第十章

10.1

1.(1) 参：$t\in\{0,1,\cdots\}$

状：$X_t\in\{0,1,\cdots\}$

(2) 参：$t\in R$

状：$X_t\in\{0,1,\cdots\}$

(3) 参：$t\in\{0,1,\cdots\}$

状：~~X_t~~ ~~$[0,1]$~~

$X_t=\{x\mid 0\le x<1\}$

2、$V=0$ 时

~~状~~ $t+b$，$t\in(0,+\infty)$

$t=2$ 时

$X_t=2V+2b$，$V\sim N(0,1)$

$\therefore X\sim(b+2,4)$

10.2 1. $\theta=\frac{\pi}{4}$：$x(t)=a\cos(t+\frac{\pi}{4})$，$-\infty<t<+\infty$

$\theta=\frac{\pi}{2}$，$x(t)=$ ~~$a\cos t$~~ $-a\sin t$，$-\infty<t<+\infty$

$\theta=\pi$ $x(t)=$ $-a\cos t$ $-\infty<t<+\infty$

(2) $t=\frac{\pi}{4}$ 时

$X(t)=a\cos(\frac{\pi}{4}+\Theta)$

$\Theta=\arccos\frac{x}{a}-\frac{\pi}{4}$

$f_x=f(\arccos\frac{x}{a}-\frac{\pi}{4})\cdot|a\cos\frac{x}{a}|$

$x\in[-a,a]$

即 $f_x=\begin{cases}\frac{1}{\pi}\cdot\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} & x\in(-a,a)\\ 0, & 其他.\end{cases}$

2、$F_1(x;1)=\begin{cases}0 & x<-1\\ \frac{1}{2} & -1\le x<1\\ 1 & x\ge 1\end{cases}$

$F_2(x_1,x_2;1,2)=\begin{cases}0, & x_1<-1 或 x_2<-2\\ \frac{1}{4}, & -1\le x_1<1 且 -2\le x_2<1\\ \frac{1}{2}, & -1\le x_1<1 且 x_2\ge 2 或 x_1\ge 1, -2\le x_2\le 2\\ 1, & x_1\ge 1 且 x_2\ge 2\end{cases}$

上一步错误写法 $X_1(t)=\cos\pi t$

出现反面 $X_2(t)=2t$

~~即~~ ~~$X(t)=\cos\pi t$~~

$-X t$

(2) $F_1(x;\frac{1}{2})=\begin{cases}1, & x\ge 1\\ \frac{1}{2}, & 0\le x<1\\ 0, & x<0.\end{cases}$

$F_1(x;1)=\begin{cases}1, & x\ge 2\\ \frac{1}{2}, & -1\le x<2\\ 0, & x<-1\end{cases}$

(3) $F_2(x_1,x_2;\frac{1}{2},1)=\begin{cases}0, & x_1<0 或 x_2<-1\\ \frac{1}{4} & 0\le x_1<1 且 -1\le x_2<2\\ \frac{1}{2} & (0\le x_1<1 且 x_2\ge 2) 或 (x_1\ge 1 且 -1\le x_2<2)\\ 1 & x_1\ge 1 且 x_2\ge 2\end{cases}$

10.3.

2、$E[Y(t)]=\int_{0}^{1} e^{-tx}\,dx=\frac{1-e^{-t}}{t}$

~~R_Y~~

$R_Y(t_1,t_2)=\int_0^1 e^{-t_1x}e^{-t_2x}\,dx=\frac{1-e^{-(t_1+t_2)}}{t_1+t_2}$

4. $R_X(t_1,t_2)=E[X(t_1)\cdot X(t_2)]$

$R_Y(t_1,t_2)=E\{[X(t_1+a)-X(t_1)][X(t_2+a)-X(t_2)]\}$

$=E[X(t_1+a)X(t_2+a)]+E[X(t_1)X(t_2)]$

$-E[X(t_1)X(t_2+a)]-E[X(t_2)X(t_1+a)]$

$=R_X(t_1+a,t_2+a)+R_X(t_1,t_2)$

$-R_X(t_1,t_2+a)-R_X(t_2,t_1+a)$

5、$E[Y(t)]=\int_{-\infty}^{x}1\cdot f(t)\,dt=P\{X(t)\le x\}$

$F_1(X(t);t_0)=P\{X(t)\le x\}$

$\therefore E[Y(t)]=F_1[X(t);t_0]$

$R_Y(t_1,t_2)=E[Y(t_1)\cdot Y(t_2)]=P\{X(t_1)\le x_1\}P\{X(t_2)\le x_2\}$

$=F_2(x_1,x_2;t_1,t_2)$.

得证