

Meu propósito inicial era construir uma imersão isométrica de $X = \mathcal{L}((R^m)^{p+1}, R^n)$ em $Y = \mathcal{L}(\ell^1(R^m), R^n)$, para $p \in \omega$ fixo.

Para tal, definamos a seguinte aplicação $\Lambda : X \rightarrow Y$ por:

$$(1) \quad \Lambda(T)(v) = T(v|_{p+1})$$

Sem muita dificuldade, prova-se que Λ é linear e $\ker \Lambda = \{0\}$, *a fortiori*, Λ é um isomorfismo linear. Ademais,

$$\|T\| = \sup \left\{ \|T(u)\| : u \in (R^m)^{p+1} \wedge \|u\| \leq 1 \right\}$$

é igual a

$$\|\Lambda(T)\|_1 = \sup \left\{ \|\Lambda(T)(v)\| : v \in \ell^1(R^m) \wedge \|v\|_1 \leq 1 \right\},$$

i.e., Λ é uma isometria linear.