

(考试时间: 2022.1.2)

(PS: 回忆版为纯人肉记忆, 可能存在错误, 见谅)

一、

变量 $W=(aX+3Y)^2$, 已知 $E(X)=E(Y)=0$, $D(X)=4$, $D(Y)=16$, 求 a 取何值时 $E(W)$ 最小及 $E(W)$ 的最小值

二、

X, Y 的联合概率密度为 $f(x,y)=12e^{(-3x-4y)}$, $x>0, y>0$

(1) 求 $P\{0<X<1, 0<Y<2\}$

(2) X, Y 是否独立

三、

(秩和检验的题, 数据忘了呜呜)

(就是单纯求个秩和, 简单的)

四、

X_1, X_2, \dots, X_n 是来自分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, μ 已知, σ 未知, 试证明 $\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$, 并求 σ^2 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信空间

五、

试证明:

(1) 信息熵的最大值为 $\log n$

(2) 当 $p_1=p_2=\dots=p_n=1/n$ 时, 信息熵取到最大值 $\log n$

六、

使用PCA降维以下数据

t1	1	1	2	4	2
t2	1	3	3	4	4

七、

$X \sim N(0,1)$, 求 $Y=2X^2+1$ 的概率密度

八、

证明在单因素方差分析中, 对原数据 x_{ij} 进行线性变换 $x'_{ij} = \frac{x_{ij}-a}{b}$ 后(其中 $a, b \neq 0$), 不影响最终 F 的值

九、

(回归方程的题, 直接代数据就行, 具体数据忘了呜呜)

貌似是下面的数据:

$l_{xx} = 4, l_{xy} = 8, \bar{y} = 20, \bar{x} = 0.2$, 求一元线性回归方程 $y = \beta_1 + \beta_2 x$

十、

已知X的概率密度为 $f(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$, $x > 0$, 求E(X)和D(X)