

# 1 Syntax der Prädikatenlogik

## 1.1 Terme

Variablen	$X, Y, Z$ oder $X_1, X_2, X_3, \dots$
Konstanten	$a, b, c$ oder $a_1, a_2, a_3, \dots$
Funktionssymbole	$f, g, h$ oder $f_1, f_2, f_3, \dots$
	Sind $t_1, \dots, t_n$ Terme, dann auch $f(t_1, \dots, t_n)$ .

## 1.2 Formeln

Prädikatensymbole	$P, Q, R$ oder bspw. $P_1, Q_2, R_5, \dots$
	Sind $t_1, \dots, t_n$ Terme, dann ist auch $P(t_1, \dots, t_n)$ eine atomare Formel.
	Beispiele: $(F \wedge G), (F \vee G), \forall x F, \exists x F, \neg F$

# 2 Semantik der Prädikatenlogik

## 2.1 Struktur

$$\mathcal{A}(\mathcal{U}_A, \mathcal{I}_A)$$

$\mathcal{U}_A$  nichtleere Menge (Universum)

$\mathcal{I}_A$  eine Abbildung die

- jedem Prädikatensymbol ein Prädikat
- jedem Funktionssymbol eine Funktion
- jeder Variablen  $X$  ein Element der Grundmenge  $\mathcal{U}_A$

zuordnet.

Falls  $\mathcal{I}_A$  für alle Symbole in  $F$  definiert ist so „passt“  $\mathcal{A}$  zu  $F$ . Ist  $F$  eine Formel und  $\mathcal{A}$  passt zu  $F$  dann sei

1. Falls  $F$  die Form  $F = P(t_1, \dots, t_k)$  mit Termen  $t_1, \dots, t_k$ , so ist

$$\mathcal{A}(F) = \begin{cases} 1 & \text{falls } ((\mathcal{A}(t_1), \dots, \mathcal{A}(t_k)) \in P^{\mathcal{A}}) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

2. Falls „ $F = \neg G$ “ hat, so ist

$$\mathcal{A}(F) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \mathcal{A}(G) = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

3. Falls „ $F = (G \wedge H)$ “ so ist

$$\mathcal{A}(F) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \mathcal{A}(G) = 1 \text{ und } \mathcal{A}(H) = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

4. Falls „ $F = \forall x G$ “ so ist

$$\mathcal{A}(F) = \begin{cases} 1 & \text{falls für alle } d \in \mathcal{U}_A \text{ gilt } \mathcal{A}_{[x/d]}(G) = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

5. Falls „ $F = \exists x G$ “ so ist

$$\mathcal{A}(F) = \begin{cases} 1 & \text{falls es ein } d \in \mathcal{U}_A \text{ gibt, mit } \mathcal{A}_{[x/d]}(G) = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

### 3 O-Kalkül Vereinbarungen

Zugelassen sind nur asymptotisch monoton wachsende Funktionen.

(Hinweis: Polynome besitzen eine endliche Anzahl an Nullstellen, sind also ab einem  $n_0$  monoton)

Dann gilt:  $O(f) * O(g) = O(f * g)$  und  $O(f + c) = O(f)$ .