Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

Отчет по заданию №6

«Сборка многомодульных программ. Вычисление корней уравнений и определенных интегралов.»

Вариант 4 / 4 / 3

Выполнил:
студент 102 группы
Воробьев Е. Р.

Преподаватель:
Сенюкова О. В.

Москва
2020

Содержание

Постановка задачи

Решалась задача нахождения площади плоской фигуры, ограниченной тремя кривыми: $y = e^x + 2; y = -\frac{1}{x}; y = -\frac{2(x+1)}{3}$ с точностью ε. Требовалось реализовать метод Симпсона, для нахождения непосредственно площади плоской фигуры, ограниченной тремя кривыми, с точностью ε_2. Для поиска вершин фигуры было необходимо использовать комбинированный метод (хорд и касательных) решения уравнений с точностью ε_1. Отрезок для применения метода нахождения корней должен был быть вычислен аналитически.

Математическое обоснование

Из графика функции(рис. 1) ясно, что вся фигура лежит в диапазоне $[-5; 0]$. Так как функция $f(x) = -\frac{1}{x}$ имеет разрыв в точке $x = 0$, то правая граница поиска пересечений функций равна -0.1. Корни всех уравнений лежат в диапазоне $[-5; -0.1]$, так как

$$f_1(-5) = e^{-5} + 2 \approx 2.006737$$

$$f_1(-0.1) = e^{-0.1} + 2 \approx 2.904837$$

$$f_2(-5) = -\frac{1}{-5} = 0.2$$

$$f_2(-0.1) = -\frac{1}{-0.1} = 10$$

$$f_3(-5) = -\frac{2(-5+1)}{3} \approx 2.666667$$

$$f_3(-0.1) = -\frac{2(-0.1+1)}{3} = 0.6$$

$$\begin{cases} f_2(-5) < f_1(-5), \\ f_2(-0.1) > f_1(-0.1) \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} f_1(-5) < f_3(-5), \\ f_1(-0.1) > f_3(-0.1) \end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases} f_2(-5) < f_3(-5), \\ f_2(-0.1) > f_3(-0.1) \end{cases} \tag{3}$$

Таким образом, точки пересечения кривых нужно искать в диапазоне $[-5; -0.1]$.

Для определения погрешности значения интеграла ε_2 воспользуемся функцией:

$$G(t) = -\frac{t^5}{2880n^4} f^{(4)}(\zeta), \quad \zeta \in [a, b].$$

Так как погрешность вычисления корней уравнения равна ε_1, то:

$$\varepsilon_2 * |G(2\varepsilon_1 + b - a) - G(b - a)| < \varepsilon$$

т.к. $2880n^4 > 1, (n \in N); b - a > 1$ в силу выбора отрезка, то после упростив выражение получим:

$$\varepsilon_2(32\varepsilon_1^5 + 80\varepsilon_1^4 + 80\varepsilon_1^3 + 40\varepsilon_1^2 + 10\varepsilon_1) < \varepsilon$$

Отсюда следует, что можно выбрать $\varepsilon_1 = 0.01; \varepsilon_2 = 0.001$.

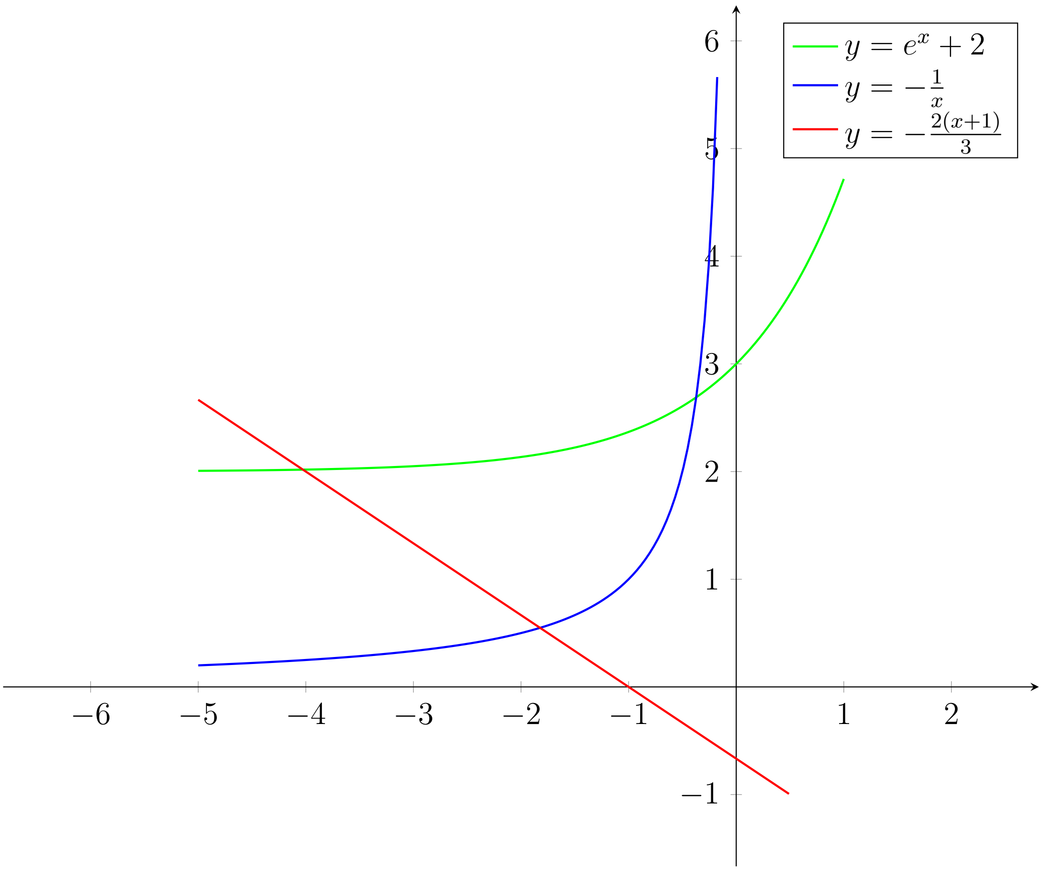


Рис. 1: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Результаты экспериментов

Координаты точек пересечения (таблица 1) и площадь полученной фигуры.

Кривые	x	y
1 и 2	-0.376567	2.686213
2 и 3	-1.822906	0.548575
1 и 3	-4.026760	2.017832

Таблица 1: Координаты точек пересечения

Результаты проиллюстрированы графиком (рис. 2).

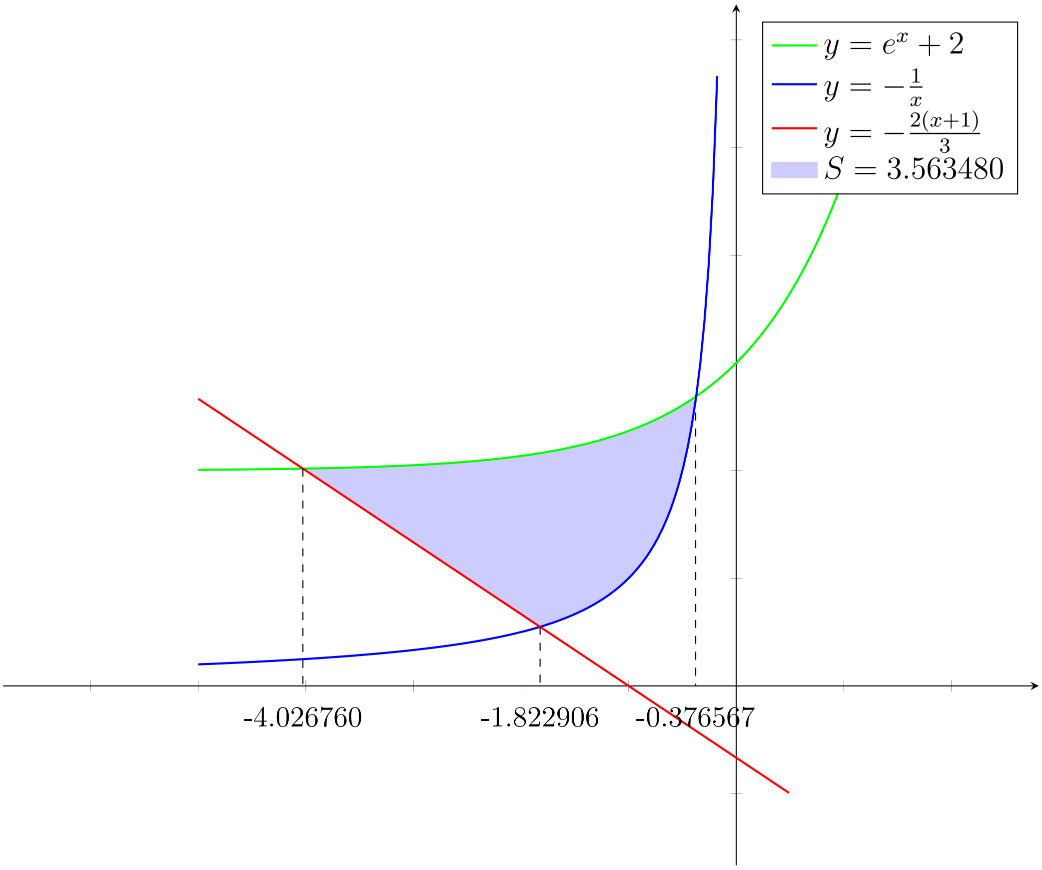


Рис. 2: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Структура программы и спецификация функций

- double f1(double x)

  Функция вычисляет и возвращает значение функции $f(x) = e^x + 2$ в точке x.

- double f2(double x)

  Функция вычисляет и возвращает значение функции $f(x) = -\frac{1}{x}$ в точке x.

- double f3(double x)

  Функция вычисляет и возвращает значение функции $f(x) = -\frac{2*(x+1)}{3}$ в точке x.

- double f1p(double x)

  Функция вычисляет и возвращает значение первой производной функции $f(x) = e^x + 2$ в точке x.

- double f2p(double x)

  Функция вычисляет и возвращает значение первой производной функции $f(x) = -\frac{1}{x}$ в точке x.

- double f3p(double x)

  Функция вычисляет и возвращает значение первой производной функции $f(x) = -\frac{2*(x+1)}{3}$ в точке x.

- double f1pp(double x)

  Функция вычисляет и возвращает значение второй производной функции $f(x) = e^x + 2$ в точке x.

- double f2pp(double x)

  Функция вычисляет и возвращает значение второй производной функции $f(x) = -\frac{1}{x}$ в точке x.

- double f3pp(double x)

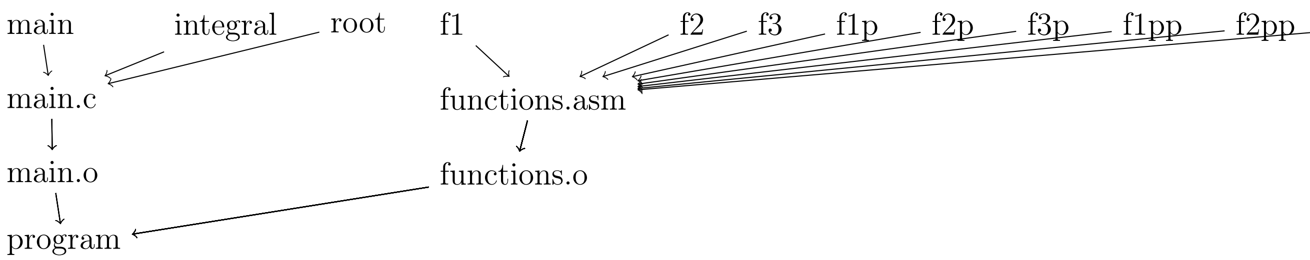
  Функция вычисляет и возвращает значение второй производной функции $f(x) = -\frac{2*(x+1)}{3}$ в точке x.

- double root(double (*f)(double), double (*g)(double), double (*fp)(double), double (*gp)(double), double (*fpp)(double), double (*gpp)(double), double a, double b, double eps1)

  В данной функции реализован комбинированный метод нахождение корня уравнения $f(x) = g(x)$ с точностью ε_1 на отрезке [a ,b]. Возвращает точку пересечения функций $f(x)$ и $g(x)$.

- double integral(double (*f)(double), double a, double b, double eps2)

  В данной функции реализован метод Симпсона нахождения $\int_a^b f(x)dx$ с точностью ε_2. Возвращает значение интеграла.



Сборка программы (Make-файл)

```
all: program
program: main.o functions.o
    gcc -m32 -o program main.o functions.o -lm
main.o: main.c
    gcc -m32 -std=c99 -c main.c
functions.o: functions.asm
    nasm -f elf32 functions.asm
clear:
    rm *.o
```

$$\begin{tikzcd}
\text{main.c} \arrow[d] & \text{functions.asm} \arrow[d] \\
\text{main.o} \arrow[d] & \text{functions.o} \arrow[dl] \\
\text{makefile} \arrow[d] & \\
\text{program} &
\end{tikzcd}$$

Отладка программы, тестирование функций

Тестирование и отладка производилась при помощи опции командной строки *-test*.

Тестирование функции вычисления корня

тест	номера функций	левая граница	правая граница	точность	ответ
1	1 и 2	-1.0	-0.1	0.1	-0.396115
2	1 и 3	-5.0	-3.0	0.01	-4.026753
3	2 и 3	-2.0	-1.0	0.001	-1.822878

Тестирование функции вычисления интеграла

тест	номер функции	нижняя граница	верхняя граница	точность	ответ
1	1	-3.0	1.0	0.1	10.668496
2	2	-3.0	-2.0	0.01	0.393999
3	3	-4.0	-3.0	0.001	1.663556

Программа на Си и на Ассемблере

Исходные тексты программы имеются в архиве, который приложен к этому отчету.

Анализ допущенных ошибок

В функцию root добавлено условие выхода за пределы отрезка с корнем.

В функциях f1, f1p и f1pp были исправлены ошибки, из-за которых функции давали неверный результат.

Список литературы

[1] Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. Т. 1 — Москва: Наука, 1985.