

5

Podrhtavanje aperture i takta odabiranja

Teorija o odabiranju i rekonstrukciji signala iz prethodnih poglavlja je izvedena pod, naizgled sasvim jednostavnom i očiglednom, pretpostavkom da se odabiranje vrši sa periodom odabiranja $T = 1/f_s$ u vremenskim trenucima $t = nT$. Implicitno je uvedena i pretpostavka da se odabiranje signala vrši trenutno.

U praksi obe pretpostavke važe samo aproksimativno. Odabiranje signala nije trenutno, već traje kratko, ali konačno vreme, i naziva se aperturom odabiranja. Pored toga što je konačna, apertura odabiranja je i slučajna veličina koja se opisuje statističkim parametrima, usled čega je vremenski interval između uzastopnih odbiraka takođe slučajna veličina koja ima *srednju vrednost* T .

Slučajna odstupanja trajanja aperture se nazivaju podrhtavanjem aperture (engl. aperture jitter), dok se slučajna odstupanja vremena ivica takta odabiranja nazivaju podrhtavanjem takta (engl. clock jitter). Mehanizmi podrhtavanja aperture i takta odabiranja su različiti, i grubo se mogu podeliti na determinističke i slučajne. Oba izvora podrhtavanja se isto manifestuju na performanse sistema, i razlika je samo u tome u kojoj meri se mogu potisnuti.

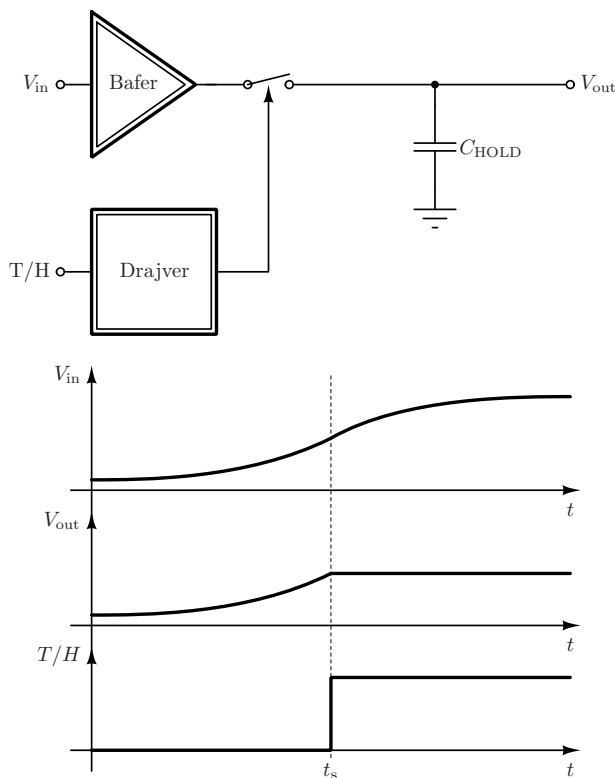
Deterministički izvori podrhtavanja takta odabiranja uglavnom potiču od neželjene sprege spoljnih signala i signala takta. Na primer, ripl izlaznog napona prekidačkog napajanja se može superponirati na signal takta kroz parazitnu kapacitivnu spregu na štampanoj ploči, ili kroz napajanje kola sa lošim potiskivanjem smetnji iz napajanja (engl. power supply rejection ratio - PSRR). Deterministički izvori podrhtavanja takta se u većini slučajeva mogu svesti na zanemarljiv nivo pažljivim projektovanjem.

Slučajni izvori podrhtavanja takta potiču od šuma elektronskih komponenti i ne mogu se svesti na proizvoljno mali nivo, već fundamentalna i tehnološka ograničenja određuju granice ostvarivih performansi. Kašnjenje digitalnih kola kroz koja propagira signal odabiranja nije konstantno usled šuma koji pomera trenutak prolaska kroz prag odlučivanja. Podrhtavanje takta odabiranja je posledica faznog šuma kola za generisanje takta i u mnogim slučajevima je dominantni faktor degradacije performansi sistema, naročito na višim učestanostima.

5.1 Apertura odabiranja

Odabiranje signala se vrši kolom za praćenje i zadržku signala (engl. track and hold - T/H), koje je na nivou blok dijagrama prikazano na slici 5.1, ili kolom za odabiranja i

zadršku signala (engl. sample and hold - S/H). Razlika između T/H i S/H kola je u tome što T/H kolo prati vrednost ulaznog signala pre odabiranja, dok S/H kolo na izlazu daje samo odabrane vrednosti signala. Pošto oba kola na izlazu zadržavaju vrednost ulaznog signala u trenutku odabiranja, sa stanovišta korišćenja konvertora nema suštinske razlike i oba tipa kola ćemo nazivati kolima za odabiranje signala.



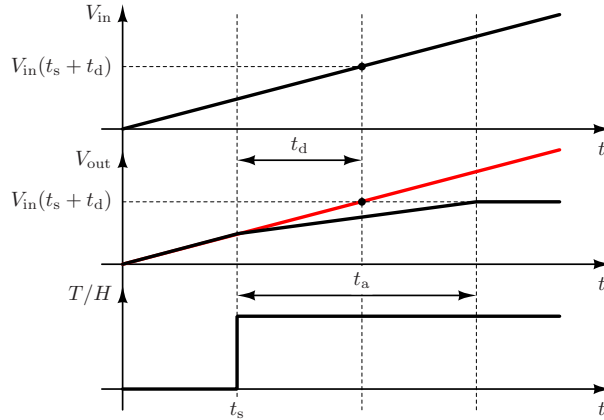
Slika 5.1: Blok dijagram kola za praćenje i zadržku signala.

Ulazni bafer uglavnom postoji u A/D konvertorima visokih performansi, sa velikom brzinom odabiranja i velikom rezolucijom. U ostalim slučajevima, npr. A/D konvertori u većini mikrokontrolera, ulazni bafer ne postoji i kapacitivnost kondenzatora za čuvanje vrednosti signala opterećuje spoljašnje kolo za pobudu.

Mod rada kola za praćenje i zadržku signala se određuje kontrolnim signalom T/H. Kada je $T/H=0$ redni prekidač je zatvoren i kolo radi u režimu praćenja signala $V_{out}(t) = V_{in}(t)$. Redni prekidač se otvara za $T/H=1$ i vrednost napona na kondenzatoru za čuvanje napona C_{HOLD} je jednaka vrednosti ulaznog napona u trenutku uzlazne ivice signala T/H $V_{out}(t) = V_{in}(t_s)$.

Realno kolo za odabiranje signala principski radi kao što je prikazano na blok dijagramu, ali uz nekoliko bitnih razlika koje imaju velikog značaja na višim učestanostima. U realnom kolu za odabiranje signala redni prekidač se ne otvara trenutno, već je za to

potrebno kratko ali konačno vreme. Vreme isključivanja rednog prekidača, za koje se napon na kondenzatoru C_{HOLD} i dalje menja, se naziva vremenom aperture odabiranja t_a - slika 5.2. U toku trajanja aperture odabiranja napon na kondenzatoru se menja, ali ne prati ulazni napon, već se ustali na vrednosti ulaznog napona $V_{\text{in}}(t_s + t_d)$. Konačno vreme aperture odabiranja se manifestuje kašnjenjem odabiranja signala za vreme t_d u odnosu na trenutak odabiranja t_s .



Slika 5.2: Apertura odabiranja.

Konačno trajanje aperture odabiranja je ekvivalentno odabiranju signala prozorskom funkcijom konačnog trajanja i usrednjavanjem. Uticaj konačnog trajanja aperture odabiranja se može analizirati na isti način kao odabiranje povorkom Dirakovih impulsa iz odeljka 2.2, ali bi se umesto povorke Dirakovih impulsa koristila povorka impulsa konačnog trajanja t_a i jedinične površine. Vreme aperture t_a je uglavnom za nekoliko redova veličina manje od periode odabiranja, i izobličenja signala usled konačne aperture odabiranja su u većini slučajeva od praktičnog interesa zanemarljiva [25].

Vreme trajanja aperture odabiranja nije konstantno, već je slučajna promenljiva određena srednjom vrednošću t_a i standardnom devijacijom $\sigma(t_a)$. Slučajno trajanje aperture odabiranja rezultuje slučajnim kašnjenjem trenutka odabiranja t_d sa standardnom devijacijom $\sigma(t_d)$. Slučajno odstupanje vremena kašnjenja trenutka odabiranja signala se naziva podrhtavanje aperture (engl. aperture jitter) i obično se obeležava sa $t_{j,a} = \sigma(t_d)$. Podrhtavanje aperture za posledicu ima da vremena odabiranja signala \hat{t}_n odstupaju od idealnih $t_n = nT$ usled čega dolazi do degradacije odnosa signal/šum koje se razmatra u odeljku 5.5. Metode merenja aperture odabiranja su razmatrane u odeljku 5.10.

5.2 Fazni šum takta odabiranja

Takt odabiranja određuje vremenske trenutke u kojima se vrši odabiranje signala, koji su u idealnom slučaju uniformnog odabiranja ekvidistantni. Odabiranje signala se vrši u trenucima prolaska kroz nulu idealnog takta odabiranja:

$$v(t) = A \sin(\omega_s t), \quad (5.1)$$

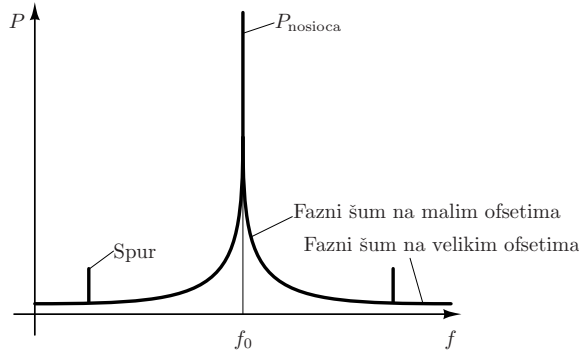
gde je $\omega_s = 2\pi f_s = 2\pi/T$. Spektar idealnog takta odabiranja ima samo jednu diskretnu komponentu na učestanosti ω_s .

Realni takt odabiranja je amplitudski i fazno modulisan šumom:

$$\hat{v}(t) = (A + a(t)) \sin(\omega_s t + \phi(t)), \quad (5.2)$$

gde je $a(t)$ amplitudski, i $\phi(t)$ fazni šum, koji pomeraju trenutke prolaska kroz nulu i samim tim vremenske trenutke odabiranja signala. Amplitudski šum se može potisnuti pojačavanjem i odsecanjem signala, i može se zanemariti, tako da je u većini primena od interesa samo fazni šum.

Spektar realnog takta odabiranja sadrži bočne opsege usled modulacije faznim šumom $\phi(t)$, kao što je prikazano na slici 5.3. Pored slučajnih varijacija faze, $\phi(t)$ može sadržati i periodične smetnje koje rezultuju diskretnim spektralnim komponentama - spurovima. Spurovi uglavnom potiču od prekidanja u fazno frekvencijskom detektoru (engl. phase frequency detector - PFD) u fazno sinhronisanim petljama.



Slika 5.3: Spektar realnog oscilatora.

Fazni šum na ofsetu Δf od učestanosti nosioca je definisan kao:

$$\mathcal{L}(\Delta f) = \frac{\int_{\Delta f}^{\Delta f+1} S(f) df}{P_{\text{nosioca}}} = \frac{P_{\text{sum,SSB}}(\Delta f)}{P_{\text{nosioca}}}, \quad (5.3)$$

odnosno u decibelima:

$$L(\Delta f) = 10 \log_{10} \mathcal{L}(\Delta f) = 10 \log_{10} \frac{P_{\text{sum,SSB}}(\Delta f)}{P_{\text{nosioca}}} \quad [\text{dBc/Hz}], \quad (5.4)$$

gde su $S(f)$ spektralna gustina snage šuma, $P_{\text{sum,SSB}}$ snaga šuma u opsegu od $(\Delta f, \Delta f+1)$ i P_{nosioca} snaga signala nosioca. Jedinica faznog šuma izraženog u decibelima je dBc/Hz, gde dBc označava da je vrednost faznog šuma normalizovana na snagu nosioca. U definiciji faznog šuma se pretpostavlja da snaga šuma potiče samo od fazne modulacije nosioca, i ne uzima u obzir amplitudski šum.

Postoji i druga definicija faznog šuma po standardu IEEE 1139:

$$\mathcal{L}(\Delta f) = \frac{1}{2} S_{\phi}(\Delta f), \quad (5.5)$$

gde je S_{ϕ} jednostrana spektralna gustina snage faznog šuma. Za $\phi(t) \ll 1$ definicije su ekvivalentne, ali kada to ne važi definicija (5.5) daje korektne rezultate. Iako važi u svim slučajevima definicija (5.5) se ne koristi često u praksi [26].

Fazni šum oscilatora potiče od šuma elektronskih komponenti i određen je fundamentalnim i tehnološkim ograničenjima. Fundamentalna ograničenja se ne mogu prevazići i postavljaju teorijski maksimum performansi. Tehnološka ograničenja se u izvesnoj meri mogu prevazići izborom druge tehnologije, ukoliko bolja tehnologija postoji. Detalji o mehanizmima generisanja faznog šuma i uticaju na performanse sistema se mogu naći u literaturi [26, 27].

5.3 Veza između vremena podrhtavanja i faznog šuma

Podrhtavanje takta je posledica faznog šuma koji slučajno pomera trenutak prolaska signala kroz nulu. Sintetizator učestanosti za generisanje takta odabiranja se projektuje optimizacijom prenosnih funkcija šuma u frekvencijskom domenu korišćenjem linearizovanog modela fazno sinhronizovane petlje. Prenosne funkcije šuma se optimizuju da bi se dobio željeni frekvencijski profil faznog šuma. Pošto je fazni šum $\mathcal{L}(\Delta f)$ veličina u frekvencijskom domenu, a vreme podrhtavanja t_j u vremenskom domenu, potrebno je uspostaviti vezu između njih.

Signal takta na učestanosti ω_0 sa faznim šumom $\phi(t)$ se u vremenskom domenu može predstaviti kao:

$$v(t) = \sin(\omega_0 t + \phi(t)) = \cos(\omega_0 t) \sin(\phi(t)) + \sin(\omega_0 t) \cos(\phi(t)) \quad (5.6)$$

Fazni šum $\phi(t)$ je slučajna veličina i direktna analiza spektra signala (5.6) nije moguća zbog članova $\sin(\phi(t))$ i $\cos(\phi(t))$. Spektar signala se može izračunati ukoliko pretpostavimo da je $\phi(t)$ sinusoida amplitude $\phi_0 \ll 1$, učestanosti $\Delta\omega$:

$$\phi(t) = \phi_0 \sin(\Delta\omega t), \quad (5.7)$$

i odredimo vezu između amplitude ϕ_0 signala koji moduliše fazu i vremena podrhtavanja. Uvođenjem pretpostavke da je fazni šum jedna sinusoida (5.6) postaje:

$$v(t) = \cos(\omega_0 t) \sin(\phi_0 \sin(\Delta\omega t)) + \sin(\omega_0 t) \cos(\phi_0 \sin(\Delta\omega t)). \quad (5.8)$$

Članovi oblika $\cos(z \sin \theta)$ i $\sin(z \sin \theta)$ se mogu razviti u red primenom Jakobi-Anger identiteta [28]:

$$e^{jz \sin \theta} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(z) e^{jn\theta}, \quad (5.9)$$

gde je $J_n(z)$ Beselova funkcija prve vrste n -tog reda. Korišćenjem svojstva Beselove funkcije $J_{-n}(z) = (-1)^n J_n(z)$ razvoj (5.9) se može preurediti u:

$$e^{jz \sin \theta} = J_0(z) + \sum_{n=1}^{+\infty} [J_n(z) e^{jn\theta} + (-1)^n J_n(z) e^{-jn\theta}]. \quad (5.10)$$

Primenom Ojlerovog identiteta $e^{jx} = \cos(x) + j \sin(x)$ u (5.10) i razdvajanjem realnog i imaginarnog dela imamo:

$$\begin{aligned}\cos(z \sin \theta) &= J_0(z) + \sum_{n=1}^{+\infty} [J_n(z) + (-1)^n J_n(z)] \cos(n\theta) \\ &= J_0(z) + 2 \sum_{n=1}^{+\infty} J_{2n}(z) \cos(2n\theta),\end{aligned}\tag{5.11}$$

$$\begin{aligned}\sin(z \sin \theta) &= \sum_{n=1}^{+\infty} [J_n(z) + (-1)^{(n+1)} J_n(z)] \sin(n\theta) \\ &= 2 \sum_{n=1}^{+\infty} J_{2n-1}(z) \sin((2n-1)\theta).\end{aligned}\tag{5.12}$$

Zamenom (5.11) i (5.12) u (5.8) dobijamo

$$v(t) = 2 \cos(\omega_0 t) \sum_{n=1}^{+\infty} J_{2n-1}(\phi_0) \sin((2n-1)\Delta\omega t)\tag{5.13}$$

$$+ \sin(\omega_0 t) \left[J_0(z) + 2 \sum_{n=1}^{+\infty} J_{2n}(\phi_0) \cos(2n\Delta\omega t) \right].\tag{5.14}$$

Upotrebom trigonometrijskog identiteta

$$2 \cos(x) \sin(y) = \sin(x+y) - \sin(x-y),\tag{5.15}$$

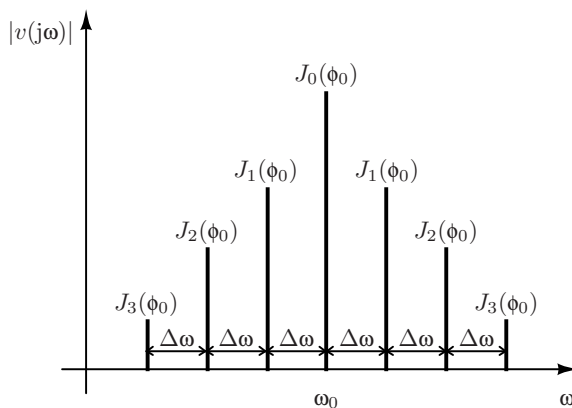
izraz (5.13) se može preurediti u

$$\begin{aligned}v(t) &= J_0(\phi_0) \sin \omega_0 t \\ &+ \sum_{n=1}^{+\infty} J_{2n-1}(\phi_0) [\sin(\omega_0 + (2n-1)\Delta\omega)t - \sin(\omega_0 - (2n-1)\Delta\omega)t] \\ &+ \sum_{n=1}^{+\infty} J_{2n}(\phi_0) [\sin(\omega_0 + 2n\Delta\omega)t + \sin(\omega_0 - 2n\Delta\omega)t]\end{aligned}\tag{5.16}$$

Prvih nekoliko članova razvoja (5.16) su

$$\begin{aligned}v(t) &= J_0(\phi_0) \sin \omega_0 t \\ &+ J_1(\phi_0) [\sin((\omega_0 + \Delta\omega)t) - \sin((\omega_0 - \Delta\omega)t)] \\ &+ J_2(\phi_0) [\sin((\omega_0 + 2\Delta\omega)t) + \sin((\omega_0 - 2\Delta\omega)t)] \\ &+ J_3(\phi_0) [\sin((\omega_0 + 3\Delta\omega)t) - \sin((\omega_0 - 3\Delta\omega)t)] \\ &+ \dots\end{aligned}\tag{5.17}$$

Iz (5.16) se vidi da se spektar fazno modulisanog signala sastoji iz nosioca na učestanosti ω_0 i beskonačnog broja komponenti na učestanostima $\omega_0 \pm n\Delta\omega$, kao što je prikazano na slici 5.4. Spektralne komponente se pojavljuju u parovima iste snage u oba bočna opsega oko nosioca.



Slika 5.4: Spektar fazno modulisanog nosioca.

Pod pretpostavkom da je amplituda faznog šuma $\phi_0 \ll 1$, što je gotovo uvek ispunjeno u praksi, mogu se koristiti aproksimacije Beselovih funkcija:

$$\begin{aligned} J_0(\phi_0) &\approx 1 \\ J_1(\phi_0) &\approx \frac{\phi_0}{2} \\ J_n(\phi_0) &\approx 0 \quad (n > 1) \end{aligned} \quad . \quad (5.18)$$

Iz aproksimacija sledi da je snaga spektralnih komponenti u bočnim opsezima $\omega_0 \pm n\Delta\omega$ zanemarljiva za $n > 1$, tako da se (5.17) može aproksimirati kao:

$$v(t) \approx \sin \omega_0 t + \frac{\phi_0}{2} [\sin(\omega_0 + \Delta\omega)t - \sin(\omega_0 - \Delta\omega)t] \quad (5.19)$$

U (5.19) sinusioda na učestanosti ω_0 je signal nosioca, dok su komponente na $\omega_0 \pm \Delta\omega$ rezultat fazne modulacije nosioca faznim šumom. Fazni šum na učestanosti $\Delta\omega$ od nosioca možemo izračunati po definiciji iz odnosa snaga nosioca i spektralne komponente koja potiče od faznog šuma. Srednja snaga sinusoide amplitude A je

$$P_A = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{A^2 \sin^2(\omega_0 t)}{R} dt = \frac{1}{R} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} A \right)^2, \quad (5.20)$$

odakle je snaga nosioca:

$$P_{\text{nosioca}} = \frac{1}{R} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{1}{2R}. \quad (5.21)$$

Snaga spektralne komponente koja potiče od modulacije signala faznim šumom u jednom bočnom opsegu je:

$$P_{\text{sum,SSB}} = \frac{1}{R} \left(\frac{\sqrt{2}\phi_0}{2} \right)^2 = \frac{1}{2R} \left(\frac{\phi_0}{2} \right)^2. \quad (5.22)$$

Fazni šum signala sa $\phi(t) = \phi_0 \sin(\Delta\omega t)$ je

$$\mathcal{L}(\Delta f) = \frac{P_{\text{sum,SSB}}}{P_{\text{nosioca}}} = \frac{\phi_0^2}{4} = \frac{\phi_{0,\text{eff}}^2}{2}. \quad (5.23)$$

U poslednjem koraku je upotrebljena veza između amplitude i efektivne vrednosti sinusoide $\phi_{0,\text{eff}} = (\sqrt{2}/2)\phi_0$.

Korišćenjem izraza (5.23) možemo izračunati efektivnu vrednost faze $\phi_{0,\text{eff}}$ pod pretpostavkom da je $\phi(t) = \phi_0 \sin \Delta\omega t$ kada je poznata vrednost faznog šuma:

$$\phi_{0,\text{eff}} = \sqrt{2 \mathcal{L}(\Delta f)}. \quad (5.24)$$

Kada je $\phi(t)$ slučajan signal u opsegu učestanosti $(\Delta f_1, \Delta f_2)$ efektivna vrednost faze iznosi

$$\phi_{0,\text{eff}} = \sqrt{2 \int_{\Delta f_1}^{\Delta f_2} \mathcal{L}(\Delta f) df}. \quad (5.25)$$

Pošto je efektivna vrednost faze $\phi_{0,\text{eff}}$ efektivna vrednost ugla za koji se pomera prolazak kroz nulu nosioca u jednoj periodu od 2π , efektivno vreme podrhtavanja usled faznog šuma se može odrediti iz proporcije

$$\frac{\phi_{0,\text{eff}}}{2\pi} = \frac{t_{j,\text{pn}}}{T}, \quad (5.26)$$

odakle je:

$$t_{j,\text{pn}} = \frac{\phi_{0,\text{eff}}}{2\pi} T = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{2 \int_{\Delta f_1}^{\Delta f_2} \mathcal{L}(\Delta f) df}. \quad (5.27)$$

Vreme podrhtavanja takta odabiranja (5.27) zavisi od granica integracije faznog šuma $(\Delta f_1, \Delta f_2)$. Postavlja se pitanje - kako izabrati granice integracije? Odgovor nije jednoznačan i zavisi od arhitekture i parametara sistema u kojem se takt koristi. Na primer, u komunikacionim sistemima maksimalna učestanost Δf_2 je određena širinom opsega prilagođenog filtra u prijemniku, dok je minimalna učestanost Δf_1 određena dužinom trajanja paketa $T_p = (\Delta f_1)^{-1}$.

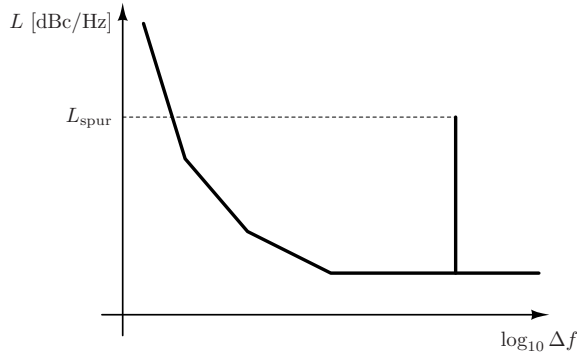
Ukoliko spektar signala nosioca sadrži neželjenu diskretnu komponentu (spur), kao što je prikazano na slici 5.5, doprinos vremenu podrhtavanja je

$$t_{j,\text{spur}} = \frac{\phi_{\text{spur,eff}}}{\omega_0} = \frac{\sqrt{2 \mathcal{L}_{\text{spur}}}}{\omega_0} = \frac{\sqrt{\mathcal{L}_{\text{spur}}}}{\sqrt{2}\pi f_0}, \quad (5.28)$$

odnosno

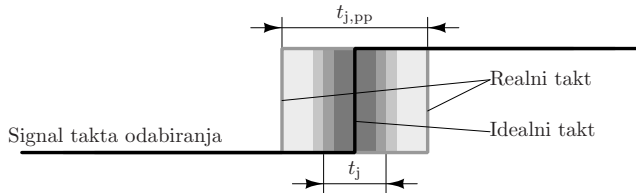
$$t_{j,\text{spur}} = \frac{10^{\frac{L_{\text{spur}}}{20}}}{\sqrt{2\pi}f_0} \quad (5.29)$$

kada je L_{spur} izražen u dBc/Hz.



Slika 5.5: Fazni šum signala sa neželjenom diskretnom komponentom.

Podrhtavanje takta odabiranja je ilustrovano na slici 5.6. Na slici su označena efektivna t_j i vršna vrednost $t_{j,\text{pp}}$ vremena podrhtavanja. Za odabiranje signala od interesa je efektivna vrednost t_j pošto je ona jednaka standardnoj devijaciji i može se koristiti za izračunavanje efektivne vrednosti napona šuma usled podrhtavanja takta odabiranja. Vršna vrednost podrhtavanja takta je od interesa pri statičkoj analizi kašnjenja u digitalnim kolima (engl. static timing analysis - STA) kojom se utvrđuje da li su vremena uspostavljanja (engl. setup time) i zadržavanja (engl. hold time) zadovoljena u svim slučajevima.



Slika 5.6: Podrhtavanje takta odabiranja.

Ukupno vreme podrhtavanja t_j za N nezavisnih uzroka podrhtavanja $t_{j,i}$ je:

$$t_j = \sqrt{\sum_{i=1}^N t_{j,i}^2} \quad (5.30)$$

odakle je vreme podrhtavanja signala takta sa M spurova:

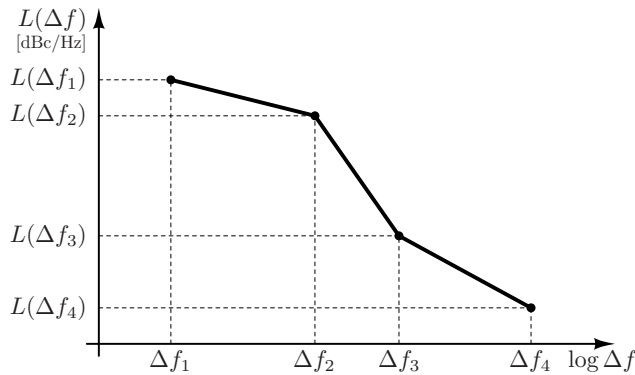
$$t_{j,\text{clk}} = \sqrt{t_{j,\text{pn}}^2 + \sum_{i=1}^M t_{j,\text{spur},i}^2}. \quad (5.31)$$

Pored podrhtavanja takta odabiranja potrebno je uzeti u obzir i podrhtavanje aperture:

$$t_j = \sqrt{t_{j,\text{pn}}^2 + t_{j,\text{spur}}^2 + t_{j,\text{a}}^2} \quad (5.32)$$

5.4 Aproksimacija faznog šuma linearnim segmentima

Fazni šum $\mathcal{L}(\Delta f)$ se deo po deo može aproksimirati funkcijama oblika Δf^{-n} i stoga se može aproksimirati linearnim segmentima u log-log razmeri. Na slici 5.7 prikazana je deo po deo linearna aproksimacija $L(\Delta f) = 10 \log_{10} \mathcal{L}(\Delta f)$.



Slika 5.7: Aproksimacija faznog šuma linearnim segmentima.

U opsegu učestanosti $[\Delta f_i, \Delta f_{i+1})$ fazni šum se može aproksimirati segmentom $L_i(\Delta f)$:

$$L_i(\Delta f) = a_i (\log_{10} \Delta f - \log_{10} \Delta f_i) + b_i, \quad (5.33)$$

gde su koeficijenti a_i i b_i :

$$a_i = \frac{L(\Delta f_{i+1}) - L(\Delta f_i)}{\log_{10} \Delta f_{i+1} - \log_{10} \Delta f_i} \quad (5.34)$$

$$b_i = L(\Delta f_i). \quad (5.35)$$

Ukupno vreme podrhtavanje se može dobiti sumiranjem pojedinačnih doprinosa

$$t_j = \sqrt{\sum_{i=1}^{N-1} t_{j,i}^2}, \quad (5.36)$$

gde je doprinos i -tog segmenta $t_{j,i}$:

$$t_{j,i} = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{2 \int_{\Delta f_i}^{\Delta f_{i+1}} \mathcal{L}_i(\Delta f) df} \quad (5.37)$$

Integral faznog šuma i -tog segmenta se može izraziti kao:

$$\int_{\Delta f_i}^{\Delta f_{i+1}} \mathcal{L}_i(\Delta f) df = \int_{\Delta f_i}^{\Delta f_{i+1}} 10^{\frac{L(f)}{10}} df = \int_{\Delta f_i}^{\Delta f_{i+1}} 10^{\frac{a_i(\log_{10} f - \log_{10} f_i) + b_i}{10}} df \quad (5.38)$$

Integrand u (5.38) se može preurediti u

$$10^{\frac{a_i(\log_{10} f - \log_{10} f_i) + b_i}{10}} = f^{\frac{a_i}{10}} f_i^{-\frac{a_i}{10}} 10^{\frac{b_i}{10}} \quad (5.39)$$

iz čega sledi da je:

$$\int_{\Delta f_i}^{\Delta f_{i+1}} \mathcal{L}_i(f) df = f_i^{-\frac{a_i}{10}} 10^{\frac{b_i}{10}} \int_{\Delta f_i}^{\Delta f_{i+1}} f^{\frac{a_i}{10}} df. \quad (5.40)$$

Konačno imamo da je:

$$\int_{\Delta f_i}^{\Delta f_{i+1}} f^{\frac{a_i}{10}} df = \begin{cases} \log f_{i+1} - \log f_i, & a_i = -10 \\ \frac{1}{1 + \frac{a_i}{10}} \left(f_{i+1}^{1 + \frac{a_i}{10}} - f_i^{1 + \frac{a_i}{10}} \right), & a_i \neq -10 \end{cases} \quad (5.41)$$

5.5 Podrhtavanje trenutka odabiranja

Slučajno odstupanje trenutka odabiranja t_n od idealnog nT se naziva podrhtavanje trenutka odabiranja (engl. sampling jitter). Podrhtavanje aperture i takta odabiranja su glavni izvori slučajnog podrhtavanja trenutka odabiranja. Pored slučajnih uzroka podrhtavanja trenutka odabiranja postoje i deterministički uzroci, kao što su preslušavanje kroz napajanje ili na štampanoj ploči, koji se mogu svesti na zanemarljiv nivo.

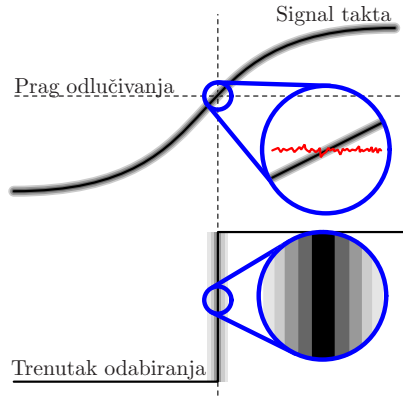
Podrhtavanje trenutka odabiranja se može ilustrovati primerom sa slike 5.8, na kojoj je prikazan slučaj kada postoji šum u signalu takta i pragu odlučivanja kola za odabiranje signala. Šum u signalu takta i/ili pragu odlučivanja rezultuje slučajnim pomeranjem trenutka odabiranja koje se manifestuje kao izvor šuma.

Odabiranje signala u okolini idealnog trenutka odabiranja se može analizirati aproksimacijom koja je prikazana na slici 5.9. Greška odabiranja signala na učestanosti f_{in}

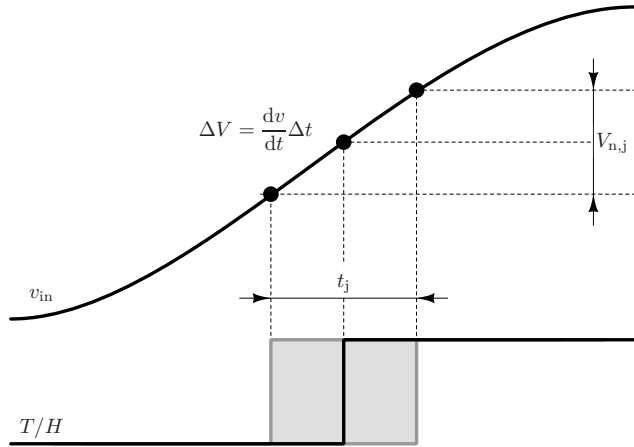
$$v_{in}(t) = A \sin(2\pi f_{in} t) \quad (5.42)$$

usled podrhtavanja trenutka odabiranja se može aproksimirati izvodom

$$\frac{dv_{in}(t)}{dt} = 2\pi f_{in} A \cos(2\pi f_{in} t). \quad (5.43)$$



Slika 5.8: Podrhtavanje trenutka odabiranja.



Slika 5.9: Šum usled podrhtavanja trenutka odabiranja.

Napon greške odabiranja usled podrhtavanja trenutka odabiranja je

$$V_{n,j} = \frac{dv(t)}{dt} t_j = 2\pi f A t_j \cos(2\pi f_{in} t). \quad (5.44)$$

Pod pretpostavkom da je trenutak odabiranja podjednako verovatan u periodu ulaznog signala može se izračunati standardna devijacija, odnosno efektivna vrednost, napona greške odabiranja:

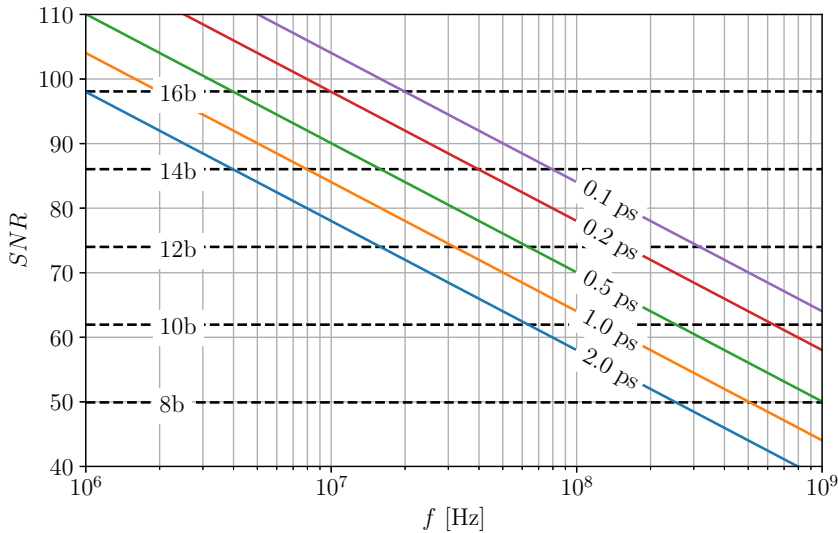
$$V_{n,j,eff} = \sigma(V_{n,j}) = \sqrt{E(V_{n,j}^2)} = 2\pi f_{in} A / \sqrt{2} \quad (5.45)$$

Efektivna vrednost ulaznog signala $v_{in}(t) = A \sin(2\pi f_{in} t)$ je $V_{sin,eff} = A/\sqrt{2}$, odakle je

odnos signal/šum usled podrhtavanja trenutka odabiranja:

$$\begin{aligned} SNR_j &= 10 \log_{10} \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{sum}}} = 20 \log_{10} \frac{V_{\text{sin,eff}}}{V_{\text{n,j,eff}}} \\ &= 20 \log_{10} \frac{A/\sqrt{2}}{2\pi f_{\text{in}} t_j A/\sqrt{2}} = -20 \log_{10} 2\pi f_{\text{in}} t_j \end{aligned} \quad (5.46)$$

Iz (5.46) se vidi da odnos signal/šum usled podrhtavanja trenutka odabiranja SNR_j opada sa porastom učestanosti ulaznog signala. Na slici 5.10 je prikazan odnos signal/kvantizacioni šum, koji ne zavisi od učestanosti ulaznog signala, i odnos signal/šum usled podrhtavanja trenutka odabiranja. Sa slike se vidi da odnos signal/šum brzih A/D konvertora (>100 MHz) visoke rezolucije (>8b) može biti ograničen podrhtavanjem aperture i takta odabiranja.



Slika 5.10: Poređenje SNR_j i $SQNR$.

Vremena podrhtavanja aperture i takta odabiranja reprezentativnih A/D konvertora i sintetizatora učestanosti su data u tabeli 5.1. Iz tabele se može videti da vreme podrhtavanja signala generisanih u FPGA tipično iznosi 50 ps. Zbog velikog vremena podrhtavanja FPGA nije adekvatan izvor takta odabiranja za signale učestanosti >10 MHz i rezolucije 8b.

Odnos signal/šum rekonstruisanog signala se takođe degradira usled podrhtavanja takta odabiranja. Pomeranje trenutka rekonstrukcije odbirka D/A konvertorom se manifestuje kao povorka slučajnih impulsa greške koji predstavljaju dodatni izvor šuma. Amplituda impulsa greške zavisi od prethodnog i trenutnog odbirka, a samim tim i od učestanosti i amplitude rekonstruisanog signala, dok je širina impulsa određena vremenom podrhtavanja. Analiza uticaja podrhtavanja takta pri rekonstrukciji signala je složena i

Tabela 5.1: Tipične vrednosti podrhtavanja takta i aperture

	t_j [ps]	Opis
FPGA	50	Tipična vrednost
ADF4360	1.6	PLL, $f_{\text{out}} = 2.5$ GHz
LTC6951	0.12	PLL, $f_{\text{out}} = 1.25$ GHz
LMX2594	0.05	PLL, $f_{\text{out}} = 3.5$ GHz
ADS5401	0.1	12b, 800 MSPS
ADC32RF42	0.09	14b, 1.5 GSPS

može se naći u literaturi [29]. Za većinu praktičnih primena degradacija SNR se može aproksimirati izrazom izvedenim za A/D konvertor. Greška aproksimacije je zanemarljiva za učestanosti signala $f_{\text{sig}} \ll f_s/2$, i dostiže 3 dB za učestanosti $f_{\text{sig}} \approx f_s/2$.

5.6 Ukupan SNR A/D konvertora

Kada postoji N nekorelisanih izvora šuma, npr. kvantizacioni, fliker ($1/f$), termički, itd. šum, snage $P_{\text{sum},i}$, $i = 1, \dots, N$, odnos signal-šum SNR_i za i -ti izvor šuma iznosi

$$SNR_i = \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{sum},i}}. \quad (5.47)$$

Ukupan SNR je odnos snage signala i ukupne snage svih izvora šuma:

$$SNR = \frac{P_{\text{signal}}}{\sum_{i=1}^N P_{\text{sum},i}}, \quad (5.48)$$

i može se izraziti preko odnosa signal/šum pojedinačnih izvora šuma SNR_i :

$$SNR = \left(\sum_{i=1}^N SNR_i^{-1} \right)^{-1}. \quad (5.49)$$

Izraz (5.49) pokazuje da je ukupan SNR manji od najmanjeg pojedinačnog doprinosa SNR_i . Ukoliko su doprinosi SNR_i izraženi u decibelima, ukupan SNR u decibelima je

$$SNR = -10 \log_{10} \sum_{i=1}^N 10^{-SNR_i/10} \quad (5.50)$$

Na niskim učestanostima SNR je uglavnom ograničen fliker šumom, na srednjim učestanostima šumom kvantizacije ili termičkim šumom, dok je na visokim učestanostima dominantan efekat podrhtavanja aperture i takta odabiranja. Tačne granice niskih, srednjih i visokih učestanosti zavise od tehnologije izrade i performansi pojedinačnih blokova.

Spektralna gustina snage fliker šuma ima $1/f$ frekvencijsku zavisnost i dominantan je na niskim učestanostima dok se ne izjednači sa spektralnom gustinom snage termičkog šuma na učestanosti f_c . Na učestanostima $f > f_c$ dominantan je termički šum pošto spektralna gustina snage fliker šuma opada. Granična učestanost f_c za MOSFET tranzistor je uglavnom u opsegu od 100 kHz do 1 MHz, dok je kod bipolarnih tranzistora ona za red veličine niža. Kod dobro projektovanih sistema snaga termičkog šuma je zanemarljiva u odnosu na snagu kvantizacionog šuma, pošto se u obrnutom slučaju može koristiti A/D konvertor manje rezolucije sa većom snagom kvantizacionog šuma bez degradacije SNR -a.

Učestanost od koje podrhtavanje aperture i takta odabiranja ograničavaju SNR zavisi od rezolucije A/D konvertora i efektivne vrednosti ukupnog vremena podrhtavanja t_j . Sa slike 5.10 se može očitati granična učestanost od koje je SNR ograničen podrhtavanjem aperture i takta odabiranja za konvertore rezolucije od 8 do 16 bita i t_j od 0.1 ps do 2 ps.

Primer 5.1: SNR A/D konvertora

U sistemu se koristi $N = 12$ -to bitni A/D konvertor za akviziciju signala učestanosti odabiranja $f_s = 100$ MHz sa ukupnim vremenom podrhtavanja takta odabiranja t_j od 2 ps. Odnos signal/kvantizacioni šum $N = 12$ -to bitnog A/D konvertora je

$$SQNR = 6.02N + 1.76 = 74 \text{ dB.}$$

Za ulazni signal učestanosti $f_1 = 1$ MHz odnos signal/šum usled podrhtavanja takta odabiranja je

$$SNR_{j,1} = -20 \log 102\pi f_1 t_j = 98 \text{ dB.}$$

Ukupan SNR je

$$SNR_1 = -10 \log_{10} \left(10^{-SQNR/10} + 10^{-SNR_{j,1}/10} \right) = 73.98 \text{ dB,}$$

i praktično je jednak $SQNR$, što pokazuje da podrhtavanje takta odabiranja nema uticaja na SNR . Međutim, za ulazni signal učestanosti $f_2 = 40$ MHz imamo

$$SNR_{j,2} = -20 \log 102\pi f_2 t_j = 66 \text{ dB.}$$

Ukupan SNR je tada:

$$SNR_2 = -10 \log_{10} \left(10^{-SQNR/10} + 10^{-SNR_{j,2}/10} \right) = 65.4 \text{ dB,}$$

i praktično je jednak $SNR_{j,2}$. Podrhtavanje takta odabiranja degradira SNR signala učestanosti f_2 za 8.6 dB - skoro za 1.5 bit.

Učestanost signala $f_{sig,j}$ u kojoj su kvantizacioni šum i šum usled podrhtavanja takta odabiranja jednaki je

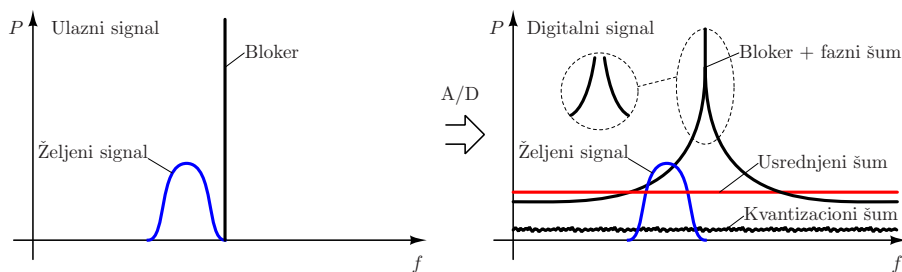
$$f_{sig,j} = \left(2\pi t_j 10^{(6.02N+1.76)/20} \right)^{-1} = 15.88 \text{ MHz.}$$

Za ulazne signale učestanosti manje od 15.88 MHz SNR ograničava kvantizacioni šum, dok je na višim učestanostima ograničenje podrhtavanje takta odabiranja.

5.7 Fazni šum takta odabiranja u frekvencijskom domenu

Spektar odabranog signala se sastoji iz beskonačnog broja skaliranih i pomerenih replika spektra ulaznog signala u slučaju kada je takt odabiranja idealan, kao što je pokazano u poglavlju 2. Pošto je spektar odabranog signala konvolucija spektara ulaznog signala i takta odabiranja, fazni šum takta odabiranja se preslikava oko svake spektralne komponente ulaznog signala. Preslikavanje faznog šuma oko spektralnih komponenti ulaznog signala može imati značajne posledice na SNR željenog signala.

Pretpostavimo da se ulazni signal sastoji iz željenog signala i ometača (blokera) značajno veće snage, kao što je prikazano na slici 5.11. Prisustvo ometača značajno veće snage od željenog signala je čest slučaj u komunikacionim sistemima, kao i u radarskim senzorima.



Slika 5.11: Preslikavanje faznog šuma takta odabiranja.

U prethodnim odeljcima je razmatrano kako kvantizacija signala i podrhtavanje trenutka odabiranja unose šum koji degradira SNR signala. Kvantizacioni šum ima konstantnu spektralnu gustinu snage ukoliko su pretpostavke modela kvantizacije zadovoljene, koja se može jednostavno izračunati iz ukupne snage kvantizacionog šuma $\Delta^2/12$. Ukupna snaga šuma usled podrhtavanja trenutka odabiranja $P_{n,j}$ je izvedena korišćenjem efektivne vrednosti podrhtavanja trenutka odabiranja t_j , koja je dobijena integracijom faznog šuma takta odabiranja.

Integracijom faznog šuma je izgubljena informacija o frekvencijskoj zavisnosti faznog šuma, što može dovesti do pogrešnih zaključaka. Na primer, šum u opsegu učestanosti željenog signala bi se mogao izračunati tako što se pretpostavi da je spektralna gustina snage šuma usled podrhtavanja trenutka odabiranja konstantna $S_{n,j} = P_{n,j}/f_s$. Snaga šuma u opsegu učestanosti željenog signala bi se u tom slučaju mogla dobiti množenjem širine opsega sa spektralnom gustinom snage šuma $S_{n,j}$. Takav pristup je pogrešan pošto koristi usrednjenu vrednost snage šuma sa frekvencijski zavisnom spektralnom gustinom snage za proračun snage u opsegu učestanosti.

Pri odabiranju realnim taktom, koji nije jedna diskretna spektralna komponenta već sadrži i fazni šum, dolazi do preslikavanja faznog šuma oko svake spektralne komponente ulaznog signala kao posledica konvolucije u frekvencijskom domenu. Spektralna gustina snage preslikanog faznog šuma je relativna u odnosu na snagu spektralne komponente ulaznog signala, i može biti značajno veća od usrednjene vrednosti kada u ulaznom signalu postoji bloker velike snage u odnosu na snagu željenog signala. Stoga se snaga šuma u

opsegu željenog signala mora izračunati integracijom spektralne gustine snage preslikanog faznog šuma za najveću očekivanu snagu blokera.

Fazni šum koji se preslikava oko blokera postavlja granicu minimalnog šuma u sistemu i u mnogim slučajevima predstavlja ograničavajući faktor ostvarivog SNR . Problem preslikavanja faznog šuma oko blokera je izražen u uskopojasnim sistemima, gde je frekvencijski razmak kanala takav da je spektralna gustina faznog šuma na ofsetu susednog kanala značajna.

5.8 Napajanje generatora takta odabiranja

Generatori takta odabiranja u opštem slučaju koriste sintetizatore učestanosti koji umnožavaju učestanost referentnog oscilatora na željenu učestanost odabiranja. Oscilatori i sintetizatori učestanosti imaju konačno potiskivanje smetnji iz napajanja, koje se preslikavaju u spektar generisanog signala.

Na primer, pretpostavimo da se za napajanje oscilatora učestanosti $f_0 = 100$ MHz koristi prekidačko napajanje sa učestanošću prekidanja od $f_{sw} = 1$ MHz. Ripl izlaznog napona prekidačkog napajanja je periode f_{sw}^{-1} , i spektar izlaznog napona sadrži harmonike f_{sw} . Usled konačnog potiskivanja smetnji iz napajanja, ripl u napajanju moduliše izlazni signal oscilatora, i u i u spektru signala oscilatora će postojati spurovi na učestanostima $f_0 \pm n f_{sw}$. Spurovi povećavaju vreme podrhtavanja takta odabiranja i degradiraju performanse sistema, tako da prekidačka napajanja nisu adekvatna za napajanje generatora takta.

Generatori takta se mogu napajati linearnim regulatorima koji ne generišu spurove. Efikasnost linearnih regulatora zavisi od odnosa ulaznog i regulisanog napona, i može biti veoma mala kada je razlika ulaznog i regulisanog napona velika. Iz tog razloga je uobičajeno da se koristi kombinacija prekidačkog napajanja za efikasno smanjivanje ulaznog napona na vrednost blisku regulisanom naponu, koji se zatim koristi kao napajanje linearnog regulatora. U idealnom slučaju povratna sprega u linearnom regulatoru bi poništila ripl prekidačkog napajanja i spektar takta odabiranja ne bi sadržao spurove koji potiču iz napajanja. Međutim, potiskivanje smetnji iz napajanja linearnih regulatora, u ovom slučaju ripla prekidačkih napajanja, nije idealno i može, ali ne mora, biti adekvatno. Pored toga, linearni regulatori generišu šum u izlaznom naponu koji takođe moduliše signal takta i povećava fazni šum. Stoga je za napajanje sintetizatora učestanosti i referentnog oscilatora potrebno koristiti namenske linearne regulatore koji imaju veliko potiskivanje smetnji iz napajanja i mali izlazni šum [30].

Za potiskivanje smetnji u napajanju često se koriste feritne prigušnice (engl. ferrite bead). Na primer, ukoliko se analogna i digitalna kola napajaju iz istog izvora, feritnim prigušnicama je moguće potisnuti smetnje koje generišu digitalna kola. Feritne prigušnice imaju frekvencijski zavisnu otpornost koja je mala za jednosmernu struju, raste sa porastom učestanosti do maksimalne vrednosti od nekoliko stotina do nekoliko hiljada Oma, i sa daljim porastom učestanosti opada. Vrednosti maksimalne otpornosti i učestanosti na kojoj se postiže zavise od materijala i postoje u širokom opsegu.

Komponenta sa frekvencijski zavisnom otpornošću mora imati frekvencijski zavisnu induktivnost kako bi potrebni uslovi kauzalnosti bili zadovoljeni. Modeli frekvencijski zavisnih otpornosti i induktivnosti u simulatorima električnih kola su uglavnom rudi-

mentarni i diskutabilna je njihova tačnost. Pored toga, otpornost i induktivnost feritne prigušnice zavise i od jednosmerne struje kroz prigušnicu. Feritne prigušnice se deklariraju za maksimalnu vrednost jednosmerne struje, ali proizvođači uglavnom daju podatke o otpornosti i frekvencijskim karakteristikama koji su izmereni bez jednosmerne komponente struje. Stoga je potrebno izabrati feritnu prigušnicu tako da jednosmerna komponenta struje bude najviše 50% od deklarirane maksimalne struje, a poželjno je do 20%.

Redne ferte prigušnice sa otočnim kondenzatorima za rasprezanje napajanja formiraju LC filter koji može imati preskok u frekvencijskom odzivu, kada feritna prigušnica pojačava smetnje iz napajanja umesto da ih potiskuje. Iz tog razloga je potrebno izmeriti frekvencijsku karakteristiku mreže za filtriranje napajanja kada kroz feritnu prigušnicu protiče očekivana jednosmerna struja.

5.9 Merenje podrhtavanja takta odabiranja

Podrhtavanje takta odabiranja se može izmeriti analizatorom spektra ili namenskim uređajem za merenje faznog šuma. U praksi se fazni šum najčešće meri analizatorom spektra pošto se koristi i za mnoga druga merenja. Merenje faznog šuma analizatorom spektra se svodi na merenje spektralne gustine snage signala u okolini nosioca i snage nosioca i izračunavanje faznog šuma po definiciji:

$$\mathcal{L}(\Delta f) = \frac{\int_{\Delta f}^{\Delta f+1} S(f)df}{P_{\text{nosioca}}} = \frac{P_{\text{sum,SSB}}}{P_{\text{nosioca}}}. \quad (5.51)$$

Pri izračunavanju faznog šuma potrebno je obratiti pažnju da analizator spektra prikazuje snagu signala izmerenu u propusnom opsegu rezolucionog filtra (engl. resolution bandwidth - RBW), dok se u definiciji faznog šuma koristi integraljena spektralna gustina snage u opsegu širine od 1 Hz. Snaga u opsegu širine od 1 Hz se može preračunati iz snage izmerene u opsegu širine RBW

$$P_{1 \text{ Hz}} = P_{\text{RBW}} - 10 \log_{10} \text{RBW}. \quad (5.52)$$

Širina rezolucionog filtra RBW se specificira za 3 dB propusni opseg, ali je širina propusnog opsega za šum ENBW veća i potrebno je izvršiti korekciju. Tipične vrednosti korekcije snage su -0.5 dB za analizatore spektra koji koriste analogne rezolucione filtre, i -0.24 dB za analizatore spektra koji spektar računaju primenom FFT-a [31].

Pored toga, potrebno je obratiti pažnju na tip detektora koji se koristi za merenja snage signala iz odbiraka, pošto neki detektori tačno mere snagu sinusoidalnog signala, ali unose sistematsku grešku u merenje snage šuma. Na primer, merenje detektorom anvelope rezultuje 1.05 dB manjom snagom od stvarne snage šuma, dok merenje log detektorom rezultuje 2.51 dB manjom snagom [31, 32].

Gotovo svi analizatori spektra imaju opciju markera za šum (engl. noise marker) koja primenjuje sve potrebne korekcije i prikazuje snagu preračunatu na širinu opsega od 1 Hz. Neki analizatori spektra imaju mogućnost aktiviranja aplikacije za merenje faznog šuma koja izvršava sva potrebna merenja i korekcije.

U definiciji faznog šuma se podrazumeva da šum potiče samo od fazne modulacije signala šumom. Najveći nedostatak merenja faznog šuma analizatorom spektra je u tome što se fazni i amplitudski šum ne mogu razdvojiti, već se meri ukupan šum. U određenom opsegu frekvencijskih ofseta, koji zavise od instrumenta i oscilatora koji se meri, ali je u velikom broju slučajeva $10 \text{ Hz} < \Delta f < 10 \text{ MHz}$, amplitudski šum je zanemarljiv i rezultati merenja faznog šuma analizatorom spektra su validni.

Amplitudski šum je ograničenje za merenje faznog šuma ukoliko je snaga faznog šuma samerljiva ili manja od snage šuma koju unosi instrument. Pored toga, oscilator u analizatoru spektra nije idealan i ima određeni profil faznog šuma. Fazni šum oscilatora u analizatoru spektra predstavlja granicu faznog šuma koji je moguće izmeriti - merenje faznog šuma idealne sinusoide bi rezultovalo faznim šumom instrumenta.

Primer 5.2: Dinamički opseg merenja faznog šuma analizatorom spektra

Faktor šuma analizatora spektra bez ulaznog atenuatora ili pojačavača je tipično oko $NF = 20 \text{ dB}$. Spektralna gustina snage amplitudskog šuma koji potiče od analizatora spektra je

$$S = 10 \log_{10} kT + NF = -174 \text{ dBm/Hz} + 20 \text{ dB} = -154 \text{ dBm/Hz}$$

i brojčano je jednaka snazi šuma P_n u opsegu od 1 Hz. Maksimalna snaga signala za koju prvi mešač u analizatoru spektra i dalje radi u linearnom režimu je tipično oko $P_{\max} = -10 \text{ dBm}$, koliko iznosi i maksimalna snaga ulaznog signala sa 0 dB atenuacije. Minimalna vrednost faznog šuma koji je moguće izmeriti je

$$\mathcal{L}_{\min} = P_{\text{sum,SSB}} - P_{\text{nosioca}} = P_{\max} - P_n = -144 \text{ dBc/Hz}.$$

Pri merenju signala snage $-144 \text{ dBc/Hz} + 10 \log_{10} RBW$ bi se napravila greška od 3 dB pošto isto toliko iznosi i snaga šuma analizatora spektra. Pošto snaga šuma nije unapred poznata bez detaljne karakterizacije faktora šuma uređaja, uobičajeno je da se usvoji 10 dB veća minimalna snaga, čime se dinamički opseg smanjuje na 134 dB. Korišćenjem atenuatora od $x \text{ dB}$ na ulazu se povećava maksimalna ulazna snaga za $x \text{ dB}$, ali i faktor šuma za isti iznos, tako da dinamički opseg merenja ostaje isti.

Dinamički opseg merenja od 134 dB je više od 13 redova veličina i moglo bi se (pogrešno) pretpostaviti da je to više nego dovoljno za sve praktične primene. U praksi se često koriste oscilatori koji imaju fazni šum manji od -160 dBc/Hz na ofsetima većim od 10 kHz, posebno u opsegu učestanosti ispod 100 MHz, čiji se fazni šum ne može izmeriti analizatorom spektra. Pored toga, dinamički opseg merenja može biti ograničen i faznim šumom oscilatora u analizatoru spektra.

Namenski uređaji za merenje faznog šuma mogu razdvojiti amplitudski od faznog šuma i imaju značajno širi dinamički opseg merenja, često preko 160 dB. Za razliku od analizatora spektra, koji je instrument opšte namene i može se koristiti za gotovo sva merenja, namenski uređaji za merenje faznog šuma su usko specijalizovani i veoma skupi.

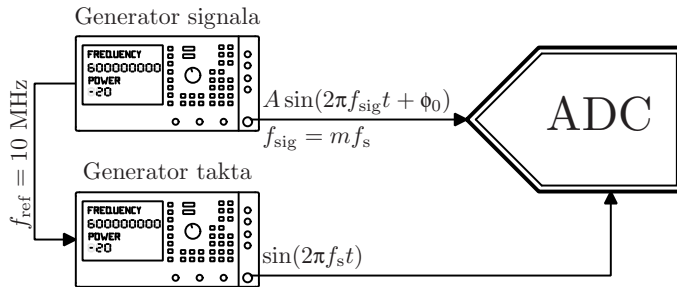
5.10 Merenje podrhtavanja aperture

Podrhtavanje aperture se ne može direktno izmeriti, ali se može izračunati iz odbiraka signala. U prethodnim odeljcima je razmatrano kako snaga šuma usled podrhtavanja takta i aperture odabiranja raste sa učestanošću ulaznog signala i u primeru 5.1 je izračunata učestanost ulaznog signala $f_{\text{sig},j}$ na kojoj se snaga šuma usled podrhtavanja trenutka odabiranja izjednačava sa snagom kvantizacionog šuma. Za ulazne signale učestanosti $f_{\text{sig}} > f_{\text{sig},j}$ dominantni izvor šuma je podrhtavanje trenutka odabiranja i SNR signala je manji od $SQNR$.

Podrhtavanje takta i aperture odabiranja bi se u principu moglo izračunati iz SNR -a odbiraka dobijenih za sinusoidalni ulazni signal učestanosti $f_{\text{sig}} > f_{\text{sig},j}$. Korišćenjem izraza za ukupan SNR (5.50) ili (5.50) se može izračunati doprinos vremena podrhtavanja SNR_j pošto je doprinos kvantizacionog šuma $SQNR$ poznat. Iz SNR_j se može izračunati ukupno vreme podrhtavanja (5.46), i od njega oduzeti vreme podrhtavanja takta odabiranja, čime se dobija vreme podrhtavanja aperture odabiranja. Kako bi se sprečilo curenje spektra i periodičnost kvantizacionog šuma bilo bi potrebno da se učestanosti odabiranja f_s , ulaznog signala f_{sig} i broj odbiraka N izaberu tako da zadovoljavaju uslove koherentnog odabiranja.

Opisani postupak izračunavanja vremena podrhtavanja aperture je teorijski moguć, ali se ne koristi u praksi. Glavni razlog je u tome što odabrani signal može sadržati harmonike ulaznog signala, spektralne komponente koje potiču od spurova u taktu odabiranja ili napajanju, preslušavanja, neidealnosti kvantizatora itd. koje degradiraju SNR i time smanjuju tačnost merenja podrhtavanja aperture odabiranja.

Podrhtavanje aperture se može izmeriti metodom histograma sinhronog odabiranja (engl. locked histogram) [33] korišćenjem merne postavke sa slike 5.12. Sintetizatori učestanosti u generatorima signala i takta odabiranja su sinhronizovani na istu referentnu učestanost f_{ref} - standardno se koristi $f_{\text{ref}} = 10$ MHz. Sinhronizacijom na istu referentnu učestanost se obezbeđuje da je učestanost ulaznog signala f_{sig} tačno jednaka mf_s . Najčešće se koristi $f_{\text{sig}} = f_s$, ali i viši umnoški ukoliko je konvertor predviđen za odabiranje u višim Nikvistovim zonama, odnosno ako je podrhtavanje aperture veoma malo.



Slika 5.12: Postavka za merenje podrhtavanja aperture.

Za sinusoidalni ulazni signal učestanosti $f_{\text{sig}} = f_s$ odbirci su:

$$x[n] = x_a(nT) = A \sin(2\pi f_{\text{sig}} nT + \phi_0) = A \sin(2\pi mn + \phi_0) = A \sin(\phi_0), \quad (5.53)$$

gde je ϕ_0 početna faza ulaznog signala u odnosu na trenutak odabiranja. Podešavanjem faze ulaznog signala menja se vrednost odbiraka $x[n] = A \sin(\phi_0)$. Kada je $x[n] = 0$ prolazak kroz nulu ulaznog signala i trenutak odabiranja su poravnati i faza je $\phi_0 = 0$ ili $\phi_0 = \pi$. U idealnom slučaju svi odbirci $x[n]$ bi bili nule, ali će zbog podrhtavanja aperture vreme odabiranja odstupati od idealnog i postojaće nenulti odbirci. Odabiranje u trenutku kada ulazni signal prolazi kroz nulu je poželjno pošto je tada izvod ulaznog signala najveći i efekat podrhtavanja trenutka odabiranja je najizraženiji.

Ukupno vreme podrhtavanja trenutka odabiranja se može odrediti iz standardne devijacije odbiraka $x[n]$, koja je jednaka efektivnoj vrednosti napona šuma usled podrhtavanja trenutka odabiranja V_{eff} :

$$\Delta \cdot \sigma(x[n]) = V_{\text{eff}} = At_{j,\text{eff}} \left| \frac{d \sin(2\pi m f_s t)}{dt} \right|_{t=0} = 2\pi m f_s A t_{j,\text{eff}}, \quad (5.54)$$

odakle je

$$t_{j,\text{eff}} = \frac{\sigma(x(n))\Delta}{2\pi m f_s A} = \frac{\sigma(x[n])}{2^N \pi m f_s} \frac{V_{\text{FS}}}{A}, \quad (5.55)$$

gde su N broj bita i V_{FS} napon pune skale A/D konvertora. Pri izvođenju prethodnog izraza pretpostavljeno je $\Delta = V_{\text{FS}}/2^{N-1}$ što odgovara slučaju A/D konvertora sa opsegom ulaznih napona $(-V_{\text{FS}}, V_{\text{FS}})$.

Šum u odbircima $x(n)$ je zbir šuma usled podrhtavanja trenutka odabiranja, koji zavisi od amplitude ulaznog signala, i ostalih izvora šuma koji ne zavise od amplitude ulaznog signala. Šum usled podrhtavanja trenutka odabiranja se može izdvojiti od ostalih izvora šuma oduzimanjem standardne devijacije odbiraka za amplitudu ulaznog signala od nekoliko koraka kvantizacije $\sigma(x_{\text{LS}}[n])$, kada su dominantni izvori šuma koji ne zavise od amplitude ulaznog signala, od standardne devijacije odbiraka za amplitudu ulaznog signala pune skale $\sigma(x_{\text{FS}}[n])$:

$$t_{j,\text{eff}} = \frac{\sqrt{\sigma(x_{\text{FS}}[n])^2 - \sigma(x_{\text{LS}}[n])^2}}{2^N \pi m f_s}. \quad (5.56)$$

Vreme podrhtavanja izračunato izrazom (5.56) je ukupno vreme podrhtavanja, koje sadrži i vreme podrhtavanja takta $t_{j,\text{clk}}$:

$$t_{j,\text{eff}}^2 = t_{j,a}^2 + t_{j,\text{clk}}^2, \quad (5.57)$$

odakle je vreme podrhtavanja aperture $t_{j,a}$:

$$t_{j,a} = \sqrt{t_{j,\text{eff}}^2 - t_{j,\text{clk}}^2}. \quad (5.58)$$

Izraz (5.56) je izveden pod pretpostavkom da se trenutak odabiranja poklapa sa prolaskom ulaznog signala kroz nulu. Izvod ulaznog signala

$$A \left| \frac{d \sin(2\pi m f_s t + \phi_0)}{dt} \right|_{t=nT} = 2\pi m f_s A |\cos(\phi_0)|, \quad (5.59)$$

je najveći za $\phi_0 = 0$ i $\phi_0 = \pi$, i nula za $\phi_0 = \pi/2$ i $\phi_0 = 3\pi/2$. Pošto je

$$\Delta\sigma(x[n]) = t_j \frac{dv_{\text{sig}}}{dt} \Big|_{t=nT}, \quad (5.60)$$

izvod ulaznog signala u vremenskim trenucima odabiranja $t = nT$ predstavlja osetljivost na podrhtavanje trenutka odabiranja. Kada je $\phi_0 = \{0, \pi\}$ u trenucima odabiranja izvod ulaznog napona je najveći i podrhtavanje trenutka odabiranja menja vrednost odbiraka. U slučaju $\phi_0 = \{\pi/2, 3\pi/2\}$ izvod ulaznog signala je nula, odnosno signal se u infinitezimalno malom vremenu oko trenutka odabiranja ne menja, tako da podrhtavanje trenutka odabiranja ne menja vrednost signala, a samim tim i da je standardna devijacija odbiraka signala nula.

Za sinusoidalni ulazni signal amplitude pune skale standardna devijacija odbiraka $\sigma(x(n))$ zavisi od ugla ϕ_0 kao:

$$\sigma(x[n], \phi_0) = 2^N \pi m f_s t_{j,\text{eff}} |\cos(\phi_0)|. \quad (5.61)$$

Izraz (5.61) se može upotrebiti za određivanje vremena podrhtavanja tako što se amplituda ulaznog signala postavi da bude jednaka naponu pune skale A/D konvertora, menja se ugao ϕ_0 u opsegu $(0, 2\pi)$ i za svaku vrednost ugla se izračuna standardna devijacija odbiraka. U idealnom slučaju dobijeni grafik $\sigma(x[n], \phi_0)$ bi imao oblik $\text{const} \cdot |\cos(\phi_0)|$, iz kojeg može odrediti vreme podrhtavanja t_j .

Međutim, u realnosti će zavisnost standardne devijacije od ugla biti oblika

$$\sigma(x[n], \phi_0) = \text{const} \cdot |\cos(\phi_0)| + \sigma(x(n))_{\text{const}}, \quad (5.62)$$

gde je $\sigma(x[n])_{\text{const}}$ član koji ne zavisi od vremena podrhtavanja. Vrednosti vremena podrhtavanja t_j i konstantnog člana $\sigma(x[n])_{\text{const}}$ se mogu odrediti optimizacijom tako da se (5.62) najbolje poklopi sa merenjima.