一元三次方程求根公式

标准型:(系数∈R 且 $a\neq0$)

$ax^3+bx^2+cx+d=0$

重根判别式:

$A=b^2-3ac$

$B=2b^3-9abc+27a^2d$

总判别式:

$\Delta=B^2-4A^3$

①当 A=B=0 时,方程有一个三重实根。

公式 1:$x_1=x_2=x_3=-\frac{b}{3a}=-\frac{c}{b}=-\frac{3d}{c}$

②当 $A\neq0$ 且Δ=0 时,方程有一个二重实根。

公式 2:$x_1=\frac{-bA-B}{3aA}$,$x_2=x_3=\frac{-2bA+B}{6aA}$

③当Δ>0 时,方程有一个实根和两个虚根。

$y_{1,2}=\frac{B\pm\sqrt{\Delta}}{2}$

公式 3:$x_1=\frac{-b-(\sqrt[3]{y_1}+\sqrt[3]{y_2})}{3a}$,$x_{2,3}=\frac{-2b+(\sqrt[3]{y_1}+\sqrt[3]{y_2})}{6a}\pm\frac{\sqrt{3}(\sqrt[3]{y_1}-\sqrt[3]{y_2})}{6a}i$

④当Δ<0 时,方程有三个实根。

$\theta=arccos\frac{B}{2A\sqrt{A}}$

公式 4:$x_1=\frac{-b-2\sqrt{A}\cos\frac{\theta}{3}}{3a}$,$x_{2,3}=\frac{-b+\sqrt{A}(\cos\frac{\theta}{3}\pm\sqrt{3}\,sin\frac{\theta}{3})}{3a}$