21371511
尹恺学

1.

e_1：射击未中
e_2：射击未中

$S=\{e_1e_1e_1, e_1e_1e_2, e_1e_2e_1, e_1e_2e_2, e_2e_1e_1, e_2e_1e_2, e_2e_2e_1, e_2e_2e_2\}$

(3) e_i：射击次数
$S=\{e_1, e_2, e_3, \cdots\}$

(5) $S=\{d \mid d>0\}$

4. (1) $A\bar{B}\bar{C}$

(2) $AB\bar{C}+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C$

(3) $AB\bar{C}+A\bar{B}C+\bar{A}BC$

(4) $A+B+C$

(5) $AB\bar{C}+A\bar{B}C+\bar{A}BC+ABC$

(6) $\bar{A}\bar{B}C+\bar{A}B\bar{C}+A\bar{B}\bar{C}+\bar{A}\bar{B}\bar{C}$

(7) $\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$

(8) ABC

(9) ~~AB~~ $\overline{A+B+C}$

6.(1) $(A+B)(A+\bar{B})$

$=AA+A\bar{B}+AB+B\bar{B}$

~~$=A(A+B)+(A+B)\bar{B}$~~

$=AA+A(B+\bar{B})+B\bar{B}$

$=A+A+\emptyset$

$=A$

习题1.2

2. $P=\frac{A_9^9}{A_{10}^{10}}=\frac{9!}{10!}=\frac{1}{10}$

答：概率为$\frac{1}{10}$

4. 证明：

设甲、乙、丙抽到难签的概率分别为A_1, A_2, A_3

$P(A_1)=\frac{C_4^1}{C_{10}^1}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

$P(A_2)=\frac{C_6^1C_4^1+C_4^1C_3^1}{C_{10}^1\times C_9^1}=\frac{4\times3+6\times4}{9\times10}=\frac{2}{5}$

~~$P(A_3)=\frac{\cdots}{C_{10}^1\times C_9^1\times C_8^1}$~~

$P(A_3)=\frac{A_4^3C_4^1+A_2^1C_6^1C_4^1C_3^1+A_6^2C_4^1}{A_{10}^3}$

$=\frac{4\times3\times2+2\times6\times4\times3+6\times5\times4}{10\times9\times8}$

$=\frac{2}{5}$

由$\frac{2}{5}=\frac{2}{5}=\frac{2}{5}$

故概率相同

6. $\frac{A_{365}^r}{365^r}=\frac{365!}{(365-r)!\cdot365^r}$

故概率为$\frac{365!}{(365-r)!\,365^r}$

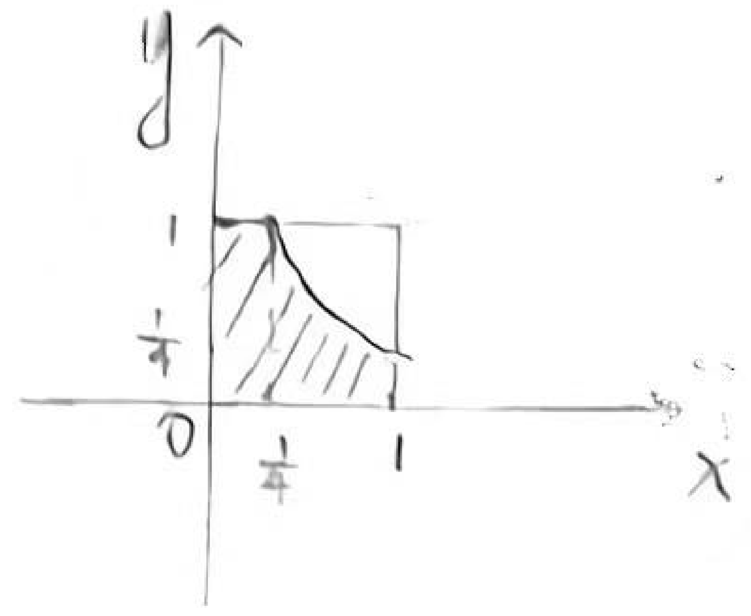
8.(1) 记 $\frac{A_2^2A_{n-1}^{n-1}C_{n-1}^1}{A_n^n}=\frac{2\cdot(n-1)}{n!}=\frac{2n-2}{n!}$

故概率为$\frac{2n-2}{n!}$

(2) $\frac{A_2^2C_n^1}{A_n^n}=\frac{2\cdot n}{n!}=\frac{2}{(n-1)!}$

故概率为$\frac{2}{(n-1)!}$

10. 如图



$\int_{\frac14}^{1}\frac{1}{4x}dx=\frac14[\ln x]_{\frac14}^{1}=\frac{7+2\ln 2}{4}$

$\dfrac{\frac{1+2\ln 2}{4}+\frac14}{1}=\frac{1+\ln 2}{2}$

∴概率为 $\frac{1+\ln 2}{2}$

1.3

3(1)

概率为 $\frac{C_{50}^{10}C_{450}^{10}}{C_{500}^{20}}$

(2) 概率为 $(1-\frac{C_{450}^{20}+C_{450}^{19}C_{50}^{1}}{C_{500}^{20}})$

4. (1) 对一位同学：

生日不在元旦的概率为

$\frac{C_{364}^{1}}{C_{365}^{1}}=\frac{364}{365}$

则全年级同学生日均不在元旦概率为 $(\frac{364}{365})^{1000}$

故至少一人元旦生日的概率为

$1-(\frac{364}{365})^{1000}$

(2) $\frac{A_{12}^{5}}{12^5}=\cancel{\frac{\frac{12!}{7!5!}}{12^5}=\frac{12!}{12^5\times7!\times5!}}$

概率为 $\frac{A_{12}^{5}}{12^5}$

1.4

3. ∵ $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac13$

∴ $P(AB)=P(B|A)\cdot P(A)=\frac13\times\frac14=\frac{1}{12}$

∵ $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac12$

∴ $P(B)=\frac{P(AB)}{P(A|B)}=\frac{1}{12}\times2=\frac16$

∴ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=\frac14+\frac16-\frac{1}{12}=\frac13$

$P(A\bar{B})=\cancel{P(A-AB)}=P(A)-P(AB)=\frac14-\frac{1}{12}=\frac16$

∴ $P(B)=\frac16$

$P(A\cup B)=\frac13$

$P(A\bar{B})=\frac16$

4. $P(A)=\frac{C_3^1C_6^1+C_1^1C_5^1+C_1^1C_4^1+C_1^1C_3^1}{C_6^1\times C_6^1}$

$=\frac{18+5+4+3}{36}$

$=\frac{30}{36}$

$=\frac56$

$P(B)=\frac12$

$P(AB)=\frac{C_1^1C_1^1+C_1^1C_2^1+C_1^1C_3^1+C_1^1C_4^1+C_1^1C_3^1}{C_6^1\times C_6^1}$

$=\frac{1+2+3+4+3}{36}$

$=\frac{13}{36}$

$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{13}{36}\times\frac65=\frac{13}{30}$

$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{13}{36}\times2=\frac{13}{18}$

1.5.

3. 记从取第一、二、三个袋子分别为 A_1, A_2, A_3

取出黑球、白球分别为 B_1, B_2

$P(B_2) = P(A_1B_2) + P(A_2B_2) + P(A_3B_2)$

$= \frac{1}{3}\times\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\times\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\times\frac{5}{8}$

$= \frac{53}{120}$

$P(A_2|B_2) = \frac{P(A_2B_2)}{P(B_2)} = \frac{\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}{\frac{53}{120}} = \frac{20}{53}$

∴ ~~取出白~~

5 第1个: $\frac{A_{n-1}^1 C_1^1}{A_n^2} = \frac{(n-1)}{n(n-1)} = \frac{1}{n}$

第m个: $\frac{A_{n-1}^{m-1} C_1^1}{A_n^m} = \frac{\frac{(n-1)!}{(n-m)!}}{\frac{n!}{(n-m)!}} = \frac{1}{n}$

∴ 概率均为 $\frac{1}{n}$

1.6.

1. $P(\overline{AB}) = \cancel{P(1-A\cdot B)} = 1-$

$1-P(AB) = 1-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2} = \frac{5}{6}$

$P(\overline{A+B}) = P(\bar{A}\bar{B}) = \frac{2}{3}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

3. (1) $1-0.6\times0.8\times0.91\times0.95 = 1-0.3458 = 0.6542$

∴ 淘汰率为0.6542

(2) 记 ~~A：通过二~~ 项考核

$0.6\times0.91\times(1-0.8\times0.95) = 0.4496$

∴ 概率为0.41496

5. ~~1) $0.9\times0.8\times0.85 = 0.612$~~

~~2) 1 0.1X~~

(1) $0.1\times0.2\times0.15 = 0.003$

(2) $1-0.9\times0.8\times0.85 = 0.388$

(3) $0.003+0.9\times0.2\times0.15+0.1\times0.8\times0.15+0.1\times0.2\times0.85$

$= 0.059$

PPT习题:

例2: ∵ $P(A|C) = 0.95$

∴ $\frac{P(AC)}{P(C)} = 0.95$

又∵ $P(C) = 0.005$

∴ $P(AC) = 0.00475$

~~∴ $P(C|A) = \frac{P(AC)}{P(A)}$~~

∵ $P(\bar{A}|\bar{C}) = 0.95$

∴ $\frac{P(\bar{A}\bar{C})}{P(\bar{C})} = 0.95$

∴ $P(\bar{A}\bar{C}) = 0.9025$

$P(C|A) = \frac{P(AC)}{P(A)} = \frac{P(C)P(A|C)}{P(C)P(A|C)+P(\bar{C})P(A|\bar{C})}$

$= 0.087$

例28. 记A_i为第i次炮弹击中敌舰.
记B为敌舰被击沉

$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3)$

$= 0.3\times0.2 + 0.5\times0.6 + 0.1\times1$

$= 0.1$

例30. 记A_i: 100只集成电路中有i个不合格品

B: 取出4个来均为合格品

~~P(B)=~~

$P(A_i) = \frac{1}{4}$

$P(B|A_i) = \cancel{\frac{P(A_i)P(B)}{P(BA_i)}}\ \frac{C_{100-i}^{4}}{C_{100}^{4}}$

~~P(A)~~

$P(A_0|B) = \frac{P(A_0)P(B|A_0)}{\sum_{i=0}^{3}P(B_i)P(A|B_i)}$

例36.

$P(A-B) = \cancel{P(A)=0.3}\ P(A\bar{B}) = 0.3\times0.6 = 0.18$

$P(C-(A-B)) = P(C)P(\overline{A-B}) = 0.8\times0.82 = 0.656$

例40. ~~记A_i: 飞机被击~~

~~记A甲、乙、丙~~

记B_i: 飞机被i个人击中

A: 飞机被击落

$P(B_1) = 0.4\times0.5\times0.3 = 0.06$

$P(B_2) = 0.4\times0.5\times0.7 = 0.14$

$P(B_3) = 0.4\times0.5$

$P(B_1) = 0.4\times0.5\times0.3 + 0.6\times0.5\times0.3 + 0.6\times0.5\times0.7 = 0.36$

$P(B_2) = 0.6\times0.5\times0.7 + 0.4\times0.5\times0.7 + 0.4\times0.5\times0.3$

$= 0.41$

$P(B_3) = 0.4\times0.5\times0.7 = 0.14$

$P(A) = \sum_{i=1}^{3}P(B_i)P(C|B_i)$

$= 0.36\times0.2 + 0.41\times0.6 + 0.14$

$= 0.458$

随机事件的概率

- 基本概念
  - 试验
    - 确定性试验
    - 必然试验
    - 随机试验
      - 可在相同条件下重复
      - 结果不止一个但有范围
      - 不可预言
  - 随机事件
    - 基本事件
    - 必然事件
    - 不可能事件
  - 样本空间 — 试验的全部基本事件集合
  - 事件关系与运算
    - $A \subset B$ — 包含
    - $A = B$ — 相等/等价
    - 至少一个发生 $A+B$ — 和
    - 同时发生 AB — 积
    - 互不相容/互斥
    - $AB=\varnothing$ 且 $A+B=S$ — $B=\bar{A}$ — 互逆
    - $A-B$ — 差
  - 运算
    - $A+B=B+A$, $AB=BA$ — 交换律
    - $(A+B)+C=A+(B+C)$, $(AB)C=A(BC)$ — 结合律
    - $(A+B)C=AC+BC$, $(AB)+C=(A+C)(B+C)$ — 分配律
    - $\overline{\sum_i A_i}=\prod_i \bar{A_i}$, $\overline{\prod_i A_i}=\sum_i \bar{A_i}$ — 德摩根律
- 古典概率
  - 古典型随机试验：基本事件有限，等可能
  - 古典概率 — $P(A)=\dfrac{A含基本事件数}{基本事件总数}$
  - 性质
    - $\forall A$, $0 \le P(A) \le 1$
    - $P(S)=1$
    - A_i 互不相容，$P(\sum_i A_i)=\sum_i P(A_i)$
    - $P(\bar{A})=1-P(A)$
- 几何概率
  - 几何型随机试验：S可度量；P(A)与A的度量有关且成正比
  - 几何概率 — $P(A)=\dfrac{L(A)}{L(S)}$
  - 性质
- 概率的统计定义
  - 频率
    - 稳定性
  - 统计概率/经验概率
  - 概率近似求法
- 概率公理化定义
  - 事件域
  - 概率测度函数
    - 非负性
    - 规范性
    - 可列可加性
  - 性质
    - $P(\varnothing)=0$
    - 有限可加性
    - $P(A)+P(\bar{A})$, $P(\bar{A})=1-P(A)$
    - $B \subset A \rightarrow P(A-B)=P(A)-P(B)$, $P(B) \le P(A)$
    - $\forall A,B$, $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$, $P(A+B) \le P(A)+P(B)$
  - 连续性
    - $A_1 \subset A_2 \subset \cdots \subset A_n \subset \cdots$, $B=\sum_{i=1}^{\infty} A_i$ $\rightarrow \lim_{n\to\infty} P(A_n)=P(B)$
    - $A_1 \supset A_2 \supset \cdots \supset A_n \supset \cdots$, $B=\prod_{i=1}^{\infty} A_i$ $\rightarrow \lim_{n\to\infty} P(A_n)=P(B)$
- 条件概率 $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$
- 乘法公式 — $P(AB)=P(B)P(A|B)$
- 全概率公式
  - $\sum_{i=1}^{n} B_i = S$；$B_1, \cdots, B_n$ 互不相容；$P(B_i)>0$, $i=1,2,\cdots,n$
  - $\rightarrow P(A)=\sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(A|B_i)$
  - $P(B_i|A)=\dfrac{P(B_i)P(A|B_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(A|B_i)}$
- 独立性
  - $P(AB)=P(A)P(B)$
  - 性质
    - $P(C)=0$ / $P(C)=1$ $\Leftrightarrow$ $\forall B$, B, C 互相独立
  - 判定
    - $\forall A,B$, $P(B)>0$, A,B 互相独立 $\Leftrightarrow P(A|B)=P(A)$ $\Leftrightarrow P(A|B)=P(A|\bar{B})$