§ 0 Vorbereitungen

In diesem Paragraphen seien X, Y, Z Mengen ($\neq \varnothing$) und $f : X \to Y, g : Y \to Z$ Abbildungen.

(1) (i) $\mathcal{P}(X) := \{A : A \subseteq X\}$ heißt **Potenzmenge** von X.

(ii) Sei $\mathfrak{M} \subseteq \mathcal{P}(X)$, so heißt $\mathfrak{M}$ **disjunkt**, genau dann wenn $A \cap B = \varnothing$ für $A, B \in \mathfrak{M}$ mit $A \neq B$.

(iii) Sei (A_j) eine Folge in $\mathcal{P}(X)$ (also $A_j \subseteq X$), so heißt (A_j) **disjunkt**, genau dann wenn $\{A_1, A_2, \ldots\}$ disjunkt ist. In diesem Fall schreibe: $\dot{\bigcup}_{j=1}^{\infty} := \bigcup_{j=1}^{\infty} A_j$
Allgemein sei $\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j := \bigcup A_j$ und $\bigcap_{j=1}^{\infty} A_j := \bigcap A_j$.

(2) Sei $A \subseteq X$, für $x \in X$ definiere

$$\mathbb{1}_A(x) := \begin{cases} 1, x \in A \\ 0, x \in A^c \end{cases}$$

wobei $A^c := X \setminus A$.

(3) Sei $B \subseteq Y$ dann ist $f^{-1}(B) := \{x \in X : f(x) \in B\}$ und es gelten folgende Eigenschaften:

(i) $f^{-1}(B^c) = f^{-1}(B)^c$

(ii) Ist B_j eine Folge in $\mathcal{P}(Y)$, so gilt:

$$f^{-1}(\bigcup B_j) = \bigcup f^{-1}(B_j)$$
$$f^{-1}(\bigcap B_j) = \bigcap f^{-1}(B_j)$$

(iii) Ist $C \subseteq Z$, so gilt:

$$(g \circ f)^{-1}(C) = f^{-1}(g^{-1}(C))$$

(4) $\sum_{j=1}^{\infty} a_j =: \sum a_j$