Лабораторная работа 6

Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков
Слуцкий Никита, гр. 053506 (ФКСиС, ИиТП)
Вариант 1 (номер в журнале - 21)

restart;

Задание 1
Решить уравнения.
Построить в одной системе координат несколько интегральных кривых.

Задание 1.1

$equation1\_1 := x = diff(y(x), x, x) + e^{-diff(y(x), x, x)}$:

 # В этом уравнении в решении в тетради ответ ищется в параметрическом виде
 # вводится замена [y'' = t] => x = t + e^{-t}. Осталось найти выражение y через параметр t (ход решения в тетради)

$y\_expression1\_1 := dsolve\left(diff(y(t), t, t) = t - t \cdot e^{-t}\right);$

$$y(t) = -t\, e^{-t} - 2\, e^{-t} + \frac{1}{6}\, t^3 + \_C1\, t + \_C2 \tag{1}$$

$integral\_curves1\_1 := array(1..9)$:

 # Расширенная палитра цветов: https://www.maplesoft.com/support/help/maple/view.aspx?path=plot%2Fcolornames

colours1 := *Array*(["RoyalBlue", "MediumVioletRed", "Tomato", "Lime", "Indigo", "PapayaWhip", "Gainsboro", "SaddleBrown", "SeaGreen"]) :

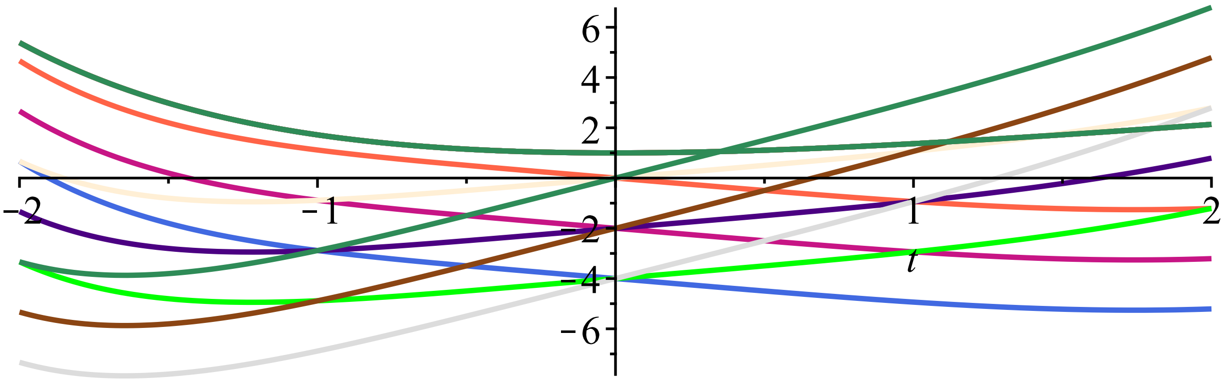
 # вложенным циклом необходимо пройтись и получить все компбинации постоянных (в диапазоне -2..2 с шагом 2, например)

$counter1\_1 := 1$:
for *c1* **from** −2 **by** 2 **to** 2 **do**
for *c2* **from** −2 **by** 2 **to** 2 **do**

$integral\_curves1\_1[counter1\_1] := plot\left(\left[t + \exp(-t),\ -t\, e^{-t} - 2\, e^{-t} + \frac{1}{6}\, t^3 + c1 \cdot t + c2\right], t = -2..2,\ thickness = 2,\ color = colours1[counter1\_1]\right)$:

$counter1\_1 := counter1\_1 + 1$:
end do:
end do:

plots[*display*](*integral_curves1_1*[1], *integral_curves1_1*[2], *integral_curves1_1*[3], *integral_curves1_1*[4], *integral_curves1_1*[5], *integral_curves1_1*[6], *integral_curves1_1*[7], *integral_curves1_1*[8], *integral_curves1_1*[9]);



Задание 1.2

$equation1\_2 := y(x)\cdot diff(y(x), x, x) - diff(y(x), x)^2 - \frac{y(x)\cdot diff(y(x), x)\cdot 1}{\tan(x)} = 0:$

$solution1\_2 := dsolve(equation1\_2);$

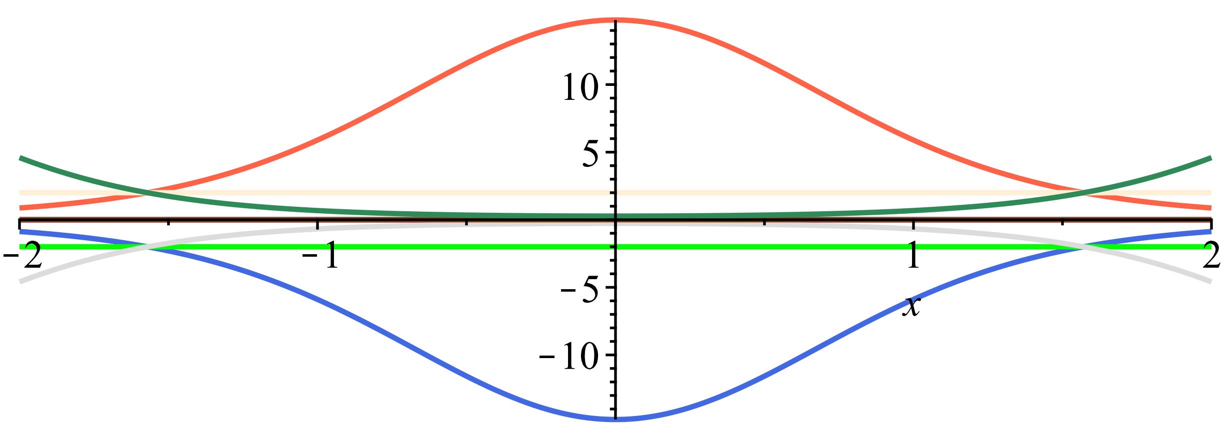
$$y(x) = \frac{\_C2}{e^{-\_C1\cos(x)}} \tag{2}$$

$integral\_curves1\_2 := array(1..9):$

 # То же самое - вложенным циклом необходимо пройтись и получить все компбинации постоянных (в диапазоне -2..2 с шагом 2, например)

$counter1\_2 := 1:$
for $c1$ **from** -2 **by** 2 **to** 2 **do**
for $c2$ **from** -2 **by** 2 **to** 2 **do**
$integral\_curves1\_2[counter1\_2] := plot\left(\frac{c2}{\exp(c1\cdot\cos(x))}, x=-2..2, thickness=2, color = colours1[counter1\_2]\right):$
$counter1\_2 := counter1\_2 + 1:$
end do:
end do:

$plots[display](integral\_curves1\_2[1], integral\_curves1\_2[2], integral\_curves1\_2[3], integral\_curves1\_2[4], integral\_curves1\_2[5], integral\_curves1\_2[6], integral\_curves1\_2[7], integral\_curves1\_2[8], integral\_curves1\_2[9]);$



Задание 1.3

$equation1\_3 := diff(y(x), x, x)\cdot\left(1 + y(x)^2\right) + diff(y(x), x)^3 = 0 :$
$solution1\_3 := dsolve(equation1\_3);$

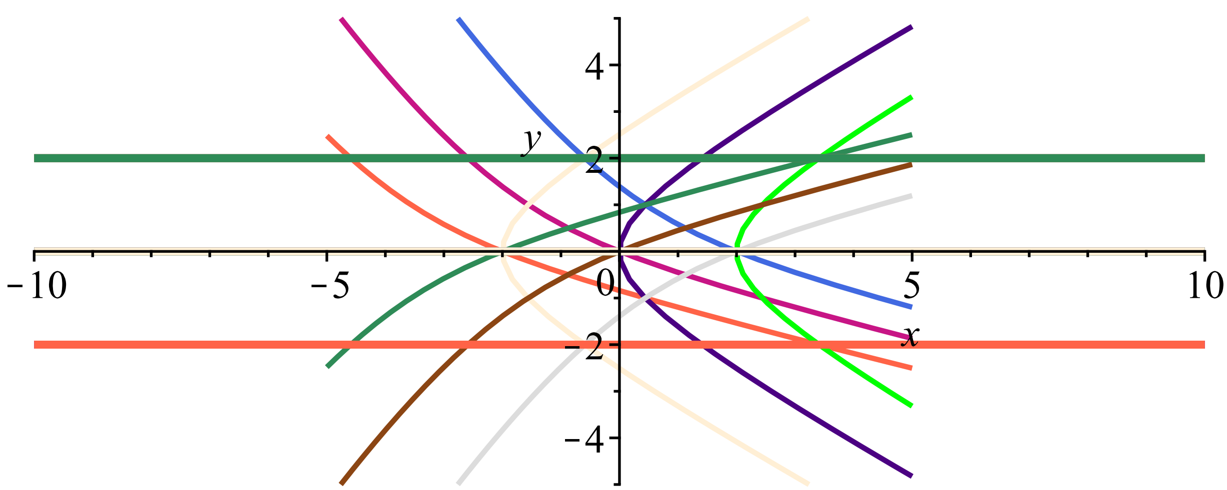
$$y(x) = \_C1, y(x) \arctan(y(x)) - \frac{1}{2}\ln\left(1 + y(x)^2\right) + \_C1\, y(x) - x - \_C2 = 0 \qquad \mathbf{(3)}$$

$integral\_curves1\_3 := array(1..9) :$
$integral\_curves1\_3\_direct\_lines := array(1..9) :$ **# для прямых (которые выскочили в решении y = c1)**

 # То же самое, что и в предыдущих 2-х пунктах

$counter1\_3 := 1 :$
for $c1$ **from** -2 **by** 2 **to** 2 **do**
for $c2$ **from** -2 **by** 2 **to** 2 **do**
$integral\_curves1\_3[counter1\_3] := plots[implicitplot]\left(y\cdot\arctan(y) - \frac{1}{2}\ln\left(1 + y^2\right) + c1\cdot y - x - c2 = 0, x = -5..5, y = -5..5, thickness = 2, color = colours1[counter1\_3]\right) :$
$integral\_curves1\_3\_direct\_lines[counter1\_3] := plot(c1, color = colours1[counter1\_3], thickness = 3) :$
$counter1\_3 := counter1\_3 + 1 :$
end do:
end do:

$plots[display](integral\_curves1\_3[1], integral\_curves1\_3[2], integral\_curves1\_3[3], integral\_curves1\_3[4], integral\_curves1\_3[5], integral\_curves1\_3[6], integral\_curves1\_3[7], integral\_curves1\_3[8], integral\_curves1\_3[9], integral\_curves1\_3\_direct\_lines[1], integral\_curves1\_3\_direct\_lines[2], integral\_curves1\_3\_direct\_lines[3], integral\_curves1\_3\_direct\_lines[4], integral\_curves1\_3\_direct\_lines[5], integral\_curves1\_3\_direct\_lines[6], integral\_curves1\_3\_direct\_lines[7], integral\_curves1\_3\_direct\_lines[8], integral\_curves1\_3\_direct\_lines[9]);$



Задание 1.4

$equation1\_4 := diff(y(x), x, x) = 3\cdot\left(\frac{diff(y(x), x)}{x} - \frac{y(x)}{x^2}\right) + \frac{2}{x^3}\cdot\sin\left(\frac{1}{x^2}\right) :$

$solution1\_4 := simplify(dsolve(equation1\_4))$

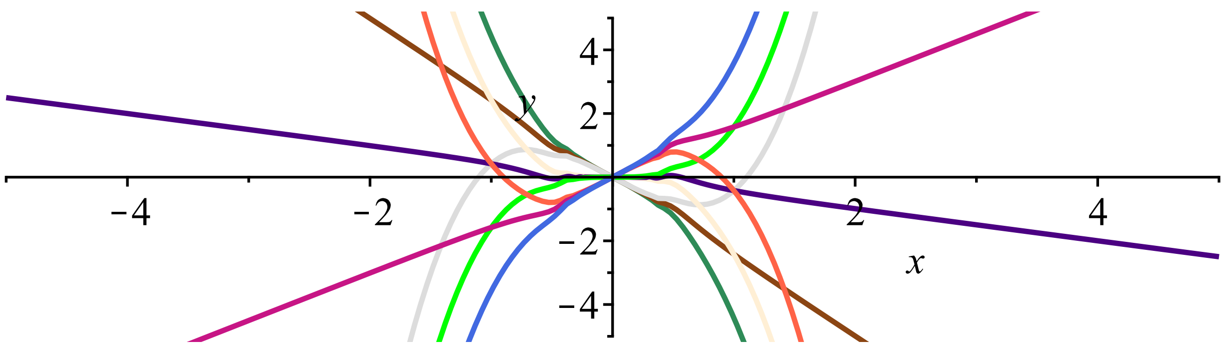
$$y(x) = x^3\,\_C2 + x\,\_C1 - \frac{1}{2}\,x^3 \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) \tag{4}$$

$integral\_curves1\_4 := array(1..9):$

 # То же самое, что и в предыдущих 2-х пунктах

$counter1\_4 := 1:$
for $c1$ **from** -2 **by** 2 **to** 2 **do**
for $c2$ **from** -2 **by** 2 **to** 2 **do**
$integral\_curves1\_4[counter1\_4] := plot\left(c2\cdot x^3 + c1\cdot x - \frac{1}{2}\cdot x^3\cdot \sin\left(\frac{1}{x^2}\right), x=-5..5, y=-5..5,\right.$
$\left. thickness=2, color=colours1[9 - counter1\_4 + 1]\right):$
$counter1\_4 := counter1\_4 + 1:$
end do:
end do:

$plots[display](integral\_curves1\_4[1], integral\_curves1\_4[2], integral\_curves1\_4[3], integral\_curves1\_4[4], integral\_curves1\_4[5], integral\_curves1\_4[6], integral\_curves1\_4[7], integral\_curves1\_4[8], integral\_curves1\_4[9]);$



$restart;$
____

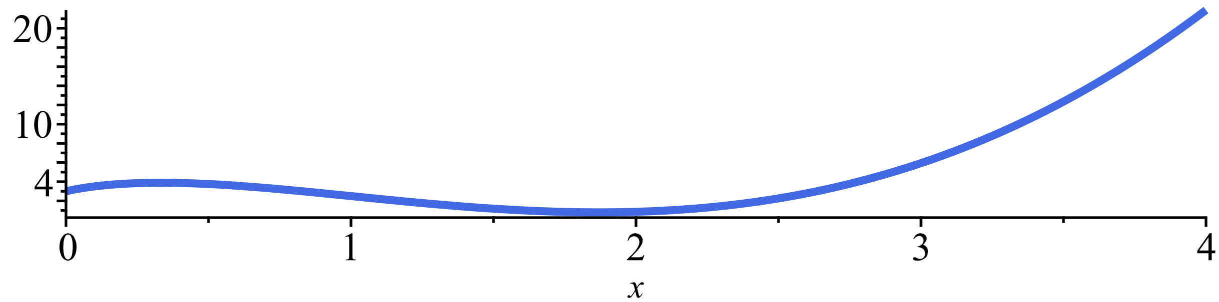
Задание 2
 # Найти общее решение уравнения

$equation2 := diff(y(x), x, x, x)\cdot x\cdot \ln(x) = diff(y(x), x, x):$
$solution2 := simplify(dsolve(equation2));$

$$y(x) = \frac{1}{2}\,\_C1 \ln(x)\,x^2 - \frac{3}{4}\,\_C1\,x^2 + \_C2\,x + \_C3 \tag{5}$$

 # интегральная кривая при наборе констант {5 , 7, 3}

$plot\left(\frac{1}{2}\cdot 10\cdot \ln(x)\cdot x^2 - \frac{3}{4}\cdot 10\cdot x^2 + 7\cdot x + 3, x=0..4, color=\text{"RoyalBlue"}, thickness=3\right);$



restart;
____

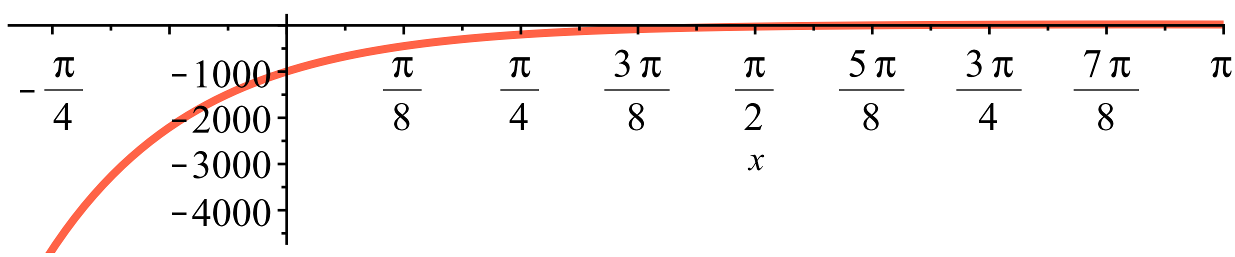
Задание 3
 # Найти общее решение дифференциального уравнения

$equation3 := diff(y(x), x, x) + 2 \cdot diff(y(x), x) = 4 \cdot e^{x} \cdot (\sin(x) + \cos(x)):$
$solution3 := dsolve(equation3);$

$$y(x) = -\frac{2}{5}\,e^{x}\cos(x) + \frac{6}{5}\,e^{x}\sin(x) - \frac{1}{2}\,\frac{\_C1}{(e^{x})^{2}} + \_C2 \tag{6}$$

 # Какая-то интегральная кривая при наборе постоянных {2021, 12}

$plot\left(-\frac{2}{5}e^{x}\cdot\cos(x) + \frac{6}{5}e^{x}\cdot\sin(x) - \frac{1}{2}\cdot\frac{2021}{(e^{x})^{2}} + 12, x = -\mathrm{Pi}..\mathrm{Pi}, color = \text{"Tomato"}, thickness = 3\right)$



restart;

Slutski Nikita | group 053506