

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет Компьютерных Систем и Сетей
Кафедра Информатики
Дисциплина: Методы численного анализа

ОТЧЁТ

к лабораторной работе
на тему

Решение краевых задач методом разностных аппроксимаций

Выполнил: студент группы 053505
Слуцкий Никита Сергеевич

Проверил: Анисимов Владимир Яковлевич

Минск 2022

Вариант 21 (Номер в журнале – 21)

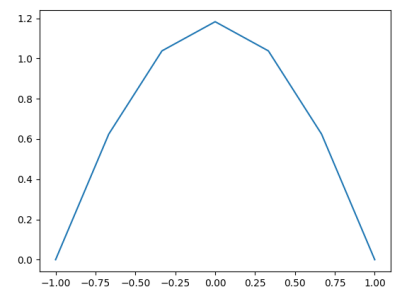
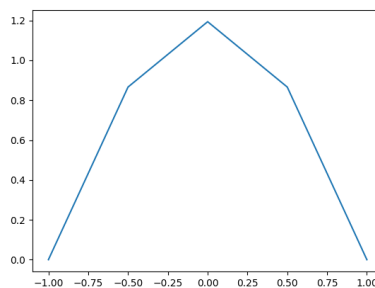
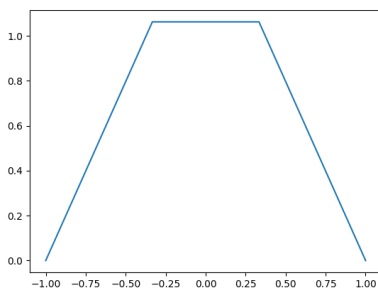
Цели выполнения задания:

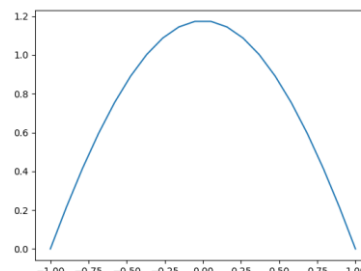
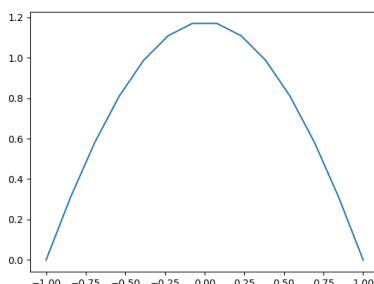
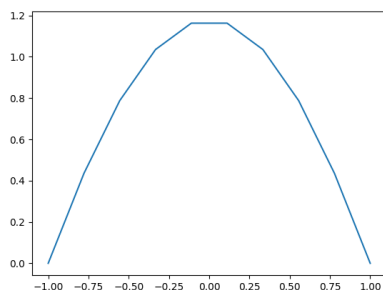
- Изучить метод разностных аппроксимаций, составить алгоритм метода и программу их реализации, получить численное решение заданной краевой задачи
- Составить алгоритм решения краевых задач указанными методами, применимыми для организации вычислений на ПЭВМ
- Составить программу решения краевых задач по разработанному алгоритму
- Выполнить тестовые примеры и проверить правильность работы программ

Ход работы

Первое задание:

Есть интервал $[a..b]$, в данном случае равный $[-1..1]$. За начальное количество отрезков разбиения тут взято 3. Далее при получении каждого следующего решения это количество увеличивается в полтора раза. После того, как норма разности сеточных функций предыдущего и следующего решения перестаёт превышать заданную точность, процесс прекращается. При точности $\epsilon = 0.001$ и начальном количестве отрезков разбиения $N = 3$ получено следующее:





После получения 6-го решения норма стала уменьшаться уже на меньшее значение, чем задавалось в параметре эпсилон; следовательно, требуемая точность достигнута. Достигнута при $N = 19$.

Стоит упомянуть, что использовалась квадратичная норма вида:

$$\sqrt{\sum [y_k]^2 * h}$$

(h – размер шага сетки, y_k – значения полученной в решении сеточной функции)

Если потребовать увеличить точность (то есть уменьшить по модулю эпсилон), то вот какие N получались для разных E (напомню, N – количество отрезков, на который разбивается интервал. Соответственно узлов в сетке получается $N + 1$):

E	N
0.0001	63
0.00001	211
0.000001	711

А что если поменять тип нормы для сеточной функции ? При получении результатов выше считалась квадратическая, то есть более хитрая норма. Теперь будет считаться равномерная норма вида:

$$\max (|y_k|)$$

Графики приводиться не будут, но в таблице представлены значения требуемой точности и получившиеся количества отрезков разбиения:

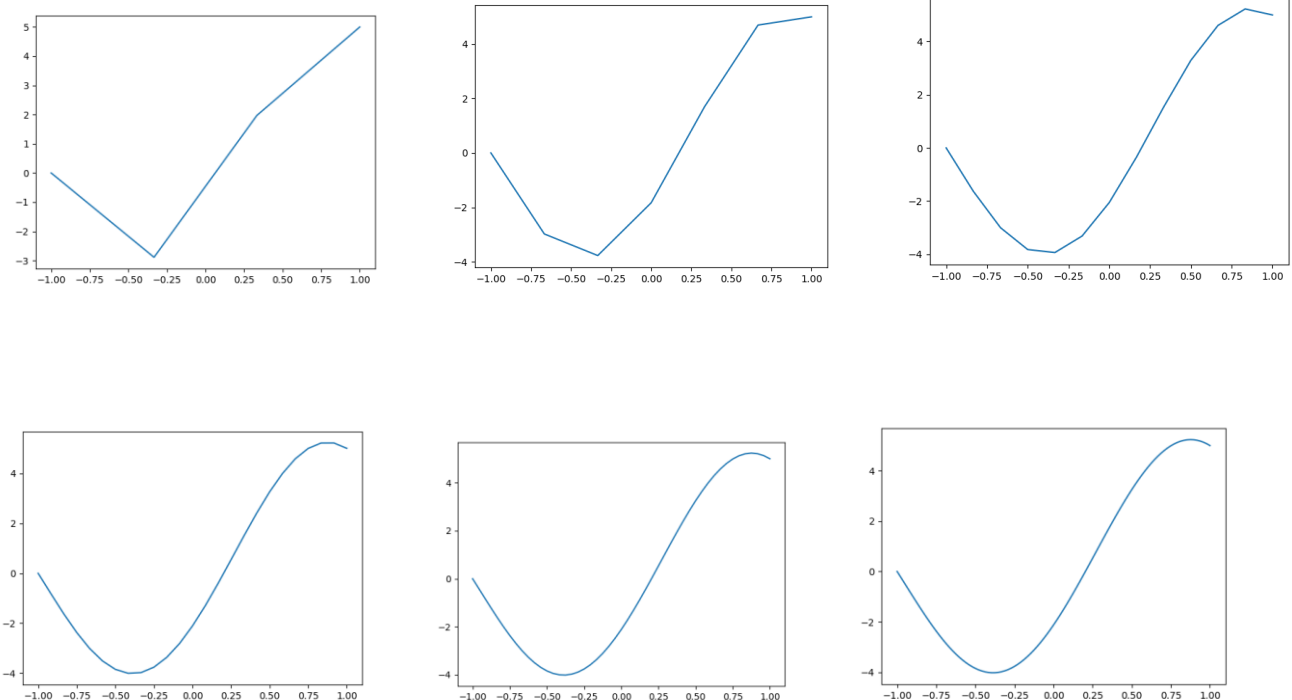
E	N
---	---

0.001	42
0.0001	141
0.00001	474
0.000001	1599

Поэтому можно сделать (в целом-то предсказуемый) вывод, что от выбора нормы зависит итоговое количество итераций.

Второе задание:

В общем-то всё то же самое. Только теперь в итоговой решаемой СЛАУ коэффициенты вектора свободных членов не являются константами, а также высчитываются некой $f(x)$. И порядок аппроксимации теперь h^2 . И количество отрезков (по условию) теперь увеличивается в 2 раза на каждой итерации. Для заданной в моём варианте точности 0.05 потребовалось 6 раз повторить итерацию, прежде чем была достигнута эта точность. Норма квадратичная. Ниже приведены графики уточняемого решения (итераций).



Понадобилось разделить исходный отрезок на 96 частей.

Если потребовать увеличить точность, как и в прошлом задании, то:

E	N
---	---

0.01	384
0.001	3072

То же самое, но уже с равномерной нормой:

E	N
0.05	96
0.01	96
0.001	96

Выводы: