Лабораторная работа 7

Системы дифференциальных уравнений

Слуцкий Никита, 053506 (ФКСиС, ИиТП)
Вариант 1 (номер в журнале 21)

примечание: все задания, как всегда, решены в тетради перед решением в Maple. Фото решений в конце отчёта

restart;

 # Задание 1

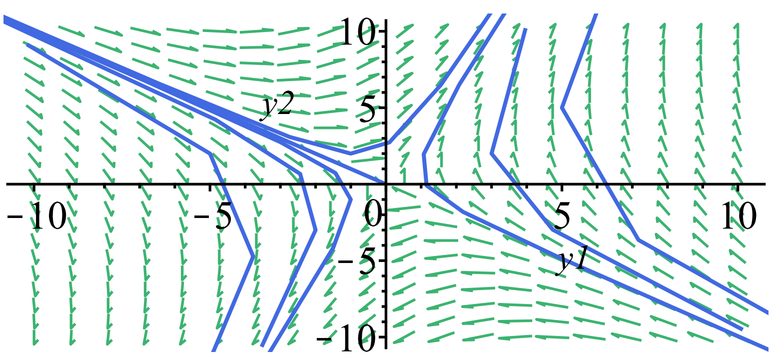
Исследовать поведение фазовых кривых системы уравнений вблизи точки покоя.
Сделать чертёж
Определить тип точки покоя по фазовому портрету и собственным значениям матрицы системы
Найти общее решение системы

```
equation1 := diff(y1(x), x) = -2·y1(x) + 2·y2(x), diff(y2(x), x) = 7·y1(x) + 3·y2(x) :
solution2 := dsolve({equation1}, {y1(x), y2(x)});
```

$$\left\{y1(x) = \_C1\, e^{-4x} + \_C2\, e^{5x},\ y2(x) = -\_C1\, e^{-4x} + \frac{7}{2}\,\_C2\, e^{5x}\right\} \quad (1)$$

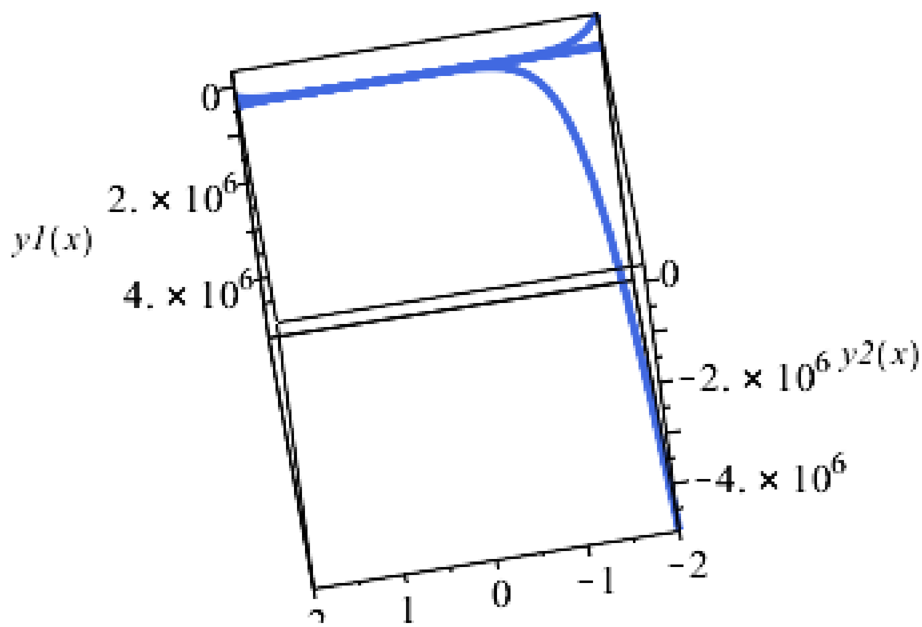
Фазовые траектории и поле направлений для линейной автономной системы ОДУ первого порядка с заданными начальными условиями (с помощью команды phaseportrait)

```
DEtools[phaseportrait]([equation1], [y1(x), y2(x)], x = -5..5, [[2, 1, 1], [1, -2, 2], [0, -1, -1], [0, -1, 2], [0, -5, 2], [0, 5, 5], [0, 0, 0], [0, -2, -3], [0, 3, 2]], y1 = -10..10, y2 = -10..10, linecolor = "RoyalBlue", color = "MediumSeaGreen", thickness = 1);
```



действительно седло (было установлено путём решения характеристического уравнения в тетради)

```
DEtools[DEplot3d]([equation1], [y1(x), y2(x)], x = -2..2, [[2, 1, 1], [1, -2, 2], [0, -1, -1], [0, -1, 2], [0, -5, 2], [0, 5, 5], [0, 0, 0], [0, -2, -3], [0, 3, 2]], color = "RoyalBlue", linecolor = "RoyalBlue");
```



однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка относительно функции y1(x)

$equation1\_OLDU := diff(y(x), x, x) - 3 \cdot diff(y(x), x) - 18 \cdot y(x) = 0:$

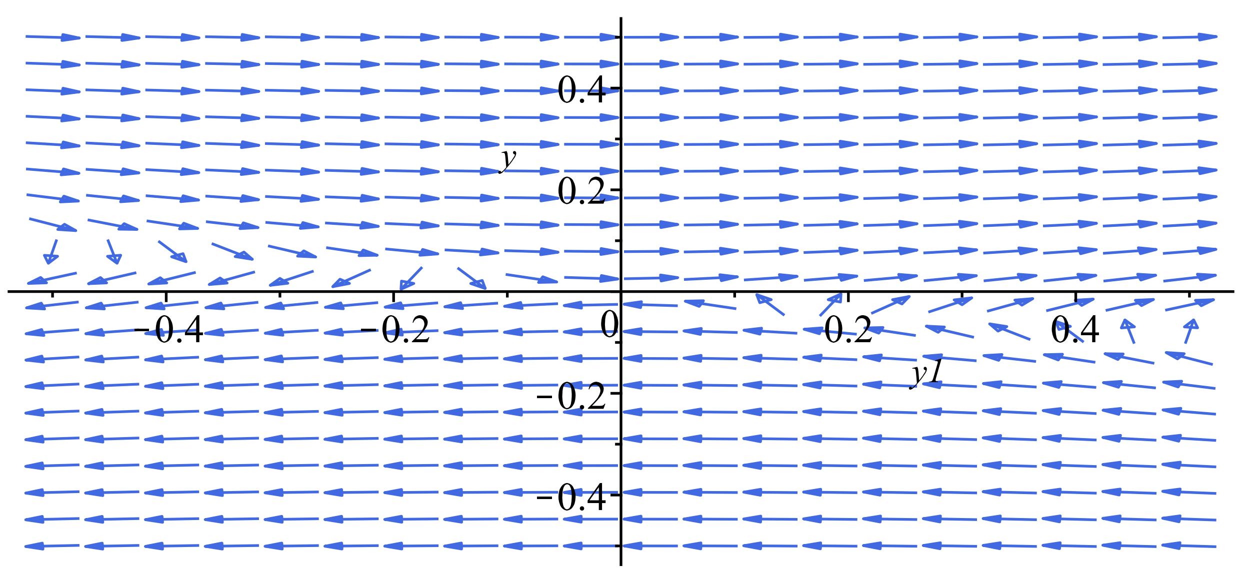
$solution1\_OLDU := dsolve(equation1\_OLDU);$ # такой же ответ и в тетради

$$y(x) = \_C1\, e^{6x} + \_C2\, e^{-3x} \qquad (2)$$

эквивалентная этому ОЛДУ система уравнений:

$equation1\_OLDU\_system := y1(x) = diff(y(x), x), diff(y1(x), x) = 3 \cdot y1(x) + 18 \cdot y(x):$

$DEtools[dfieldplot]([equation1\_OLDU\_system], [y1(x), y(x)], x = -2..2, y = -0.5..0.5, y1 = -0.5..0.5, arrows = medium, color = \text{"RoyalBlue"})$



restart;

____

 # Задание 2

 # Решить систему уравнений.

$equation2 := \{diff(y1(x), x) = 5 \cdot y1(x) + 3 \cdot y2(x), diff(y2(x), x) = 4 \cdot y1(x) + 9 \cdot y2(x)\}:$
$solution2 := dsolve(equation2, \{y1(x), y2(x)\});$

$$\left\{ y1(x) = \_C1\, e^{3x} + \_C2\, e^{11x}, y2(x) = -\frac{2}{3}\, \_C1\, e^{3x} + 2\, \_C2\, e^{11x} \right\} \quad (3)$$

 # в тетради уравнение было сведено к однородному линейному относительно y_1 следующего вида :

$equation2\_OLDU := diff(y1(x), x, x) - 14 \cdot diff(y1(x), x) + 33 \cdot y1(x) = 0:$
$dsolve(equation2\_OLDU, y1(x));$

$$y1(x) = \_C1\, e^{3x} + \_C2\, e^{11x} \quad (4)$$

 # Этим я лишь показал, что подстановка в тетради получилась верная и функция $y_1(x)$ найдена правильно

restart;

____

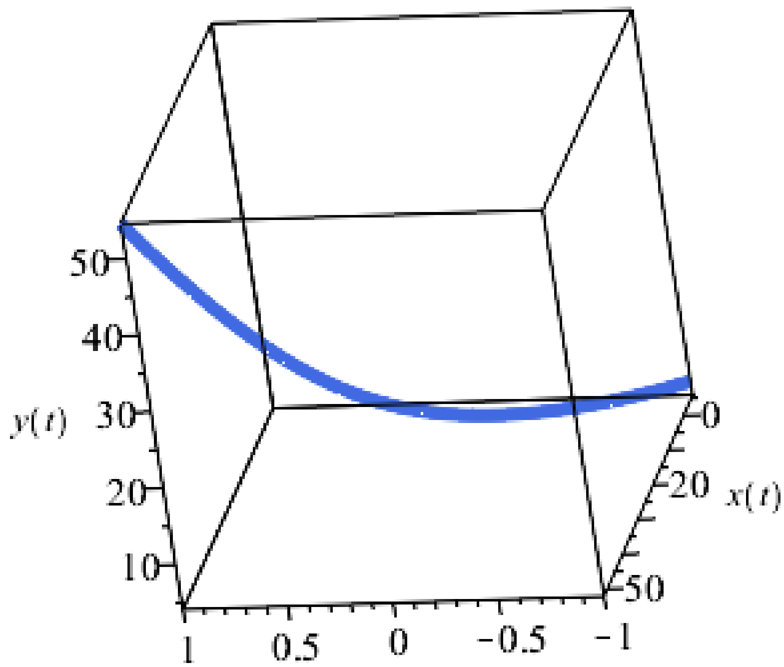
 # Задание 3

 # Решить задачу Коши. Сделать чертеж.

$equation3 := diff(x(t), t) = x(t) + 2 \cdot y(t), diff(y(t), t) = 2 \cdot x(t) + y(t) + 1:$
$solution3 := dsolve([equation3, x(0) = 0, y(0) = 5], \{x(t), y(t)\});$

$$\left\{ x(t) = -2\, e^{-t} + \frac{8}{3}\, e^{3t} - \frac{2}{3}, y(t) = 2\, e^{-t} + \frac{8}{3}\, e^{3t} + \frac{1}{3} \right\} \quad (5)$$

$DEtools[DEplot3d]([equation3], [x(t), y(t)], t = -1 ..1, [[x(0) = 0, y(0) = 5]], thickness = 5,$
$linecolor = \text{"RoyalBlue"});$



Слуцкий Никита | гр. 053506