

El problema de rutas de vehículos:

Extensiones y métodos de resolución, estado del arte

Armin Lürer¹, Magdalena Benavente¹, Jaime Bustos¹ y Bárbara Venegas¹

¹ Universidad de La Frontera, Facultad de Ingeniería, Ciencias y Administración, Departamento de Ingeniería de Sistemas, Laboratorio de Ingeniería Aplicada, Fco Salazar 01145 Casilla 54-D, Temuco, Chile

arminluer@gmail.com, m.benavente01@ufromail.cl, jbustos@ufro.cl, b.venegas01@ufromail.cl

Resumen. Uno de los problemas típicos que conforman la gestión logística habitual es el de rutas de vehículos. Inicialmente enunciado en la década de 1950, ha sido ampliamente estudiado, y se han ideado diversas técnicas para resolverlo. El presente artículo tiene por objetivo hacer una revisión bibliográfica de este problema, desde el punto de vista de las extensiones que se han desarrollado para el problema inicial, los métodos de resolución existentes y como los avances tecnológicos han posibilitado la obtención de mejores soluciones a las instancias generadas para comparar el rendimiento de los procedimientos (benchmark). Para esto, se revisa la literatura generada al respecto en la última década, para posteriormente identificar los enfoques más exitosos, los esfuerzos de unificación de modelos, así como las proyecciones que existen en este campo. Se observa que la combinación de métodos de resolución aproximados generales (metaheurísticas híbridas) es y serán una línea de investigación fructífera, así como la generación de métodos exactos más eficientes.

1. Introducción

En el quehacer logístico aparecen comúnmente problemas en los que no se pueden obtener soluciones óptimas en tiempos acotados polinomialmente, salvo algunas excepciones como el camino más corto entre pares de nodos de una red, flujo máximo soportado y el árbol de mínima expansión, que cuentan con algoritmos eficientes, como los que se estudian en [1].

El problema de ruteo de vehículos (VRP por sus siglas en inglés) es el nombre genérico dado a la clase de problemas en los que se debe determinar una serie de rutas para una flota de vehículos basados en uno o más depósitos, para un cierto número de ciudades o clientes geográficamente dispersos.

En [2] se comenta que la distribución, cuando proporciona un adecuado nivel de servicio con el fin de satisfacer las necesidades del cliente, puede llevar directamente a un incremento en las ventas, un mayor porcentaje de participación en el mercado y contribuir en la disminución de costos y por consiguiente, en un aumento de las utilidades.

El VRP surge naturalmente como el problema central en los campos de transporte, distribución y logística. En algunos mercados, el transporte significa un alto porcentaje del valor de los bienes.

Es uno de los problemas más conocidos y desafiantes en la programación lineal entera, que cae en la categoría denominada NP-Hard, esto es, los problemas que no se pueden resolver en un tiempo polinomial como función del tamaño de la entrada en una máquina de Turing determinística.

El tiempo y esfuerzo computacional requerido para resolver este problema aumenta exponencialmente respecto al tamaño del problema, es decir, la cantidad de nodos a ser visitados por los vehículos. Para este tipo de problemas es a menudo deseable obtener soluciones aproximadas, para que puedan ser encontradas suficientemente rápido y que sean suficientemente buenas para llegar a ser útiles en la toma de decisiones.

Por esto se han ideado algoritmos que no garantizan optimalidad, pero que logran entregar buenas soluciones a estos problemas difíciles de resolver. Estos son los

algoritmos heurísticos, que conforman una clase de métodos muy extensa y taxonómicamente compleja tal como se describe en [3], que en la última década han tenido un gran éxito resolviendo problemas pertenecientes a la clase NP-Hard.

Los algoritmos heurísticos (también llamados heurísticas) se pueden clasificar, siguiendo a [4] en dos tipos: de mejora y constructivos, que serán descritos más detalladamente en la sección 4.2.

Inicialmente las heurísticas se concebían como algoritmos hechos a la medida del problema que se quería tratar, por lo que su aplicabilidad estaba acotada a los supuestos de quien las diseñaba.

Luego nacieron enfoques generales que eran capaces de resolver una clase de problemas, y cuya concepción fue inspirada por la observación de la naturaleza. Éstas son las metaheurísticas, y dentro de las más comunes se encuentran: recocido simulado, búsqueda tabú, algoritmos genéticos y búsqueda en vecindarios variables.

La función objetivo, por otra parte, depende de la tipología y características del problema. Lo más habitual es intentar minimizar: el coste total de operación, el tiempo total de transporte, la distancia total recorrida, el tiempo de espera; o bien maximizar: el beneficio económico, el servicio al cliente, el nivel de utilización de los vehículos, la utilización de los recursos, etc.

El artículo se estructura de la siguiente forma: la sección 2 expone antecedentes generales sobre el VRP, como su origen en la literatura, la formulación como un modelo de programación lineal entera, entre otros.

La sección 3 trata sobre las distintas extensiones que se han planteado para el VRP original.

En la sección 4 se describen los principales procedimientos de resolución, haciendo la distinción entre aquellos exactos de los aproximados.

La sección 5 trata de los esfuerzos realizados recientemente para unificar los distintos problemas derivados del VRP original.

Por otra parte, la sección 6 es una discusión sobre la influencia que han tenido los avances tecnológicos en la resolución del VRP.

Finalmente, en la sección 7 se presentan algunas conclusiones sobre el tema tratado, así como líneas de investigación futuras.

2. Antecedentes generales

El primer trabajo donde se plantea el VRP por primera vez es en [5], donde se aplicó a un problema distribución de combustible. Como se menciona en [4], el VRP pertenece a la clase NP-Hard, pues el TSP (Travelling Salesman Problem) pertenece a esta clase, y es un caso particular del VRP, cuando existe sólo un vehículo disponible, y no hay restricciones de capacidad ni distancia total recorrida.

Según lo planteado en [6] y en consonancia con lo presente en [7] el problema de ruta de vehículos (VRP – Vehicle Routing Problem, por sus siglas en inglés), también conocido como el problema de rutas de vehículos con capacidad limitada (CVRP – Capacitated Vehicle Routing Problem), es descrito como aquel en el que “vehículos ubicados en un depósito central son utilizados para visitar clientes localizados geográficamente dispersos para satisfacer las demanda (conocidas) de los clientes”. Así, se exige que cada cliente sea visitado una sola vez por uno de los vehículos, respetando las restricciones de capacidad de éstos, de tiempo máximo permitido de trabajo, distancia máxima recorrida, etc.

Siguiendo el trabajo de [7], el problema puede formularse como un modelo de programación lineal entero.

Si consideramos la siguiente definición de variables:

$$\begin{aligned}
 c_{lm} & \text{ Costo de moverse desde } l \text{ hasta } m \\
 x_{lm}^k & = \begin{cases} 1, & \text{Si el arco } (l,m) \text{ es transitado por el vehículo } k \\ 0, & \text{En otro caso} \end{cases} \\
 q_l & \text{ Demanda existente en } l
 \end{aligned}$$

Q_k	Capacidad del vehículo k
st_l^k	Tiempo de servicio de la demanda l por el vehículo k
tt_{lm}^k	Tiempo de viaje desde l hasta m del vehículo k
T_k	Máximo tiempo de ruta permitido para el vehículo k

El modelo resultante es el siguiente:

$$\text{Min} \quad \sum_{l=1}^n \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^K c_{lm} x_{lm}^k \quad (1)$$

$$\text{S.A.} \quad \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^K x_{lm}^k = 1, \quad m = 2, K, n \quad (2)$$

$$\sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^K x_{lm}^k = 1, \quad l = 2, K, n \quad (3)$$

$$\sum_{l=1}^n x_{lf}^k - \sum_{m=1}^n x_{fm}^k = 0 \quad k = 1, K, K \quad f = 1, K, n \quad (4)$$

$$\sum_{l=1}^n q_l \sum_{m=1}^n x_{lm}^k \leq Q_k \quad k = 1, K, K \quad (5)$$

$$\sum_{l=1}^n st_l^k \sum_{m=1}^n x_{lm}^k + \sum_{l=1}^n \sum_{m=1}^n tt_{lm}^k x_{lm}^k \leq T_k, \quad k = 1, K, K \quad (6)$$

$$\sum_{m=2}^n x_{lm}^k \leq 1, \quad k = 1, K, K \quad (7)$$

$$\sum_{l=2}^n x_{l1}^k \leq 1, \quad k = 1, K, K \quad (8)$$

Así, la expresión (1) es la función objetivo a minimizar: la suma de las distancias recorridas por los vehículos. Las expresiones (2) y (3) garantizan que sólo un vehículo visite cada nodo de demanda. Por otra parte, con la expresión (4) se busca mantener la continuidad de las rutas, ya que se exige que si un arco entra a un nodo, entonces tiene que salir. Además, con las expresiones (5) y (6) se respetan las capacidades de los vehículos, así como sus tiempos máximos de viaje. Finalmente con las expresiones (7) y (8) se evita que se exceda la disponibilidad de vehículos (que realicen más de una ruta).

Desde entonces ha sido motivo de considerable investigación en la literatura especializada. Una revisión del estado del arte actualizada la presenta se presenta en [4].

3. Extensiones del problema original

En el mundo real, en los VRP aparecen muchas restricciones especiales, aparte de las ya nombradas. Esto crea el surgimiento de variantes del problema original. Algunas de las principales son:

- El problema del vendedor viajero (Traveling Salesman Problem – TSP). Un ejemplo reciente de su resolución se presenta en [8], donde se desarrolla un algoritmo que busca en vecindarios cada vez mayores de una solución dada, llamado Expanding Neighborhood GRASP.
- Se cuenta con una flota heterogénea de vehículos. Ha sido considerado una extensión lógica del VRP básico, donde el tipo de vehículo es homogéneo. Recientemente se han desarrollado múltiples trabajos al respecto, con diferentes estrategias, tales como algoritmos genéticos (véase [9] y [10]), algoritmos meméticos en [11], y búsqueda tabú (véase [12]).
- No se vuelve al depósito (Open VRP - OVRP). Recientemente se ha ocupado la metaheurística de búsqueda en vecindarios variables, en [13].
- Cada cliente tiene que ser atendido dentro de una cierta ventana de tiempo (VRP with time windows - VRPTW), como es el caso del algoritmo propuesto en [14].
- Existen varios depósitos para abastecer a los clientes (Multiple Depot VRP - MDVRP)
- Los clientes tienen la opción de devolver algunos bienes al depósito (VRP with Pick-Up and Delivering - VRPPD)
- Los clientes pueden ser abastecidos por distintos vehículos (Split Delivery VRP - SDVRP)
- Algunos valores (como número de clientes, sus demandas, tiempo de servicio o tiempo de viaje) son aleatorios (Stochastic VRP - SVRP)

- Los pedidos pueden ser llevados sólo en ciertos días (Periodic VRP - PVRP)
- Problemas multiobjetivo: en ellos se busca optimizar dos o más objetivos contradictorios. Una revisión reciente y útil se presenta en [15], pues analiza fortalezas y debilidades de los distintos enfoques actuales.

4. Métodos de resolución

Actualmente, los algoritmos para resolver las distintas instancias del VRP son muy variados en distintos aspectos, como el enfoque de optimización utilizado: local o global, a qué clase de algoritmos pertenece, por ejemplo si están basados en programación lineal, son heurísticas clásicas o metaheurísticas, como se muestra en [16].

4.1. Métodos exactos

Son aquellos que parten de una formulación como modelos de programación lineal (enteros) o similares, y llegan a una solución factible (entera) gracias a algoritmos de acotamiento del conjunto de soluciones factibles. Se han realizado avances recientes en este campo, como da cuenta en [17]. Más aún, se ha desarrollado un enfoque unificado para resolver los distintos tipos de problemas derivados del VRP, y que se expone en [18], que incluye todas las extensiones mono-objetivo presentadas en la sección 3 como casos particulares. Además se entregan cotas para los distintos problemas, dependiendo de las condiciones impuestas.

4.2. Heurísticas

Una heurística es un algoritmo que permite obtener soluciones de buena calidad para un problema dado. Esto permite tener menores tiempos de ejecución, pero sin asegurar la optimalidad de la solución.

Dependiendo de cómo acometen su labor, las heurísticas (para el problema de rutas de vehículos) pueden clasificarse, como se expone en [4], en:

- Constructivas: no parten de una solución factible, sino que la van elaborando a medida que progresan. Una de las más conocidas es la heurística de ahorros

propuesta en [19], donde se crean n rutas factibles, y se va probando a unir una ruta que termina en i con otra que comienza en j , agregando el arco $[i, j]$, calculando el ahorro de cada posible movimiento. Otro ejemplo típico son las heurísticas angulares o de pétalo, donde las soluciones se van agregando en el orden angular que presentan respecto al centro de distribución, respetando las restricciones de capacidad, o de distancia máxima de viaje, según sea el caso.

- De mejora: trabajan sobre una solución factible. Existen del tipo intra-ruta, que mueven arcos dentro de una misma ruta, entre los que se encuentran las heurísticas 2-opt, 3-opt y más generalmente la heurística de Lin-Kernighan, presentada en [20] y extra-ruta que los intercambian entre dos o más rutas distintas, como la heurística 2-swap.
- Técnicas de relajación: son métodos asociados a la programación lineal entera. La más conocida es la llamada Relajación Lagrangeana, que consisten en descomponer un modelo lineal entero en un conjunto de restricciones difíciles y otras más fáciles, relajando las primeras, al pasarlas a la función objetivo multiplicándolas por una penalidad, en forma análoga al método de multiplicadores de Lagrange. Esto sirve para obtener cotas al problema original, acelerando el proceso de resolución. Algunas revisiones progresivamente más actualizadas del tema son las presentes en [21], [22] y [23].

4.3. Metaheurísticas

Una metaheurística es una estrategia (heurística) general para la resolución de una gran variedad de problemas para los que no existe un algoritmo confiable de resolución, ya sea por la complejidad del problema, o por falta de estudios en la resolución de éste, según lo expresado en [24].

Tienen un rol fundamental en la Investigación de Operaciones, pues pueden ser aplicadas a problemas de Optimización Combinatorial, con resultados muy cercanos al óptimo. Se basan en la observación de la naturaleza, la evolución biológica, procesos físicos asociados a la manufactura, etc. Dentro de las

características deseables de una metaheurística, mencionadas en [25], están:

- Ser algoritmos de optimización global. Esto implica la existencia de mecanismos que le permitan escapar de óptimos locales, ya sea perturbando la solución actual, generándola basada en otras anteriores, aceptando con una cierta probabilidad alguna que no mejora la evaluación de la función objetivo, etc.
- Brindar suficiente libertad a quien la implemente, mediante la posibilidad de trabajar con distintos parámetros, estrategias de paralelización, adición de heurísticas complementarias, etc.
- Lograr un rendimiento consistente y estable en los problemas de la clase que resuelven.

Algunas de las metaheurísticas más comúnmente utilizadas en problemas de optimización combinatorial, se encuentran:

- Algoritmos genéticos: corresponden a una clase de algoritmos evolutivos, los cuales fueron descritos por primera vez en [26]. Cada solución del problema se codifica en un cromosoma, donde cada elemento de éste se le llama gen. El conjunto de cromosomas forman una población, que para una iteración corresponde a una generación. Se les aplican diversos operadores, para generar nuevos individuos, que son agregados a la población, en un proceso iterativo que trata de escapar de mínimos locales. Han tenido éxito en resolver problemas de rutas de vehículos, así como de localización y cobertura, entre muchos otros. Han sido aplicados recientemente en su forma pura para el VRP original por ejemplo en [27], y en forma híbrida en [28] y [29], combinando características de otras metaheurísticas. Por otra parte, se ha trabajado en ellos como algoritmos meméticos (algoritmos genéticos con algún procedimiento adicional de búsqueda local) en [11], para la extensión del problema que considera una flota heterogénea de vehículos, al igual que en [10] y [9].
- Búsqueda en vecindarios variables: comúnmente denominada VNS por su sigla en inglés, parte desde una solución inicial aleatoria, a partir de la que se van explorando, usando algún algoritmo de

búsqueda local eficiente, vecindarios progresivamente más lejanos (y grandes); en caso de que se encuentre una mejor solución, la búsqueda se mueve hasta ella, reiniciándose la búsqueda en los vecindarios de esta. Esta metaheurística aparece por primera vez en [30], naciendo con el tiempo un conjunto de variantes para la resolución de problemas muy grandes o para lograr mejoras de velocidad. Es un método de trayectoria. Recientemente puede mencionarse su aplicación al OVRP en [13], a problemas de gran tamaño en [31] y al VRP original en una versión adaptada del VNS, conocida como VND (Variable Neighborhood descent – Descenso en Vecindarios Variables) en [32].

- Recocido simulado: se trata de asemejar el proceso de manufactura donde un material (metal) es calentado hasta altas temperaturas, para luego ser enfriado lentamente, de tal manera que sus estructuras cristalinas se reorganicen en la configuración de mínima energía. En la versión computacional, la temperatura es discretizada, y para realizar una analogía con la situación física, se admiten soluciones peores que la mejor encontrada con una probabilidad proporcional a la distribución termodinámica de Boltzmann, permitiendo escapar de óptimos locales. Es fácil de implementar, y posee varios parámetros que se pueden cambiar para buscar mejoras, como el patrón de enfriamiento, o la probabilidad de aceptar una peor solución. Es un método de trayectoria.
- Búsqueda tabú: en esta metaheurística, se busca en la proximidad de la solución actual otra que mejore la evaluación de la función objetivo, almacenando las soluciones anteriores (o alguna característica de éstas), las que son marcadas como tabú. Esto evita que el algoritmo entre en un ciclo, pudiendo escapar de óptimos locales. Es un método de trayectoria, que aparece por primera vez en 1989 en [33]. Un ejemplo reciente se presenta en [12] para el VRP con una flota de vehículos heterogénea. Hasta antes el trabajo de [28], era la metaheurística que obtenía las mejores soluciones para los problemas de gran tamaño.
- Colonias de hormigas: basadas en la naturaleza, varias hormigas (procesos, hilos, agentes, etc.) exploran distintas direcciones del espacio de

soluciones factibles, dejando tras de sí un rastro de feromonas, que le indican a la siguiente hormiga las direcciones más ‘interesantes’ de ser exploradas, las que toma con una probabilidad proporcional al nivel de feromona existente, en un intento por no caer en un óptimo local. Junto con esto, por su naturaleza multi-agente de búsqueda aparece como una estrategia trivialmente paralelizable. Además, los niveles de feromonas disminuyen tras cada iteración (se evapora). Como trabaja con distintos agentes, se le considera un algoritmo basado en poblaciones, que fue documentada por primera vez en [34], y aplicaciones recientes como las presentadas en [35] y [36].

- Enjambre de partículas: se busca simular la búsqueda realizada por entes colaborativos, considerando las interacciones entre ellos y como se orientan hacia una búsqueda eficiente. Un trabajo reciente usando esta estrategia es [37], donde el principal aporte es el desarrollo de un mapeo eficiente entre el espacio de posiciones y velocidades de las partículas y las soluciones al problema de ruteo de vehículos.

4.4. Algoritmos híbridos

En ellos se combinan aspectos de varias heurísticas, metaheurísticas o algoritmos exactos para obtener lo mejor de ellos. Algunos ejemplos recientes son la combinación de recocido simulado y búsqueda tabú en [38], de un algoritmo genético con procedimientos de búsqueda local en [29] y de métodos exactos y algoritmo genético en [39]. En [3] se presenta una taxonomía actualizada y completa.

5. Esfuerzos de unificación

Una de las tendencias actuales es lograr obtener una formulación general para todos los problemas derivados del VRP, que los incluya como casos particulares. Un esfuerzo notable es el mostrado en [40], que se complementan el método heurístico general presente en [41] y el algoritmo exacto unificado detallado en [18] publicados en 2007 y 2009, respectivamente. Se observa al estudiar dichos trabajos, que el siguiente paso es lograr mejoras en el rendimiento de los algoritmos, ya

sea mediante cambios en las estructuras de datos, o en cómo se acota el espacio de soluciones factibles.

6. Influencia de los avances tecnológicos

Recientemente se ha observado el crecimiento de la potencia computacional de los computadores de sobremesa, así como la disminución de los costos en sus componentes. Esto ha llevado a la creación de una nueva línea de investigación: el uso de hardware especializado para tareas de presentación gráfica tridimensional, como es el caso de la tecnología CUDA de nVidia [42], que aprovecha la arquitectura altamente paralela de las tarjetas de video utilizadas originalmente para diseño en 3D, o bien para juegos.

Esto combinado con la aparición de multiprocesadores para uso doméstico, ha permitido desarrollar sistemas con un alto poder de cómputo a bajos precios.

Paralelamente, se ha desarrollado una gama de algoritmos que funcionan en computadores paralelos (multiprocesadores y multicomputadores), permitiendo que la búsqueda de mejores soluciones en forma cooperativa, como se postula en [43].

El aumento en la capacidad de cómputo ha permitido además resolver problemas de mayor tamaño en forma eficiente, gracias además al desarrollo de mejores algoritmos. Algunos ejemplos en orden cronológico son [10], [44], [31] y [6]. El fin tras todos estos esfuerzos es poder resolver adecuadamente problemas más realistas, con cada vez más restricciones.

7. Conclusiones

Tras realizar una investigación del estado del arte respecto al VRP, se observan algunas tendencias generales. Una de ellas es la creación de algoritmos híbridos para la resolución de instancias de este problema. Otra es la de crear formulaciones matemáticas y procedimientos eficientes para problemas más generales y realistas. Pero esto ha llevado a que la elaboración de una taxonomía de los algoritmos existentes sea compleja, pero que ha posibilitado la resolución de problemas más difíciles, ya sea por la cantidad de restricciones que poseen o bien por su tamaño. El aumento de la relación poder de cómputo sobre costo ha traído consigo el desarrollo de nuevas

tecnologías que aprovechan recursos utilizados anteriormente para otros usos, como CUDA.

Dentro de las líneas de trabajo activas actualmente se encuentran el desarrollo de algoritmos paralelos inteligentes, el diseño de algoritmos para correr en hardware especializado, la optimización multiobjetivo y bajo ambientes de incertidumbre.

De acuerdo a todo lo anterior, el VRP es un problema que se encuentra aún abierto, y que es un desafío en sí mismo, por todas las variantes que admite, y por la complejidad que presenta desarrollar un algoritmo que ayude a solucionar problemas reales.

Agradecimientos

El presente trabajo fue realizado en las dependencias del Laboratorio de Ingeniería Aplicada del Departamento de Ingeniería de Sistemas de la Universidad de La Frontera.

Referencias

- [1] H.A.Taha: Investigación de Operaciones. Séptima Edición, México, Prentice Hall, (2004)
- [2] R.Ballou: Logística. Quinta Edición, México, Prentice Hall, (2004)
- [3] L.Jourdan, M.Basseur, E-G.Talbi: Hybridizing exact methods and metaheuristics: A taxonomy. *European Journal of Operations Research* vol n 199(3) pp.620-629 (2009)
- [4] G.Laporte: What You Should Know about the Vehicle Routing Problem. *Naval Research Logistics* vol n 54(8) pp.811-819 (2007)
- [5] G.B. Dantzig, J.H. Ramser: The truck dispatching problem. *Management Science* vol n 6(1) pp.80-91 (1959)
- [6] Y.Marinakis, M.Marinaki, G.Dounias: Honey Bees Mating Optimization algorithm for large scale vehicle routing problems. *Natural Computing* doi:10.1007/s11047-009-9136-x (2009)
- [7] L.Bodin, B.Golden, A.Assad, M.Ball: The state of art in the routing and scheduling of vehicles and crews. *Computers & Operations Research* vol n 10 pp.63-212 (1983)
- [8] Y.Marinakis, A.Migdalas, P.M.Pardalos: Expanding Neighborhood GRASP for the Traveling Salesman Problem. *Computational Optimization and Applications* vol n 32 pp.231-257 (2005)
- [9] S.Liu, W.Huang, H.Ma: An effective genetic algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problems. *Transportation Research Part E* vol n 45 pp.434-445 (2009)
- [10] C.Prins: Efficient Heuristics for the Heterogeneous Fleet Multitrip VRP with Application to a Large-Scale Real Case. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms* vol n 1 pp.135-150 (2002)
- [11] C.Prins: Two memetic algorithms for heterogeneous fleet vehicle routing problems. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* vol n 22 pp.916-928 (2009)
- [12] J.Brandão: A deterministic tabu search algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research* vol n 195 pp.716-728 (2009)
- [13] K.Fleszar, I.H.Osman, K.S.Hindi: A variable neighborhood search algorithm for the open vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research* vol n 195 pp.803-809 (2009)
- [14] R.Cordone, R.W.Calvo: A Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Journal of Heuristics* vol n 7 pp.107-129 (2001)
- [15] N.Jozefowiez, F.Semet, E-G.Talbi: Multi-objective vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research* vol n 189 pp.293-309 (2008)
- [16] B.Eksioglu, A.V.Vural, A.Reisman: The vehicle routing problem: A taxonomic review. *Computers & Industrial Engineering* doi:10.1016/j.cie.2009.05.009 (2009)
- [17] R.Baldacci, P.Toth, D.Vigo: Recent advances in vehicle routing exact algorithms. *4OR* vol n 5 pp.269-298 (2007)
- [18] R.Baldacci, A.Mingozzi: A unified exact method for solving different classes of vehicle routing problems. *Mathematical Programming Series A and B* vol n 120 pp.347-380 (2009)
- [19] G.Clarke, J.V.Wright: Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research* vol n 12 pp.568-581 (1964)
- [20] S.Lin, B.W.Kernighan: An Effective Heuristic Algorithm for the Traveling-Salesman Problem. *Operations Research* vol n 21 pp. 498-516 (1973)
- [21] M.L.Fisher: The lagrangian relaxation method for solving integer programming problems. *Management Science* vol n 27(1) pp.1-18 (1981)
- [22] M.Guignard: Lagrangean Relaxation. *Sociedad de Estadística e Investigación Operativa Top* vol n 11(2) pp.151-228 (2003)
- [23] A.Frangioni: About Lagrangian Methods in Integer Optimization. *Annals Operations Research* vol n 139 pp.163-193 (2005)
- [24] S. Ólafsson: Chapter 21: Metaheuristics, En *Handbooks in Operations Research and Management*. Science, J. Pérez (Ed.), Ciudad(es) de Edición, Editorial, pp.633-654 (2006)

- [25] J.Dréo, P.Siarry, A.Pétrowski, E.Taillard: Metaheuristics for Hard Optimization. Primera Edición, Berlin, Springer-Verlag, (2006)
- [26] A.S.Fraser: Simulation of genetic systems by automatic digital computers. I. Introduction. *Australian Journal of Biological Sciences* vol n 10 pp.484-491 (1957)
- [27] B.M.Baker, M.A.Ayechew: A genetic algorithm for the vehicle routing problem. *Computers & Operations Research* vol n 30 pp.787-800 (2003)
- [28] C.Prins: A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. *Computers & Operations Research* vol n 31 pp.1985-2002 (2004)
- [29] C-H.Wang, J-Z. Lu: A hybrid genetic algorithm that optimizes capacitated vehicle routing problems. *Expert Systems with Applications* vol n 36 pp.2921-2936 (2009)
- [30] N.Mladenović, P.Hansen: Variable Neighborhood Search. *Computers & Operations Research* vol n 24 pp. 1097-1100 (1997)
- [31] J.Kytöjoki, T.Nuortio, O.Bräysy, M.Gendreau: An efficient variable neighborhood search heuristic for very large scale vehicle routing problems. *Computers & Operations Research* vol n 34 pp.2743-2757 (2007)
- [32] P.Chen, H-K.Huang, X-Y.Dong: Iterated variable neighborhood descent for the capacitated vehicle routing problem. *Expert Systems with Applications* doi:10.1016/j.eswa.2009.06.047 (2009)
- [33] F.Glover: Tabu Search – Part I. *ORSA Journal of Computing* vol n 1(3) pp.190-206 (1989)
- [34] M.Dorigo: Optimization, Learning and Natural Algorithms. PhD thesis, Politécnico de Milano, Italia, (1992)
- [35] F.T.S.Chan, M.K.Tiwari: Swarm Intelligence: Focus on Ant and Particle Swarm Optimization. Primera Edición, Viena, Itech Education and Publishing, (2007)
- [36] J.E.Bell, P.R.McMullen: Ant colony optimization techniques for the vehicle routing problem. *Advanced Engineering Informatics* vol n 18 pp.41-48 (2004)
- [37] T-J.Ai, V.Kachitvichyanukul: Particle swarm optimization and two solution representations for solving the capacitated vehicle routing problem. *Computers & Industrial Engineering* vol n 56 pp.380-387 (2009)
- [38] S-W.Lin, Z-J.Lee, K-C.Ying, C-Y.Lee: Applying hybrid meta-heuristics for capacitated vehicle routing problem. *Expert Systems with Applications* vol n 36 pp.1505-1512 (2009)
- [39] Y.Marinakis, A.Migdalas, P.M.Pardalos: A new bilevel formulation for the vehicle routing problema and a solution method using a genetic algorithm. *Journal of Global Optimization* vol n 38 pp.555-580 (2007)
- [40] A.Goel, V.Gruhn: A General Vehicle Routing Problem. *European Journal of Operational Research* vol n 191 pp.650-660 (2008)
- [41] D.Pisinger, S.Ropke: A general heuristic for vehicle routing problems. *Computers & Operations Research* vol n 34 pp.2403-2435 (2007)
- [42] G.J.Katz, J.T. Kider,Jr.: All-pairs shortest-paths for large graphs on the GPU. En *SIGGRAPH/EUROGRAPHICS Conference On Graphics Hardware*, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina, 2008, pp 47-55 (2008)
- [43] E-G.Talbi, C.Dhaenensb: Cooperative combinatorial optimization. *European Journal of Operations Research* vol n 199(3) pp.619 (2009)
- [44] F.Li, B.Golden, E.Wasil: Very large-scale vehicle routing: new test problems, algorithms, and results. *Computers & Operations Research* vol n 32 pp.1165-1179 (2005)