计算机组织结构

4 数据校验码

任桐炜

2021年9月23日


南京大学
NANJING UNIVERSITY

教材对应章节

第2章 数据的机器级表示

第5章 内部存储器

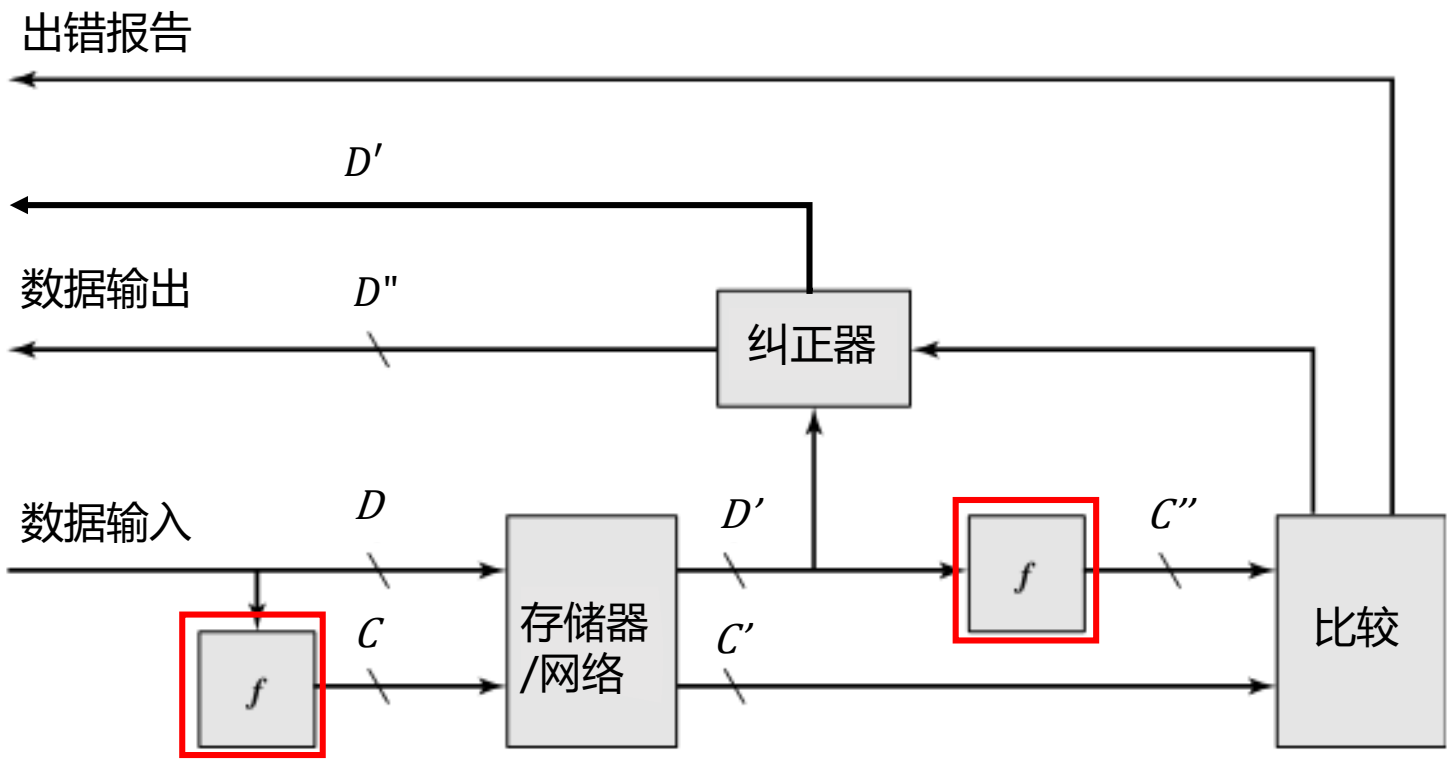
差错（Error）

- 数据在计算机内部进行计算、存取和传送过程中，由于元器件故障或噪音干扰等原因，会出现差错
- 以存储为例
  - 硬故障（hard failure）：永久性的物理故障，以至于受影响的存储单元不能可靠地存储数据，成为固定的“1”或“0”故障，或者在0和1之间不稳定地跳变
    - 由恶劣的环境、制造缺陷和旧损引起
  - 软故障（soft error）：随机非破坏性事件，它改变了某个或某些存储单元的内容，但没有损坏机器
    - 由电源问题或α粒子引起
- 解决方案
  - 从计算机硬件可靠性入手，在电路、电源、布线等方面采取必要的措施，提高计算机的抗干扰能力
  - 采取数据检错和校正措施，自动发现并纠正错误

纠错（Error Correction）

- 基本思想
  - 存储额外的信息以进行检错和校正
- 处理过程
  - 数据输入：使用函数f在M位数据D上生成K位校验码C
  - 数据输出：使用函数f在M位数据D'上生成新的K位代码C''，并与取出的K位码C'进行比较
    - 没有检测到差错：使用数据D'
    - 检测到差错且可以校正：校正数据D'来生成数据D''，并用数据D''
    - 检测到差错但无法纠正：报告

纠错的处理过程



奇偶校验码

- 基本思想
  - 增加1位校验码来表示数据中1的数量是奇数还是偶数
- 处理过程
  - 假设数据为$D = D_M \ldots D_2 D_1$
  - 数据输入
    - 奇校验：$C = D_M \oplus \cdots \oplus D_2 \oplus D_1 \oplus 1$
    - 偶校验：$C = D_M \oplus \cdots \oplus D_2 \oplus D_1$
  - 数据输出
    - 奇校验：$C'' = D'_M \oplus \cdots \oplus D'_2 \oplus D'_1 \oplus 1$
    - 偶校验：$C'' = D'_M \oplus \cdots \oplus D'_2 \oplus D'_1$

奇偶校验码（续）

- 处理过程 (续)
  - 检错：$S = C'' \oplus C'$
    - $S = 0$：正确 / 数据中出错的位数为偶数
    - $S = 1$：数据中出错的位数为奇数
- 优点
  - 代价低（只需要1位额外数据，计算简单）
- 缺点
  - 不能发现出错位数为偶数的情形
  - 发现错误后不能校正
- 适用于对较短长度（如1字节）的数据进行检错

海明码

- 基本思想
  - 将数据分成几组，对每一组都使用奇偶校验码进行检错
- 处理过程
  - 将M位数据分成K组
  - 数据输入：为数据D中每组生成1位校验码，合并得到K位校验码C
  - 数据输出：为数据D'中每组生成1位校验码，合并得到新的K位校验码C''
  - 检错：将校验码C''和取出的校验码C' 按位进行异或，生成K位**故障字（syndrome word）**

海明码（续）

- 校验码长度
  - 假设最多1位发生错误
  - 可能的差错
    - 数据中有1位出现错误：M
    - 校验码中有1位出现错误：K
    - 没有出现错误：1
  - 校验码的长度

$$2^K \geq M + K + 1$$

	单纠错	
数据位	校验位	增加的百分率（%）
8	4	50
16	5	31.25
32	6	18.75
64	7	10.94
128	8	6.25
256	9	3.52

海明码（续）

- 故障字的作用
  - 每种取值都反映一种情形（数据出错 / 校验码出错 / 未出错）
  - 规则
    - 全部是0：没有检测到错误
    - 有且仅有1位是1：错误发生在校验码中的某一位，不需要纠正
    - 有多位为1：错误发生在数据中的某一位，将D'中对应数据位取反即可纠正（得到D"）

海明码（续）

- 数据位划分
  - 假定数据位为8位 $D = D_8 \ldots D_2 D_1$，校验码为4位$C = C_4 C_3 C_2 C_1$
  - 数据位/校验码与故障字的关系

故障字	1100	1011	1010	1001	1000	0111	0110	0101	0100	0011	0010	0001
数据位	D8	D7	D6	D5		D4	D3	D2		D1		
校验位					C4				C3		C2	C1

  - 数据位划分

$$C_1 = D_1 \oplus D_2 \oplus D_4 \oplus D_5 \oplus D_7$$
$$C_2 = D_1 \oplus D_3 \oplus D_4 \oplus D_6 \oplus D_7$$
$$C_3 = D_2 \oplus D_3 \oplus D_4 \oplus D_8$$
$$C_4 = D_5 \oplus D_6 \oplus D_7 \oplus D_8$$

海明码（续）

- 位安排
  - 将位设置在与其故障字值相同的位置

位的编号	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
位置编号	1100	1011	1010	1001	1000	0111	0110	0101	0100	0011	0010	0001
数据位	D8	D7	D6	D5		D4	D3	D2		D1		
校验位					C4				C3		C2	C1

海明码（续）

- 示例
  - 假定8位数据字为D=01101010，在生成海明码时采用偶校验
  - 校验位计算如下

$$C_1 = D_1 \oplus D_2 \oplus D_4 \oplus D_5 \oplus D_7 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$C_2 = D_1 \oplus D_3 \oplus D_4 \oplus D_6 \oplus D_7 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$C_3 = D_2 \oplus D_3 \oplus D_4 \oplus D_8 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$C_4 = D_5 \oplus D_6 \oplus D_7 \oplus D_8 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

  - 存储时的12位内容

011001010011

海明码（续）

- 示例 (续)
  - 获取时的12位内容
    - 情形1: 011001010011

      D'=01101010 ➔ C''=0011, C'=0011

      $S = C'' \oplus C' = 0011 \oplus 0011 = 0000$
    - 情形2: 011**1**01010011

      D'=011**1**1010 ➔ C''=1010, C'=0011

      $S = C'' \oplus C' = 1010 \oplus 0011 = 1001$
    - 情形3: 0110**1**1010011

      D'=01101010 ➔ C''=0011, C'=**1**011

      $S = C'' \oplus C' = 0011 \oplus 1011 = 1000$

[谭琼, 141250122]

补充阅读：SEC-DED

- SEC-DED
  - 单纠错，双检错
  - 可以找到两个位产生的错误，并纠正一个位的错误
  - 添加了一个额外的校验位

$$C_5 = D_1 \oplus D_2 \oplus D_3 \oplus D_5 \oplus D_6 \oplus D_8$$

  - 如果一位数据发生错误，三位校验码将被更改
  - 故障字
    - 都是0：没有检测到错误
    - 1位为1：在5个校验位中有一个发生了错误，不需要修正
    - 2位为1：有2位数据和校验位出现错误，但找不到错误的位置
    - 3位为1：8位数据位中有1位发生了错误，该错误可以被纠正
    - 3位以上均为1：严重情况，检查硬件

补充阅读：SEC-DED（续）

- SEC-DED (续)
  - 纠错码以增加复杂性为代价来提高存储器的可靠性
  - 主存的实际容量比用户见到的容量要大

	单纠错		单纠错/双检错	
数据位	校验位	增加的百分率（%）	校验位	增加的百分率（%）
8	4	50	5	62.5
16	5	31.25	6	37.5
32	6	18.75	7	21.875
64	7	10.94	8	12.5
128	8	6.25	9	7.03
256	9	3.52	10	3.91

循环冗余校验

- 奇偶校验问题
  - 额外成本很大
  - 要求将数据分成字节
- 循环冗余校验（Cyclic Redundancy Check, CRC）
  - 适用于以流格式存储和传输大量数据
  - 用数学函数生成数据和校验码之间的关系

循环冗余校验 (续)

- 基本思想
  - 假设数据有M位，左移数据K位（右侧补0），并用K+1位**生成多项式**除它(**模2运算**)
  - 采用K位余数作为校验码
  - 把校验码放在数据（不含补的0）后面，一同存储或传输
- 校错
  - 如果M+K位内容可以被生成多项式除尽，则没有检测到错误
  - 否则，发生错误

循环冗余校验 (续)

- 示例
  - 假设数据是 100011, 生成多项式为1001
  - 校验码是111

```
          100111
      ┌─────────
1001  │ 100011000
        1001
      ─────────
         0011
         0000
      ─────────
          0111
          0000
      ─────────
           1110
           1001
      ─────────
           1110
           1001
      ─────────
           1110
           1001
      ─────────
            111
```

总结

- 纠错
  - 数据出错的原因，纠错的原理和处理过程
- 常用的数据校验码
  - 奇偶校验码
  - 海明码
  - 循环冗余校验码

谢谢

rentw@nju.edu.cn

南京大學
NANJING UNIVERSITY