



# 둘째 마당

## 딥러닝의 동작 원리

## 3장 가장 훌륭한 예측선 긋기: 선형 회귀

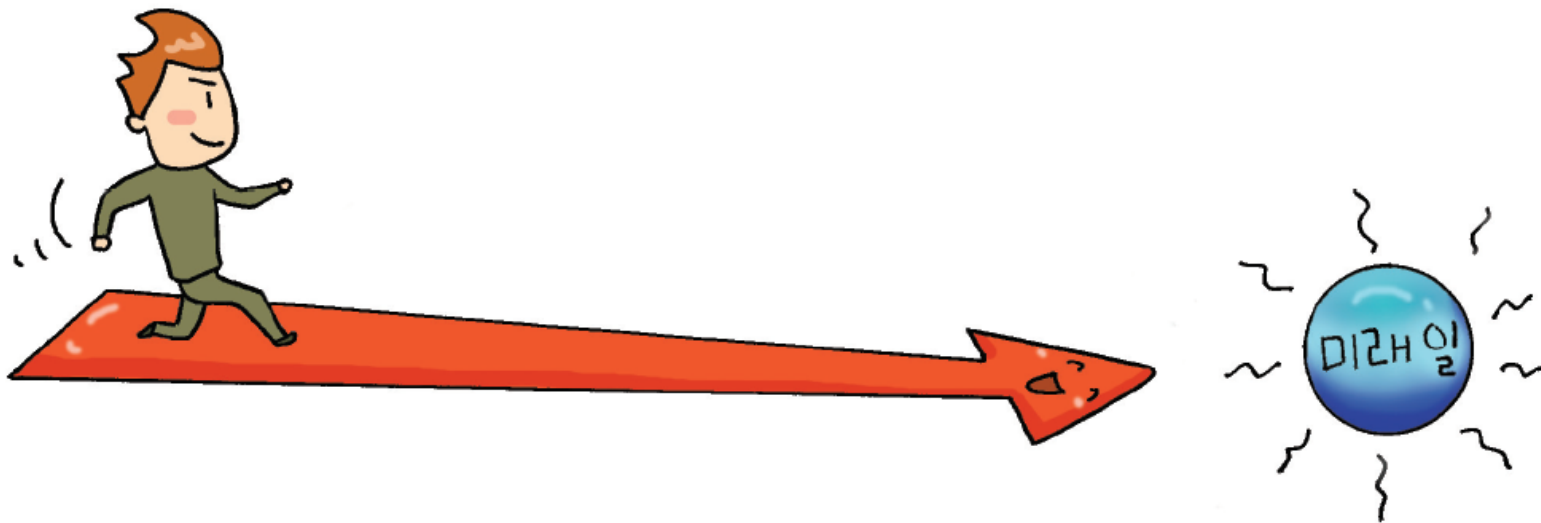
---

- 1 | 선형 회귀의 정의
- 2 | 가장 훌륭한 예측선이란?
- 3 | 최소 제곱법
- 4 | 코딩으로 확인하는 최소 제곱
- 5 | 평균 제곱 오차
- 6 | 잘못 그은 선 바로잡기
- 7 | 코딩으로 확인하는 평균 제곱 오차



### 3 가장 훌륭한 예측선 긋기: 선형 회귀

- 딥러닝을 이해하려면 딥러닝의 가장 말단에서 이루어지는 가장 기본적인 두 가지 계산 원리를 알아야 함
  - 바로 선형 회귀와 로지스틱 회귀임





## 1 | 선형 회귀의 정의

- 독립 변수 :  
‘ $x$ 값이 변함에 따라  $y$ 값도 변한다’는 이 정의 안에서, 독립적으로 변할 수 있는  $x$ 값
- 종속 변수 :  
독립 변수에 따라 종속적으로 변하는 값
- 선형 회귀 :  
독립 변수  $x$ 를 사용해 종속 변수  $y$ 의 움직임을 예측하고 설명하는 작업을 말함



## 1 | 선형 회귀의 정의

- 단순 선형 회귀(simple linear regression) :  
하나의  $x$ 값 만으로도  $y$ 값을 설명할 수 있을 때
- 다중 선형 회귀(multiple linear regression) :  
 $x$ 값이 여러 개 필요할 때



## 2 | 가장 훌륭한 예측선이란?

- 우선 독립 변수가 하나뿐인 단순 선형 회귀의 예를 공부해 보자

공부한 시간	2시간	4시간	6시간	8시간
성적	81점	93점	91점	97점

표 3-1 공부한 시간과 중간고사 성적 데이터

- 여기서 공부한 시간을  $x$ 라 하고 성적을  $y$ 라 할 때 집합  $X$ 와 집합  $Y$ 를 다음과 같이 표현할 수 있음

$$X = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$Y = \{81, 93, 91, 97\}$$



## 2 | 가장 훌륭한 예측선이란?

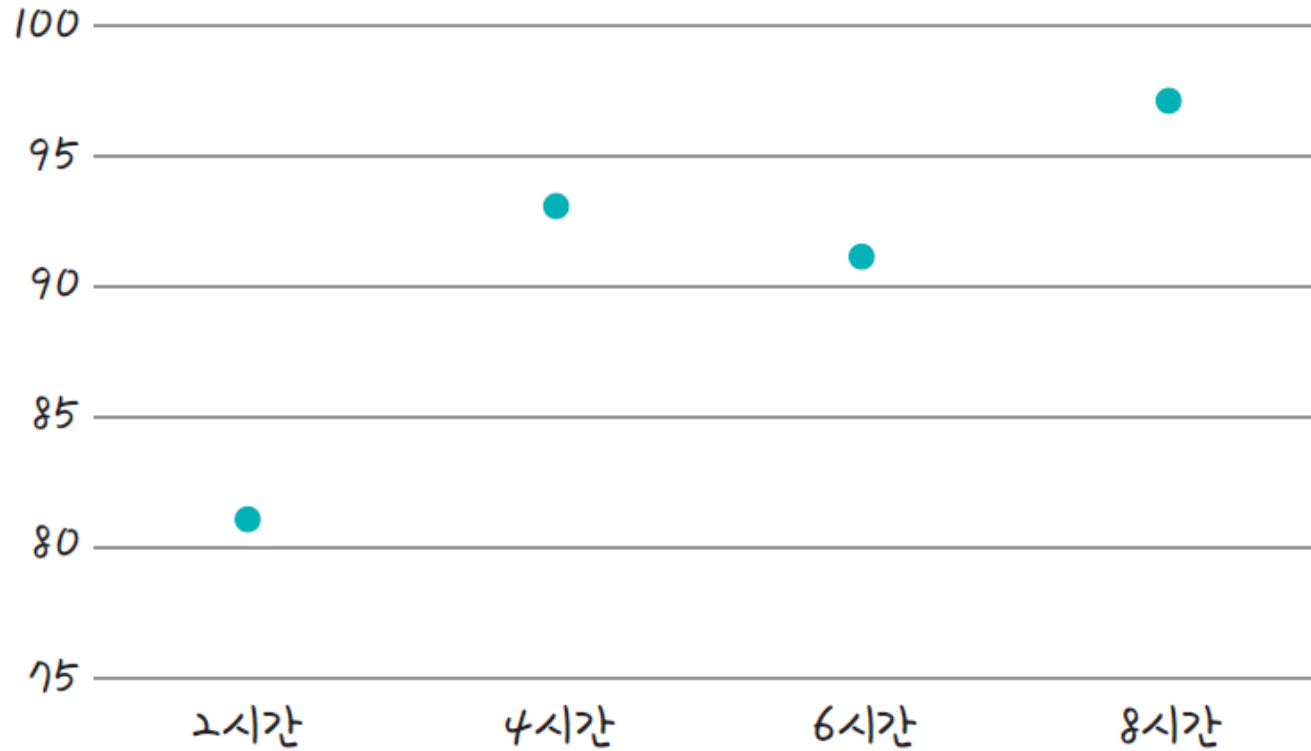


그림 3-1 공부한 시간과 성적을 좌표로 표현



## 2 | 가장 훌륭한 예측선이란?

- 선형 회귀를 공부하는 과정은 이 점들의 특징을 가장 잘 나타내는 선을 그리는 과정과 일치함
- 여기에서 선은 직선이므로 곧 일차 함수 그래프임
$$y = ax + b$$
- 여기서  $x$  값은 독립 변수이고  $y$  값은 종속 변수임
- 즉,  $x$  값에 따라  $y$  값은 반드시 달라짐
- 다만, 정확하게 계산하려면 상수  $a$ 와  $b$ 의 값을 알아야 함
- 이 직선을 훌륭하게 그으려면 직선의 기울기  $a$ 값과  $y$ 절편  $b$ 값을 정확히 예측해 내야 함





### 3 | 최소 제곱법

- 최소 제곱법(method of least squares)이라는 공식을 알고 적용한다면, 이를 통해 일차 함수의 기울기  $a$ 와 절편  $y$ 를 바로 구할 수 있음
- 지금 가진 정보가  $x$ 값(입력 값, 여기서는 '공부한 시간')과  $y$ 값(출력 값, 여기서는 '성적')일 때 이를 이용해 기울기  $a$ 를 구하는 방법은 다음과 같음

$$a = \frac{(x - x \text{ 평균})(y - y \text{ 평균}) \text{의 합}}{(x - x \text{ 평균})^2 \text{의 합}}$$

→ 이것이 바로 최소 제곱법임



### 3 | 최소 제곱법

- $x$ 의 편차(각 값과 평균과의 차이)를 제공해서 합한 값을 분모로 놓고,  $x$ 와  $y$ 의 편차를 곱해서 합한 값을 분자로 놓으면 기울기가 나온다는 뜻임
  - 공부한 시간( $x$ ) 평균:  $(2 + 4 + 6 + 8) \div 4 = 5$
  - 성적( $y$ ) 평균:  $(81 + 93 + 91 + 97) \div 4 = 90.5$
- 이를 위 식에 대입하면 다음과 같음

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{(2-5)(81-90.5) + (4-5)(93-90.5) + (6-5)(91-90.5) + (8-5)(97-90.5)}{(2-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + (8-5)^2} \\
 &= \frac{46}{20} \\
 &= 2.3
 \end{aligned}$$



### 3 | 최소 제곱법

- 다음은  $y$ 절편인  $b$ 를 구하는 공식임

$$b = y\text{의 평균} - (x\text{의 평균} \times \text{기울기 } a)$$

- 즉,  $y$ 의 평균에서  $x$ 의 평균과 기울기의 곱을 빼면  $b$ 의 값이

$$\begin{aligned} b &= 90.5 - (2.3 \times 5) \\ &= 79 \end{aligned}$$

- $y = 2.3x + 79$  예측 값을 구하기 위한 직선의 방정식이 완성됨



### 3 | 최소 제곱법

- 예측 값 :

$x$ 를 대입했을 때 나오는  $y$ 값

공부한 시간	2	4	6	8
성적	81	93	91	97
예측 값	83.6	88.2	92.8	97.4

표 3-1 최소 제곱법 공식으로 구한 성적 예측 값



### 3 | 최소 제곱법

- 좌표 평면에 이 예측 값을 찍어 보자

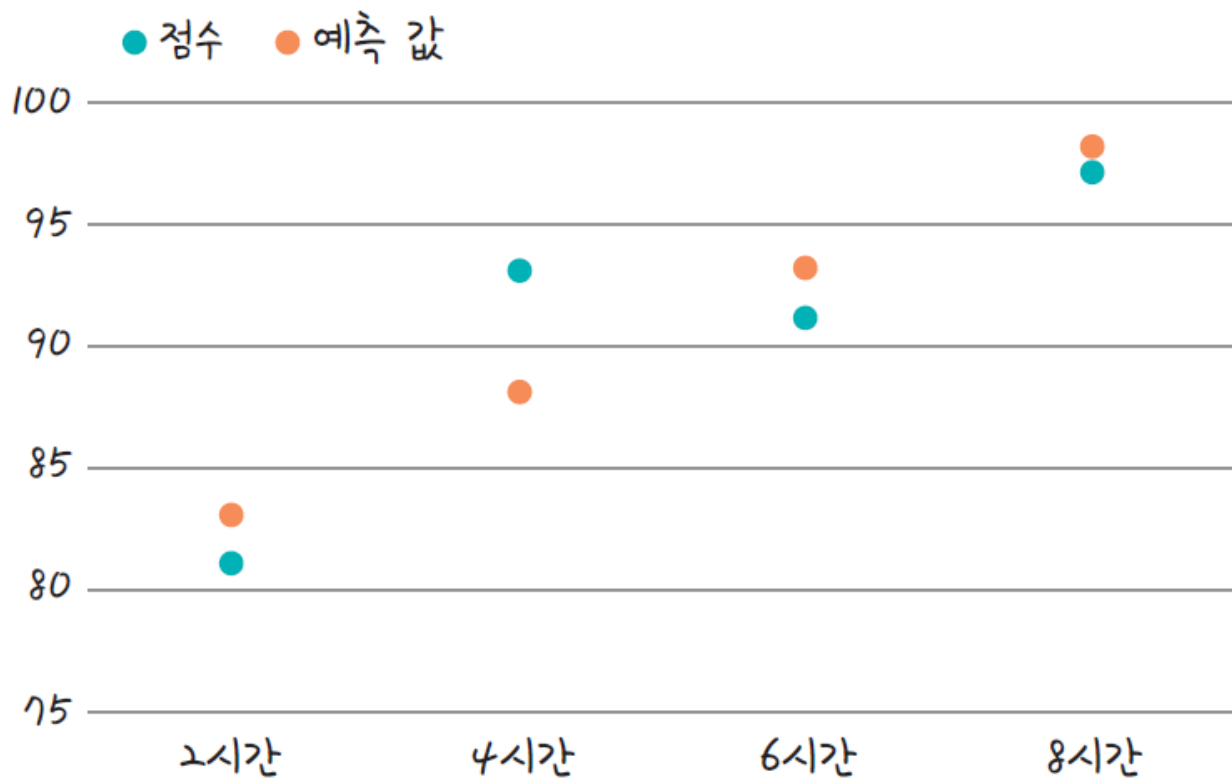


그림 3-2 공부한 시간, 성적, 예측 값을 좌표로 표현



### 3 | 최소 제곱법

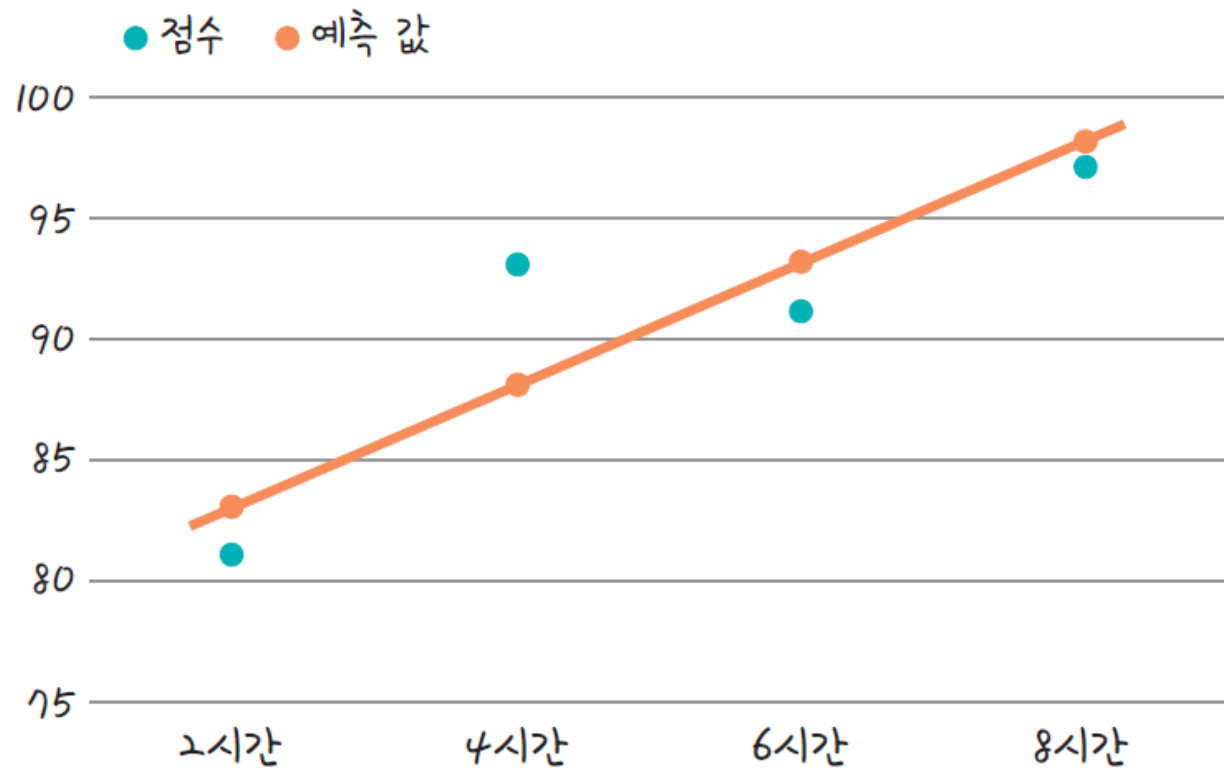


그림 3-3 오차가 최저가 되는 직선의 완성



### 3 | 최소 제곱법

- 이것이 바로 오차가 가장 적은, 주어진 좌표의 특성을 가장 잘 나타내는 직선임
- 우리가 원하는 예측 직선임
- 이 직선에 우리는 다른  $x$  값(공부한 시간)을 집어넣어서 '공부량에 따른 성적을 예측'할 수 있음



## 4 | 코딩으로 확인하는 최소 제곱

- 넘파이 라이브러리를 불러옴
- 앞서 나온 데이터 값을 '리스트' 형식으로 다음과 같이 x와 y로 정의함

```
import numpy as np
```

```
x = [2, 4, 6, 8]
```

```
y = [81, 93, 91, 97]
```

TIP

파이썬 리스트를 만들려면 다음과 같이 리스트 이름을 정한 후 대괄호([ ])로 감싼 요소들을 쉼표(,)로 구분해 대입하면 됩니다.

리스트 이름 = [요소 1, 요소 2, 요소 3, ...]





## 4 | 코딩으로 확인하는 최소 제곱

- 이제 최소 제곱근 공식으로 기울기  $y$ 와  $b$ 절편  $a$ 의 값을 구해보자
- $x$ 의 모든 원소의 평균을 구하는 넘파이 함수는 `mean()`임
- `mx`라는 변수에  $x$ 원소들의 평균값을, `my`에  $y$ 원소들의 평균값을 입력

```
mx = np.mean(x)
```

```
my = np.mean(y)
```



## 4 | 코딩으로 확인하는 최소 제곱

- 최소 제곱근 공식 중 분모의 값, 즉 'x의 각 원소와 x의 평균값들의 차를 제곱하라'는 파이썬 명령을 만들 차례임
- 다음과 같이 divisor라는 변수를 만들어 구현할 수 있음

```
divisor = sum([(i - mx)**2 for i in x])
```

TIP

- sum()은  $\Sigma$ 에 해당하는 함수입니다
- \*\*2는 제곱을 구하라는 의미입니다.
- for i in x는 x의 각 원소를 한 번씩 i 자리에 대입하라는 의미입니다.



## 4 | 코딩으로 확인하는 최소 제곱

- 이제 분자에 해당하는 부분을 구함
- $x$ 와  $y$ 의 편차를 곱해서 합한 값을 구하면 됨
- 다음과 같이 새로운 함수를 정의하여 dividend 변수에 분자의 값을 저장함

```
def top(x, mx, y, my):  
    d = 0  
    for i in range(len(x)):  
        d += (x[i] - mx) * (y[i] - my)  
    return d  
dividend = top(x, mx, y, my)
```



## 4 | 코딩으로 확인하는 최소 제공

- 임의의 변수  $d$ 의 초깃값을 0으로 설정한 뒤  $x$ 의 개수만큼 실행함
- $d$ 에  $x$ 의 각 원소와 평균의 차,  $y$ 의 각 원소와 평균의 차를 곱해서 차례로 더하는 최소 제공법을 그대로 구현함

TIP

def는 함수를 만들 때 사용하는 예약어입니다. 여기서는 `top()`이라는 함수를 새롭게 만들었고, 그 안에 최소 제공법의 분자식을 그대로 가져와 구현하였습니다.



## 4 | 코딩으로 확인하는 최소 제곱

- 이제 위에서 구한 분모와 분자를 계산하여 기울기  $a$ 를 구함

```
a = dividend / divisor
```

- $a$ 를 구하고 나면  $y$ 절편을 구하는 공식을 이용해  $b$ 를 구할 수 있음

```
b = my - (mx*a)
```



## 4 | 코딩으로 확인하는 최소 제곱

### 코드 3-1 선형 회귀 실습

- 예제 소스: deeplearning\_class/01\_Linear\_Square\_Method.ipynb

```
import numpy as np
```

```
# x 값과 y 값
```

```
x=[2, 4, 6, 8]
```

```
y=[81, 93, 91, 97]
```



## 4 | 코딩으로 확인하는 최소 제곱

# x와 y의 평균값

```
mx = np.mean(x)
```

```
my = np.mean(y)
```

```
print("x의 평균값:", mx)
```

```
print("y의 평균값:", my)
```

# 기울기 공식의 분모

```
divisor = sum([(mx - i)**2 for i in x])
```



## 4 | 코딩으로 확인하는 최소 제곱

# 기울기 공식의 분자

```
def top(x, mx, y, my):  
    d = 0  
    for i in range(len(x)):  
        d += (x[i] - mx) * (y[i] - my)  
    return d  
  
dividend = top(x, mx, y, my)  
  
print("분모:", divisor)  
print("분자:", dividend)
```





## 4 | 코딩으로 확인하는 최소 제곱

```
# 기울기와 y 절편 구하기
```

```
a = dividend / divisor
```

```
b = my - (mx*a)
```

```
# 출력으로 확인
```

```
print("기울기 a =", a)
```

```
print("y 절편 b =", b)
```



## 4 | 코딩으로 확인하는 최소 제곱

실행  
결과



x의 평균값: 5.0

y의 평균값: 90.5

분모: 20.0

분자: 46.0

기울기  $a = 2.3$

y 절편  $b = 79.0$



## 5 | 평균 제곱 오차

- 여러 개의 입력 값을 계산할 때는 임의의 선을 그리고 난 후, 이 선이 얼마나 잘 그려졌는지를 평가하여 조금씩 수정해 가는 방법을 사용함
- 이를 위해 주어진 선의 오차를 평가하는 오차 평가 알고리즘이 필요함



## 6 | 잘못 그은 선 바로잡기

- 모든 딥러닝 프로젝트는 여러 개의 입력 변수를 다룸
- 가장 많이 사용하는 방법은 '일단 그리고 조금씩 수정해 나가기' 방식임
- 가설을 하나 세운 뒤 이 값이 주어진 요건을 충족하는지 판단하여 조금씩 변화를 줌
- 이 변화가 긍정적이면 오차가 최소가 될 때까지 이 과정을 계속 반복하는 방법
- 이는 딥러닝을 가능하게 해 주는 가장 중요한 원리 중 하나임



## 6 | 잘못 그은 선 바로잡기

- 선을 긋고 나서 수정하는 과정에서 빠지면 안 되는 것이 있음
- 나중에 그린 선이 먼저 그린 선보다 더 좋은지 나쁜지를 판단하는 방법임
- 즉, 각 선의 오차를 계산할 수 있어야 하고, 오차가 작은 쪽으로 바꾸는 알고리즘이 필요함



## 6 | 잘못 그은 선 바로잡기

- 지금부터 오차를 계산하는 방법을 알아보자

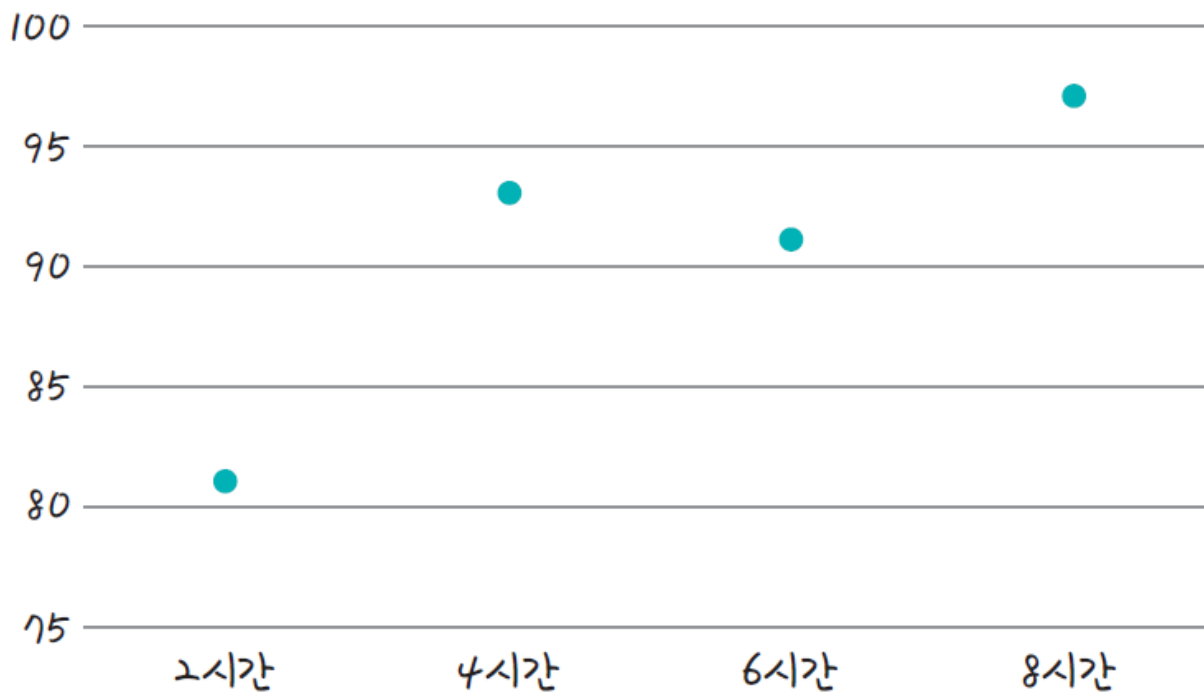


그림 3-4 공부한 시간과 성적의 관계도



## 6 | 잘못 그은 선 바로잡기

- 임의의 값을 대입한 뒤 오차를 구하고 이 오차를 최소화하는 방식을 사용해서 최종  $a$ 와 최종  $b$ 의 값을 구해 보자
- 대강 선을 그어보기 위해서 기울기  $a$ 와 절편  $y$ 를 임의의 수 3과 76이라고 가정해 보자

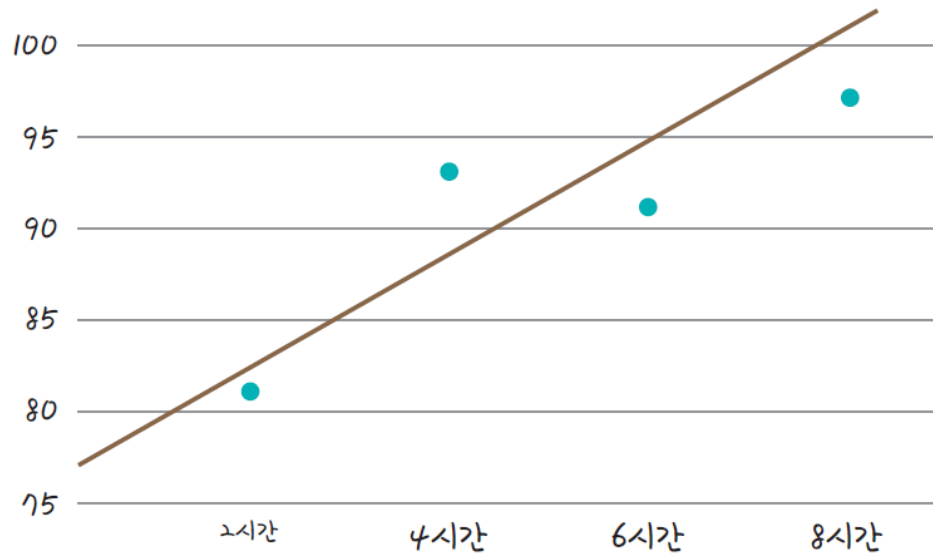


그림 3-5 임의의 직선 그려보기



## 6 | 잘못 그은 선 바로잡기

- 그림 3-5와 같은 임의의 직선이 어느 정도의 오차가 있는지를 확인하려면 각 점과 그래프 사이의 거리를 재면 됨

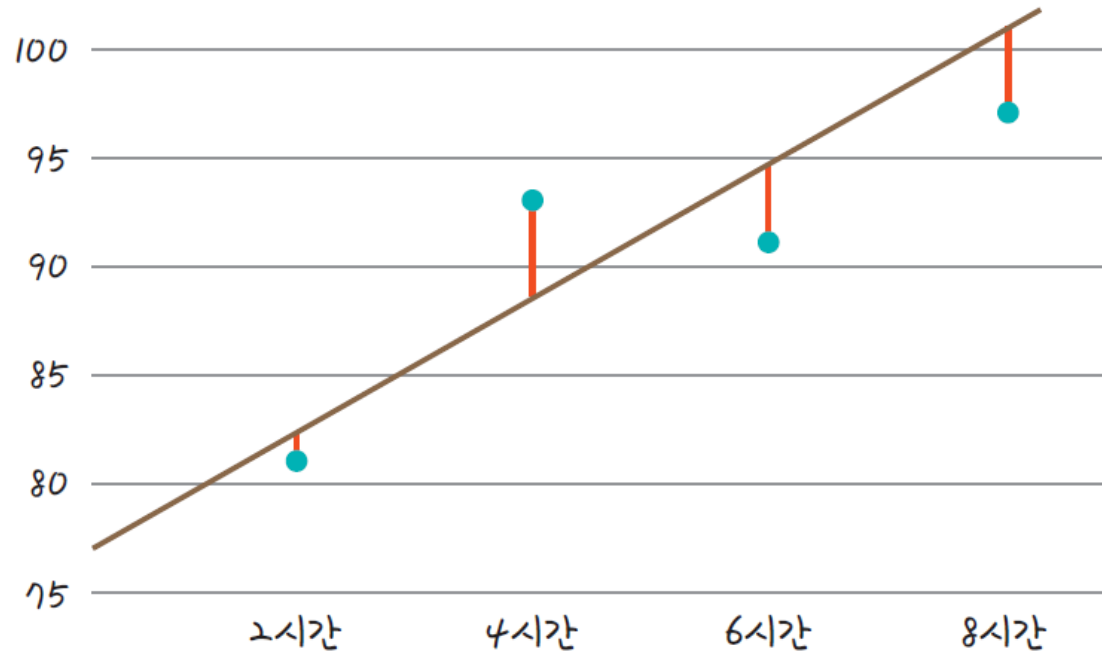


그림 3-6 임의의 직선과 실제 값 사이의 거리



## 6 | 잘못 그은 선 바로잡기

- 그림 3-6에서 볼 수 있는 빨간색 선은 직선이 잘 그어졌는지를 나타냄
- 이 직선들의 합이 작을수록 잘 그어진 직선이고, 이 직선들의 합이 클수록 잘못 그어진 직선이 됨

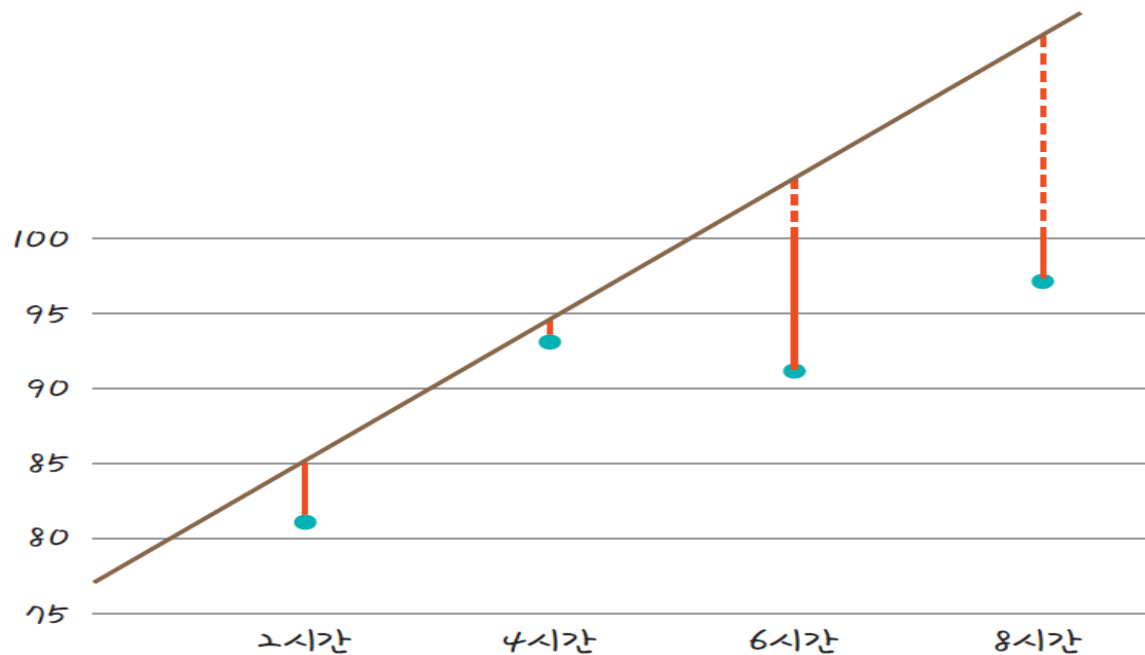


그림 3-7 기울기를 너무 크게 잡았을 때의 오차



## 6 | 잘못 그은 선 바로잡기

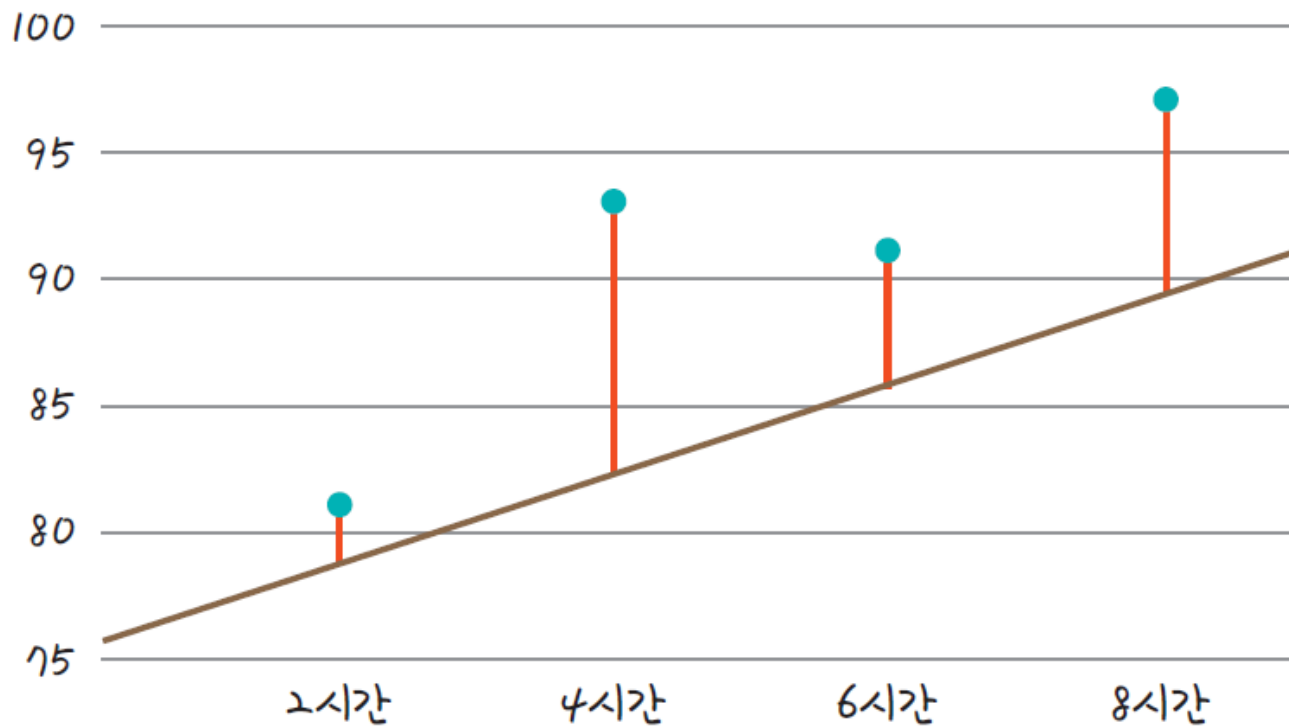


그림 3-8 기울기를 너무 작게 잡았을 때의 오차



## 6 | 잘못 그은 선 바로잡기

- 그래프의 기울기가 잘못 되었을수록 빨간색 선의 거리의 합, 즉 오차의 합도 커짐
- 만약 기울기가 무한대로 커지면 오차도 무한대로 커지는 상관관계가 있는 것을 알 수 있음
- 거리는 입력 데이터에 나와 있는  $y$ 의 '실제 값'과  $x$ 를  
의 식에 대입해서 나오는 '예측 값'과의 차이를 통해 구할 수 있음

$$\text{오차} = \text{예측 값} - \text{실제 값}$$



## 6 | 잘못 그은 선 바로잡기

공부한 시간(x)	2	4	6	8
성적(실제 값, y)	81	93	91	97
예측 값	82	88	94	100
오차	1	-5	3	3

표 3-3 주어진 데이터에서 오차 구하기

- 이렇게 해서 구한 오차를 모두 더하면  $1 + (-5) + 3 + 3 = 2$ 가 됨
- 이 값은 오차가 실제로 얼마나 큰지를 가늠하기에는 적합하지 않음
- 오차에 양수와 음수가 섞여 있어서 오차를 단순히 더해 버리면 합이 0이 될 수도 있기 때문임
- 부호를 없애야 정확한 오차를 구할 수 있음



## 6 | 잘못 그은 선 바로잡기

- 오차의 합을 구할 때는 각 오차의 값을 제공해 줌

$$\text{오차의 합} = \sum_i^n (\hat{y}_i - y_i)^2$$

- 여기서  $i$  는  $x$ 가 나오는 순서를,  $n$ 은  $x$ 원소의 총 개수를 의미함
- $\hat{y}_i$ 는  $x_i$ 에 대응하는 '실제 값'이고  $y_i$ 는  $x_i$ 가 대입되었을 때 직선의 방정식(여기서는  $p = 3x + 76$ )이 만드는 '예측 값'임
- 이 식으로 오차의 합을 다시 계산하면  $1 + 25 + 9 + 9 = 44$ 임



## 6 | 잘못 그은 선 바로잡기

- 평균 제곱 오차(Mean Squared Error, MSE) :

오차의 합에 이어 각  $x$  값의 평균 오차를 이용함

위에서 구한 값을  $n$ 으로 나누면 오차 합의 평균을 구할 수 있음

$$\text{평균 제곱 오차(MSE)} = \frac{1}{n} \sum (\hat{y}_i - y_i)^2$$

- 선형 회귀란 :

임의의 직선을 그어 이에 대한 평균 제곱 오차를 구하고, 이 값을 가장 작게 만들어 주는  $a$ 와  $b$  값을 찾아가는 작업임



## 7 | 코딩으로 확인하는 평균 제곱 오차

- 이제 앞서 알아본 평균 제곱 오차를 파이썬으로 구현해 보자

```
fake_a_b = [3, 76]
```



## 7 | 코딩으로 확인하는 평균 제공 오차

- 이번에는 data라는 리스트를 만들어 공부한 시간과 이에 따른 성적을 각각 짝을지어 저장함
- x 리스트와 y 리스트를 만들어 첫 번째 값을 x 리스트에 저장하고 두 번째 값을 y 리스트에 저장함

```
data = [[2, 81], [4, 93], [6, 91], [8, 97]]  
x = [i[0] for i in data]  
y = [i[1] for i in data]
```

TIP

파이썬에서 i[0]은 i 값 중 첫 번째를, i[1]은 두 번째 값을 의미합니다.





## 7 | 코딩으로 확인하는 평균 제공 오차

- 다음은 내부 함수를 만들 차례임
- `predict()`라는 함수를 사용해 일차 방정식  $y = ax + b$ 를 구현함

```
def predict(x):  
    return fake_a_b[0]*x + fake_a_b[1]
```



## 7 | 코딩으로 확인하는 평균 제곱 오차

- 평균 제곱근 공식을 그대로 파이썬 함수로 옮기면 다음과 같음

$$\frac{1}{n} \sum (\hat{y}_i - y_i)^2$$

```
def mse(y_hat, y):  
    return ((y_hat-y) ** 2).mean()
```

- 여기서 \*\*2는 제곱을 구하라는 뜻이고, mean( )은 평균값을 구하라는 뜻
- 예측 값과 실제 값을 각각 mse( )라는 함수의 y\_hat와 y 자리에 입력해서 평균 제곱을 구함



## 7 | 코딩으로 확인하는 평균 제곱 오차

- 이제 `mse()` 함수에 데이터를 대입하여 최종값을 구하는 함수

```
def mse_val(predict_result, y):  
    return mse(np.array(predict_result), np.array(y))
```

- `predict_result`에는 앞서 만든 일차 방정식 함수 `predict()`의 결과값이 들어감
- 이 값과 `y` 값이 각각 예측 값과 실제 값으로 `mse()` 함수 안에 들어가게 됨



## 7 | 코딩으로 확인하는 평균 제곱 오차

- 이제 모든  $x$  값을 `predict()` 함수에 대입하여 예측 값을 구함
- 이 예측 값과 실제 값을 통해 최종값을 출력하는 코드를 다음과 같이 작성함

```
# 예측 값이 들어갈 빈 리스트
predict_result = []

# 모든 x 값을 한 번씩 대입하여
for i in range(len(x)):
    # 그 결과에 해당하는 predict_result 리스트를 완성
    predict_result.append(predict(x[i]))
    print("공부시간=%f, 실제 점수=%f, 예측 점수=%f" % (x[i], y[i],
    predict(x[i])))
```



## 7 | 코딩으로 확인하는 평균 제곱 오차

### 코드 3-2 선형 회귀 실습 2

- 예제 소스: deeplearning\_class/02\_Mean\_Squared\_Error.ipynb

```
import numpy as np
```

```
# 기울기 a와 y 절편 b
```

```
fake_a_b = [3, 76]
```

```
# x, y의 데이터 값
```

```
data = [[2, 81], [4, 93], [6, 91], [8, 97]]
```

```
x = [i[0] for i in data]
```

```
y = [i[1] for i in data]
```



## 7 | 코딩으로 확인하는 평균 제곱 오차

#  $y = ax + b$ 에  $a$ 와  $b$  값을 대입하여 결과를 출력하는 함수

```
def predict(x):  
    return fake_a_b[0]*x + fake_a_b[1]
```

# MSE 함수

```
def mse(y_hat, y):  
    return ((y_hat - y) ** 2).mean()
```

# MSE 함수를 각  $y$  값에 대입하여 최종 값을 구하는 함수

```
def mse_val(predict_result, y):  
    return mse(np.array(predict_result), np.array(y))
```



## 7 | 코딩으로 확인하는 평균 제곱 오차

```
# 예측 값이 들어갈 빈 리스트
```

```
predict_result = []
```

```
# 모든 x 값을 한 번씩 대입하여
```

```
for i in range(len(x)):
```

```
    # predict_result 리스트를 완성
```

```
    predict_result.append(predict(x[i]))
```

```
    print("공부한 시간=%.f, 실제 점수=%.f, 예측 점수=%.f" % (x[i], y[i],  
    predict(x[i])))
```

```
# 최종 MSE 출력
```

```
print("mse 최종값: " + str(mse_val(predict_result,y)))
```



## 7 | 코딩으로 확인하는 평균 제곱 오차

실행  
결과



공부한 시간=2, 실제 점수=81, 예측 점수=82

공부한 시간=4, 실제 점수=93, 예측 점수=88

공부한 시간=6, 실제 점수=91, 예측 점수=94

공부한 시간=8, 실제 점수=97, 예측 점수=100

mse 최종값: 11.0



## 4장 오차 수정하기: 경사 하강법

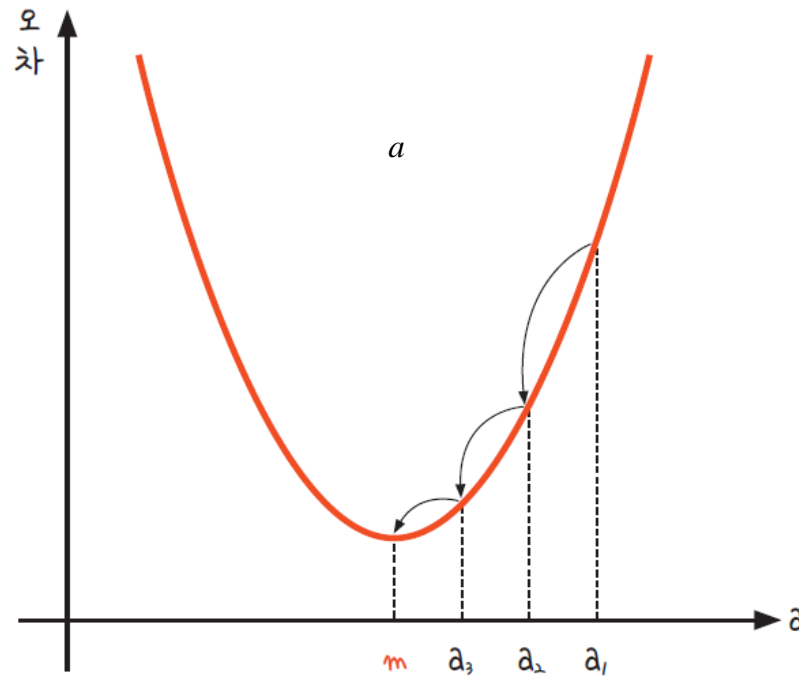
---

- 1 | 경사 하강법의 개요
- 2 | 학습률
- 3 | 코딩으로 확인하는 경사 하강법
- 4 | 다중 선형 회귀란
- 5 | 코딩으로 확인하는 다중 선형 회귀



## 4 오차 수정하기: 경사 하강법

- $a$ 를 무한대로 키우면 오차도 무한대로 커지고  $a$ 를 무한대로 작게 해도 역시 오차도 무한대로 커지는 이러한 관계는 이차 함수 그래프로 표현할 수 있음



**그림 4-1** 기울기  $a$ 와 오차와의 관계: 적절한 기울기를 찾았을 때 오차가 최소화된다.



## 4 오차 수정하기: 경사 하강법

- 컴퓨터를 이용해  $m$  의 값을 구하려면 임의의 한 점( $a_1$ )을 찍고  $m$ 이 점을  $a_1$ 에 가까운 쪽으로 점점 이동( $a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow a_3$ )시키는 과정이 필요함
- 경사 하강법( gradient descent) :  
그래프에서 오차를 비교하여 가장 작은 방향으로 이동시키는 방법이 있는데 바로 미분 기울기를 이용



## 1 | 경사 하강법의 개요

- $y = x^2$  그래프에서  $x$ 에 다음과 같이  $a_1$ ,  $m$  그리고  $a_2$ 을 대입하여 그 자리에서 미분하면 그림 4-2처럼 각 점에서의 순간 기울기가 그려짐

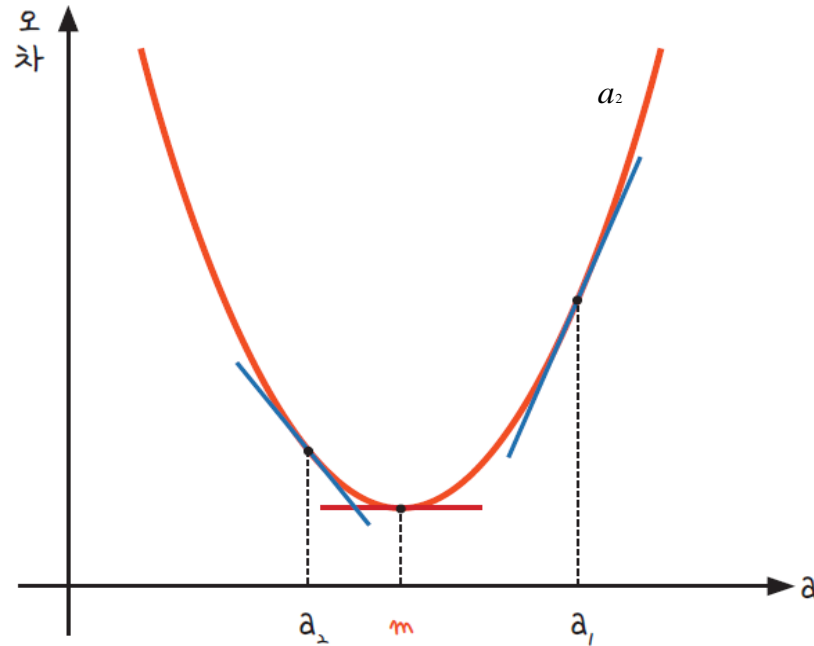


그림 4-2 순간 기울기가 0인 점이 곧 우리가 찾는 최솟값  $m$ 이다.



## 1 | 경사 하강법의 개요

- 여기서 눈여겨 봐야 할 것은 우리가 찾는 최솟값  $m$ 에서의 순간 기울기임
- 그래프가 이차 함수 포물선이므로 꼭짓점의 기울기는  $x$ 축과 평행한 선이 됨
- 즉, 기울기가 0임
- 우리가 할 일은 '미분 값이 0인 지점'을 찾는 것이 됨

1 |  $a_1$ 에서 미분을 구함

2 | 구해진 기울기의 반대 방향(기울기가 +면 음의 방향, -면 양의 방향)으로 얼마간 이동시킨  $a_2$ 에서 미분을 구함(그림 4-3 참조).

3 | 위에서 구한 미분 값이 0이 아니면 위 과정을 반복함



## 1 | 경사 하강법의 개요

- 그림 4-3처럼 기울기가 0인 한 점( $m$ )으로 수렴함

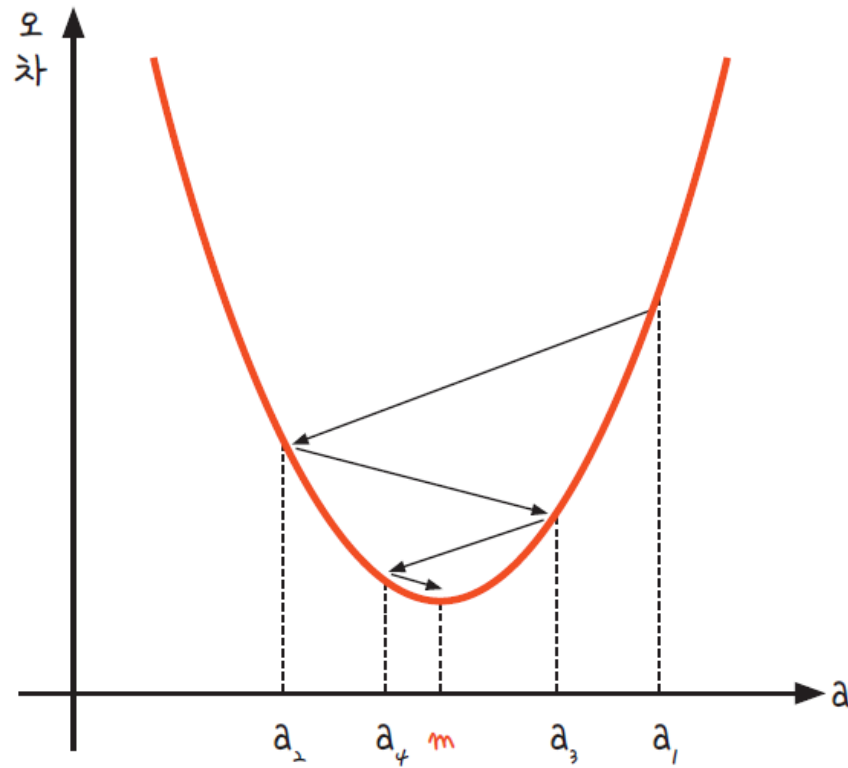


그림 4-3 최솟점  $m$ 을 찾아가는 과정



## 1 | 경사 하강법의 개요

- 경사 하강법 :

이렇게 반복적으로 기울기  $a$ 를 변화시켜서  $m$ 의 값을 찾아내는 방법을  
말함

## 2 | 학습률

- 기울기의 부호를 바꿔 이동시킬 때 적절한 거리를 찾지 못해 너무 멀리 이동시키면  $a$ 값이 한 점으로 모이지 않고 그림 4-4처럼 위로 치솟아 버림

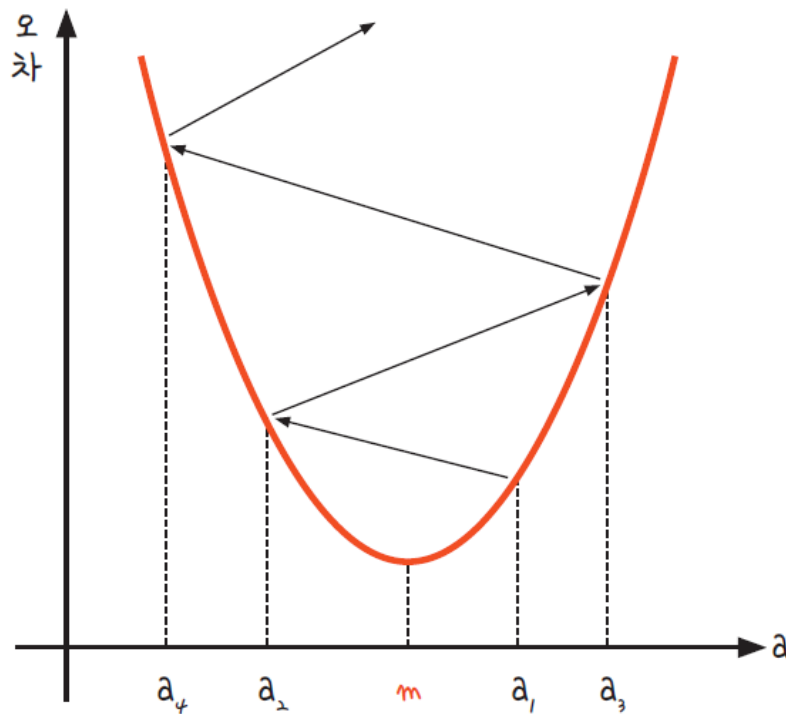


그림 4-4 학습률을 너무 크게 잡으면 한 점으로 수렴하지 않고 발산한다.





## 2 | 학습률

- 학습률 :  
어느 만큼 이동시킬지를 신중히 결정해야 하는데, 이때 이동 거리를  
정해주는 것
- 딥러닝에서 학습률의 값을 적절히 바꾸면서 최적의 학습률을 찾는 것은  
중요한 최적화 과정 중 하나임



## 2 | 학습률

- 경사 하강법
  - 오차의 변화에 따라 이차 함수 그래프를 만들고 적절한 학습률을 설정해 미분 값이 0인 지점을 구하는 것
  - $y$  절편  $b$ 의 값도 이와 같은 성질을 가지고 있음
  - $b$  값이 너무 크면 오차도 함께 커지고, 너무 작아도 오차가 커짐
  - 최적의  $b$  값을 구할 때 역시 경사 하강법을 사용함



### 3 | 코딩으로 확인하는 경사 하강법

- 최솟값을 구하기 위해서는 이차 함수에서 미분을 해야 함
- 그 이차 함수는 평균 제곱 오차를 통해 나온다는 것임
- 평균 제곱 오차의 식을 다시 옮겨 보면 다음과 같음

$$\frac{1}{n} \sum (\hat{y}_i - y_i)^2$$

- 여기서  $\hat{y}_i$ 은  $x_i$ 를 집어 넣었을 때의 값이므로  $y_i = ax_i + b$ 를 대입하면 다음과 같이 바뀜

$$\frac{1}{n} \sum ((ax_i + b) - y_i)^2$$



### 3 | 코딩으로 확인하는 경사 하강법

- 이 값을 미분할 때 우리가 궁금한 것은  $a$  와  $b$ 라는 것에 주의해야 함
- 식 전체를 미분하는 것이 아니라 필요한 값을 중심으로 미분해야 하기 때문임

$$a \text{로 편미분 한 결과} = \frac{2}{n} \sum (a x_i + b - y_i) x_i$$

$$b \text{로 편미분 한 결과} = \frac{2}{n} \sum (a x_i + b - y_i)$$



### 3 | 코딩으로 확인하는 경사 하강법

TIP

a로 편미분한 결과 유도 과정

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial a}MSE(a, b) &= \frac{1}{n} \sum [(ax_i + b - y_i)^2]' \\ &= \frac{2}{n} (ax_i + b - y_i) [(ax_i + b - y_i)]' \\ &= \frac{2}{n} \sum (ax_i + b - y_i) x_i\end{aligned}$$

b로 편미분한 결과 유도 과정

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial a}MSE(a, b) &= \frac{1}{n} \sum [(ax_i + b - y_i)^2]' \\ &= \frac{2}{n} (ax_i + b - y_i) [(ax_i + b - y_i)]' \\ &= \frac{2}{n} \sum (ax_i + b - y_i)\end{aligned}$$



### 3 | 코딩으로 확인하는 경사 하강법

- 이를 각각 파이썬 코드로 바꾸면 다음과 같음

```
y_pred = a * x_data + b # 오차 함수인  $y = ax + b$ 를 정의한 부분
```

```
error = y_data - y_pred # 실제값 - 예측값, 즉 오차를 구하는 식
```

```
# 평균 제곱 오차를 a로 미분한 결과
```

```
a_diff = -(2 / len(x_data)) * sum(x_data * (error))
```

```
# 평균 제곱 오차를 b로 미분한 결과
```

```
b_diff = -(2 / len(x_data)) * sum(y_data - y_pred)
```



### 3 | 코딩으로 확인하는 경사 하강법

- 여기에 학습률을 곱해 기존의  $a$ 값과  $b$ 값을 업데이트해 줌

```
a = a - lr * a_diff # 미분 결과에 학습률을 곱한 후 기존의 a값을 업데이트
```

```
b = b - lr * b_diff # 미분 결과에 학습률을 곱한 후 기존의 b값을 업데이트
```



### 3 | 코딩으로 확인하는 경사 하강법

- 중간 과정을 그래프로 표현하는 코드를 넣어 모두 정리하면 다음과 같이 코드가 완성됨

#### 코드 4-1 경사 하강법 실습

- 예제 소스: deeplearning\_class/03\_Linear\_Regression.ipynb

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

# 공부 시간 X와 성적 Y의 리스트를 만들기
data = [[2, 81], [4, 93], [6, 91], [8, 97]]
x = [i[0] for i in data]
y = [i[1] for i in data]
```





### 3 | 코딩으로 확인하는 경사 하강법

# 그래프로 나타내기

```
plt.figure(figsize=(8,5))
```

```
plt.scatter(x, y)
```

```
plt.show()
```

# 리스트로 되어 있는 x와 y 값을 넘파이 배열로 바꾸기(인덱스를 주어 하나씩 불러와 계산이 가능하게 하기 위함)

```
x_data = np.array(x)
```

```
y_data = np.array(y)
```

# 기울기 a와 절편 b의 값 초기화

```
a = 0
```

```
b = 0
```



### 3 | 코딩으로 확인하는 경사 하강법

```
# 학습률 정하기
```

```
lr = 0.05
```

```
# 몇 번 반복될지 설정(0부터 세므로 원하는 반복 횟수에 +1)
```

```
epochs = 2001
```

```
# 경사 하강법 시작
```

```
for i in range(epochs):      # 에포크 수만큼 반복
```

```
    y_pred = a * x_data + b  # y를 구하는 식 세우기
```

```
    error = y_data - y_pred  # 오차를 구하는 식
```

```
    # 오차 함수를 a로 미분한 값
```

```
    a_diff = -(1/len(x_data)) * sum(x_data * (error))
```

```
    # 오차 함수를 b로 미분한 값
```

```
    b_diff = -(1/len(x_data)) * sum(y_data - y_pred)
```



### 3 | 코딩으로 확인하는 경사 하강법

```
a = a - lr * a_diff # 학습률을 곱해 기존의 a값 업데이트
b = b - lr * b_diff # 학습률을 곱해 기존의 b값 업데이트

if i % 100 == 0:      # 100번 반복될 때마다 현재의 a값, b값 출력
    print("epoch=%.f, 기울기=%.04f, 절편=%.04f" % (i, a, b))

# 앞서 구한 기울기와 절편을 이용해 그래프를 다시 그리기
y_pred = a * x_data + b
plt.scatter(x, y)
plt.plot([min(x_data), max(x_data)], [min(y_pred), max(y_pred)])
plt.show()
```



### 3 | 코딩으로 확인하는 경사 하강법

실행  
결과



epoch=0, 기울기=23.2000, 절편=4.5250

epoch=100, 기울기=7.9316, 절편=45.3932

epoch=200, 기울기=4.7953, 절편=64.109

epoch=300, 기울기=3.4056, 절편=72.4022

(중략)

epoch=1800, 기울기=2.3000, 절편=79.0000

epoch=1900, 기울기=2.3000, 절편=79.0000

epoch=2000, 기울기=2.3000, 절편=79.0000



### 3 | 코딩으로 확인하는 경사 하강법

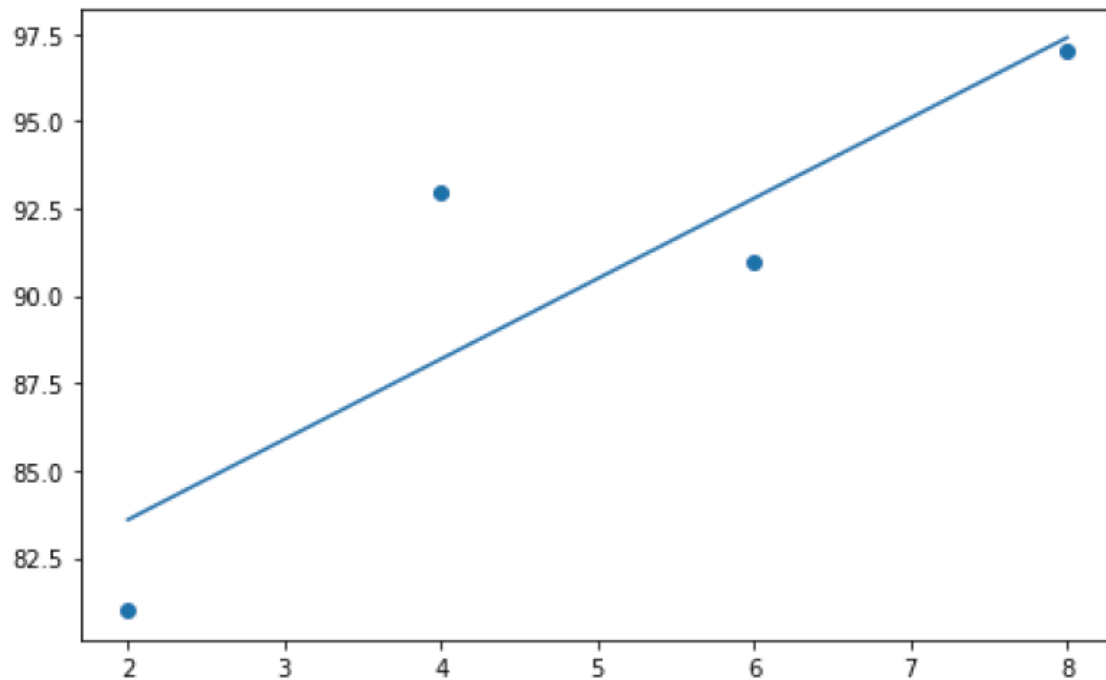


그림 4-5 그래프로 표현한 모

TIP

여기서 에포크(epoch)는 입력 값에 대해 몇 번이나 반복하여 실험했는지를 나타냅니다. 우리가 설정한 실험을 반복하고 100번마다 결과를 내놓습니다.



## 4 | 다중 선형 회귀란

- 더 정확한 예측을 하려면 추가 정보를 입력해야 하며, 정보를 추가해 새로운 예측값을 구하려면 변수의 개수를 늘려 다중 선형 회귀를

공부한 시간( $x_1$ )	2	4	6	8
과외 수업 횟수( $x_2$ )	0	4	2	3
성적( $y$ )	81	93	91	97

**표 4-1** 공부한 시간, 과외 수업 횟수에 따른 성적 데이터



## 4 | 다중 선형 회귀란

- 그럼 지금부터 두 개의 독립 변수  $x_1$  과  $x_2$  가 생긴 것임
- 이를 사용해 종속 변수  $y$ 를 만들 경우 기울기를 두 개 구해야 하므로 다음과 같은 식이 나옴

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + b$$



## 5 | 코딩으로 확인하는 다중 선형 회귀

- 이번에는  $x$ 의 값이 두 개이므로 다음과 같이 data 리스트를 만들고  $x_1$ 과  $x_2$ 라는 두 개의 독립 변수 리스트를 만들어 줌

```
data = [[2, 0, 81], [4, 4, 93], [6, 2, 91], [8, 3, 97]]  
x1 = [i[0] for i in data]  
x2 = [i[1] for i in data]  
y = [i[2] for i in data]
```





## 5 | 코딩으로 확인하는 다중 선형 회귀

- data가 그래프로 어떻게 보이는지를 확인해 보자
- 먼저  $x, y$  두 개의 축이던 이전과 달리  $x_1, x_2, y$  이렇게 세 개의 축이 필요함
- 3D 그래프를 그려주는 라이브러리를 아래와 같이 불러옴

```
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits import mplot3d # 3D 그래프 그리는 라이브러리 가져오기

ax = plt.axes(projection='3d')    # 그래프 유형 정하기
ax.set_xlabel('study_hours')
ax.set_ylabel('private_class')
ax.set_zlabel('Score')
ax.scatter(x1, x2, y)
plt.show()
```



## 5 | 코딩으로 확인하는 다중 선형 회귀

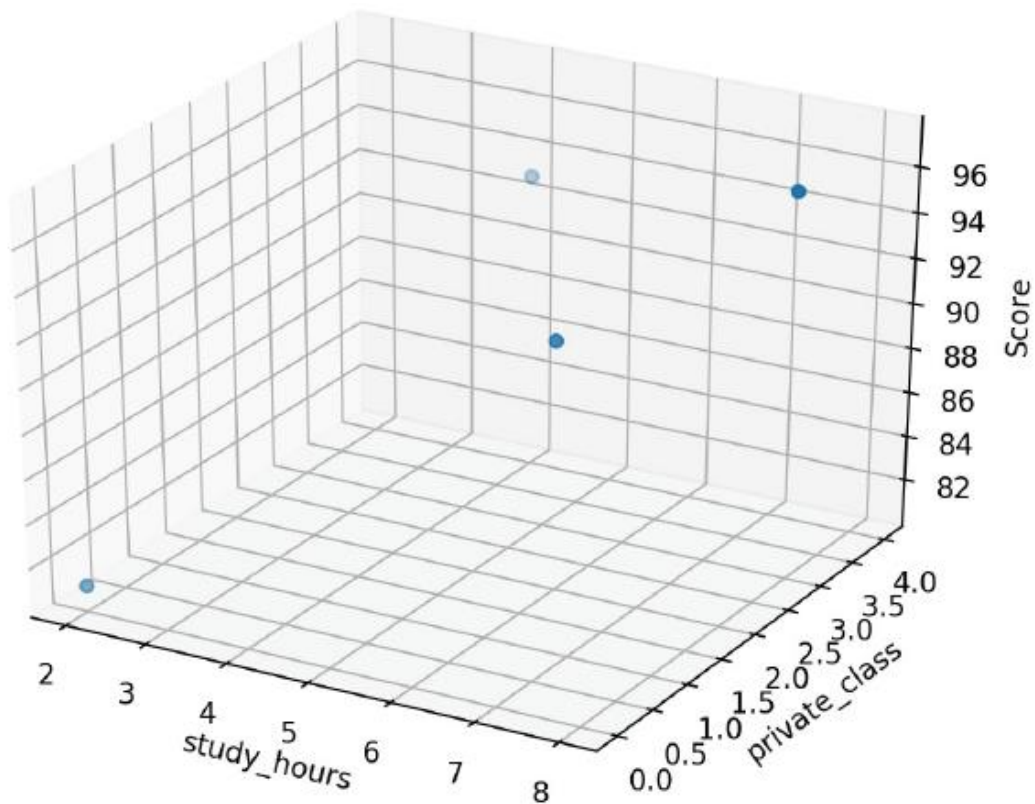


그림 4-6 축이 하나 더 늘어 3D로 배치된 모습



## 5 | 코딩으로 확인하는 다중 선형 회귀

- 이제  $x$  가 두 개가 되었으므로  $x_1$  과  $x_2$  두 가지의 변수를 지정함
- 각각의 값에 기울기  $a$  값이 다르므로 기울기도  $a_1$  과  $a_2$  이렇게 두 가지를 만듦
- 각각 앞서 했던 방법과 같은 방법으로 경사 하강법을 적용하고 학습률을 곱해 기존의 값을 업데이트 함

```
y_pred = a1 * x1_data + a2 * x2_data + b # y를 구하는 식을 세우기
```

```
error = y_data - y_pred # 오차를 구하는 식
```

```
a1_diff = -(1/len(x1_data)) * sum(x1_data * (error)) # 오차 함수를 a1로 미분한 값
```

```
a2_diff = -(1/len(x2_data)) * sum(x2_data * (error)) # 오차 함수를 a2로 미분한 값
```



## 5 | 코딩으로 확인하는 다중 선형 회귀

```
b_new = -(1/len(x1_data)) * sum(y_data - y_pred) # 오차 함수를 b로 미분한 값
a1 = a1 - lr * a1_diff # 학습률을 곱해 기존의 a1 값 업데이트
a2 = a2 - lr * a2_diff # 학습률을 곱해 기존의 a2 값 업데이트
b = b - lr * b_diff # 학습률을 곱해 기존의 b 값 업데이트
```



## 5 | 코딩으로 확인하는 다중 선형 회귀

### 코드 4-2 다중 선형 회귀 실습

- 예제 소스: deeplearning\_class/04\_Multi-Linear-Regression.ipynb

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits import mplot3d

# 공부 시간 X와 성적 Y의 리스트 만들기
data = [[2, 0, 81], [4, 4, 93], [6, 2, 91], [8, 3, 97]]
x1 = [i[0] for i in data]
x2 = [i[1] for i in data]
y = [i[2] for i in data]
```



## 5 | 코딩으로 확인하는 다중 선형 회귀

# 그래프로 확인

```
ax = plt.axes(projection='3d')
ax.set_xlabel('study_hours')
ax.set_ylabel('private_class')
ax.set_zlabel('Score')
ax.dist = 11
ax.scatter(x1, x2, y)
plt.show()
```

# 리스트로 되어 있는 x와 y 값을 넘파이 배열로 바꾸기(인덱스로 하나씩 불러와 계산할 수 있도록 하기 위함)

```
x1_data = np.array(x1)
x2_data = np.array(x2)
y_data = np.array(y)
```



## 5 | 코딩으로 확인하는 다중 선형 회귀

# 기울기 a와 절편 b의 값 초기화

a1 = 0

a2 = 0

b = 0

# 학습률

lr = 0.05

# 몇 번 반복할지 설정(0부터 세므로 원하는 반복 횟수에 +1)

epochs = 2001



## 5 | 코딩으로 확인하는 다중 선형 회귀

# 경사 하강법 시작

```
for i in range(epochs): # epoch 수 만큼 반복
```

```
    y_pred = a1 * x1_data + a2 * x2_data + b # y를 구하는 식 세우기
```

```
    error = y_data - y_pred # 오차를 구하는 식
```

```
    # 오차 함수를 a1로 미분한 값
```

```
    a1_diff = -(1/len(x1_data)) * sum(x1_data * (error))
```

```
    # 오차 함수를 a2로 미분한 값
```

```
    a2_diff = -(1/len(x2_data)) * sum(x2_data * (error))
```

```
    # 오차 함수를 b로 미분한 값
```

```
    b_new = -(1/len(x1_data)) * sum(y_data - y_pred)
```

```
    a1 = a1 - lr * a1_diff # 학습률을 곱해 기존의 a1 값 업데이트
```





## 5 | 코딩으로 확인하는 다중 선형 회귀

```
a2 = a2 - lr * a2_diff # 학습률을 곱해 기존의 a2 값 업데이트
b = b - lr * b_diff    # 학습률을 곱해 기존의 b값 업데이트

if i % 100 == 0:       # 100번 반복될 때마다 현재의 a1, a2, b 값 출력
    print("epoch=%.f, 기울기1=%.04f, 기울기2=%.04f, 절편=%.04f"
          % (i, a1, a2, b))
```



## 5 | 코딩으로 확인하는 다중 선형 회귀

실행  
결과



epoch=0, 기울기 1=23.2000, 기울기 2=10.5625, 절편=4.5250

epoch=100, 기울기 1=6.4348, 기울기 2=3.9893, 절편=43.9757

epoch=200, 기울기 1=3.7255, 기울기 2=3.0541, 절편=62.5766

epoch=300, 기울기 1=2.5037, 기울기 2=2.6323, 절편=70.9656

epoch=400, 기울기 1=1.9527, 기울기 2=2.4420, 절편=74.7491

epoch=500, 기울기 1=1.7042, 기울기 2=2.3562, 절편=76.4554

(중략)

epoch=1500, 기울기 1=1.5001, 기울기 2=2.2857, 절편=77.8567

epoch=1600, 기울기 1=1.5000, 기울기 2=2.2857, 절편=77.8569

epoch=1700, 기울기 1=1.5000, 기울기 2=2.2857, 절편=77.8570

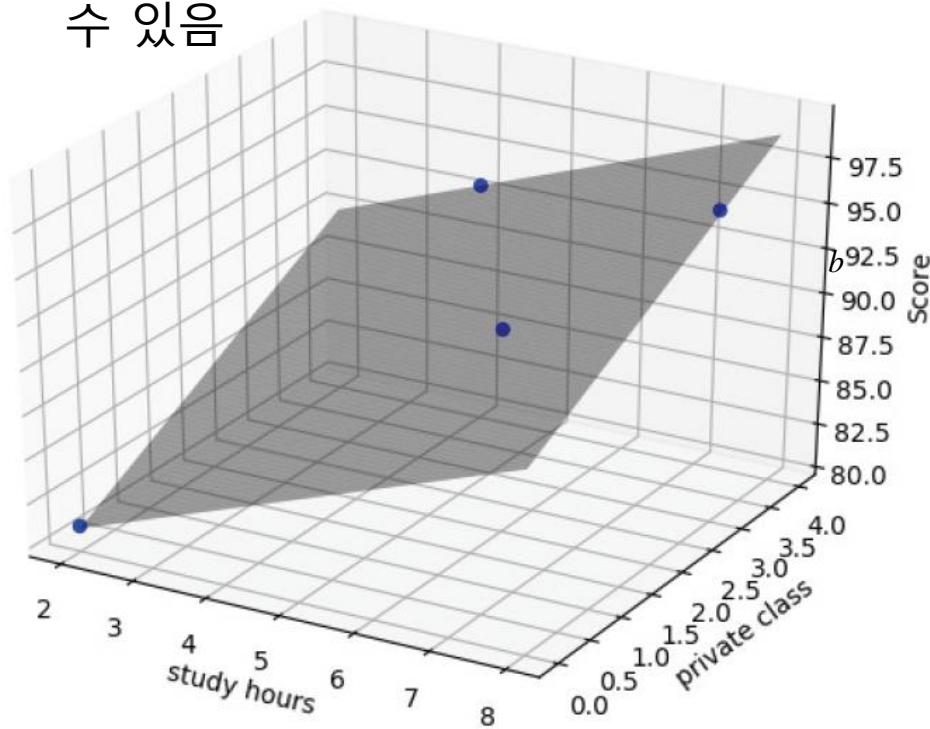
epoch=1800, 기울기 1=1.5000, 기울기 2=2.2857, 절편=77.8571

epoch=1900, 기울기 1=1.5000, 기울기 2=2.2857, 절편=77.8571

epoch=2000, 기울기 1=1.5000, 기울기 2=2.2857, 절편=77.8571

## 5 | 코딩으로 확인하는 다중 선형 회귀

- 다중 선형 회귀 문제에서의 기울기  $a_1$ ,  $a_2$ 와 절편  $b$ 의 값을 찾아 확인할 수 있음



**그림 4-7** 다중 선형 회귀의 그래프: 차원이 하나 더 늘어난 모습



## 5 | 코딩으로 확인하는 다중 선형 회귀

- 1차원 예측 직선이 3차원 '예측 평면'으로 바뀜
- 과외 수업 횟수(privateclass)라는 새로운 변수가 추가됨
- 1차원 직선에서만 움직이던 예측 결과가 더 넓은 평면 범위 안에서 움직이게 됨
- 이로 인해 좀 더 정밀한 예측을 할 수 있게 된 것임

## 5장 참 거짓 판단 장치: 로지스틱 회귀

---

- 1 | 로지스틱 회귀의 정의
- 2 | 시그모이드 함수
- 3 | 오차 공식
- 4 | 로그 함수
- 5 | 코딩으로 확인하는 로지스틱 회귀
- 6 | 로지스틱 회귀에서 퍼셉트론으로



## 5 참 거짓 판단 장치: 로지스틱 회귀

- 전달받은 정보를 놓고 참과 거짓 중에 하나를 판단해 다음 단계로 넘기는 장치들이 딥러닝 내부에서 쉬지 않고 작동함
- 딥러닝을 수행한다는 것은 겉으로 드러나지 않는 '미니 판단 장치'들을 이용해서 복잡한 연산을 해낸 끝에 최적의 예측 값을 내놓는 작업





## 5 참 거짓 판단 장치: 로지스틱 회귀

- 참인지 거짓인지를 구분하는 로지스틱 회귀의 원리를 이용해 '참, 거짓 미니 판단 장치'를 만들어 주어진 입력 값의 특징을 추출함
- 이를 저장해서 '모델(model)'을 만듦
- 누군가 비슷한 질문을 하면 지금까지 만들어 놓은 이 모델을 꺼내어 답을 함
  - 이것이 바로 딥러닝의 동작 원리임



## 1 | 로지스틱 회귀의 정의

- 직선으로 해결하기에는 적절하지 않은 경우도 있음
- 점수가 아니라 오직 합격과 불합격만 발표되는 시험이 있다고 하자

공부한 시간	2	4	6	8	10	12	14
합격 여부	불합격	불합격	불합격	합격	합격	합격	합격

표 5-1 공부한 시간에 따른 합격 여부





## 1 | 로지스틱 회귀의 정의

- 합격을 1, 불합격을 0이라 하고, 이를 좌표 평면에 표현하면 그림 5-1과 같음

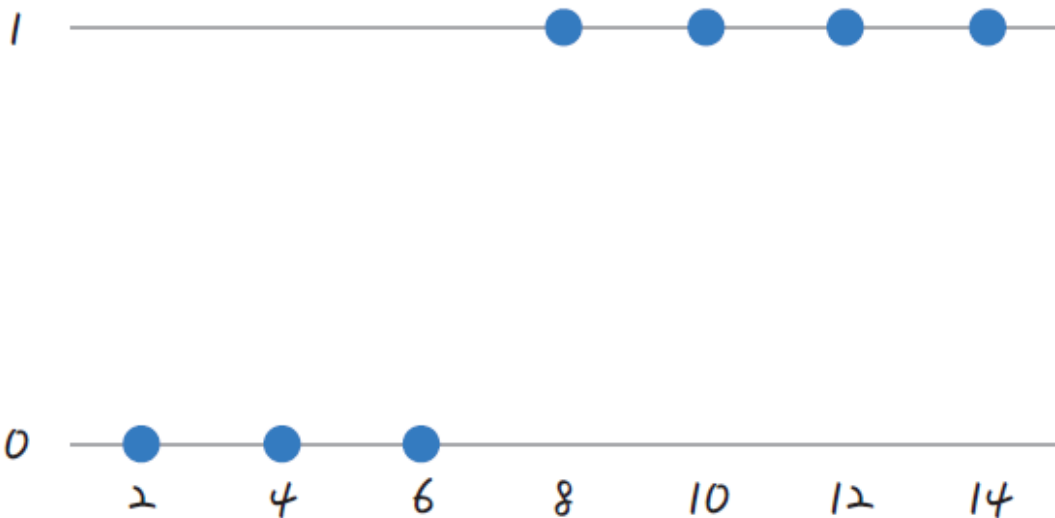


그림 5-1 합격과 불합격만 있을때의 좌표 표현



## 1 | 로지스틱 회귀의 정의

- 이 점들은 1과 0 사이의 값이 없으므로 직선으로 그리기가 어려움
- 점들의 특성을 정확하게 담아내려면 직선이 아니라 다음과 같이 S자

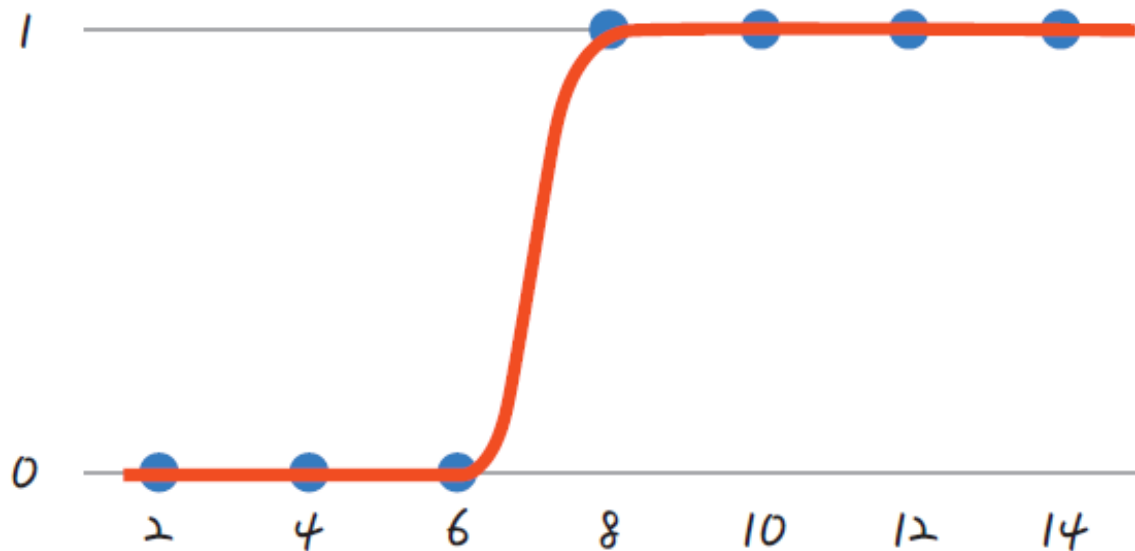


그림 5-2 각 점의 특성을 담은 선을 그었을 때



## 1 | 로지스틱 회귀의 정의

- 로지스틱 회귀 :
  - 선형 회귀와 마찬가지로 적절한 선을 그려가는 과정
- 다만 직선이 아니라, 참(1)과 거짓(0) 사이를 구분하는 S자 형태의 선을 그어 주는작업



## 2 | 시그모이드 함수

- 시그모이드 함수(sigmoid function) :  
S자 형태로 그래프가 그려지는 함수
- 시그모이드 함수를 이용해 로지스틱 회귀를 풀어나가는 공식은 다음과

$$y = \frac{1}{1 + e^{-(ax+b)}}$$



## 2 | 시그모이드 함수

- $a$  는 그래프의 경사도를 결정함

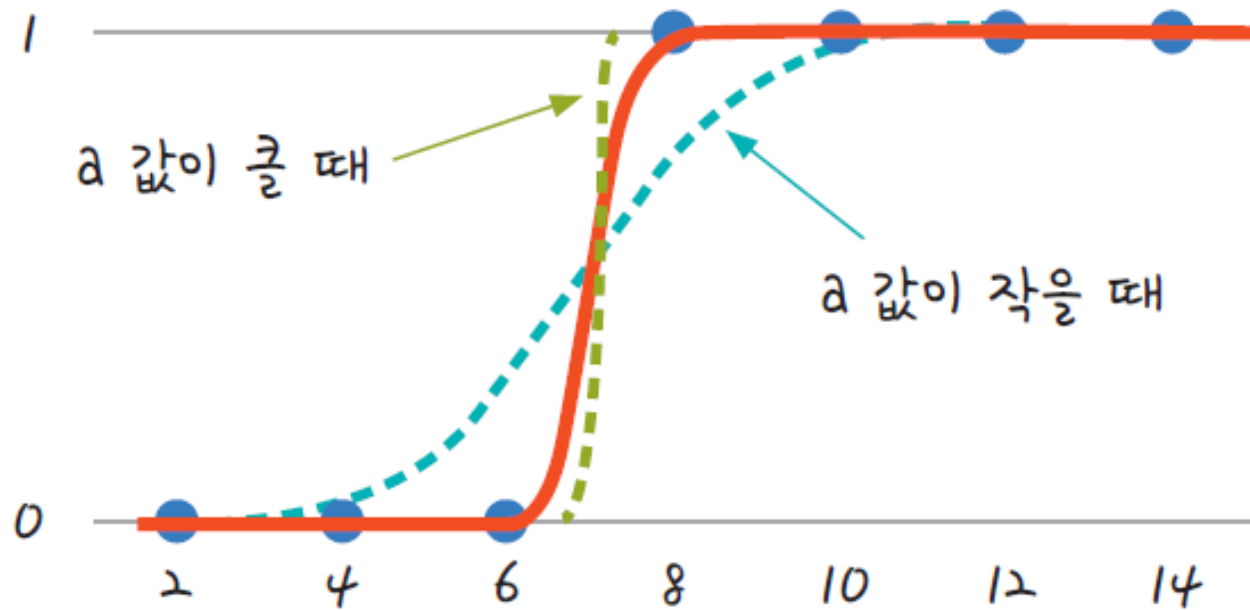


그림 5-3  $a$  값이 클 때와 작을 때의 그래프 변화



## 2 | 시그모이드 함수

- $b$  그래프의 좌우 이동을 의미함

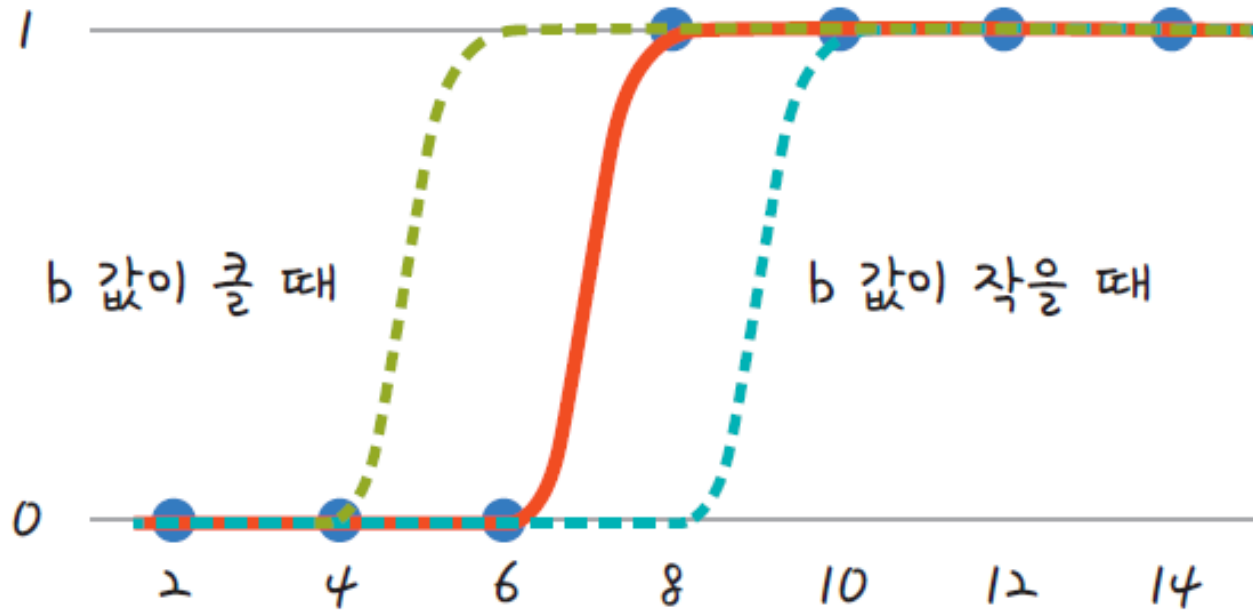
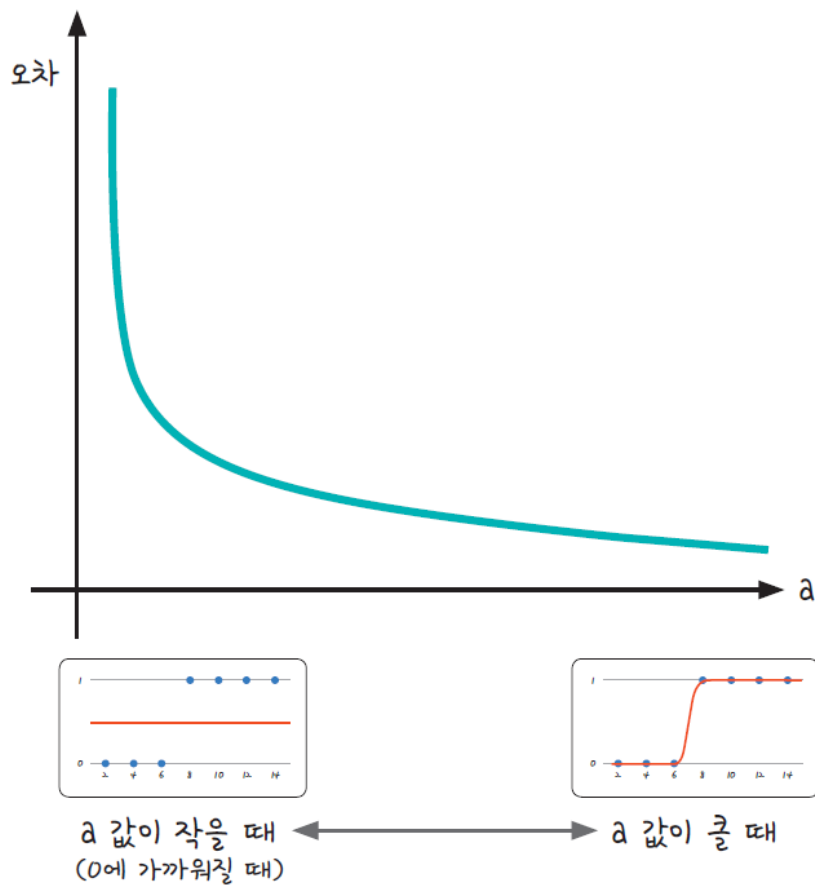


그림 5-4  $b$  값이 클 때와 작을 때의 그래프 변화



## 2 | 시그모이드 함수

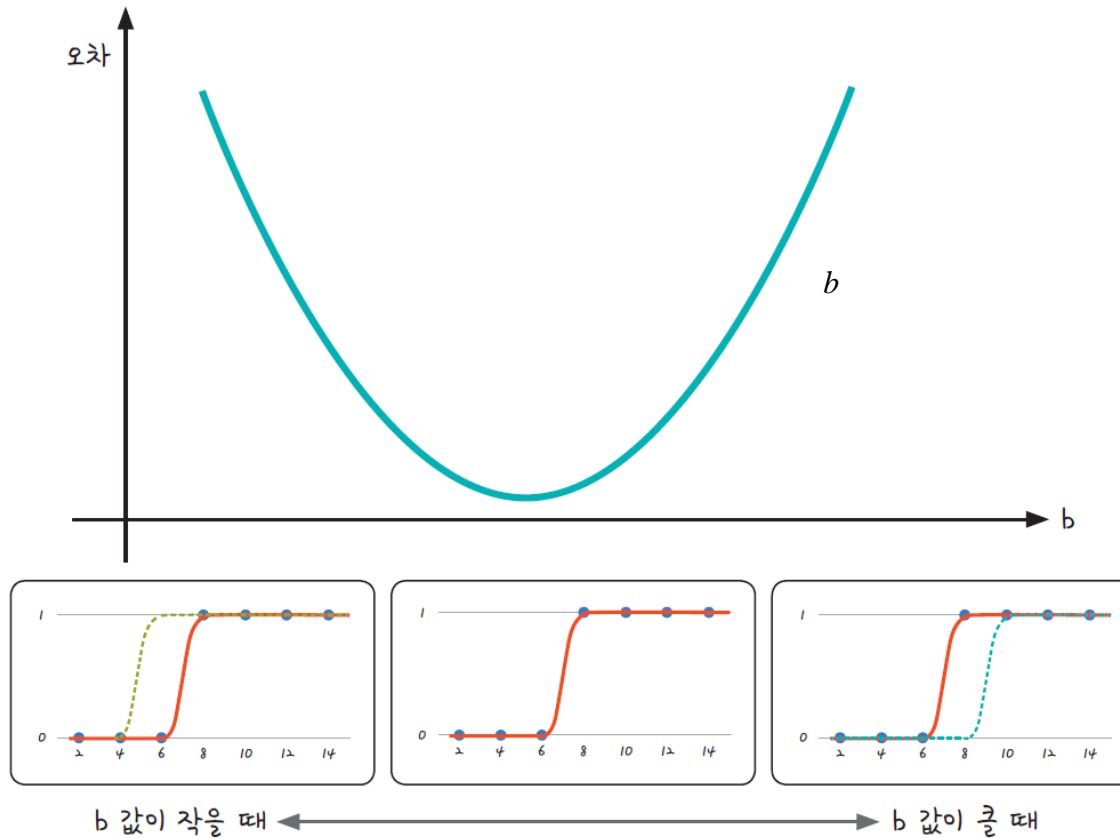


**그림 5-5** a와 오차와의 관계:a가 작아질수록 오차는 무한대로 커지지만, a가 커진다고 해서 오차가 없어지지 않는다.



## 2 | 시그모이드 함수

- $b$  값에 따른 오차의 그래프는 그림 5-6과 같음



**그림 5-6**  $b$ 와 오차와의 관계:  $b$  값이 너무 작아지거나 커지면 오차도 이에 따라 커진다.





### 3 | 오차 공식

- 경사 하강법은 먼저 오차를 구한 다음 오차가 작은 쪽으로 이동시키는 방법

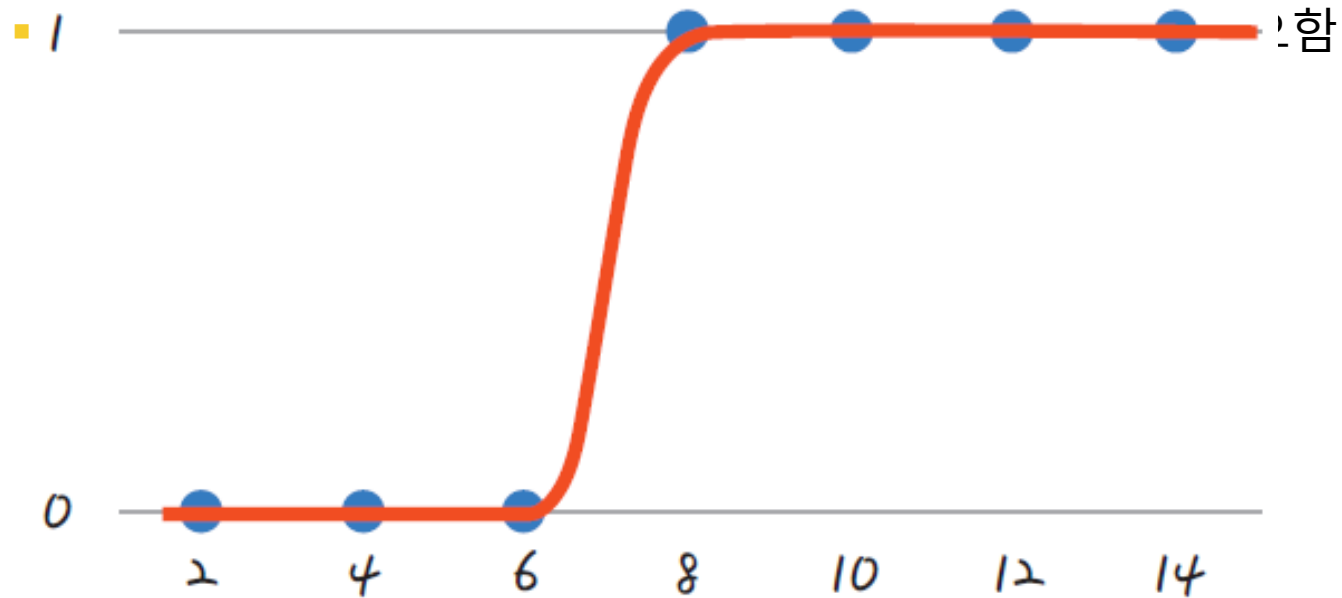


그림 5-7 시그모이드 함수 그래프



### 3 | 오차 공식

- 시그모이드 함수의 특징은  $y$  값이 0과 1 사이라는 것임
- 실제 값이 1일 때 예측 값이 0에 가까워지면 오차가 커짐
- 반대로, 실제 값이 0일 때 예측 값이 1에 가까워지는 경우에도 오차는 커짐
- 이를 공식으로 만들 수 있게 해 주는 함수가 바로 로그 함수임



## 4 | 로그 함수

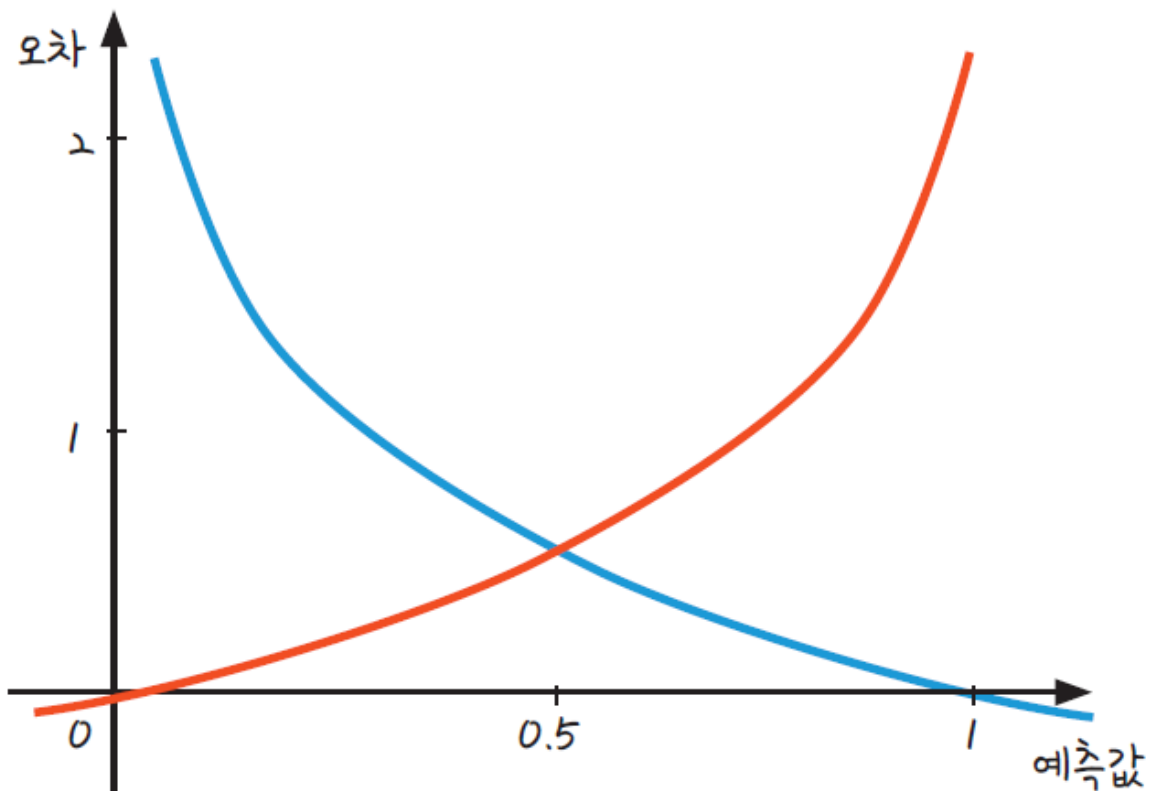


그림 5-8 실제 값이 1일 때(파란색)와 0일 때(빨간색) 로그 함수 그래프



## 4 | 로그 함수

- 파란색 선은 실제 값이 1일 때 사용할 수 있는 그래프임
- 예측 값이 1일 때 오차가 0이고, 반대로 예측 값이 0에 가까울수록 오차는 커짐
- 빨간색 선은 반대로 실제 값이 0일 때 사용할 수 있는 함수임
- 예측 값이 0일때 오차가 없고, 1에 가까워질수록 오차가 매우 커짐



## 4 | 로그 함수

- 파란색과 빨간색 그래프의 식은 각각  $-\log h$  와  $-\log(1 - h)$  임
- 실제 값이 1일 때는  $-\log h$  그래프를 쓰고, 0일 때는  $-\log(1 - h)$  그래프를 써야 함

$$-\underbrace{\{y\_data \log h\}}_A + \underbrace{\{(1 - y\_data) \log(1 - h)\}}_B$$

- 실제 값을  $y\_data$ 라 할 때, 이 값이 1이면 B 부분이 없어짐
- 반대로 0이면 A부분이 없어짐
- 실제 값에 따라 빨간색 그래프와 파란색 그래프를 각각 사용할 수 있게 됨



## 5 | 코딩으로 확인하는 로지스틱 회귀

- 로지스틱 회귀를 위해서는
  - 시그모이드 함수를 사용한다는 것
  - 0부터 1사이의 값을 가지는 특성 때문에 로그 함수를 함께 써야 한다는 것
- 이제 경사 하강법을 이용해  $a$ 와  $b$ 의 최적 값을 찾는 과정을 해 볼 차례임

```
data = [[2, 0], [4, 0], [6, 0], [8, 1], [10, 1], [12, 1], [14, 1]]
```

```
x_data = [i[0] for i in data]    # 공부한 시간 데이터
```

```
y_data = [i[1] for i in data]    # 합격 여부
```



## 5 | 코딩으로 확인하는 로지스틱 회귀

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
plt.scatter(x_data, y_data)
```

```
plt.xlim(0, 15)
```

```
plt.ylim(-.1, 1.1)
```



## 5 | 코딩으로 확인하는 로지스틱 회귀

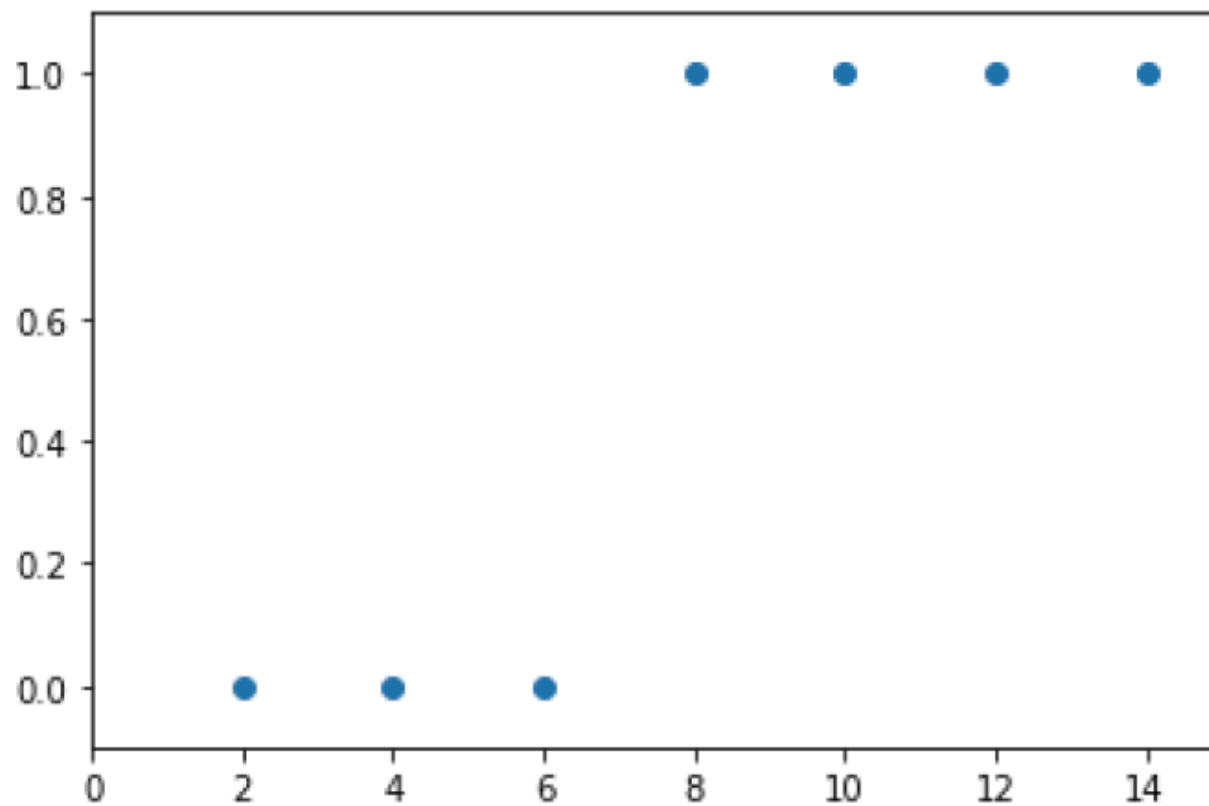


그림 5-9 공부 시간에 따른 합격 여부를 그래프로 나타낸 모습





## 5 | 코딩으로 확인하는 로지스틱 회귀

- 기울기와  $a$ 와 절편  $b$ 의 값을 초기화하고 학습률을 정함
- 학습률은 임의로 0.05로 정함

```
a = 0
```

```
b = 0
```

```
lr = 0.05 # 학습률
```

```
def sigmoid(x):
```

```
# sigmoid라는 이름의 함수 정의
```

```
    return 1 / (1 + np.e ** (-x)) # 시그모이드 식의 형태 그대로 파이썬으로 옮김
```



## 5 | 코딩으로 확인하는 로지스틱 회귀

- 경사 하강법을 시행할 순서임
- a와 b로 편미분한 값(a\_diff, b\_diff)에 학습률(lr)을 곱하여 각각 업데이트 하는 방법은 앞서 배운 선형 회귀와 같음
- 다만 오차를 구하는 함수가 다르므로 a\_diff과 b\_diff를 결정하는 식에 변화가 생김
- 로지스틱 회귀의 오차 함수는 조금 전에 배운 것을 이용해 다음과 같은 식으로 표시할 수 있음

$$-\frac{1}{n} \sum y \log h + (1 - y) \log (1 - h))$$



## 5 | 코딩으로 확인하는 로지스틱 회귀

- 이 식을 편미분한 후 파이썬 코드로 옮겨 놓은 결과가 다음과 같다는 것은 기억하기 바람

```
for i in range(2001):  
    for x_data, y_data in data:  
        # a에 관한 편미분. 앞서 정의한 sigmoid 함수 사용  
        a_diff = x_data*(sigmoid(a*x_data + b) - y_data)  
        # b에 관한 편미분  
        b_diff = sigmoid(a*x_data + b) - y_data  
        # a를 업데이트 하기 위해 a - diff에 학습률 lr을 곱한 값을 a에서 뺌  
        a = a - lr * a_diff  
        # b를 업데이트 하기 위해 b - diff에 학습률 lr을 곱한 값을 b에서 뺌  
        b = b - lr * b_diff
```



## 5 | 코딩으로 확인하는 로지스틱 회귀

### 코드 5-1 코딩으로 확인하는 로지스틱 회귀

- 예제 소스: deeplearnig\_class/05\_Logistic\_regression.ipynb

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

# 공부 시간 X와 합격 여부 Y의 리스트 만들기
data = [[2, 0], [4, 0], [6, 0], [8, 1], [10, 1], [12, 1], [14, 1]]

x_data = [i[0] for i in data]
y_data = [i[1] for i in data]
```



## 5 | 코딩으로 확인하는 로지스틱 회귀

# 그래프로 나타내기

```
plt.scatter(x_data, y_data)
```

```
plt.xlim(0, 15)
```

```
plt.ylim(-.1, 1.1)
```

# 기울기 a와 절편 b의 값 초기화

```
a = 0
```

```
b = 0
```

# 학습률

```
lr = 0.05
```



## 5 | 코딩으로 확인하는 로지스틱 회귀

# 시그모이드 함수 정의

```
def sigmoid(x):
```

```
    return 1 / (1 + np.e ** (-x))
```

# 경사 하강법 실행

# 1,000번 반복될 때마다 각 x\_data 값에 대한 현재의 a 값, b 값 출력

```
for i in range(2001):
```

```
    for x_data, y_data in data:
```

```
        a_diff = x_data*(sigmoid(a * x_data + b) - y_data)
```

```
        b_diff = sigmoid(a * x_data + b) - y_data
```

```
        a = a - lr * a_diff
```

```
        b = b - lr * b_diff
```

```
    if i % 1000 == 0:
```

```
        print("epoch=%.f, 기울기=%.04f, 절편=%.04f" % (i, a, b))
```



## 5 | 코딩으로 확인하는 로지스틱 회귀

```
# 앞서 구한 기울기와 절편을 이용해 그래프 그리기
plt.scatter(x, y)
plt.xlim(0, 15)
plt.ylim(-.1, 1.1)
x_range = (np.arange(0, 15, 0.1)) # 그래프로 나타낼 x 값의 범위 정하기
plt.plot(np.arange(0, 15, 0.1), np.array([sigmoid(a * x + b)
for x in x_range]))
plt.show()
```



## 5 | 코딩으로 확인하는 로지스틱 회귀

실행  
결과



epoch=0, 기울기=-0.0500, 절편=-0.0250

epoch=0, 기울기=-0.1388, 절편=-0.0472

epoch=0, 기울기=-0.2268, 절편=-0.0619

epoch=0, 기울기=0.1201, 절편=-0.0185

epoch=0, 기울기=0.2374, 절편=-0.0068

epoch=0, 기울기=0.2705, 절편=-0.0040

epoch=0, 기울기=0.2860, 절편=-0.0029

epoch=1000, 기울기=1.4978, 절편=-9.9401

epoch=1000, 기울기=1.4940, 절편=-9.9411

epoch=1000, 기울기=1.4120, 절편=-9.9547

epoch=1000, 기울기=1.4949, 절편=-9.9444

epoch=1000, 기울기=1.4982, 절편=-9.9440





## 5 | 코딩으로 확인하는 로지스틱 회귀

epoch=1000, 기울기=1.4984, 절편=-9.9440

epoch=1000, 기울기=1.4985, 절편=-9.9440

epoch=2000, 기울기=1.9065, 절편=-12.9489

epoch=2000, 기울기=1.9055, 절편=-12.9491

epoch=2000, 기울기=1.8515, 절편=-12.9581

epoch=2000, 기울기=1.9057, 절편=-12.9514

epoch=2000, 기울기=1.9068, 절편=-12.9513

epoch=2000, 기울기=1.9068, 절편=-12.9513

epoch=2000, 기울기=1.9068, 절편=-12.9513



## 5 | 코딩으로 확인하는 로지스틱 회귀

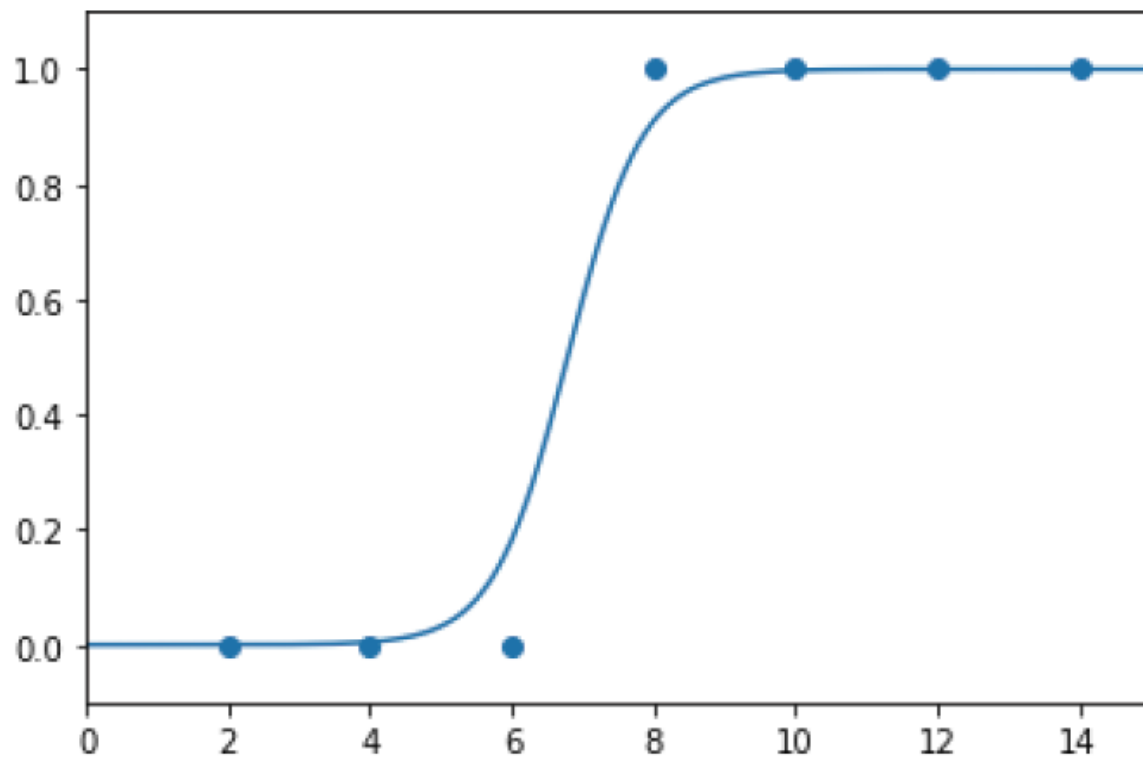


그림 5-10 시그모이드 형태로 출력된 그래프



## 5 | 코딩으로 확인하는 로지스틱 회귀

- 시그모이드 형태의 함수가 잘 만들어지도록  $a$ 와  $b$ 의 값이 수렴된 것을 알 수 있음
- 만약 여기에 입력 값이 추가되어 세 개 이상의 입력 값을 다룬다면 시그모이드 함수가 아니라 소프트맥스(softmax)라는 함수를 써야 함



## 6 | 로지스틱 회귀에서 퍼셉트론으로

- 입력 값을 통해 출력 값을 구하는 함수  $y$ 는 다음과 같이 표현할 수 있음

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + b$$

- 입력 값 :  
우리가 가진 값은  $x_1$ 과  $x_2$
- 출력 값 :  
계산으로 얻는 값  $y$
- 즉, 출력 값을 구하려면  $a_1$ 값,  $a_2$ 값 그리고  $b$ 값이 필요함



## 6 | 로지스틱 회귀에서 퍼셉트론으로

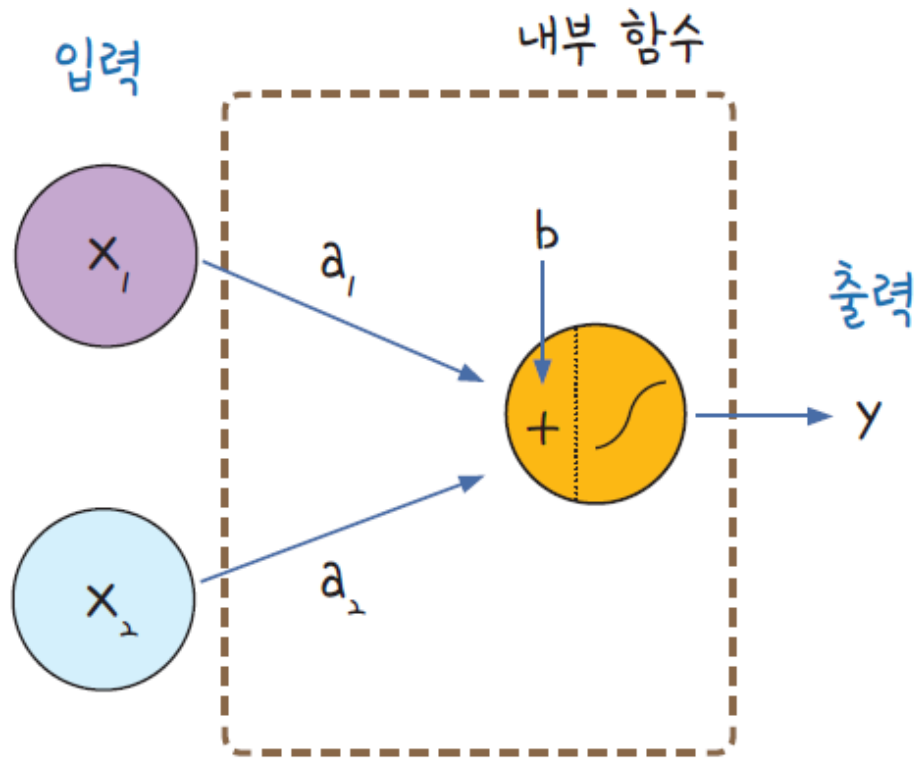


그림 5-11 로지스틱 회귀를 퍼셉트론 방식으로 표현한 예