

UNIVERZA V LJUBLJANI  
FAKULTETA ZA RAČUNALNIŠTVO IN INFORMATIKO

Ernest Beličič

**Večkamerni sistem za lokalizacijo  
objekta v prostoru**

DIPLOMSKO DELO  
UNIVERZITETNI ŠTUDIJSKI PROGRAM PRVE STOPNJE  
RAČUNALNIŠTVO IN INFORMATIKA

MENTOR: doc. dr. Danijel Skočaj

Ljubljana 2015



Rezultati diplomskega dela so intelektualna lastnina avtorja. Za objavljanje ali izkoriščanje rezultatov diplomskega dela je potrebno pisno soglasje avtorja, Fakultete za računalništvo in informatiko ter mentorja.

*Besedilo je oblikovano z urejevalnikom besedil  $\text{\LaTeX}$ .*



Fakulteta za računalništvo in informatiko izdaja naslednjo nalogo:

Tematika naloge:

Besedilo teme diplomskega dela študent prepíše iz študijskega informacijskega sistema, kamor ga je vnesel mentor. V nekaj stavkih bo opisal, kaj pričakuje od kandidatovega diplomskega dela. Kaj so cilji, kakšne metode uporabiti, morda bo zapisal tudi ključno literaturo.



## IZJAVA O AVTORSTVU DIPLOMSKEGA DELA

Spodaj podpisani Ernest Beličič sem avtor diplomskega dela z naslovom:

*Večkamerni sistem za lokalizacijo objekta v prostoru*

S svojim podpisom zagotavljam, da:

- sem diplomsko delo izdelal samostojno pod mentorstvom doc. dr. Danijela Skočaja,
- so elektronska oblika diplomskega dela, naslov (slov., angl.), povzetek (slov., angl.) ter ključne besede (slov., angl.) identični s tiskano obliko diplomskega dela,
- soglašam z javno objavo elektronske oblike diplomskega dela na svetovnem spletu preko univerzitetnega spletnega arhiva.

V Ljubljani, dne 14. september 2015

Podpis avtorja:





*Hvala vsem.*



Hčerki Leneji.



# Kazalo

Povzetek

Abstract

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
1.1	Motivacija . . . . .	1
1.2	Pregled področja . . . . .	2
1.3	Cilji . . . . .	3
1.4	Struktura diplome . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Teorija</b>	<b>5</b>
2.1	Parametri kamere . . . . .	5
2.2	Ocenjevanje parametrov . . . . .	12



# Seznam uporabljenih kratic

kratica	angleško	slovensko
<b>GPS</b>	global positioning system	sistem za globalno pozicioniranje
<b>SLAM</b>	simultaneous localization and mapping	hkratno lokaliziranje in kartiranje
<b>IPS</b>	indoor positioning system	sistem za pozicioniranje v notranjih prostorih
<b>TDOA</b>	time difference of arrival	časovna razlika prihoda
<b>CCD</b>	charge-coupled device	nabojno povezana naprava
<b>DLT</b>	direct linear transformation	neposredna linearna transformacija
<b>SVD</b>	singular value decomposition	razcep na singularne vrednosti
<b>RGB</b>	red, green, blue	rdeča, zelena, modra
<b>HSV</b>	hue, saturation, value	ton, nasičenost, intenziteta
<b>HSL</b>	hue, saturation, lightness	ton, nasičenost, svetlost
<b>CGI</b>	common gateway interface	vmesnik za skupni dostop
<b>IP</b>	internet protocol	internetni protokol
<b>HTTP</b>	hypertext transfer protocol	protokol za prenos hiperteksta
<b>LED</b>	light-emitting diode	svetleča dioda





# Povzetek

V vzorcu je predstavljen postopek priprave diplomskega dela z uporabo okolja  $\text{\LaTeX}$ . Vaš povzetek mora sicer vsebovati približno 100 besed, ta tukaj je odločno prekratek.

**Ključne besede:** lokalizacija, triangulacija, računalniški vid, kalibracija kamer.



# Abstract

This sample document presents an approach to typesetting your BSc thesis using L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. A proper abstract should contain around 100 words which makes this one way too short.

**Keywords:** localization, triangulation, computer vision, camera calibration.



# Poglavje 1

## Uvod

### 1.1 Motivacija

V robotiki je eden izmed glavnih problemov določanje položaja robota v prostoru. Beseda robot ima dandanes zelo širok pomen in lahko zajema naprave od avtomobilov na daljinsko upravljanje, do popolnoma avtonomnih kvadrokopterjev. Pravzaprav sploh ni potrebno, da je robot zmožen premikanja. V nadaljevanju, ko pišem o položaju, lokaciji ali poziciji, implicitno mislim na te v prostoru. Za določanje položaja obstaja veliko rešitev, ki pa se razlikujejo po natančnosti, težavnosti in ceni implementacije. Če nas zanima kje na Zemlji se robot približno nahaja, bomo najverjetneje uporabili GPS (*ang. Global Positioning System*). Prednost tega sistema je robustnost saj je v uporabi že od leta 1978 [10], pomanjkljivost pa premajhna natančnost, če želimo izmeriti položaj do centimetra ali milimetra natančno. Prav tako GPS deluje slabše v zaprtih prostorih. V primeru, da je naš robot opremljen s kamero za zaznavanje globine pa lahko uporabimo tehniko SLAM (*ang. Simultaneous Localization and Mapping*). Pri tej tehniki poleg položaja dobimo tudi karto okolja.

Sam sem se osredotočil razviti sistem za določanje položaja v notranjem prostoru (*ang. IPS - Indoor Positioning System*). Taki sistemi morajo biti natančni vsaj na nekaj decimetrski lestvici, odvisno od namena uporabe.

Glavna motivacija za temo diplomskega dela je sistem kvadrokopterjev, ki so ga razvili na ETH Zurich pod okriljem prof. Raffaella D’Andree [3]. Za zaznavanje položaja uporabljajo enega od sistemov za zaznavanje gibanja (*ang. motion capture system*), ki pa so lahko zelo dragi. Že najcenejši sistem z le dvema kamerami se giblje nad 1000 EUR.

Ker so natančni sistemi za določanje položaja v notranjem prostoru dragi, vendar nujni za avtonomno upravljanje kvadrokopterja v prostoru, sem v sklopu diplomske naloge razvil večkamerni sistem za določanje lokacije objekta v prostoru. Objekt je, tako kot v komercialnih sistemih, barvni označevalnik v obliki krogle.

## 1.2 Pregled področja

Veliko sistemov za pozicioniranje v prostoru ne uporablja kamere, vendar druge vrste oddajnikov/sprejemnikov s katerimi se lahko izmeri razdalja do objekta, nato pa s pomočjo trilateracije [13] ali multilateracije [11] izračuna pozicija objekta. Te sistemi delujejo po enakem principu. V prostor postavijo t.i. sidra z znanim položajem. To so lahko ultrazvočni ter radijski oddajniki ali sprejemniki, mikrofoni itd. Sidra služijo kot referenčne točke v prostoru s katerimi se izračuna razdalja ali pa razlika razdalj do objekta zanimanja. Ko so razdalje ali razlike razdalj znane, se lahko uporabi prej omenjena postopka za izračun pozicije objekta.

Na Univerzi v Kaliforniji so razvili sistem, ki izračuna pozicijo s pomočjo zvoka [7]. Za sidra so uporabili mikrofone, objekt zanimanja pa je bil mobilni telefon. V 97 % poskusov so položaj izmerili do 50 cm natančno. Na Univerzi v Yorku so naredili podobno z Wi-Fi signali in znanim modelom zaprtega prostora [2]. Na Univerzi v Parani pa so za merjenje razdalje uporabili ultrazvočni signal [1]. Natančnost njihovega sistema je nekaj desetink milimetra v  $7 \times 7 \times 7 \text{ m}^3$  velikem prostoru.

Do sedaj opisana dela ne uporabljajo kamer za določanje položaja objekta. V nadaljevanju pa se bom osredotočil na dela, ki jih uporabljajo. Namesto

o trilateraciji [13] ali multilateraciji [11], pri računanju položaja s kamerami, govorimo o triangulaciji [12]. Slika iz navadne kamere nam sama po sebi ne pove razdalje do neke točke ali objekta, vendar le smer žarka, ki pa implicitno določa kote s katerimi lahko izračunamo razdaljo do objekta. Za to tehniko potrebujemo vsaj dve kameri ali pa vsaj dve sliki, ki opazujeta isti objekt iz različnih zornih kotov.

Na Univerzi v Xi'an Jiaotong so razvili stereo sistem za določanje položaja planarne tarče [6]. Uporabili so dve CCD [9] kameri, ki hkrati zajameta sliko ploskve in nato iz dobjenih točk triangulirajo pozicijo ploskve v prostoru. Na Tehnični univerzi v Madridu so uporabili večkamerni sistem za določanje položaja ljudi v prostoru [8]. Najprej segmentirajo vse premikajoče dele slike od statičnih, saj predpostavljajo, da se bodo ljudje po prostoru premikali. Nato na teh segmentih zaznajo kje se nahajajo ljudje. Največji problem predstavlja okluzija. Pri tem jim pomaga ravno večkamerni sistem, ki zajema slike ljudi iz različnih zornih kotov. Ko določijo kje na slikah se nahaja glava človeka pa lahko izračunajo njegov položaj v prostoru. Na Državni univerzi v Ohiju pa so naredili sistem [5], ki je, od opisanih, najbolj soroden mojemu delu. V prostor so postavili štiri visokoločljive omrežne kamere, s ciljem izračunati položaj nekega orodja. Kamere so med seboj kalibrirane. Od štirih morata vsaj dve kameri videti orodje, da se lahko določi njegov položaj. Pred sledenjem objekta, ga morajo najprej zaznati. To naredijo z ujemanjem predlog. S sledenjem oz. zaznavanjem dobijo le približno sredino objekta, ki pa jo z večimi kamerami izpopolnijo.

## 1.3 Cilji

Glavni cilj diplomskega dela je ustvariti večkamerni sistem za določanje položaja objekta v prostoru. Pri zaznavanju bo lahko prihajalo do okluzij, zato je minimalna zahteva, da vsaj dve kameri v nekem trenutku vidita objekt. Za vso obdelavo slik se bo uporabil centralni računalnik, ki bo s kamerami povezan v lokalno omrežje. Zaradi lažjega zaznavanja, bo objekt

zanimanja barvni označevalnik. Pričakujem natančnost sistema z napako do nekaj centimetrov. Cilj je, da bo določanje položaja delovalo v realnem času z vsaj 10 meritvami na sekundo. Glavna omejitev sistema bo ta da bo deloval ob predpostavki, da se v prostoru nahaja le en objekt, kar onemogoča določanje usmeritve npr. robota. To omejitev pa se bo lahko v prihodnosti odstranilo in bo sistem zmožen hkrati določiti položaj veliko točkam v prostoru. Prednost sistema pa bo ta, da bo lahko medsebojna pokritost vidnega polja kamer minimalna in s tem omogočala večjo pokritost prostora.

## 1.4 Struktura diplome



# Poglavje 2

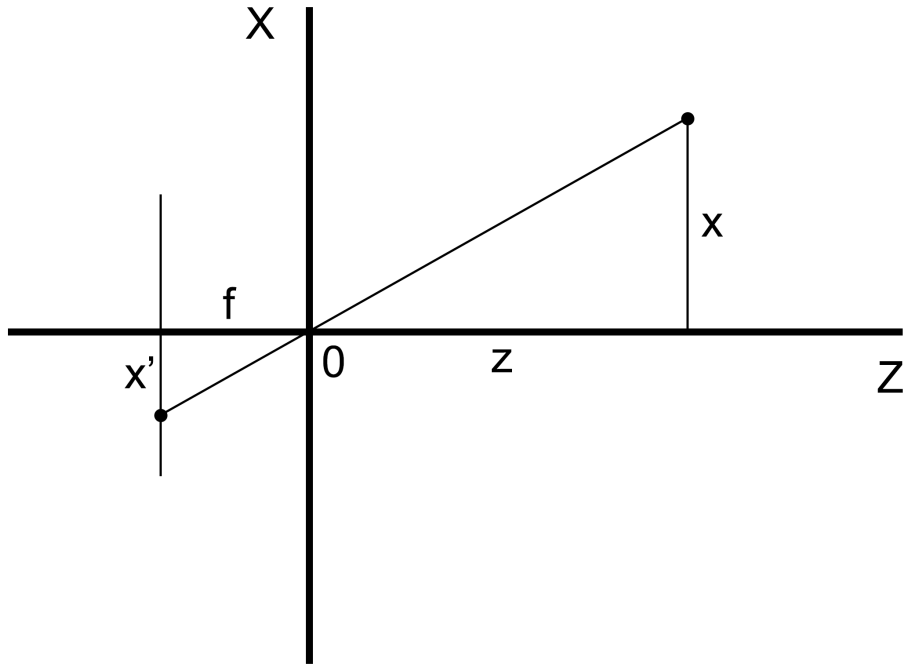
## Teorija

### 2.1 Parametri kamere

Ugotoviti moramo kakšen matematični model najbolj ustreza današnjim kameram. Večina kamer je v osnovi preprosta kamera z luknjico (*ang. pinhole camera*). Model mora opisovati kako se neka točka v svetu preslika na točko v sliki. Model lahko opišemo s t.i. notranjimi in zunanjimi parametri kamere. V grobem, notranji opisujejo interne lastnosti kamere kot je goriščna razdalja, principalna točka, popačenost itd., zunanji pa položaj kamere v prostoru.

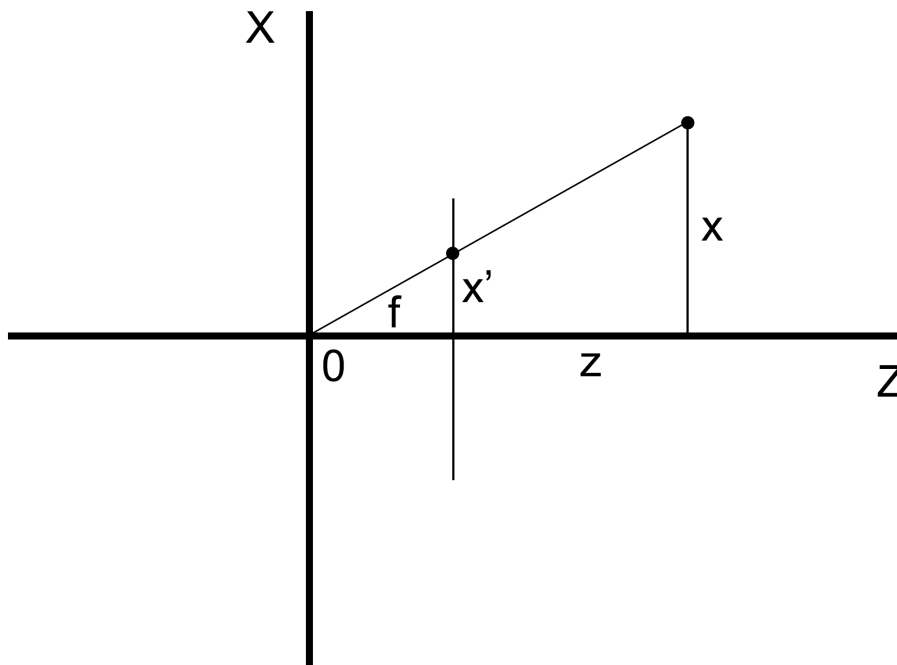
#### 2.1.1 Notranji parametri

Na sliki 2.1 je ponazorjena preslikava točke v svetu na točko v sliki. Ugotovitve v eni dimenziji lahko apliciramo tudi na drugo dimenzijo.



Slika 2.1: Točka v svetu (desno) se preslika na slikovno ploskev (levo)

Izhodišče predstavlja luknjico kamere. Višina točke v svetu je predstavljena z  $x$ , oddaljenost od kamere pa z  $z$ . Točka na sliki je označena z  $x'$ , goriščna razdalja pa s  $f$ . Točka v svetu se preko luknjice (koordinatnega izhodišča) preslika na slikovno ploskev. Vse točke v svetu so na slikovni ploskvi rotirane za  $180^\circ$ , kar pa kamere samodejno popravijo, ko vrnejo sliko. Za lažje računanje pa lahko to ugotovitev uporabimo za vpeljavo navidezne slikovne ploskve.



Slika 2.2: Na sliki se jasno vidi dva podobna pravokotna trikotnika

Hitro opazimo, da je preslikava iz sveta na sliko linearna operacija. Na sliki 2.2 vidimo podobna pravokotna trikotnika, ki ju določa točka v svetu in točka na sliki. Vzpostavimo lahko relacijo,

$$\frac{x'}{f} = \frac{x}{z} \quad (2.1)$$

$$x' = f * \frac{x}{z} \quad (2.2)$$

Če formulo posplošimo na obe koordinatni osi dobimo,

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \frac{f}{z} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Enačba (2.3) predstavlja najpreprostejši model kamere z luknjico. Ima seveda veliko pomanjkljivost, ki pa jih bomo postopoma odpravili. Enačbo

(2.3) se da zapisati še preprosteje z uvedbo homogenih koordinat.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} f * x \\ f * y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Točka v homogenih koordinatah ni enolično določena z vrednostmi točke saj za homogeno točko  $x$  velja  $x \sim \lambda x$ , kjer  $\lambda \neq 0$ . Homogeno točko preslikamo nazaj v evklidski prostor tako, da vse koordinate delimo z zadnjo vrednostjo točke.

Pri predstavitvi digitalnih slik je izhodišče običajno v levem zgornjem kotu. Zgornji model pa predpostavlja izhodišče v sredini slike. V model moramo vpeljati dve konstanti  $u$  in  $v$ , ki bosta prestavili izhodišče koordinatnega sistema slike. To se lahko kompaktno zapiše kot množenje točke v svetu z matriko.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} f & 0 & u \\ 0 & f & v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Zgornji model predpostavlja, da so pike na senzorju kamere kvadratne. Dandanes je za veliko kamer to tudi res. Ker pa se da pravokotne ali celo poševne pike enostavno vključiti v obstoječi model, bomo to naredili.

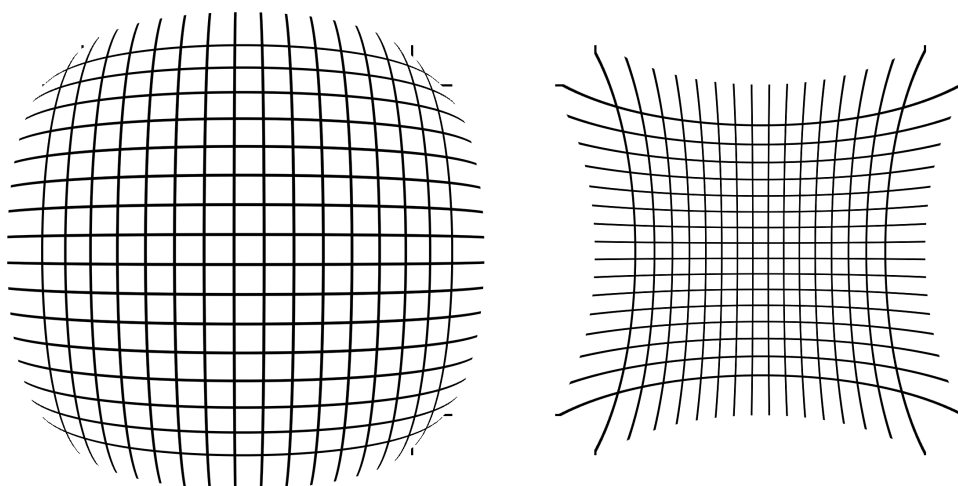
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} f * m_x & s & u \\ 0 & f * m_y & v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Enačba (2.6) predstavlja notranji model kamere. Goriščna razdalja je označena s  $f$ ,  $m_x$  in  $m_y$  predstavljata velikost,  $s$  pa poševnost pike,  $u$  in  $v$  pa določata principalno točko. Vektor  $[x \ y \ z]^T$  določa točko v svetu,  $[x' \ y' \ 1]^T$  pa kam se ta točka preslika na sliko.

Slike iz kamer so lahko tudi popačene. Obstajata dve vrsti popačenosti, ki ju prej opisani model ne more modelirati. To sta radialna in tangencialna popačenost. Radialno popačenost povzroči oblika leče in poznamo dve glavni različici:

1. sodčasto, ki spominja na obliko soda in
2. blazinasto, ki spominja na obliko blazine

Obstaja še kombinacija obeh, ki pa se imenuje brkato popačenje (ker spominja na obliko brk).



Slika 2.3: Sodčasta popačenost levo, blazinasta popačenost desno

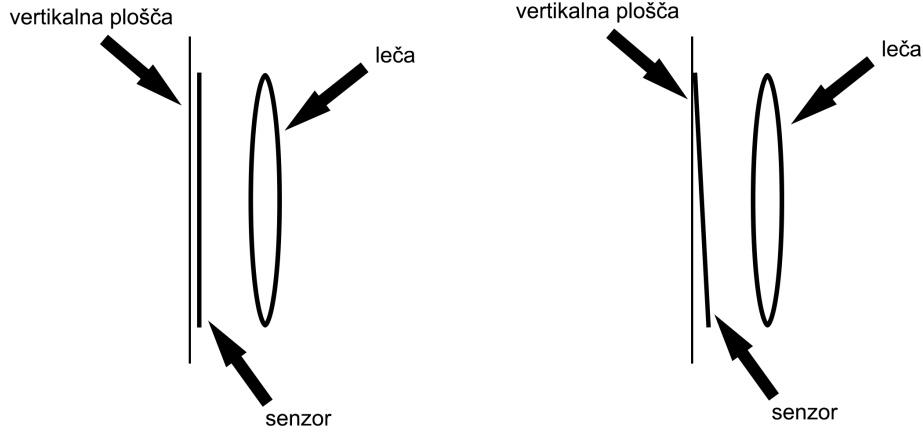
Moč radialne popačenosti slikovne točke je odvisna od razdalje do principalne točke. Modeliramo jo lahko z vsotami polinomov sodih stopenj. Za večino radialnih popačenj zadoščata že dva koeficienta.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.7)$$

$$x_{popaceno} = x * (1 + k_1 * r^2 + k_2 * r^4 + k_3 * r^6 + \dots) \quad (2.8)$$

$$y_{popaceno} = y * (1 + k_1 * r^2 + k_2 * r^4 + k_3 * r^6 + \dots) \quad (2.9)$$

Druga popačenost, ki jo poznamo pa je tangencialna in nastane zaradi slabe poravnosti leč in senzorja.



Slika 2.4: Senzor in leča sta vzporedna zato do tangencialne popačenosti v tem primeru ne pride (levo)

Modeliramo jo lahko kot,

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.10)$$

$$x_{popaceno} = x + (2 * p_1 * x * y + p_2 * (r^2 + 2 * x^2)) \quad (2.11)$$

$$y_{popaceno} = y + (p_1 * (r^2 + 2 * y^2) + 2 * p_2 * x * y) \quad (2.12)$$

Če povzamemo, notranje parametre kamere določa matrika  $A$  in koeficienti popačenja. Koeficiente se lahko predstavi z vektorjem  $\vec{r}$ , ki določa radialno popačenost in z vektorjem  $\vec{t}$ , ki določa tangencialno popačenost.

$$A = \begin{bmatrix} f * m_x & s & u \\ 0 & f * m_y & v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{r} = [k_1 \ k_2 \ k_3 \dots]$$

$$\vec{t} = [p_1 \ p_2]$$

### 2.1.2 Zunanji parametri

Do sedaj smo predpostavljali, da je koordinatno izhodišče sveta sama kamera. Uporabno bi bilo, če bi lahko poljubno določili koordinatni sistem sveta in vanj postavili kamere. Ravno temu so namenjeni zunanji parametri kamere. Med različnimi koordinatnimi sistemi lahko enolično prehajamo z rotacijo in translacijo. Če napišem malo drugače: iz enega koordinatnega sistema lahko dobimo kateri koli drug koordinatni sistem (z enakim št. dimenzij) tako, da izhodišči poravnamo s translacijo in nato rotiramo osi, da sovpadajo.

Rotacijo v treh dimenzijah lahko predstavimo z množenjem matrike  $R$  velikosti  $3 \times 3$ . Translacija pa je vsota točke v svetu  $\vec{X}$  in translacijskega vektorja  $\vec{T}$ .

$$\vec{X}_{premaknjen} = R * \vec{X} + \vec{T} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Izkaže se, da če točko v svetu predstavimo s homogenimi koordinatami, lahko enačbo (2.14) zapišemo kot množenje matrike  $[R|\vec{T}]$  z vektorjem  $\vec{X}$ .

$$\vec{X}_{premaknjen} = [R|\vec{T}] * \vec{X} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & x_t \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & y_t \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & z_t \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Zavedati se moramo, da rotacijska matrika  $R$  in translacijski vektor  $\vec{T}$  ne predstavljata rotacijo in pozicijo kamere v svetu, vendar rotacijo in pozicijo sveta relativno na kamero. Rotacijo kamere lahko dobimo z  $R^{-1} = R^T$ , pozicijo v svetu pa z  $-R^{-1} * \vec{T} = -R^T * \vec{T}$ .

### 2.1.3 Model kamere

Model (2.6) lahko dopolnimo z zunanjimi parametri ter tako dobimo popolen model kamere.

$$\vec{X}' \sim A * [R|\vec{T}] * \vec{X} \quad (2.15)$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} f * m_x & s & u \\ 0 & f * m_y & v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & x_t \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & y_t \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & z_t \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$\vec{r} = [k_1 \ k_2 \ k_3 \dots] \quad (2.17)$$

$$\vec{t} = [p_1 \ p_2] \quad (2.18)$$

## 2.2 Ocenjevanje parametrov

V poglavju 2.1 je opisan model kamere. Kamero določajo razni parametri, ki pa so za vsako kamero različni. V tem poglavju bom opisal kako oceniti posamezne parametre kamere, da bo model postal uporaben.

### 2.2.1 Ocenjevanje notranjih parametrov

Za ocenjevanje notranjih parametrov kamere obstaja veliko algoritmov, ki pa se razlikujejo po hitrosti, težavnosti in natančnosti. Dve popularni metodi sta Tsaijev kalibracijski algoritem [4] in Zhangova fleksibilna tehnika za kalibracijo kamer [14]. Sam sem za ocenjevanje notranjih parametrov uporabil MATLAB-ovo kalibracijsko orodje, ki uporablja variacijo Zhangove tehnike. Več o samem postopku kalibracije je opisano v poglavju

### 2.2.2 Ocenjevanje zunanjih parametrov

Zunanji parametri kamere določajo kje v prostoru se kamera nahaja. Zgoraj omenjena Zhangova metoda poleg notranjih vrne tudi zunanje parametre, ki pa za namen diplomskega dela niso uporabni, saj bi morali kamere kalibrirati



z vsaj eno sliko ploskve, ki jo v celoti vidijo vse kamere. Sistem mora delovati tudi, če imajo kamere minimalno ali celo ničelno prekrivanje vidnega polja. V nadaljevanju bom opisal teoretično podlago metode, ki sem jo uporabil za ocenjevanje zunanjih parametrov. Doseči želimo, da kameram določimo skupen koordinatni sistem sveta.

Metoda predpostavlja, da imamo za neko kamero že izračunane notranje parametre. Za oceno zunanjih parametrov je dovolj le ena slika iz kamere, ki pa ne sme biti popačena. Najprej je torej potrebno popačeno sliko popraviti. Enačbe (2.7) in (2.10) določajo neposredno preslikavo med popačenimi in nepopačenimi točkami.

$$\vec{X}' \sim A * [R|\vec{T}] * \vec{X} \quad (2.19)$$

Zunanje parametre določa rotacijska matrika  $R$  in translacijski vektor  $\vec{T}$ , kar je v zornji enačbi kompaktno predstavljeno z matriko  $[R|\vec{T}]$ . Za oceno teh parametrov moramo poznati notranje parametre  $A$ , točko v svetu  $X$  in njeno projekcijo na sliko  $X'$ . Matriko  $[R|\vec{T}]$  lahko ocenimo z metodo DLT (*ang. Direct Linear Transformation*). Ker računamo s homogenimi koordinatami, sta si leva in desna stran enačbe enaka do poljubnega neničelnega faktorja  $\lambda$ . Zgornjo enačbo lahko zapišemo kot,

$$\lambda * \vec{X}' = A * [R|\vec{T}] * \vec{X} \quad (2.20)$$

Z eno znano točko (na sliki in v svetu) dobimo 3 enačbe, vendar pa je ena linearna kombinacija drugih dveh, zato nam pri ocenjevanju zunanjih parametrov ne pomaga. Oceniti moramo torej 12 neznank (ker je  $[R|\vec{T}]$  matrika velika  $3 \times 4$ ), z eno točko pa dobimo 2 neodvisni enačbi, kar pomeni, da potrebujemo najmanj 6 točk za katere poznamo svetovne koordinate in njihove projekcije na sliko. Dobimo torej sistem enačb,

$$\begin{aligned}
\lambda_1 * \vec{X}'_1 &= A * [R|\vec{T}] * \vec{X}_1 \\
\lambda_2 * \vec{X}'_2 &= A * [R|\vec{T}] * \vec{X}_2 \\
\lambda_3 * \vec{X}'_3 &= A * [R|\vec{T}] * \vec{X}_3 \\
&\vdots
\end{aligned}$$

Problem predstavljajo neničelni faktorji na levi strani enačb, saj jih ne poznamo in so odvisni od zunanjih parametrov kamere. Metoda DLT reši ravno tak sistem enačb. Leva stran je pravzaprav 3-dimenzionalni vektor za katerega vemo, da je vedno enak nič, če ga vektorsko pomnožimo s samim seboj. Vektorsko množenje pa lahko predstavimo z matričnim množenjem.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\vec{a} \times \vec{a} = [\vec{a}]_{\times} * \vec{a} = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.22)$$

Obe strani enačbe (2.20) lahko pomnožimo z leve z  $[\vec{X}']_{\times}$ .

$$\lambda * [\vec{X}']_{\times} * \vec{X}' = [\vec{X}']_{\times} * A * [R|\vec{T}] * \vec{X} \quad (2.23)$$

$$0 = [\vec{X}']_{\times} * A * [R|\vec{T}] * \vec{X} \quad (2.24)$$

S tem korakom smo se znebili neznanega parametra  $\lambda$ , vendar iz take oblike enačbe težko najdemo rešitev sistema. Za lažjo izpeljavo bomo enačbo (2.20) z leve pomnožili z inverzom matrike  $A$ .

$$A^{-1} * \vec{X}' = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$[A^{-1} * \vec{X}']_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -w & v \\ w & 0 & -u \\ -v & u & 0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$\lambda * A^{-1} * \vec{X}' = [R|\vec{T}] * \vec{X} \quad (2.27)$$

$$0 = [A^{-1} * \vec{X}']_{\times} * [R|\vec{T}] * \vec{X} \quad (2.28)$$

$$0 = \begin{bmatrix} 0 & -w & v \\ w & 0 & -u \\ -v & u & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & p_4 \\ p_5 & p_6 & p_7 & p_8 \\ p_9 & p_{10} & p_{11} & p_{12} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$0 = \begin{bmatrix} x(-wp_5 + vp_9) + y(-wp_6 + vp_{10}) + z(-wp_7 + vp_{11}) + (-wp_8 + vp_{12}) \\ x(wp_1 - up_9) + y(wp_2 - up_{10}) + z(wp_3 - up_{11}) + (wp_4 - up_{12}) \\ x(-vp_1 + up_5) + y(-vp_2 + up_6) + z(-vp_3 + up_7) + (-vp_4 + up_8) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Sistem enačb (2.30) lahko zapišemo v obliki  $B * \vec{p} = 0$ , kjer

$$\vec{p} = [p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4 \ p_5 \ p_6 \ p_7 \ p_8 \ p_9 \ p_{10} \ p_{11} \ p_{12}]^T \quad (2.31)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -xw & -yw & -zw & -w & xv & yv & zv & v \\ xw & yw & zw & w & 0 & 0 & 0 & 0 & -xu & -yu & -zu & -u \\ -xv & -yv & -zv & -v & xu & yu & zu & u & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Zadnja vrstica v matriki  $B$  je linearna kombinacija prvih dveh. Za vsak par točk (v svetu in na sliki) generiramo prvi dve vrstici matrike  $B$  in vse vrstice združimo v skupno matriko  $B$  velikosti  $2n \times 12$ , kjer je  $n$  število parov točk. Sistem enačb lahko sedaj rešimo z razcepom na singularne vrednosti

(ang. *SVD - Singular Value Decomposition*). SVD razcepi matriko  $B$  na  $U\Sigma V^T$ , kjer je  $U$  matrika levih lastnih vektorjev,  $\Sigma$  matrika singularnih vrednosti in  $V$  matrika desnih lastnih vektorjev. Po definiciji za leve lastne vektorje matrike  $B$  velja  $B * \vec{v} = \lambda * \vec{v}$ , kjer je  $\lambda$  lastna vrednost. Če iz matrike  $V$  vzamemo vektor, ki ustrza najmanjši lastni vrednosti v matriki  $\Sigma$ , smo tako dobili netrivialno rešitev, ki najboljše zadošča pogoju  $B * \vec{p} = 0$ . Rešitev je potrebno le še preoblikovati v  $3 \times 4$  matriko zunanjih parametrov. V poglavju **vstavi poglavje** naslovim problem, ki nastane, če matrika  $B$  nima ranga 12, kar se zgodi, če ocenjujemo parametre s koplanarnimi točkami v prostoru.

### 2.2.3 Triangulacija

Iz modela (2.15) želimo oceniti  $\vec{X}$ . Uporabimo lahko podoben postopek kot pri ocenjevanju zunanjih parametrov.

$$\lambda * \vec{X}' = A * [R|\vec{T}] * \vec{X} \quad (2.33)$$

$$0 = [\vec{X}']_{\times} * A * [R|\vec{T}] * \vec{X} \quad (2.34)$$

$$B = [\vec{X}']_{\times} * A * [R|\vec{T}] \quad (2.35)$$

$$B * \vec{X} = 0 \quad (2.36)$$

Rang matrike  $B$  mora biti 4, saj ocenjujemo štiri parametre, ki določajo  $X$ . Ena točka na sliki nam poda 2 linearno neodvisni enačbi. Potrebujemo torej vsaj 2 različni točki iz dveh različnih slik, ki predstavljata projekcijo iste točke v prostoru na sliko. Sistem zopet rešimo z razcepom na singularne vrednosti kot smo to naredili v prejšnjem poglavju.

### 2.2.4 Zaznavanje označevalnika

Pri zaznavanju označevalnika je potrebno sliko iz kamere segmentirati. Segmentacija je postopek ločevanja ozadja od objekta zanimanja. Označevalnik ima običajno izrazito drugačno barvo od okolice, zato da pri zaznavanju ne

prihaja do dvoumnosti. Segmentacija ponavadi vrne binarno sliko, kjer je ozadje predstavljeno z vrednostjo 0, segmenti pa z vrednostjo 1.

Segmentiramo lahko tako sivinsko kot barvno sliko. Za vsako točko v sliki se moramo odločiti ali pripada ozadju (0) ali segmentu (1). Če so vrednosti pik predstavljene z monotono naraščujočimi vrednostmi, lahko določimo prag, ki ločuje ozadje od segmenta.

```
I //sivinska slika
w // sirina slike
h // visina slike
T //prag
for i = 1...h
    for j = 1...w
        if I[i][j] > T
            I[i][j] = 1
        else
            I[i][j] = 0
```

Pri segmentiranju barvnih slik se je potrebno odločiti za primeren barvni model. Primarno so slike zapisane v rdečem, zelenem in modrem kanalu (model RGB). Običajno je bolj primeren model HSV ali HSL, saj H (ton) komponenta določa barvo neodvisno od njene intenzitete in nasičenosti. Slednja modela sta pri segmentaciji bolj robustna, ker sprememba svetlobe ne vpliva toliko na spremembo tonskega kanala.

Izbira barvnega modela in praga je za vsak primer specifična. Včasih je bolje uporabiti model RGB npr. v primeru, če ima označevalnik izrazito barvo ne glede na osvetlitev.



# Literatura

- [1] V Auer, MM Maes, MJC Bonfim, MM Wanderley, and MV Lamar. 3d positioning acquisition system with application in real-time processing. *Accessed: October, 1, 2003*.
- [2] S Chan, G Sohn, L Wang, and W Lee. Dynamic wifi-based indoor positioning in 3d virtual world. *ISPRS-International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 1(4):1–6, 2013.
- [3] Raffaello D’Andrea. Flying machine arena. <http://raffaello.name/projects/flying-machine-arena/>, 2015. [Online; Dostopano 6. 9. 2015].
- [4] Berthold KP Horn. Tsai’s camera calibration method revisited. *Online: [http://people.csail.mit.edu/bkph/articles/Tsai\\_Revisited.pdf](http://people.csail.mit.edu/bkph/articles/Tsai_Revisited.pdf)*, 2000.
- [5] YJ Lee and A Yilmaz. Real-time object detection, tracking, and 3d positioning in a multiple camera setup. In *The ISPRS Workshop on Image Sequence Analysis*, 2013.
- [6] Jinjun Li, Hong Zhao, Tao Jiang, and Xiang Zhou. Development of a 3d high-precise positioning system based on a planar target and two ccd cameras. In *Intelligent Robotics and Applications*, pages 475–484. Springer, 2008.
- [7] Atri Mandal, Cristina V Lopes, Tony Givargis, Amir Haghighat, Raja Jurdak, and Pierre Baldi. Beep: 3d indoor positioning using audible so-

- und. In *Consumer Communications and Networking Conference, 2005. CCNC. 2005 Second IEEE*, pages 348–353. IEEE, 2005.
- [8] Raúl Mohedano, Carlos R Del-Blanco, Fernando Jaureguizar, Luis Salgado, and Narciso García. Robust 3d people tracking and positioning system in a semi-overlapped multi-camera environment. In *Image Processing, 2008. ICIP 2008. 15th IEEE International Conference on*, pages 2656–2659. IEEE, 2008.
- [9] Wikipedia. Charge-coupled device — wikipedia, the free encyclopedia. [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Charge-coupled\\_device&oldid=679480626](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Charge-coupled_device&oldid=679480626), 2015. [Online; Dostopano 6. 9. 2015].
- [10] Wikipedia. Global positioning system — wikipedia, the free encyclopedia. [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Global\\_Positioning\\_System&oldid=679232332](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Global_Positioning_System&oldid=679232332), 2015. [Online; Dostopano 6. 9. 2015].
- [11] Wikipedia. Multilateration — wikipedia, the free encyclopedia. <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Multilateration&oldid=678002521>, 2015. [Online; Dostopano 6. 9. 2015].
- [12] Wikipedia. Triangulation — wikipedia, the free encyclopedia. <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Triangulation&oldid=677068010>, 2015. [Online; Dostopano 6. 9. 2015].
- [13] Wikipedia. Trilateration — wikipedia, the free encyclopedia. <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Trilateration&oldid=677686385>, 2015. [Online; Dostopano 6. 9. 2015].
- [14] Zhengyou Zhang. A flexible new technique for camera calibration. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 22(11):1330–1334, 2000.