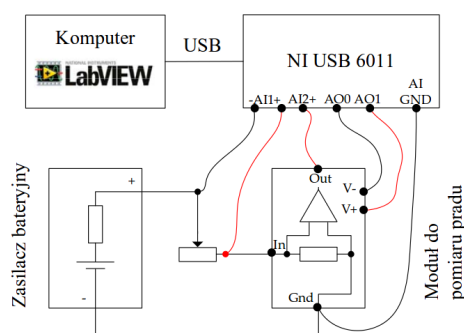


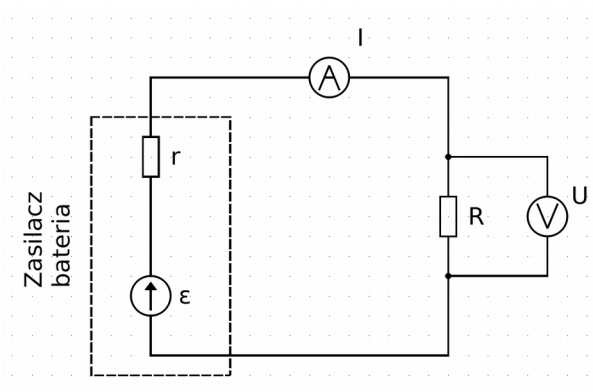
# Laboratorium 6. Badanie zależności mocy użytecznej od obciążenia

## 1 Opis eksperymentu

Stanowisko jest wyposażone następująco:



Rys. 1. Schemat układu pomiarowego



Eksperyment funkcjonalnie sprowadza się do rozwiązania powyższego schematu, gdzie:

$\epsilon$  - to siła elektromotoryczna (idealne źródło napięcia) [V],  
 $r$  - to opór wewnętrzny [ $\Omega$ ],  
 $R$  - to opór odbiornika - obciążenie, który możemy zmieniać, choć nie znamy wprost jego wartości [ $\Omega$ ],  
 $U$  - mierzone napięcie na odbiorniku (/ rzeczywistym źródle napięcia) [V],  
 $I$  - mierzony prąd płynący przez odbiornik [A].

Wykorzystując napięciowe prawo Kirchoffa układamy równanie na napięcie na odbiorniku:

$$U = \epsilon - Ir [V]$$

gdzie:  $U$  i  $I$  zmienia się w zależności od ustawionej oporności odbiornika  $R$  (tutaj potencjometru) i jest przez nas mierzone,  $\epsilon$  i  $r$  są nieznane. Aby wyznaczyć  $\epsilon$  i  $r$  wystarczą dwa pomiary dla różnych oporności odbiornika, ponieważ dostarczy nam to dwóch równań z dwoma niewiadomymi. Aby zwiększyć dokładność wyznaczenia  $\epsilon$  i  $r$  możemy zrobić więcej pomiarów i skorzystać z metody regresji dwuparametrowej.

Oporność odbiornika  $R$  możemy wyznaczyć następująco:

$$R = UI [\Omega]$$

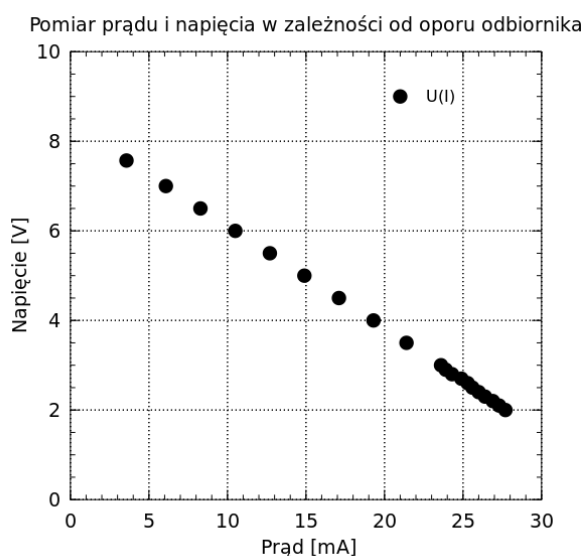
gdzie:  $U$  [V] i  $I$  [A] to pomiary prądu i napięcia na odbiorniku.

## 2 Pomiar

### 2.1 Pomiar prądu i napięcia

- napięcia = [7.57, 7, 6.5, 6, 5.5, 5, 4.5, 4, 3.5, 3, 2.9, 2.8, 2.7, 2.6, 2.5, 2.4, 2.3, 2.2, 2.1, 2] # [V]
- prądy = [3.57, 6.08, 8.28, 10.5, 12.7, 14.9, 17.1, 19.3, 21.4, 23.6, 23.9, 24.3, 24.9, 25.3, 25.6, 26, 26.4, 26.9, 27.3, 27.7] # [mA]

### 2.2 Ilustracja graficzna pomiaru



### 2.3 Wstępne wyznaczenie siły elektromotorycznej $\mathcal{E}$ i oporu wewnętrznego $r$ zasilacza

Do wyznaczenia  $\mathcal{E}$  i  $r$  wystarczą nam 2 równania:

$$U(R1) = \mathcal{E} - I(R1)r$$

$$U(R2) = \mathcal{E} - I(R2)r$$

odejmując te równania:

$$U(R1) - U(R2) = r(I(R2) - I(R1))$$

czyli:

$$r = \frac{U(R1) - U(R2)}{I(R2) - I(R1)}$$

$$\mathcal{E} = U(R1) + I(R1)r$$

**2.3.1 Opór wewnętrzny  $r$  dla pierwszego i ostatniego ustawienia potencjometru = 230.83 [ $\Omega$ ]**

**2.3.2 Siła elektromotoryczna  $\mathcal{E}$  dla pierwszego i ostatniego ustawienia potencjometru = 8.39 [V]**

## **2.4 Wyznaczenie siły elektromotorycznej $\mathcal{E}$ i oporu wewnętrznego $r$ zasilacza metodą regresji**

### **2.4.1 Regresja liniowa dwuparametrowa**

[http://en.wikipedia.org/wiki/Simple\\_linear\\_regression](http://en.wikipedia.org/wiki/Simple_linear_regression)

$$S = \sum_{i=1}^n 1 = n, \quad S_x = \sum_{i=1}^n x_i, \quad S_{xx} = \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad S_y = \sum_{i=1}^n y_i, \quad S_{yy} = \sum_{i=1}^n y_i^2, \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i y_i, \quad \Delta = S \cdot S_{xx} - (S_x)^2$$

Prosta dopasowania:

$$y = ax + b$$

Współczynniki prostej:

$$a = \frac{S \cdot S_{xy} - S_x \cdot S_y}{\Delta}, \quad b = \frac{S_{xx} \cdot S_y - S_x \cdot S_{xy}}{\Delta}.$$

suma odchyłeń standardowych wszystkich pomiarów:

$$\sigma_y^2 = S_{yy} - a S_{xy} - b S_y.$$

Błąd kwadratowy a:

$$\sigma_a^2 = \frac{S}{S-2} \frac{\sigma_y^2}{\Delta},$$

Błąd kwadratowy b:

$$\sigma_b^2 = \sigma_a^2 \frac{S_{xx}}{S},$$

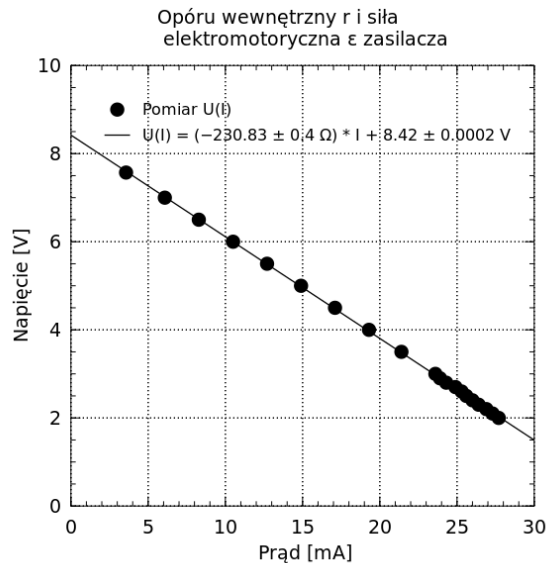
**2.4.2 Opór wewnętrzny = -230.83 [ $\Omega$ ]**

**2.4.3 Błąd wyznaczenia oporu wewnętrznego = 0.4 [ $\Omega$ ]**

**2.4.4 Siła elektromotoryczna = 8.42 [V]**

**2.4.5 Błąd wyznaczenia siły elektromotorycznej = 0.0002 [V]**

## 2.5 Ilustracja graficzna dopasowania $\varepsilon$ i $r$ ( $\Delta\varepsilon$ i $\Delta r$ )



## 2.6 Wyznaczenie mocy użytecznej $P_u$ i jej ilustracja w zależności od stosunku oporu odbiornika do oporu wewnętrznego zasilacza $R/r$

### 2.6.1 Metoda sporządzenia wykresu

Moc użyteczna to moc jaką otrzymuje klient. Tutaj klientem jest odbiornik. Moc na odbiorniku wynosi:

$$P_u(\varepsilon, r, R) = U(\varepsilon, r, R) I(\varepsilon, r, R) \text{ [W]}$$

gdzie:  $U$  mierzone napięcie na odbiorniku,  $I$  mierzony prąd na odbiorniku,  $\varepsilon$  to siła elektromotoryczna a  $r$  opór wewnętrzny zasilacza. Wykres sporządzamy jako zbiór punktów:

$$\left( \frac{R}{r}, P_u(\varepsilon, r, R) \right)$$

gdzie:  $R = U/I$  to pomiary, a  $\varepsilon$  i  $r$  to wyznaczone stałe, w skrócie:

$$\left( \frac{U}{Ir}, (U, I) \right)$$

Powinniśmy móc zauważyć że największą moc jest wtedy gdy obciążenie jest równe oporowi wewnętrznemu.

### 2.6.2 Opory odbiornika $R$

[2120.0, 1151.0, 785.0, 571.0, 433.0, 336.0, 263.0, 207.0, 164.0, 127.0, 121.0, 115.0, 108.0, 103.0, 98.0, 92.0, 87.0, 82.0, 77.0, 72.0] [ $\Omega$ ]

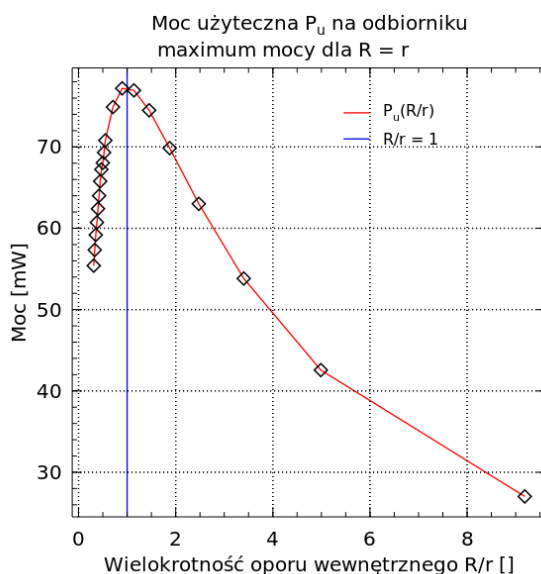
### 2.6.3 Opory względne $R/r$

[9.184, 4.986, 3.401, 2.474, 1.876, 1.456, 1.139, 0.897, 0.71, 0.55, 0.524, 0.498, 0.468, 0.446, 0.425, 0.399, 0.377, 0.355, 0.334, 0.312]

## 2.6.4 Moce użyteczne $P_u$

[0.027, 0.0426, 0.0538, 0.063, 0.0698, 0.0745, 0.077, 0.0772, 0.0749, 0.0708, 0.0693, 0.068, 0.0672, 0.0658, 0.064, 0.0624, 0.0607, 0.0592, 0.0573, 0.0554] [W]

## 2.6.5 Ilustracja graficzna $P_u(R/r)$



## 2.7 Wyznaczenie mocy całkowitej $P_c$ i jej zależność od oporu względnego $R/r$

### 2.7.1 Metoda sporządzenia wykresu

Moc całkowita to moc na zasilaczu, czyli iloczyn prądu i napięcia zasilacza:

$$P_c(\varepsilon, r, R) = \varepsilon I(\varepsilon, r, R) \text{ [W]}$$

gdzie:  $R = U/I$  stosunek mierzonego napięcia do prądu na odbiorniku,  $\varepsilon$  to siła elektromotoryczna a  $r$  opór wewnętrzny zasilacza wyznaczone wcześniej.

W skrócie wykres sporządzamy jako zbiór punktów  $(R/r, P_c)$ :

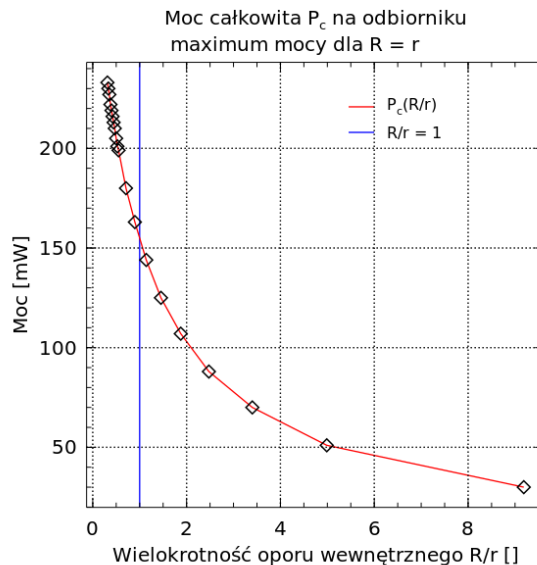
$$\left( \frac{U}{Ir}, (\varepsilon I) \right)$$

Powinniśmy móc zauważyć, że maksimum mocy dostarczanej przez zasilacz jest gdy opór odbiornika jest najmniejszy (czyli płynie największy prąd)

### 2.7.2 Moce całkowite $P_c$

[0.03, 0.051, 0.07, 0.088, 0.107, 0.125, 0.144, 0.163, 0.18, 0.199, 0.201, 0.205, 0.21, 0.213, 0.216, 0.219, 0.222, 0.227, 0.23, 0.233] [W]

### 2.7.3 Ilustracja graficzna $P_c(R/r)$



## 2.8 Wyznaczanie sprawności (wydajności) $\eta$ układu zasilacz – odbiornik

### 2.8.1 Metoda sporządzenia wykresu

Sprawność układu zasilacz - odbiornik to stosunek mocy na odbiorniku do mocy na zasilaczu:

$$\eta(\varepsilon, r, R) = \frac{P_u(\varepsilon, r, R)}{P_c(\varepsilon, r, R)} \text{ [au]}$$

gdzie:  $R = U/I$  stosunek mierzonego napięcia do prądu na odbiorniku,  $\varepsilon$  to siła elektromotoryczna a  $r$  opór wewnętrzny zasilacza wyznaczone wcześniej.

W skrócie wykres sporządzamy jako zbiór punktów  $(R/r, \eta)$ :

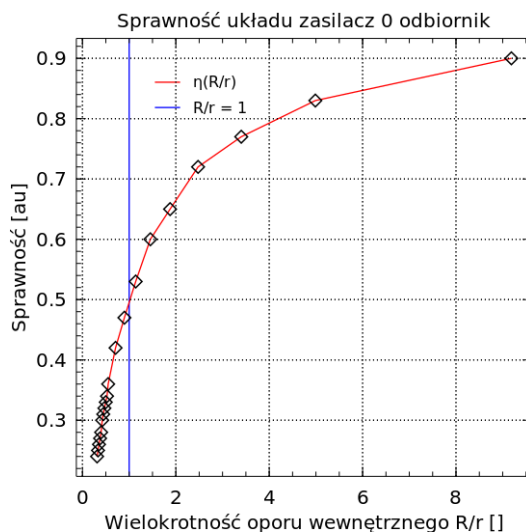
$$\left( \frac{U}{Ir}, \frac{P_u}{P_c} \right)$$

Powinniśmy móc zauważyć, że maksimum wydajności  $\eta$  układu zasilacz - odbiornik jest gdy opór odbiornika jest największy (czyli płynie najmniejszy prąd).

### 2.8.2 Sprawności $\eta$

[0.9, 0.83, 0.77, 0.72, 0.65, 0.6, 0.53, 0.47, 0.42, 0.36, 0.34, 0.33, 0.32, 0.31, 0.3, 0.28, 0.27, 0.26, 0.25, 0.24] [au]

### 2.8.3 Ilustracja graficzna $\eta(R/r)$



## 3 Wnioski

Wyznaczono opór wewnętrzny =  $230.83 \pm 0.4$  [ $\Omega$ ].

Wyznaczono siłę elektromotoryczną =  $8.42 \pm 0.0002$  [V]

Na wykresie mocy użytecznej w funkcji oporu względnego widać, że największa moc użyteczna jest dla oporu odbiornika równego oporowi wewnętrznemu.

Na wykresie mocy całkowitej w funkcji oporu względnego widać, że moc całkowita dostarczana przez zasilacz spada wraz ze wzrostem oporu odbiornika.

Na wykresie sprawności w funkcji oporu względnego widać, że wydajność rośnie im mniej korzystamy z zasilacza.