

# Лабораторна

## робота № 3

### Тема: «Моделювання систем з використанням мереж Петрі»

#### Теория

1. **Сеть Петри** определяется как кортеж  $PN = \langle P, T, I, O, M_0 \rangle$ , где

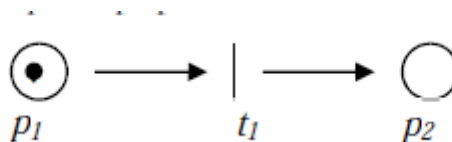
$P$  – конечное множество позиций,

$T$  – конечное множество переходов,

$I: T \rightarrow P$  – множество входных функций,

$O: T \rightarrow P$  – множество выходных функций,

$M_0: P \rightarrow Z$  – начальная разметка.

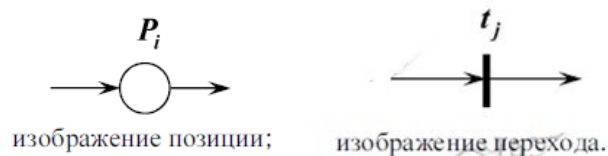


2. **Сеть Петри** – это математический инструмент для моделирования динамических дискретных систем.
3. **Позиция сети Петри** – это структурный компонент системы, ее неделимая часть. Структура СП (сети Петри) характеризуется неупорядоченным набором позиций, состояние СП — их наполнением. Каждой позиции ставится в соответствие натуральное число, указывающее количество т. н. фишек в данной позиции. Это число называют также меткой позиции, а совокупность таких чисел для всех позиций сети – разметкой сети. Позиция может и не содержать фишек, т.е. иметь нулевую метку. Процесс перераспределения фишек, называется выполнением сети Петри. Позициям соответствуют вершины графа СП, изображаемые кружками.

4. **Переход сети Петри** – это действие (преобразование), которое совершается внутри системы. Система, находясь в каком-то состоянии, может порождать какие-то действия и наоборот, выполнение какого-то действия переводит систему из одного состояния в другое.

Переходам соответствуют вершины графа СП, изображаемые черточками. Переходы сетевой модели интерпретируются как события, входные позиции перехода – как условия возникновения события (*предусловия*), выходные позиции – как условия, возникающие после совершения события (*постусловия*). Состояние системы описывается совокупностью условий. Функционирование системы состоит в осуществлении последовательности событий. Для возникновения события необходимо выполнение некоторых предусловий. Возникновение событий может привести к выполнению постусловий. В сети Петри условия моделируются позициями, события – переходами.

5. **Сети Петри** удобно изображать двудольными ориентированными графами. Вершинами орграфа являются позиции и переходы, обычно позиции в сети Петри обозначены кружком, а переходы – вертикальной линией (чертой):



6. **Дуга сети Петри** – это соединение между позициями и переходами. Каждая дуга имеет свой вес. Дуги можно разделить на два типа: дуги, направленные от позиций к переходам; дуги, направленные от переходов к позициям, других нет. При срабатывании перехода число фишек, равное весу входящей в него дуги удаляется из каждой его входной позиции и число фишек, равное весу выходящей из него дуги добавляется в каждую выходную позицию. Срабатывание перехода происходит мгновенно за нулевое время. Если одновременно активированы два либо более переходов, то срабатывает только один из них (одновременное срабатывание двух переходов в сетях Петри не допускается). Выбор запускаемого перехода осуществляется случайно, в этом смысле сети Петри – недетерминированная модель.

7. **Фишка сети Петри** – это примитивное понятие сетей Петри, подобно позициям и переходам. Фишки присваиваются (можно считать, что они принадлежат) позициям. Количество и положение фишек при выполнении сети Петри могут изменяться. Фишки используются для определения выполнения сети Петри.

Функционированием сети Петри управляют количество и распределение фишек в сети. Фишки находятся в позициях и управляют выполнением переходов сети. Сеть Петри меняет состояние через реализацию переходов.

- Переход запускается удалением фишек из его входных позиций и образованием новых фишек, помещаемых в его выходные позиции.
- Переход может запускаться только в том случае, когда он разрешен.

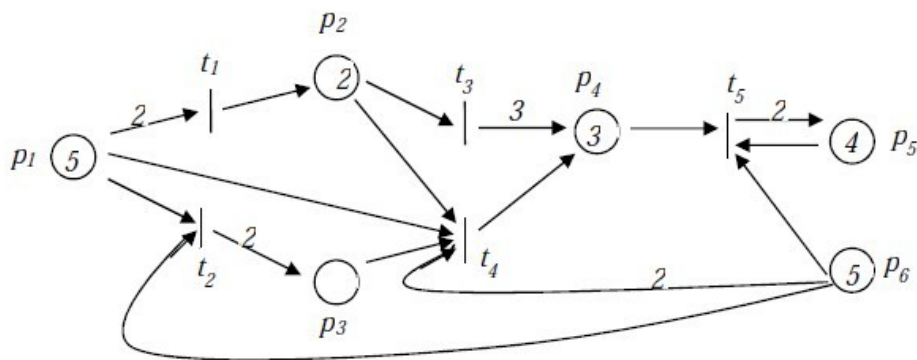
- Переход называется разрешенным, если каждая из его входных позиций имеет число фишек не меньше веса дуги из этой позиции в переход.

Фишки во входной позиции, которые разрешают переход, называются его разрешающими фишками.

Например, пусть позиции  $p_1$  и  $p_2$  входные (с дугами веса 1) для перехода  $t_4$ , тогда  $t_4$  разрешен, если  $p_1$  и  $p_2$  имеют хотя бы по одной фишке.

8. **Маркер сети Петри** – это изображение динамического объекта внутри позиции сети Петри. Число маркеров в позициях СП может изменяться со временем. Другое название маркера – метка (та же фишка).

9. **Разметка сети Петри** – это распределение маркеров внутри сети Петри. То же маркировка СП. Каждое изменение разметки называют событием, причем каждое простое событие есть реализация отдельного перехода. Считается, что события происходят мгновенно и возможно одновременно при выполнении соответствующих условий.



Разметка  $\mu = (5; 2; 0; 3; 4; 5)$

10. **Срабатывание перехода сети Петри** – это совершение события, при котором меняется наполнение маркерами входных и выходных позиций этого перехода в соответствии с весами дуг. Последовательность событий образует моделируемый процесс.

11. **Правила срабатывания переходов и пересчета разметки сети:**

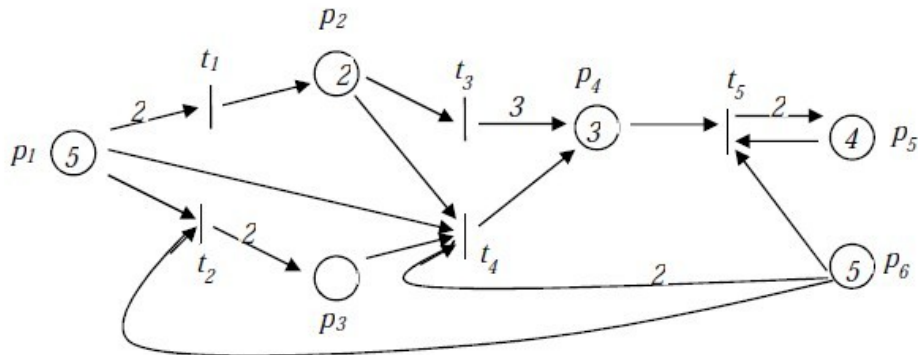
переход срабатывает, если для каждой из его входных позиций выполняется условие  $N_i \geq K_i$ , где  $N_i$  – число маркеров в  $i$ -й входной позиции,  $K_i$  – метка дуги, идущей от  $i$ -й позиции к переходу; при срабатывании перехода число маркеров в  $i$ -й входной позиции уменьшается на  $K_i$ , а в  $j$ -й выходной позиции увеличивается на  $M_j$ , где  $M_j$  – метка дуги, связывающей переход с  $j$ -й позицией.

#### Достижимая разметка

Пусть некоторый переход в разметке  $\mu$  разрешен и, следовательно, может быть реализован. Результат срабатывания перехода в разметке  $\mu$  есть новая разметка  $\mu'$ . Говорят, что  $\mu'$  является непосредственно достижимой из разметки  $\mu$  иными словами, состояние  $\mu'$  непосредственно получается из состояния  $\mu$ .

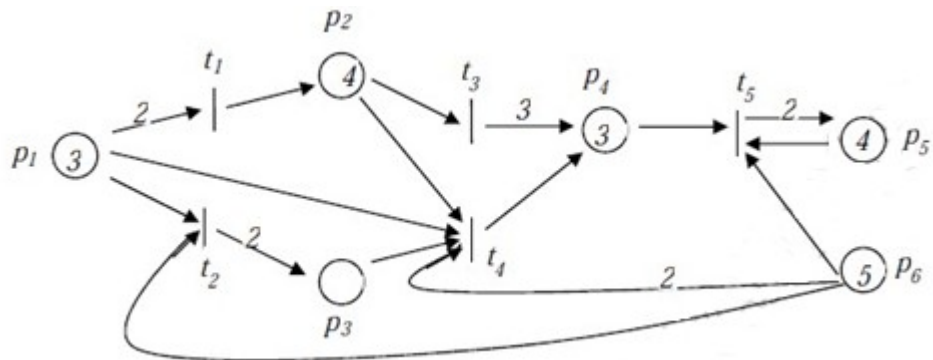
**Пример пошаговой работы СП.** Пусть задана сеть Петри

$I(t_1) = \{p_1; p_1\}; O(t_1) = \{p_2\}; I(t_2) = \{p_1; p_6\}; O(t_2) = \{p_3; p_3\}; I(t_3) = \{p_2\}; O(t_3) = \{p_4; p_4; p_4\},$   
 $I(t_4) = \{p_1; p_2; p_3; p_6; p_6\}; O(t_4) = \{p_4\}; I(t_5) = \{p_4; p_5; p_6\}; O(t_5) = \{p_5; p_5\}; \mu = (5; 2; 0; 3; 4; 5).$

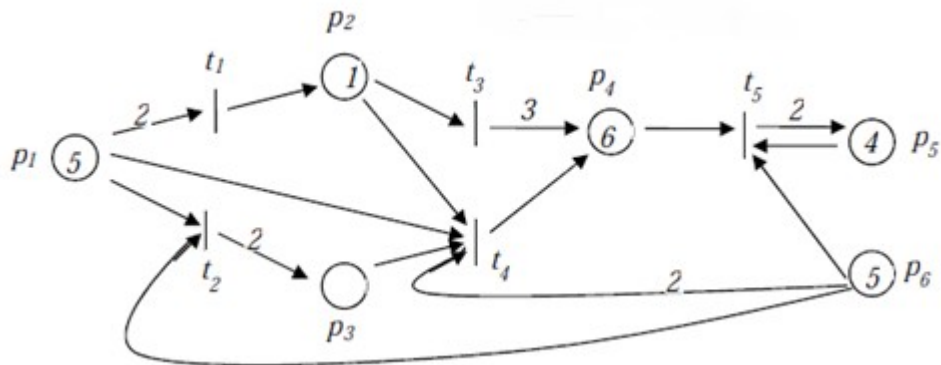


ее начальная разметка  $\mu = (5; 2; 0; 3; 4; 5)$

а) Срабатывание перехода  $t_1; \mu' = (3; 4; 0; 3; 4; 5)$  - новая разметка.

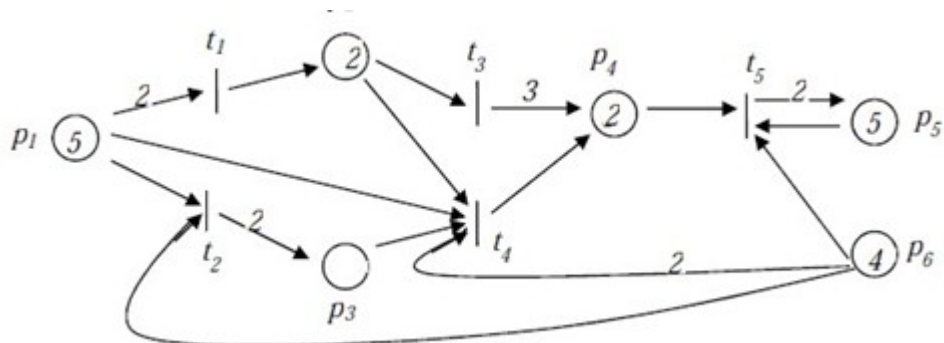


б) Результат запуска следующего перехода  $t_5; \mu'' = (5; 1; 0; 6; 4; 5)$



в) разметка, полученная в результате срабатывание перехода

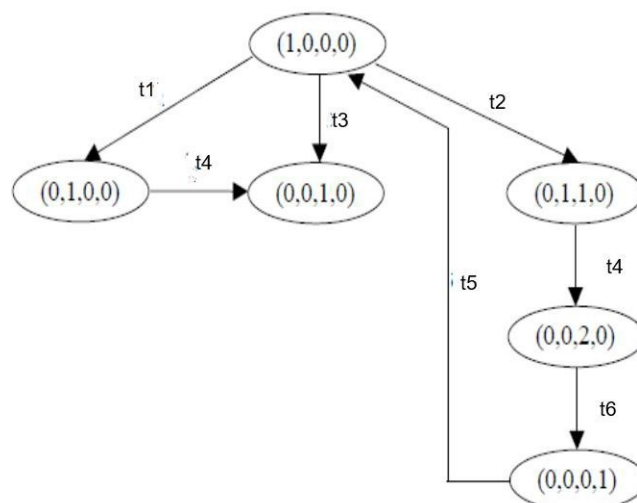
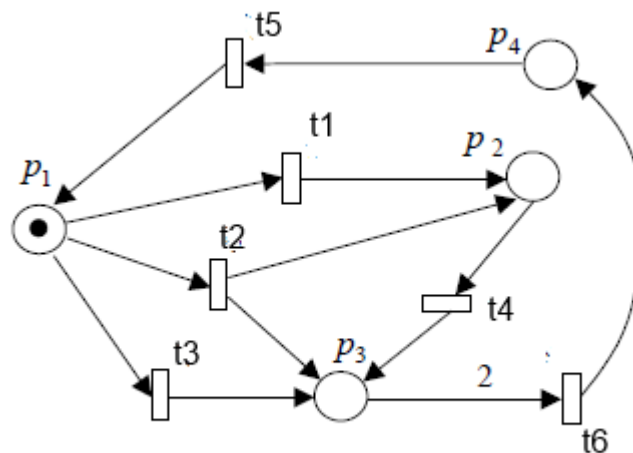
$t_5; \mu''' = (5; 2; 0; 2; 5; 4)$



**Коротко главное:**

- Сеть Петри формируется из **позиций** и **переходов**.
- Они связываются ориентированными **дугами** с весами, а **позиции** содержат **метки (фишки)**.
- Количество меток, которое изымается или устанавливается в позиции, определяется **весом** соответствующей дуги.
- Метка может находиться только в позициях, т.к. они представляют состояния системы.
- Количество меток, которое содержится в позиции, называется **разметкой**.
- **Предусловие** означает, что количество меток во входной позиции должно быть не меньше веса дуги, идущей из этой позиции в переход.
- **Постусловие** означает, что выходная позиция получит такое количество меток, которое должно быть равно весу дуги из перехода в эту позицию.
- Когда все предусловия выполнены, тогда и только тогда этот переход может **сработать** (и разметка входных и выходных позиций пересчитается).
- Таким образом, **события**, как изменение состояний системы, определяются срабатыванием переходов.
- **Интерпретация**: **переходы** - процессы, **метки** - ресурсы, **позиции** - накопители ресурсов, **модель** взаимодействующих процессов с возможно общими ресурсами.

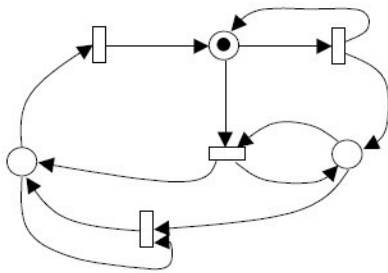
**Пример построения графа маркировок (разметок)**



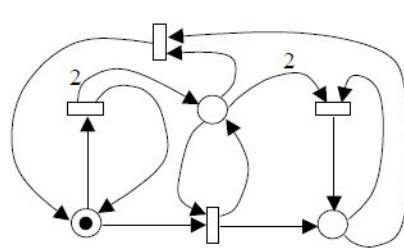
12. **Задание 1.** На отдельном листе бумаги постройте граф достижимых маркировок для заданной сети Петри для своего варианта.

**Варианты сетей Петри:**

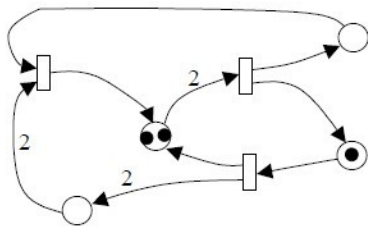
1



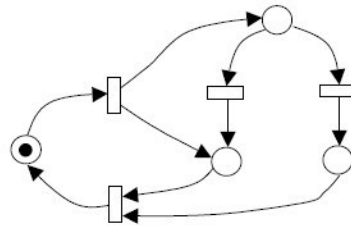
2



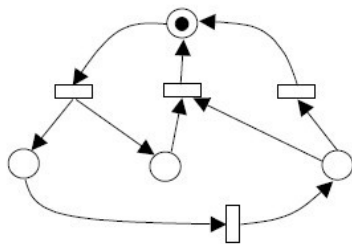
3



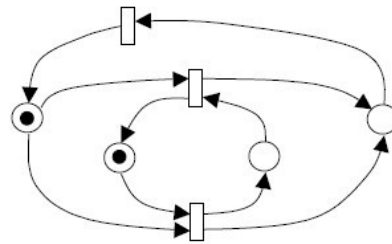
4



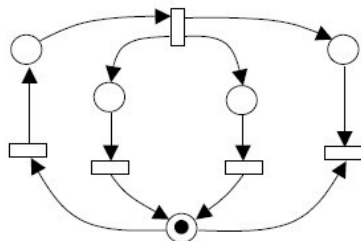
5



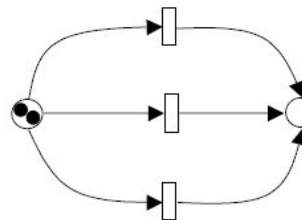
6



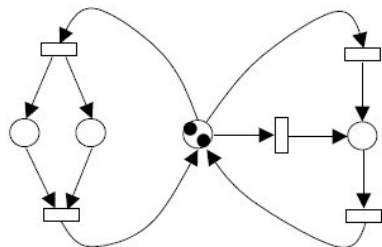
7



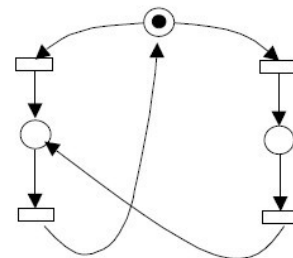
8



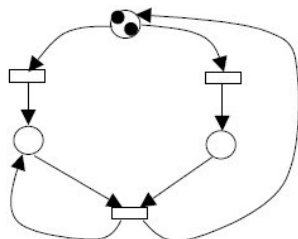
9



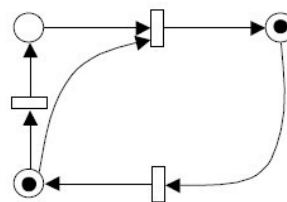
10

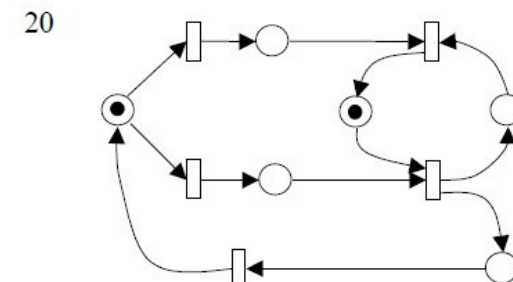
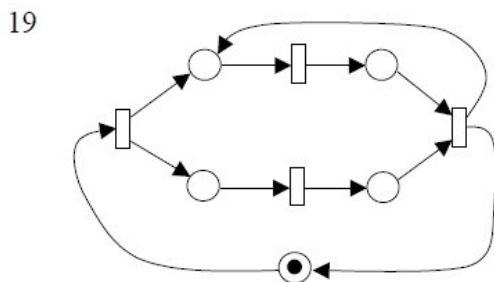
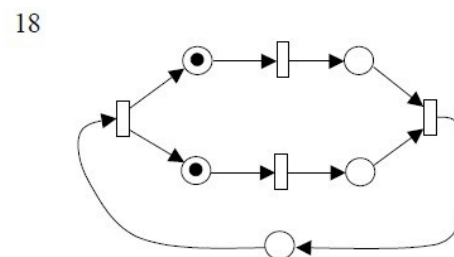
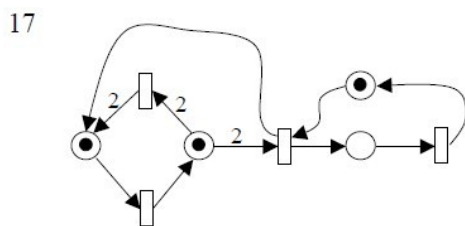
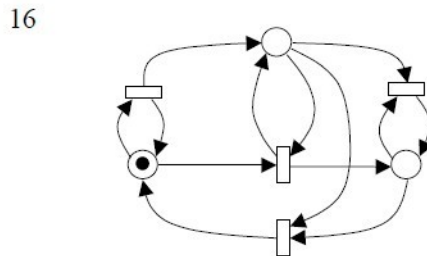
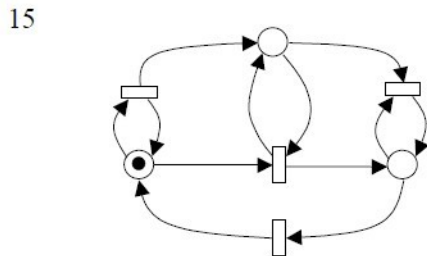
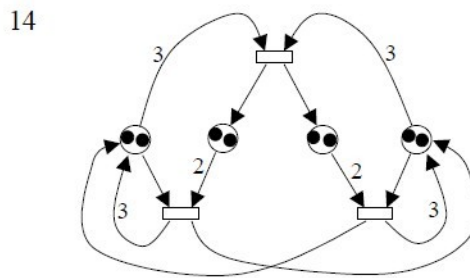
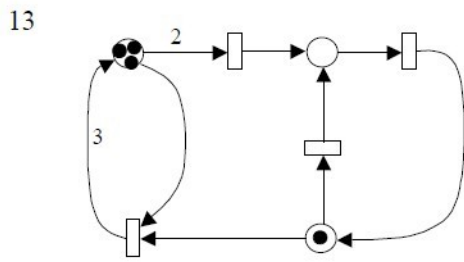


11



12





### 13. Проверка преподавателя.

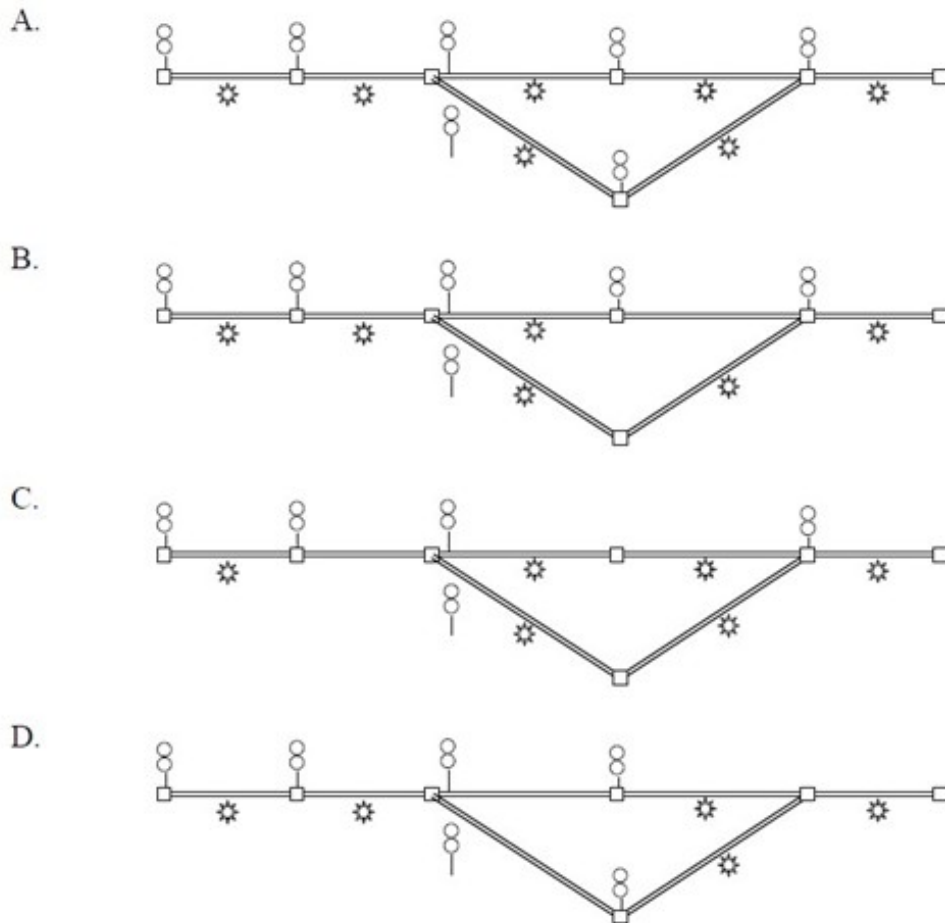
14. Задание 2. Для своего варианта задачи, построить модель сети Петри

#### Варианты заданий:

1. Задача об обедающих философах. Пять философов отдыхают в пансионате. Каждый из философов может предаваться размышлениям, или обедать, посетив столовую. В столовой находится круглый стол, за которым есть места для каждого из философов, пять тарелок, пять вилок, расположенных между тарелками и блюдо спагетти в центре стола. Каждый философ для того чтобы пообедать берет одновременно две вилки и приступает к трапезе, по завершению которой он кладет вилки на стол и предаётся размышлениям.
2. Представить задачу 1 об обедающих философах для случая, когда левую и праву вилки берут поочередно.
3. Представить модель задачи 2 для случая, когда за стол приглашают одного из философов, не препятствующему общему поглощению пищи обедающими.
4. Представить модель задачи 3 для случая, когда приглашение к столу необязательные к рассмотрению философам.
5. Построить модель обслуживания процессов в компьютере, который имеет два процессора, магнитный диск и принтер.



6. Построить модель взаимодействия трех процессов, из которых один пишет сообщения в буфер, а другие два обрабатывают сообщения и помещают результат в выходной буфер.
7. Представить модель задачи 6 при ограничениях на размер буферов.
8. Представить модель задачи 7 для произвольного заданного числа пишущих и читающих процессов.
9. Построить модель лифта для четырехэтажного дома. Кнопки вызова находятся на каждом этаже.
10. Представить модель задачи 9 с ограничениями на количество пассажиров.
11. Построить модель сдачи экзамена группой из четырех студентов одном экзаменатору.
12. Построить модель парикмахерской, в которой работает три парикмахера и есть пять сидячих мест для ожидания клиентов.
13. Представить модель задачи 12 для случая когда клиент, которому не достаюсь место, может или ожидать стоя, шли уйти неподстриженным.
14. Построить модель безопасного движения на участке железной дороги, представленном на схеме. Движение одностороннее. Дорога состоит из перегонов со светофорами (!) и датчиками занятости (\*).



15. Построить модель ядерной реакции, при которой из каждого атома, в который попадает нейтрон, выделяется при распаде восемь нейтронов и образуется новый атом.

15. **Проверка преподавателя.**

16. **Задание 3.** В системе моделирования построить созданную в предыдущем задании модель сети Петри, построить ее граф разметок.

17. **Проверка преподавателя.**