

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

## ОЗНАЙОМЛЕННЯ З МОЖЛИВОСТЯМИ МОДЕЛЮВАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ЗАСОБІВ *PYTHON*

Мета роботи – ознайомлення з основними засобами моделювання у мові *Python*, її спеціалізованими бібліотеками *numpy*, *scipy*, *matplotlib*, їх настройкою та використанням для імітаційного моделювання й дослідження простих систем, що мають різну природу.

При виконанні лабораторної роботи студент повинен освоїти техніку побудови програмних моделей систем, наведених у завданні, навчитися коректному користуванню функціями вказаних бібліотек.

### 1.1. Завдання до лабораторної роботи

#### 1.1.1. Фігури Лісажу

Побудувати за допомогою засобів *Python* модель, що імітує фігури Лісажу 1-го рангу ( $\omega_1/\omega_2=1$ ). Продемонструвати, які зміни відбуваються в зображенні фігури при зміні різниці фаз коливань, охарактеризувати ці зміни. Якого вигляду набуває фігура при  $\omega_1/\omega_2 \approx 1$ ? Те ж саме виконати для фігур 2-го рангу ( $\omega_1/\omega_2=2$ ).

Побудувати графік поліному Чебишева деякого, за власним вибором, порядку,  $3 \leq n \leq 7$  (див. 1.2.1).

#### 1.1.2. Годограф Михайлова

Побудувати модель, в якій для дослідження на стійкість розв'язків лінійної системи диференціальних рівнянь використовується годограф Михайлова (див. 1.2.2.). Дослідити на стійкість одну з 15 наведених за виглядом характеристичного полінома систем, згідно з номером індивідуального варіанта. Нумери варіантів співпадають із номерами у списку.

1.  $D(p) = p^7 + 5p^6 + 7p^3 + p + 1$ ;
2.  $D(p) = p^8 + 3p^6 + 8p^3 + 2p + 1$ ;
3.  $D(p) = p^{10} + 7p^8 + 11p^7 + 5p + 1$ ;
4.  $D(p) = p^{77} + p^{55} + p^4 + p + 3$ ;

5.  $D(p) = p^{99} + p^{88} + p^{77} + p^5 + p + 4;$
6.  $D(p) = p^{101} + p^{99} + p^{88} + p^{77} + p^4 + p + 5;$
7.  $D(p) = 3p^6 + p^4 + 2p^3 + 2;$
8.  $D(p) = p^5 + 4p^3 + p^2 + 2p + 3;$
9.  $D(p) = 2p^5 + 5p^4 + 2p^3 + p^2 + 12p + 1;$
10.  $D(p) = 17p^5 + 4p^3 + 5p^2 + 21p + 13;$
11.  $D(p) = 7p^5 + 5p^3 + 7p^2 + 2p + 3;$
12.  $D(p) = 11p^7 + p^3 + 15p^2 + 6p + 4;$
13.  $D(p) = 17p^5 + 4p^3 + 5p^2 + 21p + 13;$
14.  $D(p) = 3p^6 + 3p^5 + 4p^3 + 3p + 3;$

### 1.1.3. Банкомат

Реалізувати за допомогою загальних засобів мови **Python** алгоритм функціонування банкомату, що виконує послідовність дій, зображену на схемі на Рис.1. Перед початком роботи автомата повинна відбуватися ініціалізація суми рахунку випадковим значенням, де кількість гривень та копійок мають цілі значення. Вважається, що картка має тип та код, які задаються цілими значеннями. Банкомат може обслуговувати тільки картки певних типів, та з певними кодами, значення яких задаються попередньо.

$a_0$ : Запрошення до вводу картки.

$a_1$ : Розпізнання картки.

$a_2$ : Запрошення до вводу коду.

$a_3$ : Перевірка коду.

$a_4$ : Вивід меню, яке пропонує вибір наступних операцій:

стан рахунку, зняття грошей, вихід.

$a_5$ : Вивід стану рахунку та повернення до меню ( $a_4$ ).

$a_6$ : Запит на введення суми.

$a_7$ : Перевірка наявності грошей (вважається, що кількість грошей банкомату необмежена, та є банкноти всіх номіналів у потрібної кількості).

$a_8$ : Видача готівки. (Дія, за бажанням, може моделюватися виводом суми виданої готівки, яка може бути представлена або в тієї ж формі, що й сума рахунку. Або у вигляді послідовності

чисел, кожне з яких відповідає номінації виданих банкнот.) Корегування рахунку (зменшення його суми на відповідне значення) та повернення до меню.

$a_9$ : Повідомлення про недостатню кількість грошей на рахунку й повернення до меню.

$a_{10}$ : Прощальні вітання.

$a_{11}$ : Запрошення до повторного вводу коду.

$a_{12}$ : Повідомлення про невірний код і блокування картки.

$a_{13}$ : Повідомлення, що запропонований тип картки не підтримується даним банкоматом.

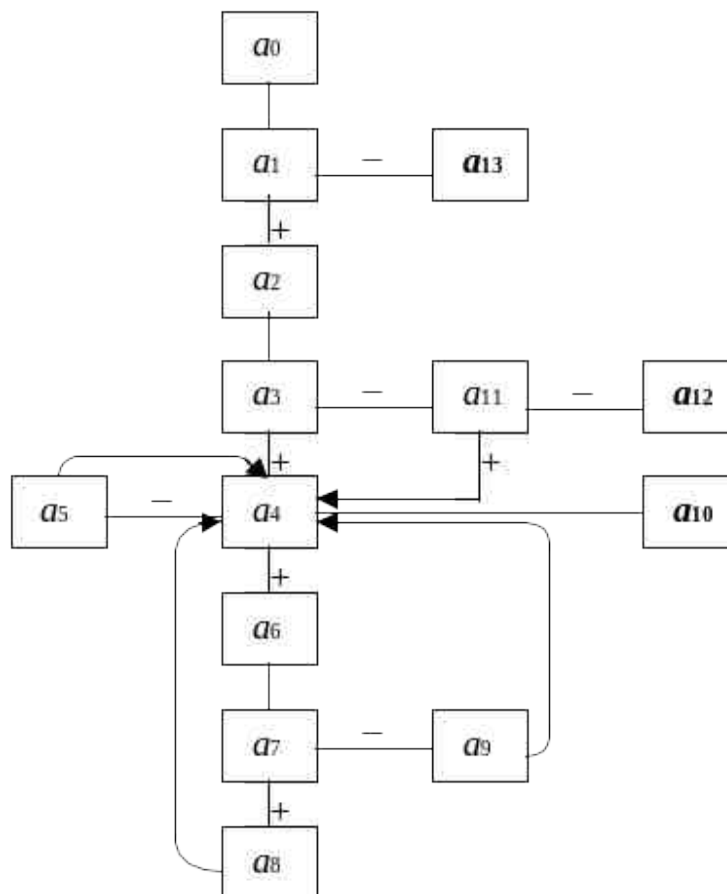


Рис.1. Схема дій банкомату

## 1.2. Теоретичні положення

1.2.1. Фігури Лісажу це параметричні криві  $x = \cos(\omega_x t + \varphi_x)$ ;  $y = \cos(\omega_y t + \varphi_y)$  на площині  $(x, y)$  формуються як траєкторія руху точки, проєкції якого на осі є гармонійними коливаннями. Зазвичай вони вивчаються у розділі “Механіка” курсу загальної фізики.

Поліномом Чебишева  $n$ -го порядку називається функція вигляду  $T_n(x) = \cos(n \cdot \arccos(x))$ .

1.2.2. У роботі пропонується скористатися **критерієм Михайлова** для дослідження на стійкість розв'язків системи лінійних диференціальних рівнянь у випадку, коли виконується необхідна ознака стійкості. Розглянемо *характеристичний поліном* лінійної системи  $n$ -го порядку

$$D(\lambda) = a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1} \lambda + a_n$$

з додатними коефіцієнтами (це необхідна умова стійкості!). Підставимо в нього уявне значення аргументу  $\lambda = i\omega$  й отримаємо  $D(i\omega) = X(\omega) + iY(\omega)$ . Зобразимо годограф (графік) цього виразу на комплексній площині  $(X, Y)$  при  $\omega \in [0, +\infty)$ . **Критерій Михайлова** формулюється наступним чином:

---

*Для стійкості лінійної системи  $n$ -го порядку необхідно й достатньо, щоб зміна аргументу комплексного значення функції  $D(i\omega)$  при зміні параметра  $\omega$  від 0 до  $+\infty$  дорівнювала  $n\pi/2$ , тобто  $\Delta \text{Arg } D(i\omega) = n\pi/2$  при  $0 \leq \omega \leq +\infty$ .*

---

Інакше кажучи, **потрібно, щоб годограф Михайлова проходив послідовно  $n$  квадрантів суворо проти часової стрілки** (кожного разу обходячи початок координат комплексної площини).

## 1.3. Порядок виконання роботи

1.3.1. Ознайомитися з описом вказаних бібліотек мови *Python*.

1.3.2. Ознайомитися з теоретичними положеннями, які включає завдання роботи.

1.3.3. Виконати завдання 1, 2, 3 роботи та підготувати звіт.

## 1.4. Зміст звіту

1.4.1. Файл з лістингом програми-моделі для завдань 1, 2, 3 з вказаними конкретними параметрами, що були використані в кожному з її блоків.

1.4.2. Результати виконання модельного експерименту у вигляді малюнків для завдань 1, 2, для завдання 3 – демонстрація роботи.

1.4.3. Відповіді на питання завдання та на контрольні питання.

1.4.4. Висновки по результатах кожного завдання.

## 1.5. Контрольні питання

1.5.1. Який вигляд повинні мати фігури Лісажу при раціональному та ірраціональному співвідношенні частот?

1.5.2. Навести приклад стійкої системи рівнянь не менш ніж 3-го порядку та продемонструвати її стійкість за критерієм Михайлова.

1.5.3. Чи містить мова *Python* засоби, за допомогою яких можна задати можливість повторного вводу коду, без використання стану  $a_{11}$ ?