解：如图，连接 CD，BD，

∵AD 是∠BAC 的平分线，DE⊥AB，DF⊥AC，

∴DF=DE，∠F=∠DEB=90°，∠ADF=∠ADE，

∴AE=AF，

∵DG 是 BC 的垂直平分线，

∴CD=BD，

在 Rt△CDF 和 Rt△BDE 中，

$\begin{cases} CD=BD \\ DF=DE \end{cases}$，

∴Rt△CDF≌Rt△BDE（HL），

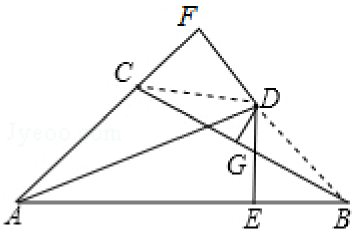
∴BE=CF，

∴AB=AE+BE=AF+BE=AC+CF+BE=AC+2BE，

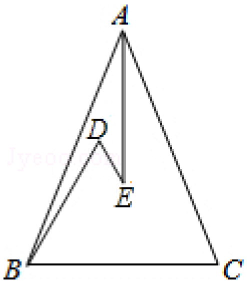
∵AB=10cm，AC=6cm，

∴BE=2cm.

故答案为：2cm.



18. 如图，已知△ABC 中，AB=AC，∠DBC=∠D=60°，AE 平分∠BAC，若 BD=8cm，DE=3cm，则 BC=__11cm__.



【解答】解：延长 DE 交 BC 于 M，延长 AE 交 BC 于 N，

∵AB=AC，AE 平分∠BAC，

∴AN⊥BC，BN=CN，

∵∠DBC=∠D=60°，

∴△BDM 为等边三角形，

∴BD=DM=BM=8cm，

∵DE=3cm，

∴EM=5cm，

∵△BDM 为等边三角形，

∴∠DMB=60°，

∵AN⊥BC，

∴∠ENM=90°，

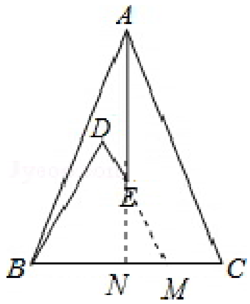
∴∠NEM=30°，

∴NM=2.5cm，

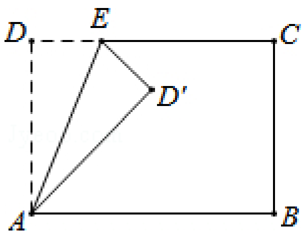
∴BN=5.5cm，

∴BC=2BN=11（cm）.

故答案为：11cm.



19．如图，长方形 ABCD 中，∠DAB=∠B=∠C=∠D=90°，AD=BC=8，AB=CD=17．点 E 为射线 DC 上的一个动点，△ADE 与△AD′E 关于直线 AE 对称，当△AD′B 为直角三角形时，DE 的长为__2 或 32__．



【解答】解：如图 1，

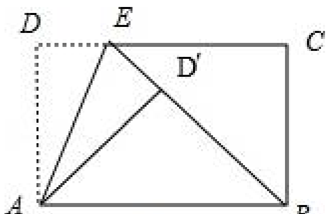


图1

∵折叠，

∴△AD′E≌△ADE，

∴∠AD′E=∠D=90°，

∵∠AD′B=90°，

∴B、D′、E 三点共线，

又∵ABD′∽△BEC，AD′=BC，

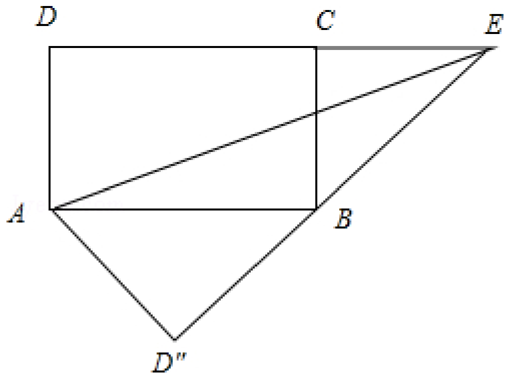
∴ABD′≌△BEC，

∴BE=AB=17，

∵BD′=$\sqrt{AB^2-AD'^2}$=$\sqrt{17^2-8^2}$=15，

∴DE=D′E=17﹣15=2；

如图 2，



∵∠ABD″+∠CBE=∠ABD″+∠BAD″=90°，

∴∠CBE=∠BAD″，

在△ABD″和△BEC 中，

$$\begin{cases}\angle D''=\angle BCE\\ AD''=BC\\ \angle BAD''=\angle CBE\end{cases}，$$

∴△ABD″≌△BEC，

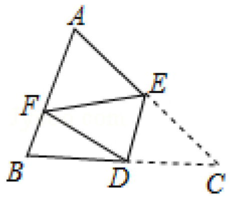
∴BE=AB=17，

∴DE=D″E=17+15=32．

综上所知，DE=2 或 32．

故答案为：2 或 32．

20．如图，在△ABC 中，点 D 为 BC 边的中点，点 E 为 AC 上一点，将∠C 沿 DE 翻折，使点 C 落在 AB 上的点 F 处，若∠AEF=50°，则∠A 的度数为__65__°．



【解答】解：∵点 D 为 BC 边的中点，

∴BD=CD，

∵将∠C 沿 DE 翻折，使点 C 落在 AB 上的点 F 处，

∴DF=CD，∠EFD=∠C，

∴DF=BD，

∴∠BFD=∠B，

∵∠A=180°﹣∠C﹣∠B，∠AFE=180°﹣∠EFD﹣∠DFB，

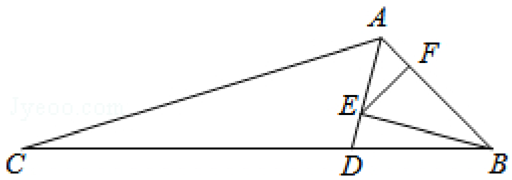
∴∠A=∠AFE，

∵∠AEF=50°，

∴∠A=$\frac{1}{2}$（180°﹣50°）=65°．

故答案为：65°．

21．如图，在△ABC 中，AD 为∠CAB 平分线，BE⊥AD 于 E，EF⊥AB 于 F，∠DBE=∠C=15°，AF=2，则 BF=__6__．



【解答】解：∠DBE=15°，∠BED=90°，

∴∠BDA=75°，

∵∠BDA=∠DAC+∠C，而∠C=15°，

∴∠DAC=60°，

∵AD 为∠CAB 平分线，

∴∠BAD=∠DAC=60°，

∵EF⊥AB 于 F，

∴∠FEA=30°，

∵AF=2，

∴EF=$2\sqrt{3}$，

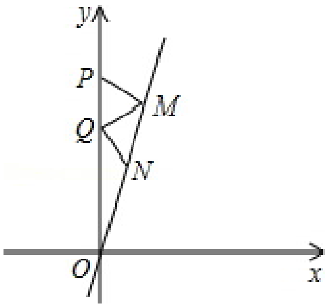
∵∠FEB=60°，

∴∠FBE=30°，

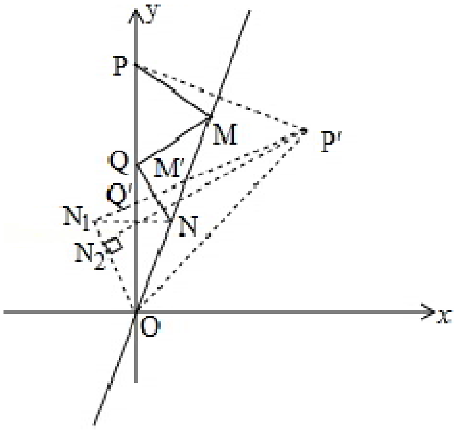
∴BF=$\sqrt{3}$EF=6．

故答案为 6．

22．如图，已知直线 y=kx 与 x 轴的夹角为 70°，P 为 y 轴上一点，OP=6，Q 为 OP 上一动点，M、N 为直线 y=kx 上两动点，则 PM+MQ+QN 最小值为__$3\sqrt{3}$__．



【解答】解：如图，作点 P 关于直线 y=kx 的对称点 P′，作点 N 关于 y 轴的对称点 N_1，连接 $P'N_1$，



则当点 Q 位于 $P'N_1$ 与 y 轴交点 Q′的位置，点 M 位于 $P'N_1$ 与直线 y=kx 交点 M′的位置时，

PM+MQ+QN=P′M′+M′Q′+Q′N1=$P'N_1$，即 PM+MQ+QN=$P'N_1$ 最小，

∵直线 y=kx 与 x 轴的夹角为 70°，

∴∠POM=∠P′OM=∠N_1OP=20°，OP=OP′=6，

∴∠P′ON_1=60°，

当 $P'N_2\perp P'N_1$ 时，$P'N_2$ 的值最小，$P'N_2=OP'\cos\angle P'ON_1=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$,

故答案为：$3\sqrt{3}$.

23．已知∠AOB=30°，点 P 是∠AOB 的平分线 OC 上的动点，点 M 在边 OA 上，且 OM=4，则点 P 到点 M 与到边 OA 的距离之和的最小值是__2__.

【解答】解：过 M 作 MN′⊥OB 于 N′，交 OC 于 P，

则 MN′的长度等于 PM+PN 的最小值，

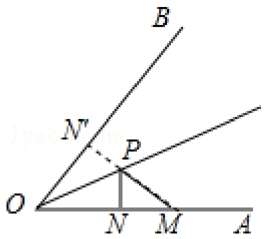
即 MN′的长度等于点 P 到点 M 与到边 OA 的距离之和的最小值，

∵∠ON′M=90°，OM=4，

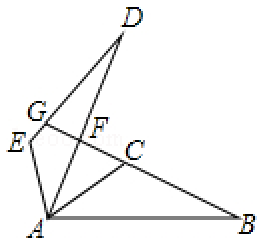
$\therefore MN'=\frac{1}{2}OM=2$，

∴点 P 到点 M 与到边 OA 的距离之和的最小值为 2．

故答案是：2．



24．如图△ABC≌△ADE，BC 的延长线交 DA 于 F，交 DE 于 G，∠D=25°，∠E=105°，∠DAC=15°，则∠DGB=__65°__．



【解答】解：∵△ABC≌△ADE，

∴∠ACB=∠E=105°，

∴∠ACF=180°－105°=75°，

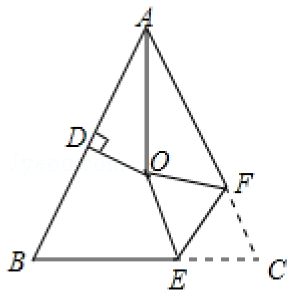
在△ACF 和△DGF 中，∠D+∠DGB=∠DAC+∠ACF，

即 25°+∠DGB=15°+75°，

解得∠DGB=65°．

故答案为：65°

25．如图，在△ABC 中，AB=AC，∠BAC=64°，∠BAC 的平分线与 AB 的垂直平分线交于点 O，将∠C 沿 EF（E 在 BC 上，F 在 AC 上）折叠，点 C 与点 O 恰好重合，则∠OEC 为__128__度．



【解答】解：连接 OB、OC，

∵AB=AC，∠BAC=64°，∠BAC 的平分线与 AB 的垂直平分线交于点 O，

∴点 O 是△ABC 的外心，∠BAO=∠CAO=32°，∠ABC=∠ACB=58°，

∴OA=OB=OC，

∴∠OAB=∠OBA=32°，

∴∠OBC=∠OCB=26°，

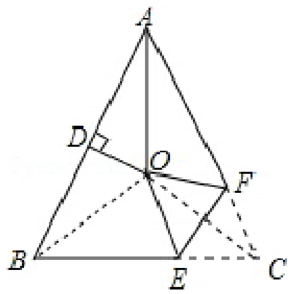
∵∠C 沿 EF（E 在 BC 上，F 在 AC 上）折叠，点 C 与点 O 恰好重合，

∴EC=EO，

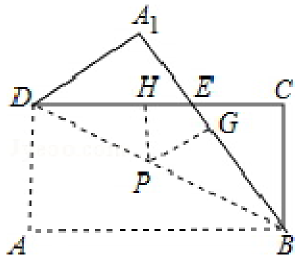
∴∠EOC=∠ECO=26°，

∴∠OEC=180°﹣26°﹣26°=128°，

故答案为：128．



26．如图，四边形 ABCD 是长方形，将△ABD 沿着 BD 翻折，点 A 的对应点为 A_1，BA_1 与 CD 交于点 E，点 P 是线段 DB（除去点 D 和点 B）上任意一点，过点 P 分别作 CD 和 BA1 的 垂线，垂足为点 G 和点 H，已知 AB=8，AD=4，则 PG+PH=__4__．



【解答】解：连接 PE，

由题意可得，$AD=BC=DA_1$，$\angle A_1=\angle C=90°$，$\angle DEA_1=\angle BEC$，

∴$\triangle BEC\cong\triangle DEA_1$，

∴$DE=BE$，

设 $CE=x$，则 $DE=8-x$．

由勾股定理得，$(8-x)^2=16+x^2$，

解得 $x=3$，

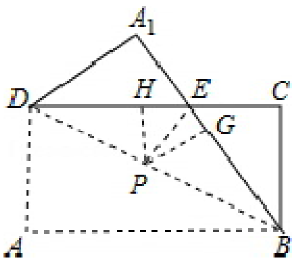
∴$CE=3$，$DE=BE=5$，

∴$\triangle DEB$ 的面积为：$\frac{1}{2}\times5\times4=10$，

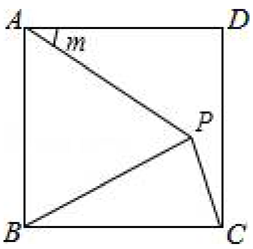
即$\frac{1}{2}\times5\times PH+\frac{1}{2}\times5\times PG=10$，

∴$PG+PH=4$，

故答案为：4．



27．如图，在正方形 ABCD 中，边 AD 绕点 A 顺时针旋转角度 m（0°＜m＜360°），得到线段 AP，连接 PB，PC．当△BPC 是等腰三角形时，m 的值为<u>　30°或 60°或 150°或 300°　</u>．



【解答】解：如图 1，当 m=30°时，

BP=BC，△BPC 是等腰三角形；

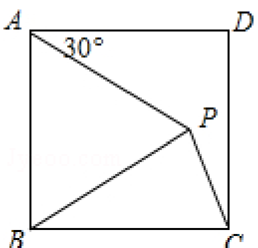


图1

如图 2，当 m=60°时，

PB=PC，△BPC 是等腰三角形；

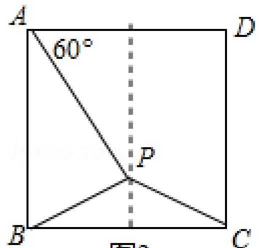


图2

如图 3，当 m=150°时，

PB=BC，△BPC 是等腰三角形；

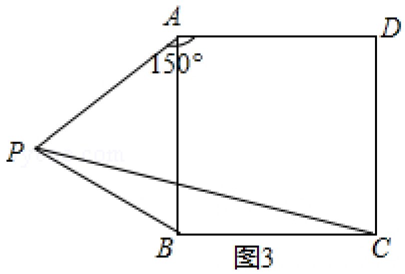


图3

如图 4，当 m=300°时，

PB=PC，△BPC 是等腰三角形；

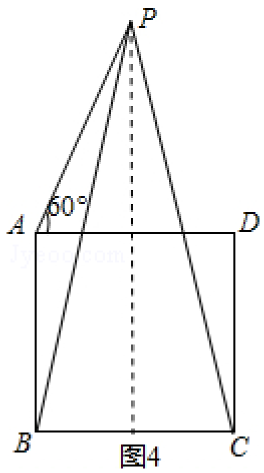


图4

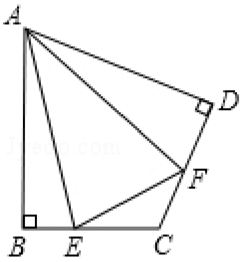
综上所述，m 的值为 30°或 60°或 150°或 300°，

故答案为 30°或 60°或 150°或 300°.

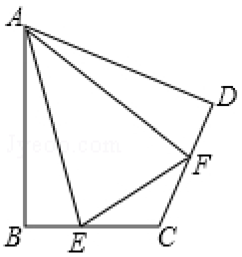
三．解答题（共 23 小题）

28．（1）如图，在四边形 ABCD 中，AB=AD，∠B=∠D=90°，E、F 分别是边 BC、CD 上的点，且∠EAF=$\frac{1}{2}$∠BAD.

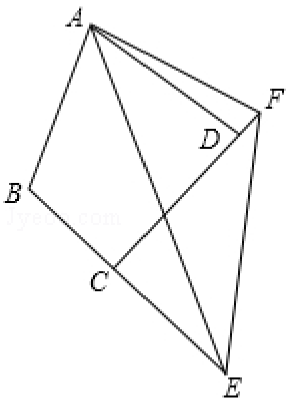
求证：EF=BE+FD；



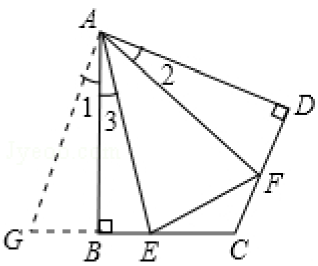
（2）如图，在四边形 ABCD 中，AB=AD，∠B+∠D=180°，E、F 分别是边 BC、CD 上的点，且∠EAF=$\frac{1}{2}$∠BAD，（1）中的结论是否仍然成立？



（3）如图，在四边形 ABCD 中，AB=AD，∠B+∠ADC=180°，E、F 分别是边 BC、CD 延长线上的点，且∠EAF=$\frac{1}{2}$∠BAD，（1）中的结论是否仍然成立？若成立，请证明；若不成立，请写出它们之间的数量关系，并证明．



【解答】证明：（1）延长 EB 到 G，使 BG=DF，连接 AG．



∵∠ABG=∠ABC=∠D=90°，AB=AD，

∴△ABG≌△ADF．

∴AG=AF，∠1=∠2．

∴∠1+∠3=∠2+∠3=∠EAF=$\frac{1}{2}$∠BAD．

∴∠GAE=∠EAF．

又∵AE=AE，

∴△AEG≌△AEF．

∴EG=EF．

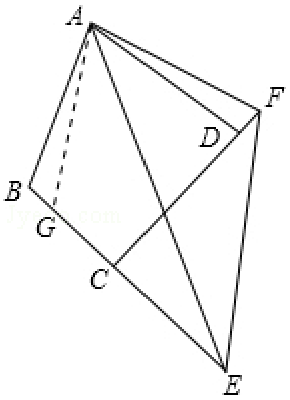
∵EG=BE+BG．

∴EF=BE+FD

（2）（1）中的结论 EF=BE+FD 仍然成立．

（3）结论 EF=BE+FD 不成立，应当是 EF=BE﹣FD．

证明：在 BE 上截取 BG，使 BG=DF，连接 AG．



∵∠B+∠ADC=180°，∠ADF+∠ADC=180°，

∴∠B=∠ADF．

∵AB=AD，

∴△ABG≌△ADF．

∴∠BAG=∠DAF，AG=AF．

∴∠BAG+∠EAD=∠DAF+∠EAD

=∠EAF=$\frac{1}{2}$∠BAD．

∴∠GAE=∠EAF．

∵AE=AE，

∴△AEG≌△AEF．

∴EG=EF

∵EG=BE﹣BG

∴EF=BE﹣FD．

29．如图1，C是线段BE上一点，以BC、CE为边分别在BE的同侧作等边△ABC和等边△DCE，连结AE、BD．

（1）求证：BD=AE；

（2）如图2，若M、N分别是线段AE、BD上的点，且AM=BN，请判断△CMN的形状，并说明理由．

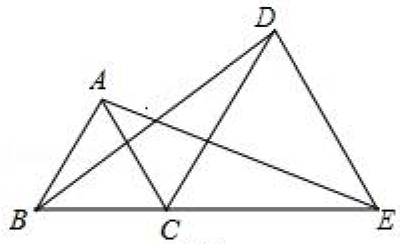


图1

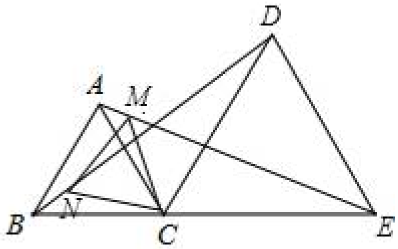


图2

【解答】证明：（1）∵△ABC、△DCE均是等边三角形，

∴AC=BC，DC=DE，∠ACB=∠DCE=60°，

∴∠ACB+∠ACD=∠DCE+∠ACD，

即∠BCD=∠ACE，

在△DCB和△ACE中，

$$\begin{cases} AC=BC \\ \angle BCD=\angle ACE, \\ DC=DE \end{cases}$$

∴△DCB≌△ACE（SAS），

∴BD=AE；

（2）△CMN为等边三角形，理由如下：

由（1）可知：△ACE≌△DCB，

∴∠CAE=∠CDB，即∠CAM=∠CBN，

∵AC=BC，AM=BN，

在△ACM和△BCN中，

$$\begin{cases} AC=BC \\ \angle CAM=\angle CBN, \\ AM=BN \end{cases}$$

∴△ACM≌△BCN（SAS），

∴CM=CN，∠ACM=∠BCN，

∵∠ACB=60°即∠BCN+∠ACN=60°，

∴∠ACM+∠ACN=60°即∠MCN=60°，

∴△CMN 为等边三角形．

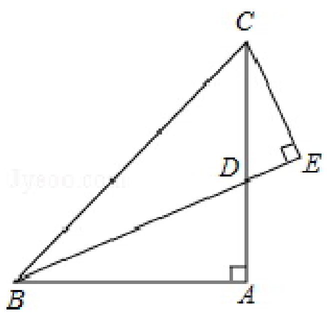
30．如图，在△ABC 中，∠BAC=90°，AB=AC，BD 平分∠ABC 时

（1）若 CE⊥BD 于 E，

①∠ECD=<u>　22.5　</u>°；

②求证：BD=2EC；

（2）如图，点 P 是射线 BA 上 A 点右边一动点，以 CP 为斜边作等腰直角△CPF，其中∠F=90°，点 Q 为∠FPC 与∠PFC 的角平分线的交点．当点 P 运动时，点 Q 是否一定在射线 BD 上？若在，请证明，若不在；请说明理由．



【解答】解：（1）①∵∠BAC=90°，CE⊥BD，∠ADB=∠CDE，

∴∠ABD=∠ECD，

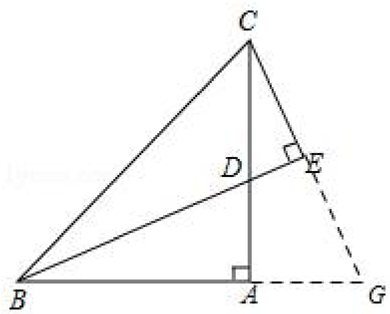
又∵∠BAC=90°，AB=AC，BD 平分∠ABC，

∴∠ABD=22.5°，

∴∠ECD=22.5°；

故答案为：22.5．

②如图，延长 CE 交 BA 的延长线于点 G，



∵BD 平分∠ABC，CE⊥BD，

∴CE=GE，

在△ABD 与△ACG 中，

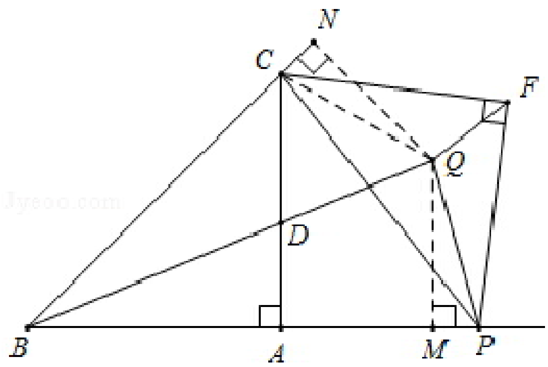
$$\begin{cases}\angle DBA=\angle ACG\\ \angle BAC=\angle CAG,\\ AB=AC\end{cases}$$

∴△ABD≌△ACG（AAS），

∴BD=CG=2CE；

（2）点 Q 一定在射线 BD 上，

理由：如图，连接 CQ，过点 Q 作 QM⊥BP 于 M，作 QN⊥BC 于 N，



∵QF 为∠PFC 的角平分线，△CPF 为等腰直角三角形，

∴QF 为 PC 的垂直平分线，

∴PQ=QC，

∵Q 为∠FPC 与∠PFC 的角平分线的交点，

∴CQ 平分∠FCP，

∵△CPF 为等腰直角三角形，

∴∠FCP=∠FPC=45°，

∴∠QCP=∠QPC=22.5°，

∴△PQC 中，∠PQC=135°，

∵在四边形 QNBM 中，QM⊥BP，QN⊥BC，∠ABC=45°，

∴∠MQN=135°，

∴∠MQN=∠PQC，

∴∠NQC=∠MQP，

又∵QC=QP，QM⊥BP，QN⊥BC，

∴△QPM≌△QCN（AAS），

∴QM=QN，

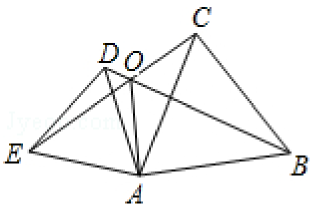
又∵QM⊥BP，QN⊥BC，

∴点 Q 一定在射线 BD 上.

31．如图，△ABC 和△ADE 都是等边三角形，BD 与 CE 相交于 O.

（1）求证：BD=CE；

（2）OA 平分∠BOE 吗？说明理由.



【解答】（1）证明：∵△ABC 和△ADE 都是等边三角形，

∴AB=AC，AD=AE，∠BAC=∠DAE=60°，

∴∠BAC+∠CAD=∠DAE+∠CAD，即∠BAD=∠CAE，

在△BAD 和△CAE 中，

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE, \\ AD=AE \end{cases}$$

∴△BAD≌△CAE（SAS），

∴BD=CE；

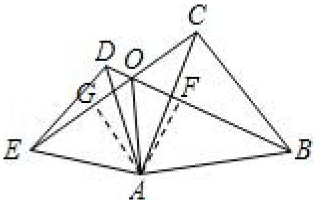
（2）OA 平分∠BOE．理由如下：

作 AF⊥BD，AG⊥CE，垂足分别是 F、G，如图，

∵AF、AG 恰好是两个全等三角形△BAD 与△CAE 对应边上的高，

∴AF=AG，

∴OA 平分∠BOE．

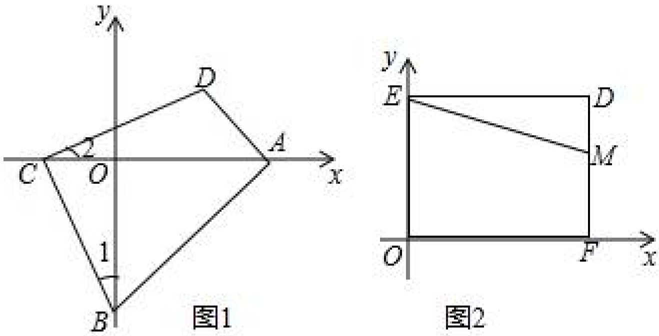


32．如图，在平面直角坐标系中，已知 A（7a，0），B（0，﹣7a），点 C 为 x 轴负半轴上一点，AD⊥AB，∠1=∠2．

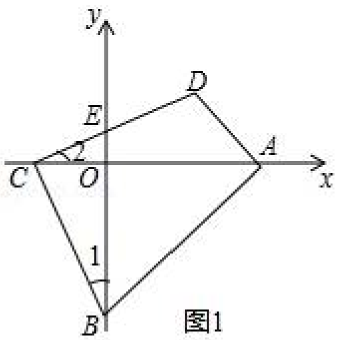
（1）求∠ABC+∠D 的度数；

（2）如图①，若点 C 的坐标为（﹣3a，0），求点 D 的坐标（结果用含 a 的式子表示）；

（3）如图②，在（2）的条件下，若 a=1，过点 D 作 DE⊥y 轴于点 E，DF⊥x 轴于点 F，点 M 为线段 DF 上一点，若第一象限内存在点 N（n，2n﹣3），使△EMN 为等腰直角三角形，请直接写出符合条件的 N 点坐标，并选取一种情况计算说明．



【解答】解：（1）如图 1 中，设 CD 与 y 轴交于点 E．



∵AD⊥AB，

∴∠BAD=90°，

∵∠1+∠BCO=90°，∠1=∠2，

∴∠BCO+∠2=90°，

∴$\angle BCD=90°$，

∴$\angle BCD+\angle BAD=180°$，

∴$\angle ABC+\angle D=360°-(\angle BCD+\angle BAD)=180°$.

（2）如图1中，

∵A（7a，－7a），B（0，－7a），

∴直线AB的解析式为$y=x-7a$，

∵$AD\perp AB$，

∴直线AD的解析式为$y=-x+7a$，

∵C（－3a，0），B（0，－7a），

∴直线BC的解析式为$y=-\frac{7}{3}x-7a$，

∵$CD\perp BC$，

∴直线CD的解析式为$y=\frac{3}{7}x+\frac{9}{7}a$，

由$\begin{cases} y=\frac{3}{7}x+\frac{9}{7}a \\ y=-x+7a \end{cases}$解得$\begin{cases} x=4a \\ y=3a \end{cases}$，

∴点D的坐标为（4a，3a）.

（3）①如图2中，作$NG\perp OE$于G，GN的延长线交DF于H.

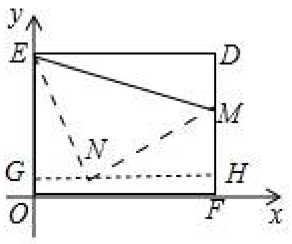


图2

∵△NEM是等腰直角三角形，

∴EN=MN，$\angle ENM=90°$，

由△ENG≌△NMH，得EG=NH，

∵N（n，2n－3），D（4，3），

∴HN=EG=3－（2n－3）=6－2n

∵GH=4，

∴n+6－2n=4，

∴n=2，

∴N（2，1）．

②如图3中，作NG⊥OE于G，MH⊥OE于H．

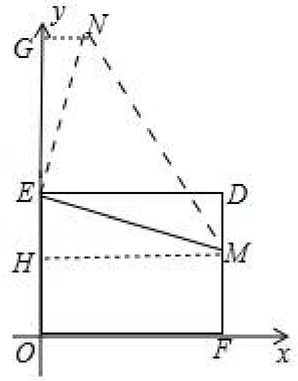


图3

由△ENG≌△MEH，得GE=HM=4，

∴OG=7=2n－3，

∴n=5，

∴N（5，7）．

③如图4中，作NG⊥OE于G，GN的延长线交DF于H．

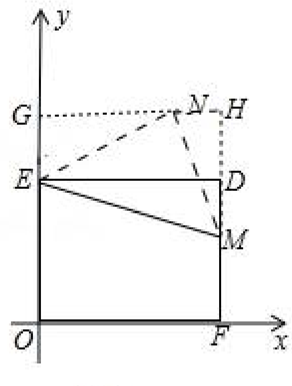


图4

由△ENG≌△NMH得EG=NH=4－n，

∴3+4－n=2n－3，

∴n=$\frac{10}{3}$，

∴N（$\frac{10}{3}$，$\frac{11}{3}$）．

④如图 5 中，作 MG⊥OE 于 G，NH⊥GM 于 H．

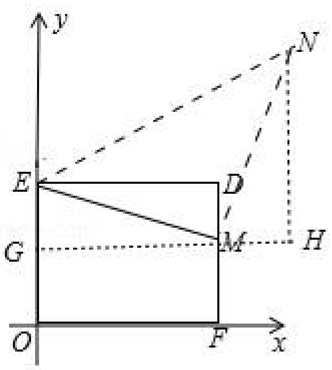


图5

由△EMG≌△MNH 得 EG=MH=n﹣4，MG=NH=4

∴GH=n，

∴3﹣（n﹣4）+4=2n﹣3，

∴n=$\frac{14}{3}$，

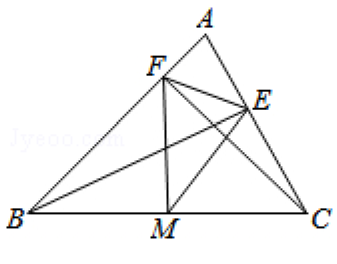
∴N（$\frac{14}{3}$，$\frac{19}{3}$）.

综上所述，满足条件的点 N 的坐标为（2，1）或（5，7）或（$\frac{10}{3}$，$\frac{11}{3}$）或（$\frac{14}{3}$，$\frac{19}{3}$）.

33．如图，在△ABC 中，CF⊥AB 于 F，BE⊥AC 于 E，M 为 BC 的中点，BC=10，EF=4．

（1）求△MEF 的周长；

（2）若∠ABC=50°，∠ACB=60°，求△EFM 的三个内角的度数．



【解答】解：（1）∵CF⊥AB，BE⊥AC，M 为 BC 的中点，

∴EM=$\frac{1}{2}$BC=5，

FM=$\frac{1}{2}$BC=5，

∴△MEF 周长=EF+EM+FM=4+5+5=14；

（2）∵BM=FM，∠ABC=50°，

∴∠MBF=∠MFB=50°，

∴∠BMF=180°﹣2×50°=80°，

∵CM=EM，∠ACB=60°，

∴∠MCE=∠MEC=60°，

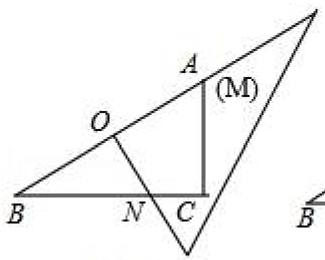
∴∠CME=180°﹣2×60°=60°，

∴∠EMF=180°﹣∠BMF﹣∠CME=40°，

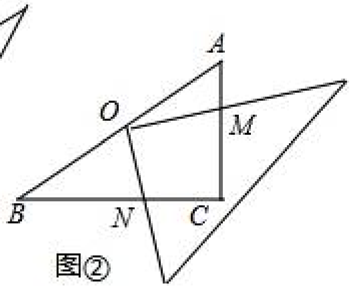
∴∠MEF=∠MFE=$\frac{1}{2}$（180°﹣∠EMF）=70°，

∴△MEF 的三个内角分别为 40°、70°、70°.

34．已知△ABC 中，∠C=90°，AB=10，AC=6，点 O 是 AB 的中点，将一块直角三角板的直角顶点与点 O 重合并将三角板绕点 O 旋转，图中的 M、N 分别为直角三角板的直角边与边 AC、BC 的交点.



图①



图②

（1）如图①，当点 M 与点 A 重合时，求 BN 的长.

（2）当三角板旋转到如图②所示的位置时，即点 M 在 AC 上（不与 A、C 重合），

①猜想图②中 AM^2、CM^2、CN^2、BN^2 之间满足的数量关系式，并说明理由.

②若在三角板旋转的过程中满足 CM=CN，请你直接写出此时 BN 的长.

【解答】解：（1）连接 AN，如图①，

∵∠C=90°，AB=10，AC=6，

∴BC=$\sqrt{10^2-6^2}$=8，

在△OAN 和△OBN 中，

$$\begin{cases}OA=OB\\ \angle BON=\angle AON,\\ ON=ON\end{cases}$$

∴△OAN≌△OBN（SAS），

∴NB=AN，

设 BN=x，则 CN=8－x，

∵$AC^2+CN^2=AN^2$，

∴$=\frac{25}{4}$;

（2）①$AM^2+BN^2=CN^2+CM^2$，

证明：延长 NO 到 E，使 EO=NO，连结 AE、EM、MN，

在△EOA 和△NOB 中，

$$\begin{cases}OB=OA\\ \angle NOB=\angle EOA,\\ ON=OE\end{cases}$$

∴△EOA≌△NOB（SAS），

∴AE=BN，∠EAO=∠B，

∴AE∥BC，

∴∠EAC=90°

由垂直平分线性质可得：MN=EM，

∵$AE^2+AM^2=EM^2$，$CN^2+CM^2=MN^2$，

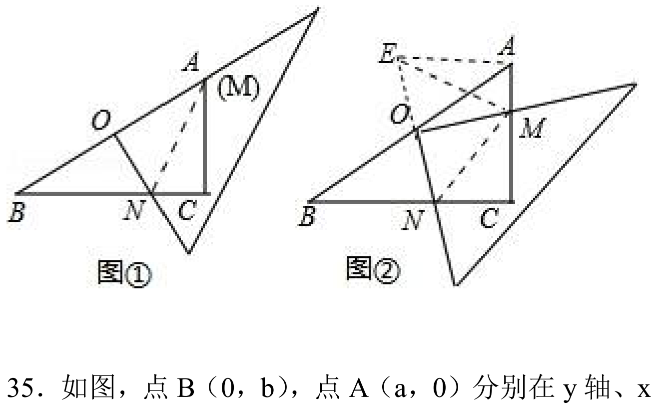
∴$AM^2+BN^2=CN^2+CM^2$.

②∵①中已经证明：$AM^2+BN^2=CN^2+CM^2$，

设 CM=CN=x，则 BN=8－x，AM=6－x，

代入上式得：$x=\frac{25}{7}$,

∴ $BN=\frac{31}{7}$.



35．如图，点 B（0，b），点 A（a，0）分别在 y 轴、x 轴正半轴上，且满足$\sqrt{a-b}+(b^2-16)^2=0$.

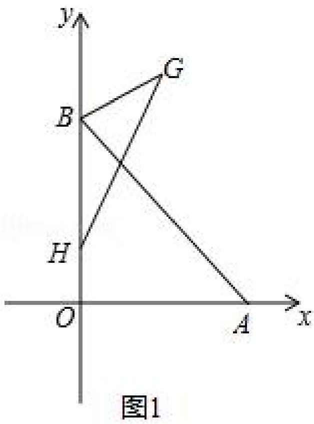


图1

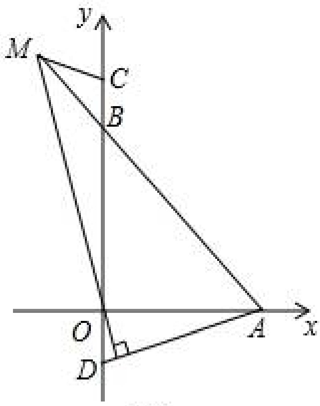


图2

（1）求 A、B 两点的坐标，∠OAB 的度数；

（2）如图 1，已知 H（0，1），在第一象限内存在点 G，HG 交 AB 于 E，使 BE 为△BHG 的中线，且 $S_{\triangle BHE}=3$，

①求点 E 到 BH 的距离；

②求点 G 的坐标；

（3）如图 2，C，D 是 y 轴上两点，且 BC=OD，连接 AD，过点 O 作 MN⊥AD 于点 N，交直线 AB 于点 M，连接 CM，求∠ADO+∠BCM 的值.

【解答】解：（1）∵$\sqrt{a-b}$+（b^2－16）^{2}=0，

∴a－b=0，b^2－16=0，

解得：b=4，a=4 或 b=－4，a=－4，

∵A 点在 x 轴正半轴，B 点在 y 轴正半轴上，

∴b=4，a=4，

∴A（4，0），B（0，4），

∴OA=OB=4，

∴∠OAB=45°；

（2）①如图 1，作 EF⊥y 轴于 F，

∵B（0，4），H（0，1），

∴BH=OB－OH=4－1=3，

∵$S_{\triangle BHE}$=3，

∴$\frac{1}{2}$BH×EF=3，即$\frac{1}{2}$×3×EF=3，

∴EF=2，

故点E到BH的距离为2．

②∵OA=OB=4，

∴△OAB为等腰直角三角形，

∴∠OBA=∠OAB=45°，

∴△BFE为等腰直角三角形，

∴BF=EF=2，

∴OF=OB－BF=4－2=2，

∴E（2，2），

∴EF=2，

设G（m，n），

∵BE为△BHG的中线，

∴$\frac{m+0}{2}=2$，$\frac{n-1}{2}+1=2$，

解得m=4，n=3，

∴G点坐标为（4，3）；

（3）如图2，过点B作BK⊥OC，交MN于点K，则∠KBO=∠DOA，

∵MN⊥AD，

∴∠DON+∠NOA=90°，

∴∠3+∠NOA=90°，

∵∠NOA+∠1=90°，

∴∠3=∠1，

在△KOB和△OAD中，

$\begin{cases}\angle KBO=\angle DOA \\ OA=OB \\ \angle 3=\angle 1\end{cases}$，

∴△KOB≌△OAD（ASA），

∴KB=OD，∠2=∠7，

∵BC=OD，

∴KB=BC，

∵OB=OA，∠BOA=90°，

∴∠OBA=45°，

∴∠9=∠8=45°，

在△MKB 和△MCB 中，

$\begin{cases} MB=MB \\ \angle 9=\angle 8, \\ KB=CB \end{cases}$

∴△MKB≌△MCB（SAS），

∴∠6=∠5，

∵∠7+∠6=180°，

∴∠2+∠5=180°，即∠ADO+∠BCM=180°.

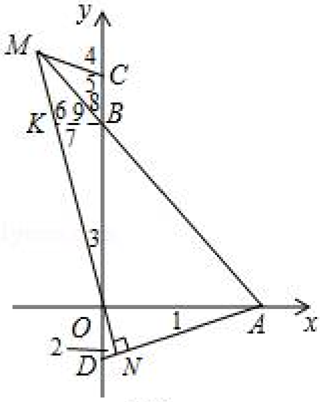


图2

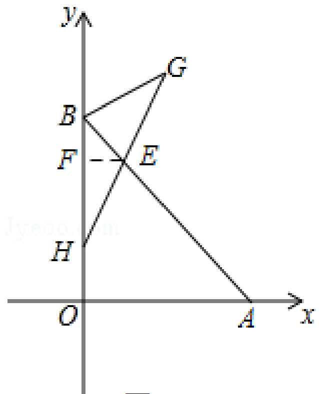


图1

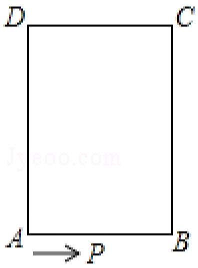
36．如图，长方形 ABCD 中，AB=4cm，BC=6cm，现有一动点 P 从 A 出发以 2cm/秒的速度，沿矩形的边 A﹣B﹣C﹣D 回到点 A，设点 P 运动的时间为 t 秒.

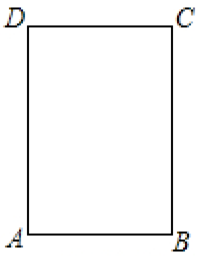
（1）当 t=3 秒时，求△ABP 的面积；

（2）当 t 为何值时，点 P 与点 A 的距离为 5cm?

（3）当 t 为何值时（2＜t＜5），以线段 AD、CP、AP 的长度为三边长的三角形是直角三角

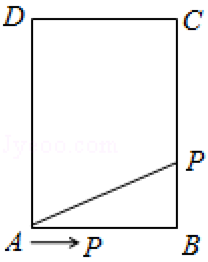
形，且 AP 是斜边．





备用图

【解答】解：（1）



当 t=3 时，点 P 的路程为 2×3=6cm，

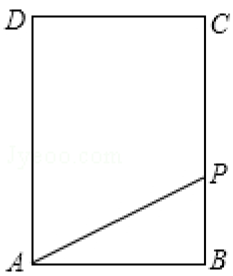
∵AB=4cm，BC=6cm

∴点 P 在 BC 上，

∴ $S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}AB \cdot BP=4$（$cm^2$）．

（2）

（Ⅰ）若点 P 在 BC 上，

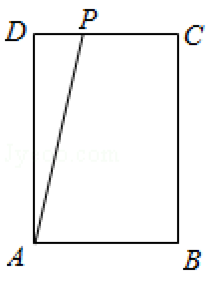


∵在 Rt△ABP 中，AP=5，AB=4

∴BP=2t－4=3，

∴ $t=\frac{7}{2}$；

（Ⅱ）若点 P 在 DC 上，

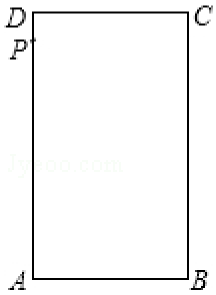


则在 Rt△ADP 中，AP 是斜边，

∵AD=6，

∴AP＞6，

∴AP≠5；



（III）若点 P 在 AD 上，

AP=5，

则点 P 的路程为 20﹣5=15，

∴ $t=\frac{15}{2}$，

综上，当 $t=\frac{7}{2}$秒或 $t=\frac{15}{2}$时，AP=5cm.

（3）当 2＜t＜5 时，点 P 在 BC 边上，

∵BP=2t﹣4，CP=10﹣2t，

∴$AP^2=AB^2+BP^2=4^2+(2t-4)^2$

由题意，有 $AD^2+CP^2=AP^2$

∴$6^2+(10-2t)^2=4^2+(2t-4)^2$

∴$t=\frac{13}{3}<5$，

即 $t=\frac{13}{3}$.

37．等腰 Rt△ACB，∠ACB=90°，AC=BC，点 A、C 分别在 x 轴、y 轴的正半轴上.

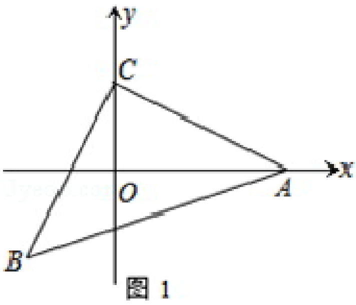


图 1

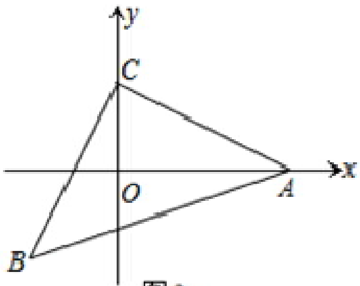


图 2

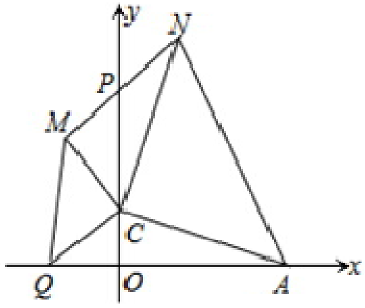


图 3

（1）如图 1，求证：∠BCO=∠CAO

（2）如图 2，若 OA=5，OC=2，求 B 点的坐标

（3）如图 3，点 C（0，3），Q、A 两点均在 x 轴上，且 $S_{\triangle CQA}$=18．分别以 AC、CQ 为腰在第一、第二象限作等腰 Rt△CAN、等腰 Rt△QCM，连接 MN 交 y 轴于 P 点，OP 的长度是否发生改变？若不变，求出 OP 的值；若变化，求 OP 的取值范围．

【解答】解：（1）如图 1，∵∠ACB=90°，∠AOC=90°，

∴∠BCO+∠ACO=90°=∠CAO+∠ACO，

∴∠BCO=∠CAO；

（2）如图 2，过点 B 作 BD⊥y 轴于 D，则∠CDB=∠AOC=90°，

在△CDB 和△AOC 中，

$$\begin{cases}\angle CDB=\angle AOC\\ \angle BCO=\angle CAO,\\ BC=AC\end{cases}$$

∴△CDB≌△AOC（AAS），

∴BD=CO=2，CD=AO=5，

∴OD=5﹣2=3，

又∵点 B 在第三象限，

∴B（﹣2，﹣3）；

（3）OP 的长度不会发生改变．

理由：如图 3，过 N 作 NH∥CM，交 y 轴于 H，则

∠CNH+∠MCN=180°，

∵等腰 Rt△CAN、等腰 Rt△QCM，

∴∠MCQ+∠ACN=180°，

$\therefore \angle ACQ+\angle MCN=360°-180°=180°$，

$\therefore \angle CNH=\angle ACQ$，

又$\because \angle HCN+\angle ACO=90°=\angle QAC+\angle ACO$，

$\therefore \angle HCN=\angle QAC$，

在△HCN和△QAC中，

$$\begin{cases}\angle CNH=\angle ACQ\\ CN=AC\\ \angle HCN=\angle QAC\end{cases},$$

$\therefore \triangle HCN\cong\triangle QAC$（ASA），

$\therefore CH=AQ$，$HN=QC$，

$\because QC=MC$，

$\therefore HN=CM$，

$\because$点C（0，3），$S_{\triangle CQA}=18$，

$\therefore \frac{1}{2}\times AQ\times CO=18$，即$\frac{1}{2}\times AQ\times 3=18$，

$\therefore AQ=12$，

$\therefore CH=12$，

$\because NH\parallel CM$，

$\therefore \angle PNH=\angle PMC$，

$\therefore$在△PNH和△PMC中，

$$\begin{cases}\angle HPN=\angle CPM\\ \angle PNH=\angle PMC\\ HN=CM\end{cases},$$

$\therefore \triangle PNH\cong\triangle PMC$（AAS），

$\therefore CP=PH=\frac{1}{2}CH=6$，

又$\because CO=3$，

$\therefore CP=3+6=9$（定值），

即OP的长度始终是9．

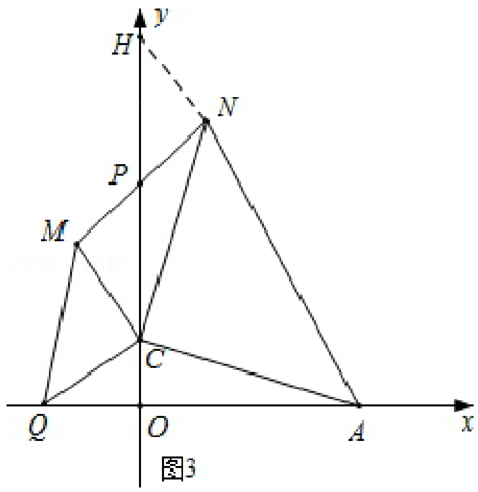


图3

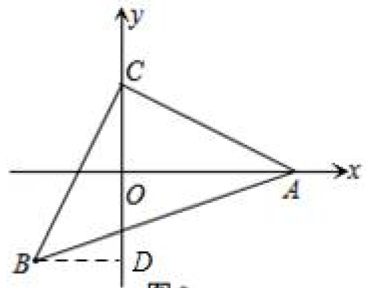


图2

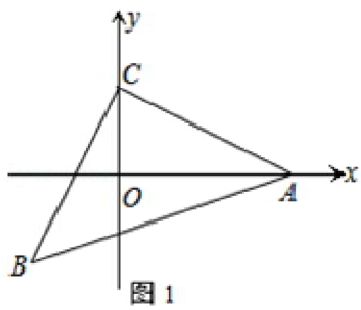


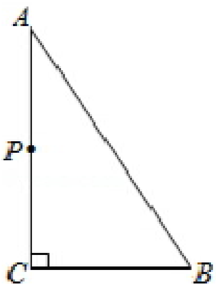
图1

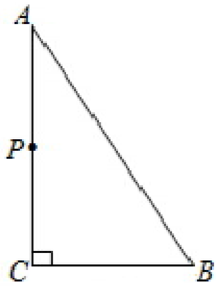
38．如图，△ABC 中，∠ACB=90°，AB=10cm，BC=6cm，若点 P 从点 A 出发，以每秒 4cm 的速度沿折线 A﹣C﹣B﹣A 运动，设运动时间为 t 秒（t＞0）.

（1）若点 P 在 AC 上，且满足 PA=PB 时，求出此时 t 的值；

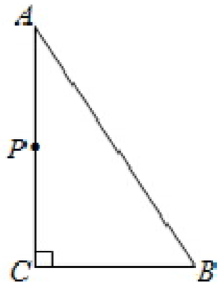
（2）若点 P 恰好在∠BAC 的角平分线上，求 t 的值；

（3）在运动过程中，直接写出当 t 为何值时，△BCP 为等腰三角形.





备用图1



备用图2

【解答】解：（1）∵△ABC 中，∠ACB=90°，AB=10cm，BC=6cm，

∴由勾股定理得 AC=$\sqrt{10^2-6^2}$=8，

如图，连接 BP，

当 PA=PB 时，PA=PB=4t，PC=8 - 4t，

在 Rt△PCB 中，$PC^2+CB^2=PB^2$，

即（8 - 4t）$^2+6^2=$（4t）^{2}，

解得：t=$\frac{25}{16}$，

∴当 t=$\frac{25}{16}$时，PA=PB；

（2）解：如图 1，过 P 作 PE⊥AB，

又∵点 P 恰好在∠BAC 的角平分线上，且∠C=90°，AB=10cm，BC=6cm，

∴CP=EP，

∴△ACP≌△AEP（HL），

∴AC=8cm=AE，BE=2，

设 CP=x，则 BP=6 - x，PE=x，

∴Rt△BEP 中，$BE^2+PE^2=BP^2$，

即 $2^2+x^2=$（6 - x）^{2}

解得 x=$\frac{8}{3}$，

∴CP=$\frac{8}{3}$，

∴CA+CP=8+$\frac{8}{3}$=$\frac{32}{3}$，

∴t=$\frac{32}{3}$÷4=$\frac{8}{3}$（s）；

（3）①如图 2，当 CP=CB 时，△BCP 为等腰三角形，

若点 P 在 CA 上，则 4t=8﹣6，

解得 t=$\frac{1}{2}$（s）；

②如图 3，当 BP=BC=6 时，△BCP 为等腰三角形，

∴AC+CB+BP=8+6+6=20，

∴t=20÷4=5（s）；

③如图 4，若点 P 在 AB 上，CP=CB=6，作 CD⊥AB 于 D，则根据面积法求得 CD=4.8，

在 Rt△BCD 中，由勾股定理得，BD=3.6，

∴PB=2BD=7.2，

∴CA+CB+BP=8+6+7.2=21.2，

此时 t=21.2÷4=5.3（s）；

④如图 5，当 PC=PB 时，△BCP 为等腰三角形，作 PD⊥BC 于 D，则 D 为 BC 的中点，

∴PD 为△ABC 的中位线，

∴AP=BP=$\frac{1}{2}$AB=5，

∴AC+CB+BP=8+6+5=19，

∴t=19÷4=$\frac{19}{4}$（s）；

综上所述，t 为$\frac{1}{2}$s 或 5.3s 或 5s 或$\frac{19}{4}$s 时，△BCP 为等腰三角形．

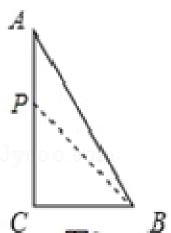


图2

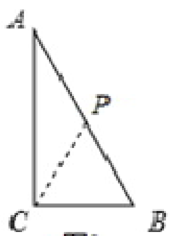


图3

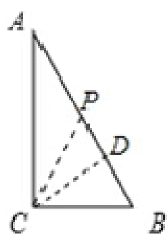


图4

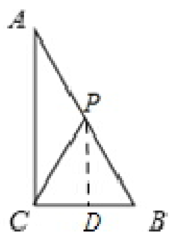


图5

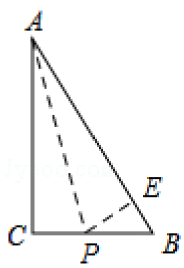
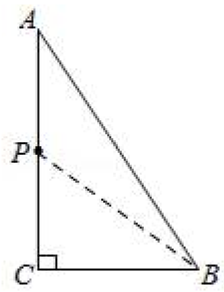


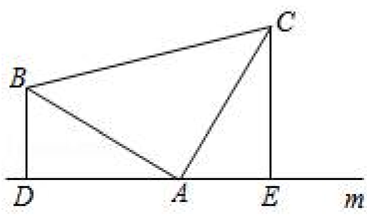
图1



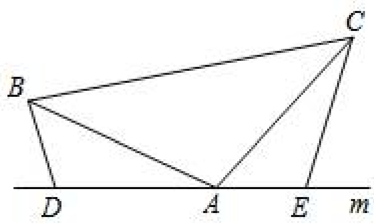
39．（1）如图（1），已知：在△ABC 中，∠BAC=90°，AB=AC，直线 m 经过点 A，BD⊥直线 m，CE⊥直线 m，垂足分别为点 D、E．证明：DE=BD+CE．

（2）如图（2），将（1）中的条件改为：在△ABC 中，AB=AC，D、A、E 三点都在直线 m 上，并且有∠BDA=∠AEC=∠BAC=α，其中 α 为任意锐角或钝角．请问结论 DE=BD+CE 是否成立？如成立，请你给出证明；若不成立，请说明理由．

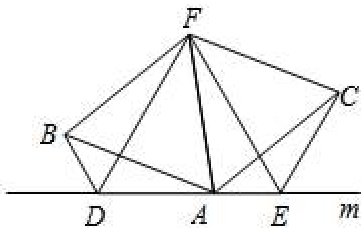
（3）拓展与应用：如图（3），D、E 是 D、A、E 三点所在直线 m 上的两动点（D、A、E 三点互不重合），点 F 为∠BAC 平分线上的一点，且△ABF 和△ACF 均为等边三角形，连接 BD、CE，若∠BDA=∠AEC=∠BAC，试判断△DEF 的形状．



（图1）



（图2）



（图3）

【解答】证明：（1）∵BD⊥直线 m，CE⊥直线 m，

∴∠BDA=∠CEA=90°，

∵∠BAC=90°，

∴∠BAD+∠CAE=90°，

∵∠BAD+∠ABD=90°，

∴∠CAE=∠ABD，

∵在△ADB 和△CEA 中

$$\begin{cases}\angle ABD=\angle CAE\\ \angle BDA=\angle AEC,\\ AB=AC\end{cases}$$

∴△ADB≌△CEA（AAS），

∴AE=BD，AD=CE，

∴DE=AE+AD=BD+CE；

（2）成立.

∵∠BDA=∠BAC=α，

∴∠DBA+∠BAD=∠BAD+∠CAE=180°﹣α，

∴∠CAE=∠ABD，

∵在△ADB和△CEA中

$$\begin{cases}\angle ABD=\angle CAE\\ \angle BDA=\angle AEC,\\ AB=AC\end{cases}$$

∴△ADB≌△CEA（AAS），

∴AE=BD，AD=CE，

∴DE=AE+AD=BD+CE；

（3）△DEF是等边三角形.

由（2）知，△ADB≌△CEA，

BD=AE，∠DBA=∠CAE，

∵△ABF和△ACF均为等边三角形，

∴∠ABF=∠CAF=60°，

∴∠DBA+∠ABF=∠CAE+∠CAF，

∴∠DBF=∠FAE，

∵BF=AF

在△DBF和△EAF中

$$\begin{cases}FB=FA\\ \angle FBD=\angle FAE,\\ BD=AE\end{cases}$$

∴△DBF≌△EAF（SAS），

∴DF=EF，∠BFD=∠AFE，

∴∠DFE=∠DFA+∠AFE=∠DFA+∠BFD=60°，

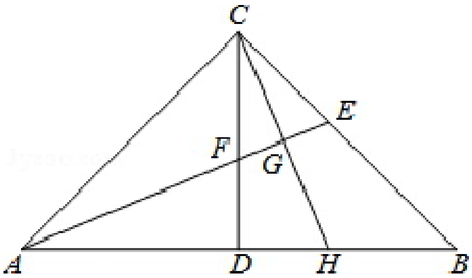
∴△DEF为等边三角形.

40．如图，在△ABC中，∠ACB=90°，AC=BC，△ABC的高CD与角平分线AE相交点F，

过点C作CH⊥AE于G，交AB于H.

（1）求∠BCH的度数；

（2）求证：CE=BH.



【解答】解：（1）∵∠ACB=90°，AC=BC，

∴∠CAB=∠B=45°，

∵AE是△ABC的角平分线，

∴$\angle CAE=\frac{1}{2}\angle CAB=22.5°$，

∴∠AEC=90°﹣∠CAE=67.5°，

∵CH⊥AE于G，

∴∠CGE=90°，

∴∠BCH=90°﹣∠AEC=90°﹣67.5°=22.5°；

（2）证明：∵∠ACB=90°，AC=BC，CD是△ABC的高，

∴$\angle ACD=\frac{1}{2}\angle ACB=45°$，

∴∠CFE=∠CAE+∠ACD=22.5°+45°=67.5°，

∴∠CFE=∠AEC，

∴CF=CE，

在△ACF和△CBH中，

$$\because\begin{cases}\angle CAF=\angle BCH=22.5° \\ AC=CB \\ \angle ACF=\angle B=45°\end{cases}，$$

∴△ACF≌△CBH（ASA），

∴CF=BH，

∴CE=BH.

41．在等腰Rt△ABC中，∠ACB=90°，AC=BC，点D是BC边上一点，BN⊥AD交AD的

延长线于点 N．

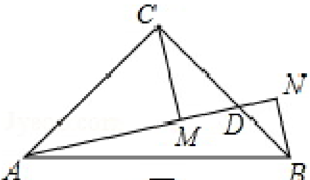


图1

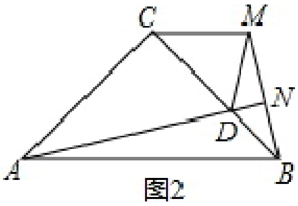


图2

（1）如图 1，若 CM∥BN 交 AD 于点 M．

①直接写出图 1 中所有与∠MCD 相等的角：<u>　∠CAD，∠CBN　</u>；（注：所找到的相等关系可以直接用于第②小题的证明过程

②过点 C 作 CG⊥BN，交 BN 的延长线于点 G，请先在图 1 中画出辅助线，再回答线段 AM、CG、BN 有怎样的数量关系，并给予证明．

（2）如图 2，若 CM∥AB 交 BN 的延长线于点 M．请证明：∠MDN+2∠BDN=180°．

【解答】解：（1）①∵CM∥BN，BN⊥AN，

∴∠CMD=∠N=90°，∠MCD=∠CBN，

∵∠ACB=90°，

∴∠ACM+∠CAD=90°，∠MCD+∠ACM=90°，

∴∠MCD=∠CAD，

故答案为∠CAD、∠CBN．

②在图 1 中画出图形，如图所示，

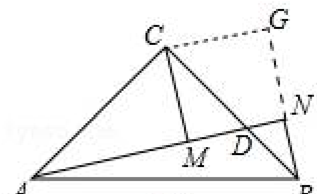


图1

结论：AM=CG+BN，

证明：在△ACM 和△BCG 中，

$$\begin{cases}\angle CAM=\angle CBG\\ \angle AMC=\angle G=90^{\circ}\\ AC=BC\end{cases},$$

∴△ACM≌△BCG，

∴CM=CG，AM=BG，

∵∠CMN=∠MNG=∠G=90°，

∴四边形MNGC是矩形，

∴CM=GN=CG，

∴AM=BG=BN+GN=BN+CG.

（2）过点C作CE平分∠ACB，交AD于点E.

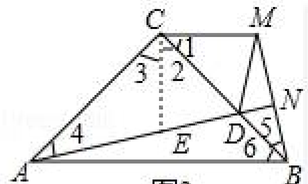


图2

∵在△ACD和△BDN中，∠ACB=90°，AN⊥ND

∴∠4+∠ADC=90°=∠5+∠BDN

又∵∠ADC=∠BDN

∴∠4=∠5，

∵∠ACB=90°，AC=BC，CE平分∠ACB，

∴∠6=45°，∠2=∠3=45°

又∵CM∥AB，

∴∠1=∠6=45°=∠2=∠3，

在△ACE和△BCM中，

$$\begin{cases}\angle 4=\angle 5\\ AC=BC\\ \angle 3=\angle 1\end{cases},$$

∴△ACE≌△BCM（ASA）

∴CE=CM

又∵∠1=∠2，CD=CD

∴∠CDE=∠CDM

又∵∠BDN=∠CDE，∠MDN+∠CDE+∠CDM=180°

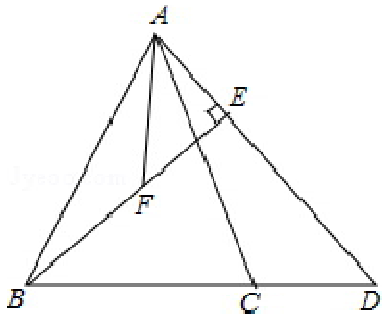
∴∠MDN+2∠BDN=180°.

42．如图，在△ABC中，AB=AC，D为线段BC的延长线上一点，且DB=DA，BE⊥AD于点E，取BE的中点F，连接AF.

（1）若BE=$2\sqrt{2}$，AE=$\sqrt{3}$，求AF的长；

（2）若∠BAC=∠DAF，求证：2AF=AD；

（3）请直接写出线段 AD、BE、AE 的数量关系．



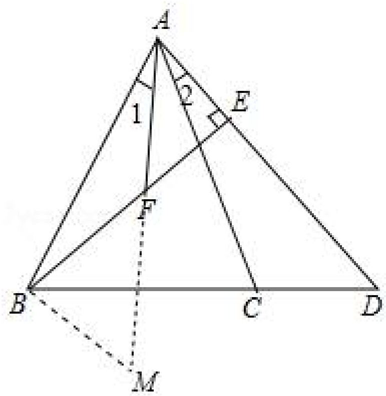
【解答】解：（1）∵BE 的中点是 F，BE=$2\sqrt{2}$，

∴EF=$\sqrt{2}$，

∵AE=$\sqrt{3}$，BE⊥AD，

∴AF=$\sqrt{AE^2+EF^2}$=$\sqrt{5}$，

（2）如图，延长 AF 至 M 点，使 AF=MF，连接 BM，



在△AEF 和△MBF 中，

$$\begin{cases} AF=FM \\ \angle AFE=\angle BFM \\ EF=BF \end{cases}$$

∴△AEF≌△MFB（SAS），

∴∠FAE=∠FMB，

∴AE∥MB，

∴∠EAB+∠ABM=180°，

又∵AB=AC，DB=DA，

∴∠ABC=∠ACB=∠BAD，

∴∠ACD=180°－∠ACB，∠ABM=180°－∠BAD，

∴∠ACD=∠ABM．又∵∠BAC=∠DAF，

∴∠1=∠2．

在△ABM和△ACD中，

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle 1=\angle 2 \\ \angle ACD=\angle ABM \end{cases},$$

∴△ABM≌△ACD，

∴AM=AD，

∴2AF=AD

（3）结论：$AD^2=BE^2+(AD-AE)^2$．

理由∵DB=DA，BE⊥AD，

∴$BD^2=BE^2+DE^2$，

∴$AD^2=BE^2+(AD-AE)^2$．

43．如图1，等边△ABC边长为6，AD是△ABC的中线，P为线段AD（不包括端点A、D）上一动点，以CP为一边且在CP左下方作如图所示的等边△CPE，连结BE．

（1）点P在运动过程中，线段BE与AP始终相等吗？说说你的理由；

（2）若延长BE至F，使得CF=CE=5，如图2，问：求出此时AP的长；

（3）当点P在线段AD的延长线上时，F为线段BE上一点，使得CF=CE=5．求EF的长

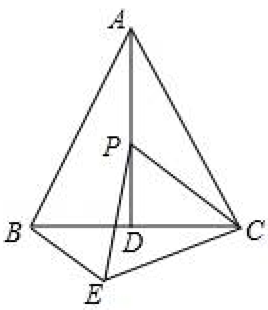


图1

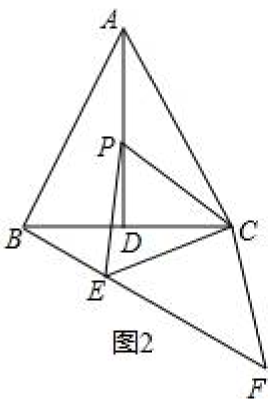
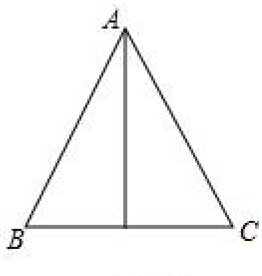


图2



备用图

【解答】解：（1）BE=AP；理由如下：

∵△ABC和△CPE均为等边三角形，

∴∠ACB=∠PCE=60°，AC=BC，CP=CE．

∵∠ACP+∠DCP=∠DCE+∠PCD=60°，

∴∠ACP=∠BCE.

∵在△ACP 和△BCE 中，$\begin{cases}AC=BC\\ \angle ACP=\angle BCE\\ CP=CE\end{cases}$，

∴△ACP≌△BCE（SAS）.

∴BE=AP.

（2）如图 2 所示：过点 C 作 CH⊥BE，垂足为 H．∵AB=AC，AD 是 BC 的中点，

∴∠CAD=∠BAD=$\frac{1}{2}$∠BAC=30°.

∵由（1）可知：△ACP≌△BCE，

∴∠CBE=∠CAD=30°，AP=BE.

∵在 Rt△BCH 中，∠HBC=30°，

∴HC=$\frac{1}{2}$BC=3，BH=$\frac{\sqrt{3}}{2}$BC=$3\sqrt{3}$.

∵在 Rt△CEH 中，EC=5，CH=3，

∴EH=$\sqrt{CE^2-CH^2}$=$\sqrt{5^2-3^2}$=4.

∴BE=HB﹣EH=$3\sqrt{3}$﹣4.

∴AP=$3\sqrt{3}$﹣4.

（3）如图 3 所示：过点 C 作 CH⊥BE，垂足为 H.

∵△ABC 和△CEP 均为等边三角形，

∴AC=BC，CE=PC，∠ACB=∠ECP.

∴∠ACB+∠BCP=∠ECP+BCP，即∠BCE=∠ACP.

∵在△ACP 和△BCE 中，$\begin{cases}AC=BC\\ \angle ACP=\angle BCE\\ CP=CE\end{cases}$，

∴△ACP≌△BCE（SAS）.

∴∠CBH=∠CAP=30°.

∵在 Rt△BCH 中，∠CBH=30°，

∴HC=$\frac{1}{2}$BC=3.

∵FC=CE，CH⊥FE，

∴FH=EH.

$\therefore FH=EH=\sqrt{CE^2-CH^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

$\therefore EF=FH+EH=4+4=8$.

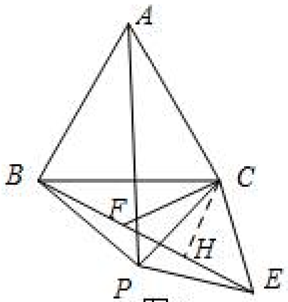


图3

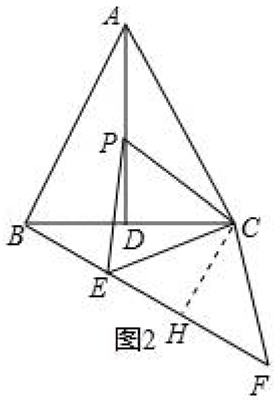
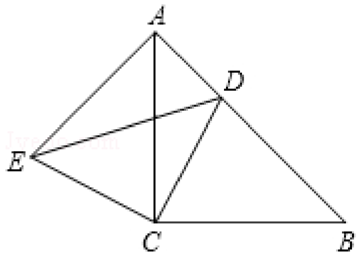


图2

44．如图，△ACB 和△ECD 都是等腰直角三角形，∠ACB=∠ECD=90°，D 为 AB 边上一点，求证：

（1）△ACE≌△BCD；

（2）$AD^2+DB^2=DE^2$.



【解答】证明：（1）∵∠ACB=∠ECD=90°，

∴∠ACD+∠BCD=∠ACD+∠ACE，

即∠BCD=∠ACE．

∵BC=AC，DC=EC，

∴△ACE≌△BCD．

（2）∵△ACB 是等腰直角三角形，

∴∠B=∠BAC=45 度.

∵△ACE≌△BCD，

∴∠B=∠CAE=45°

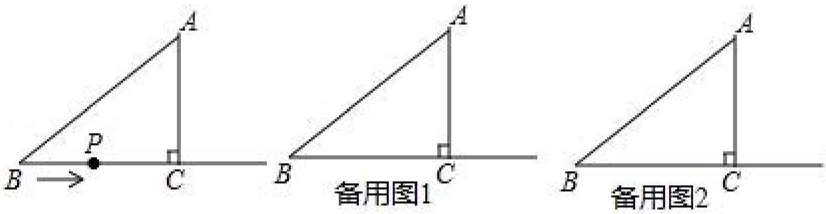
∴∠DAE=∠CAE+∠BAC=45°+45°=90°，

∴$AD^2+AE^2=DE^2$.

由（1）知 AE=DB，

∴$AD^2+DB^2=DE^2$.

45．如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AB=10cm，AC=6cm，动点 P 从点 B 出发沿射线 BC 以 2cm/s 的速度移动，设运动的时间为 t 秒.



（1）求 BC 边的长；

（2）当△ABP 为直角三角形时，求 t 的值；

（3）当△ABP 为等腰三角形时，求 t 的值.

【解答】解：（1）在 Rt△ABC 中，$BC^2=AB^2-AC^2=10^2-6^2=64$，

∴BC=8（cm）；

（2）由题意知 BP=tcm，

①当∠APB 为直角时，点 P 与点 C 重合，BP=BC=8cm，即 t=4；

②当∠BAP 为直角时，BP=tcm，CP=（t﹣8）cm，AC=6cm，

在 Rt△ACP 中，

$AP^2=6^2+(t-8)^2$，

在 Rt△BAP 中，$AB^2+AP^2=BP^2$，

即：$10^2+[6^2+(t-8)^2]=t^2$，

解得：$t=\frac{25}{4}$，

故当△ABP 为直角三角形时，t=4 或 $t=\frac{25}{4}$；

（3）①当 AB=BP 时，t=5；

②当 AB=AP 时，BP=2BC=16cm，t=8；

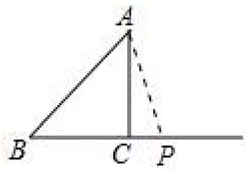
③当 BP=AP 时，AP=BP=tcm，CP=|t﹣8|cm，AC=6cm，

在 Rt△ACP 中，$AP^2=AC^2+CP^2$，

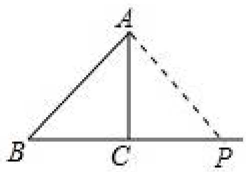
所以 $t^2=6^2+(t-8)^2$，

解得：$t=\frac{25}{8}$，

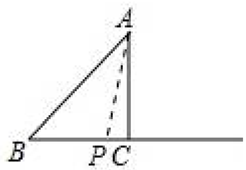
综上所述：当△ABP 为等腰三角形时，t=5 或 t=8 或 $t=\frac{25}{8}$.



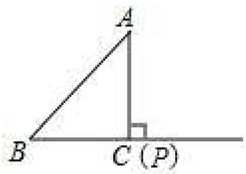
图③



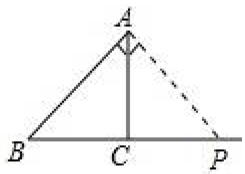
图④



图⑤



图①



图②

46．如图，已知△ABC 中，AB=AC=10cm，BC=8cm，点 D 为 AB 的中点．如果点 P 在线段 BC 上以 3cm/s 的速度由点 B 向 C 点运动，同时，点 Q 在线段 CA 上由点 C 向 A 点运动．

（1）若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度相等，经过 1 秒后，△BPD 与△CQP 是否全等，请说明理由．

（2）若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度不相等，当点 Q 的运动速度为多少时，能够使△BPD 与△CQP 全等？

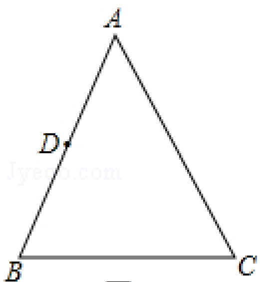


图 1

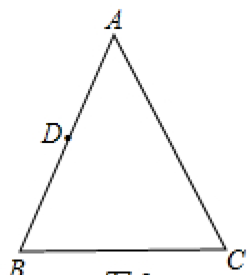


图 2

【解答】解：（1）经过 1 秒后，PB=3cm，PC=5cm，CQ=3cm，

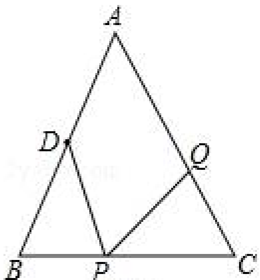


图 1

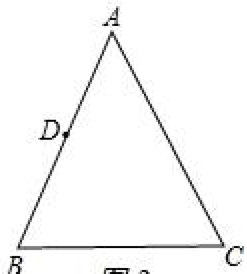


图 2

∵△ABC 中，AB=AC，

∴在△BPD 和△CQP 中，

$\begin{cases} BD=PC \\ \angle ABC=\angle ACB, \\ BP=CQ \end{cases}$

∴△BPD≌△CQP（SAS）.

（2）设点 Q 的运动速度为 x（x≠3）cm/s，经过 ts△BPD 与△CQP 全等；则可知 PB=3tcm，PC=8﹣3tcm，CQ=xtcm，

∵AB=AC，

∴∠B=∠C，

根据全等三角形的判定定理 SAS 可知，有两种情况：①当 BD=PC，BP=CQ 时，②当 BD=CQ，BP=PC 时，两三角形全等；

①当 BD=PC 且 BP=CQ 时，8﹣3t=5 且 3t=xt，解得 x=3，∵x≠3，∴舍去此情况；

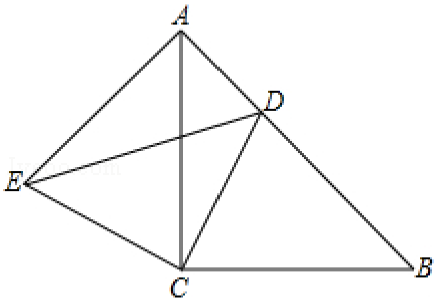
②BD=CQ，BP=PC 时，5=xt 且 3t=8﹣3t，解得：$x=\frac{15}{4}$；

故若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度不相等，当点 Q 的运动速度为$\frac{15}{4}$cm/s 时，能够使△BPD 与△CQP 全等.

47．如图所示，△ACB 与△ECD 都是等腰直角三角形，∠ACB=∠ECD=90°，点 D 为 AB 边上的一点，若 AB=17，BD=12，

（1）求证：△BCD≌△ACE；

（2）求 DE 的长度.



【解答】（1）证明：∵△ACB 与▵ECD 都是等腰直角三角形，

∴AC=BC，CE=CD，

∵∠ACB=∠ECD=90°，

∴∠ACB﹣∠ACD=∠DCE﹣∠ACD，

∴∠BCD=∠ACE，

在▵BCD 和▵ACE 中

$$\begin{cases} BC=AC \\ \angle BCD=\angle ACE \\ CD=CE \end{cases}$$

∴△BCD≌△ACE（SAS）.

（2）解：由（1）知▵BCD≌△ACE，则∠DBC=∠EAC，

∵∠CAD+∠DBC=90°，

∴∠EAC+∠CAD=90°，即∠EAD=90°

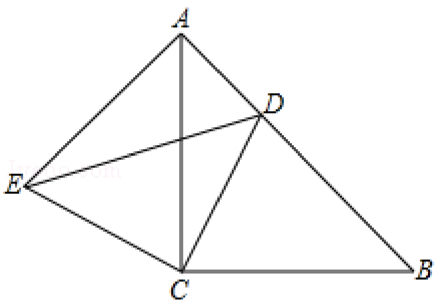
∵AB=17，BD=12，

∴AD=17﹣12=5，

∵△BCD≌△ACE，

∴AE=BD=12，

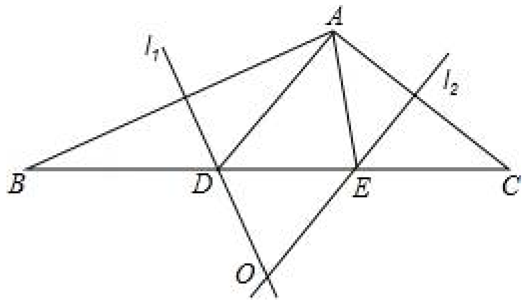
在 Rt▵AED 中，由勾股定理得：DE=$\sqrt{AE^2+AD^2}$=$\sqrt{12^2+5^2}$=13.



48．在△ABC 中，AB 边的垂直平分线 l_1 交 BC 于 D，AC 边的垂直平分线 l_2 交 BC 于 E，l_1 与 l_2 相交于点 O．△ADE 的周长为 6cm．

（1）求 BC 的长；

（2）分别连结 OA、OB、OC，若△OBC 的周长为 16cm，求 OA 的长．



【解答】解：（1）∵DF、EG 分别是线段 AB、AC 的垂直平分线，

∴AD=BD，AE=CE，

∴AD+DE+AE=BD+DE+CE=BC，

∵△ADE 的周长为 6cm，即 AD+DE+AE=6cm，

∴BC=6cm；

（2）∵AB 边的垂直平分线 l_1 交 BC 于 D，AC 边的垂直平分线 l_2 交 BC 于 E，

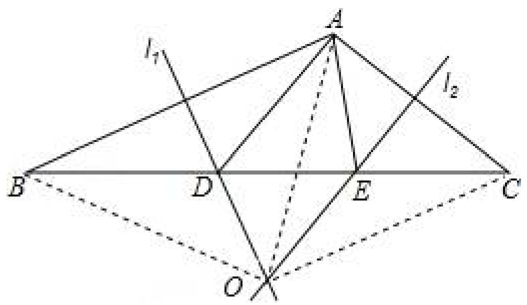
∴OA=OC=OB，

∵△OBC 的周长为 16cm，即 OC+OB+BC=16，

∴OC+OB=16﹣6=10，

∴OC=5，

∴OA=OC=OB=5．

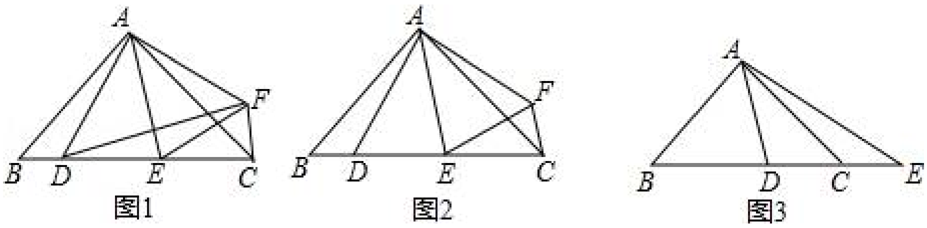


49．如图 1，在△ABC 中，AB=AC，点 D 关于直线 AE 的对称点为 F，∠BAC=2∠DAE=2α．

（1）求证：△ABD≌△ACF；

（2）如图2，在（1）的条件下，若 α=45°，求证：$DE^2=BD^2+CE^2$；

（3）如图3，若 α=45°，点E在BC的延长线上，则等式 $DE^2=BD^2+CE^2$ 还能成立吗？请说明理由．



【解答】解：（1）∵点D关于直线AE的对称点为F，

∴EF=DE，AF=AD，∠DAE=∠EAF=α，

∴∠CAE+∠CAF=α，

∵∠BAC=2∠DAE=2α，

∴∠BAD+∠CAE=∠BAC﹣∠DAE=α，

∴∠BAD=∠CAF，

在△ABD和△ACF中，

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAF, \\ AD=AF \end{cases}$$

∴△ABD≌△ACF（SAS）；

（2）由（1）知，△ABD≌△ACF（SAS），

∴CF=BD，∠ACF=∠B，

∵AB=AC，∠BAC=2α，α=45°，

∴△ABC是等腰直角三角形，

∴∠B=∠ACB=45°，

∴∠ECF=∠ACB+∠ACF=45°+45°=90°，

在Rt△CEF中，由勾股定理得，$EF^2=CF^2+CE^2$，

∴$DE^2=BD^2+CE^2$；

（3）等式 $DE^2=BD^2+CE^2$ 还成立．

理由：如图，∵∠BAC=2∠DAE=2α，

∴∠DAE=α，

∵点 D 关于直线 AE 的对称点为 F，

∴EF=DE，AF=AD，∠DAE=∠EAF=α，

∴∠CAF=∠EAF+∠CAE=α+∠CAE，

∴∠BAD=∠BAC－∠DAC=2α－∠DAC=2α－（∠DAE－∠CAE）=2α－（α－∠CAE）=α+∠CAE，

∴∠BAD=∠CAF，

在△ABD 和△ACF 中，

$$\begin{cases}AB=AC\\ \angle BAD=\angle CAF,\\ AD=AF\end{cases}$$

∴△ABD≌△ACF（SAS），

∴CF=BD，∠ACF=∠B，

∵AB=AC，∠BAC=2α，α=45°，

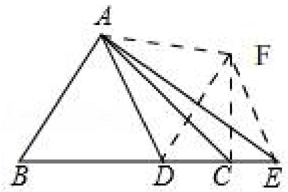
∴△ABC 是等腰直角三角形，

∴∠B=∠ACB=45°，

∴∠ECF=∠ACB+∠ACF=45°+45°=90°，

在 Rt△CEF 中，由勾股定理得，$EF^2=CF^2+CE^2$，

∴$DE^2=BD^2+CE^2$，



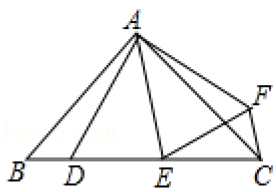


图2

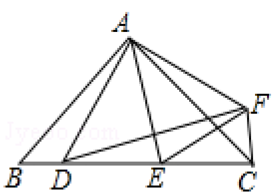


图1

50．如图 1，△ABC 中，CD⊥AB 于 D，且 BD：AD：CD=2：3：4，

（1）试说明△ABC 是等腰三角形；

（2）已知 $S_{\triangle ABC}=40cm^2$，如图 2，动点 M 从点 B 出发以每秒 1cm 的速度沿线段 BA 向点 A 运动，同时动点 N 从点 A 出发以相同速度沿线段 AC 向点 C 运动，当其中一点到达终点时整个运动都停止．设点 M 运动的时间为 t（秒），

①若△DMN 的边与 BC 平行，求 t 的值；

②若点 E 是边 AC 的中点，问在点 M 运动的过程中，△MDE 能否成为等腰三角形？若能，求出 t 的值；若不能，请说明理由．

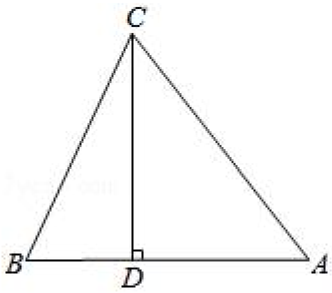


图 1

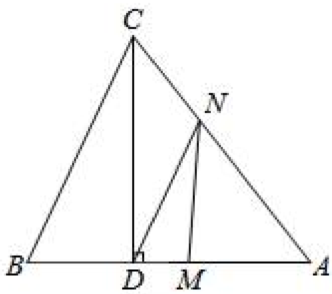
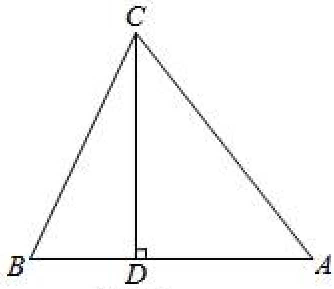


图 2



备用图

【解答】（1）证明：设 BD=2x，AD=3x，CD=4x，

则 AB=5x，

在 Rt△ACD 中，AC=$\sqrt{AD^2+CD^2}$=5x，

∴AB=AC，

∴△ABC 是等腰三角形；

（2）解：$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times 5x\times 4x=40cm^2$，而 x＞0，

∴x=2cm，

则 BD=4cm，AD=6cm，CD=8cm，AC=10cm．

①当 MN∥BC 时，AM=AN，

即 10﹣t=t，

∴t=5；

当 DN∥BC 时，AD=AN，

得：t=6；

∴若△DMN 的边与 BC 平行时，t 值为 5 或 6．

②当点 M 在 BD 上，即 $0 \le t < 4$ 时，△MDE 为钝角三角形，但 DM≠DE；

当 $t=4$ 时，点 M 运动到点 D，不构成三角形

当点 M 在 DA 上，即 $4 < t \le 10$ 时，△MDE 为等腰三角形，有 3 种可能.

如果 DE=DM，则 $t-4=5$，

∴$t=9$；

如果 ED=EM，则点 M 运动到点 A，

∴$t=10$；

如果 MD=ME=$t-4$，则 $(t-4)^2-(t-7)^2=4^2$，

∴$t=\frac{49}{6}$；

综上所述，符合要求的 t 值为 9 或 10 或$\frac{49}{6}$.