

## 实验目的

1. 学习用双臂电桥测低电阻的原理和方法。
2. 用双臂电桥测量几种导体的电阻率。

## 实验仪器

名 称	使用情况(良好、一般、故障)
直流双臂电桥	良好
待测金属固定板	良好
滑线变阻器	良好
标准电阻	良好
双刀换向开关	良好
螺旋测微计	良好
直流检流计	良好
安培表	良好

注:实验目的、实验仪器名称要在课前预习时填写。

## 实验原理(请用自己的语言简明扼要地叙述,注意原理图需要画出、主要公式需要写明)

由于导线电阻和接触电阻的存在,用单臂电桥测量  $1\Omega$  以下的电阻时误差很大。为了减少误差,可将单臂电桥改为双臂电桥。

### 伏安法测量金属棒的电阻

首先,分析导线电阻和接触电阻(数量级为  $10^{-2}\Omega \sim 10^{-5}\Omega$ ) 对测量结果的影响。例如,用伏安法测量金属棒的电阻  $R_x$  的情况,如图一所示。通过电流表的电流  $I$  流经  $A$  点分为  $I_1, I_2$  两路。 $I_1$  经过电流表与金属棒间的接触电阻和导线电阻  $R_1$  再流入  $R_x, I_2$  经过电流表与电压表间的接触电阻和导线电阻  $R_3$  再流入电压表,其等效电路如图二所示,其中  $R_2, R_4$  与  $R_1, R_3$  的情况类似。因此,  $R_1, R_2$  应算作与  $R_x$  串联,  $R_3, R_4$  应算作与电压表串联。所以电压表测量的电压不是  $R_x$  两端的电压,测量结果有误差。如果  $R_x, R_1, R_2$  的阻值为同数量级,则测量结果的误差相当大。

### 四段接法测量金属棒的电阻

将测量线路改成如图三所示,其中  $AB$  段是被测电阻  $R_x$ 。经同样的分析可知,虽然接触电阻和导线电阻仍然存在,但所处的位置不同,构成的等效电路如图四所示。由于电压表的内阻远大于  $R_3, R_4, R_x$ ,所以电压表和电流表的读数可以相当准确地反映电阻  $R_x$  上的电压降和通过它的电流,故利用欧姆定律就可算出电阻  $R_x$ 。

### 双臂电桥的原理

测量低电阻时,为了消除接触电阻的影响,将通过电流的接点(称电流接点)和测量电压的接点(称电压接点)分开,并将电压节点放在里面。

如图五所示,在待测电阻上作四个接点,即电压接点  $P_1, P_2$  和电流接点  $C_1, C_2$ 。 $P_1, P_2$  段为被测电阻  $R_x, P_3, P_4$  段为标准电阻  $R_N$  (值为已知)。 $R$  为  $C_2, C_3$  之间的接触电阻和导线电阻。由上述分析可知,  $C_1, C_2$  点的接触电阻在  $R_x$  之外,对  $R_x$  的测量无影响。 $P_1, P_2$  点的接触电阻应分别视为与  $R_1, R_2$  串联,因  $R_1, R_2$  的阻值很大,故接触电阻可以忽略。标准电阻  $R_N$  处的情况与此相同。

### 双臂电桥的平衡条件

适当调节  $R_1, R_2, R_3, R_4, R_x$ , 使灵敏电流计中没有电流通过,此时说电桥处于平衡状态。

当电桥平衡时,  $I_g = 0$ , 通过  $R_1, R_3$  的电流相等,以  $I_1$  表示;通过  $R_2, R_4$  的电流相等,以  $I_2$  表示;通过  $R_x, R_N$  的电流相等,以  $I_3$  表示。因为  $A, B$  两点的电势相等,故有

$$\begin{cases} I_1 R_1 = I_3 R_x + I_2 R_2, \\ I_1 R_3 = I_3 R_N + I_2 R_4, \\ I_2 (R_2 + R_4) = (I_3 - I_2) R. \end{cases}$$

解得

$$R_x = \frac{R_1}{R_3} R_N + \frac{R R_4}{R + R_2 + R_4} \left( \frac{R_1}{R_3} - \frac{R_2}{R_4} \right).$$

注:实验原理课前预习时填写,要画原理图(电路或光路图)上课前教师检查。

式中, 若  $R_1 R_4 = R_2 R_3$ , 则右边第二项变为零, 此时有

$$R_x = \frac{R_1}{R_3} R_N = \frac{R_2}{R_4} R_N.$$

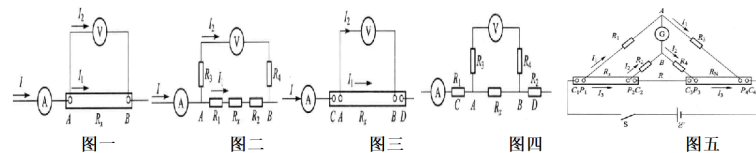
可见, 当电桥平衡时, 此式成立的条件是  $R_1 R_4 = R_2 R_3$ . 为保持该等式在使用电桥的过程中始终成立, 常将电桥做成一种特殊的结构, 即将比率臂采用双十进电阻箱。在这种电阻箱里, 两个相同十进电阻的转臂连接在同一转轴上, 因此在转臂的任一位置都保持  $R_1 = R_2, R_3 = R_4$ .

### 双臂电桥的优点

双臂电桥就是在单臂电桥的基础上, 增加了两个电阻臂  $R_2, R_4$ , 并使  $R_2, R_x$  分别随原有臂  $R_1, R_3$  作相同的变化, 当电桥平衡时可以消除附加电阻的影响。

### 温差电动势对测量结果的影响

用双臂电桥测低电阻时, 需要注意到温差电动势对测量结果的影响。当回路中有电流通过时, 产生焦耳热, 将使整个线路的各部分出现温差而导致温差电动势的产生。它对测量带来误差, 在测量过程中应设法消除。温差电动势只与焦耳热产生的温差有关, 而与电流方向无关。但电阻上的电压降与电流方向有关。因此, 当流过线路的电流方向改变时, 各电阻上的电压降改变方向, 但温差电动势的方向仍不改变。这样温差电动势产生的效果一次是相加, 一次是相减, 故可用改变电流的方向测量两次来消除温差电动势的影响。



## 实验内容与步骤

### 连接电路

如图一, 其中  $R_x$  为被测电阻,  $R_N = 0.01\Omega$  为标准电阻。

### 仪器初始化

置  $R_1 = R_2 = 10^2\Omega, R_3(\times 100) = 0, R_3(\times 10) \neq 0$ ; 滑动变阻器电阻  $R$  调至最大阻值位置; 电源选择“双桥”。

打开电源开关。

调节滑动变阻器  $R$  使电流为  $1.0A$ , 然后调  $R_3$  使电桥平衡。

### 测量 $R_3$

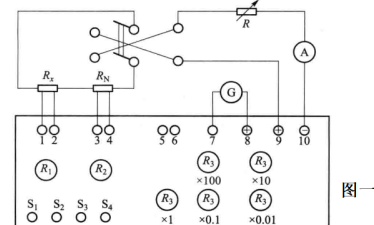
两次调节  $R_3$ , 使得检流计指针分别向左、右偏一个小格, 分别读出此时  $R_3$  的数值, 记  $R'_{3上}, R'_{3下}$ 。

改变电路方向, 重复上述步骤, 记  $R_{3上}, R_{3下}$ 。

测量导体  $R_x$  两个电压接点之间的距离  $l$ , 测量一次。

用螺旋测微器测量导体  $R_x$  直径  $d$ , 测量五次。

更换其他材料导体, 重复上述步骤。



注: 实验内容与实验步骤课后填写。

## ● 实验记录

$R_x$	铝棒	铜棒	铁棒
$R_{3上}/\Omega$	11.45	22.43	42.77
$R_{3下}/\Omega$	12.46	23.44	43.83
$R'_{3上}/\Omega$	12.42	23.45	44.11
$R'_{3下}/\Omega$	11.47	22.48	42.85
$l/mm$	400.0	400.0	400.0
$d/mm$ (5次)	4.035	3.973	3.995
	4.031	3.978	3.996
	4.043	3.976	3.989
	4.038	3.975	3.994
	4.033	3.978	3.991

注：自行设计规范的数据表格，表格中填写原始数据，注意单位和有效数字。

## 数据处理及误差分析

### 计算铝棒的电阻率

$$\begin{aligned}
 \overline{R_3} &= \frac{1}{4}(R_{3上} + R_{3下} + R'_{3上} + R'_{3下}) \\
 &= \frac{1}{4}(11.45 + 12.46 + 12.42 + 11.47) \\
 &= 11.95\Omega, \\
 \overline{d} &= \frac{1}{5} \sum d \\
 &= \frac{1}{5}(4.035 + 4.031 + 4.043 + 4.038 + 4.033) \\
 &= 4.036\text{mm}, \\
 \overline{R_x} &= \frac{R_N}{R_1} \overline{R_3} \\
 &= \frac{0.01}{10^2} 11.95 \\
 &= 1.195 * 10^{-3}\Omega, \\
 \overline{\rho} &= \frac{\pi \overline{d}^2}{4l} \overline{R_x} \\
 &= \frac{3.1416 * 4.036^2}{4 * 400.0} 1.195 * 10^{-3} \\
 &= 3.822 * 10^{-5}\Omega \cdot \text{mm}.
 \end{aligned}$$

### 计算铜棒的电阻率

$$\begin{aligned}
 \overline{R_3} &= \frac{1}{4}(R_{3上} + R_{3下} + R'_{3上} + R'_{3下}) \\
 &= \frac{1}{4}(22.43 + 23.44 + 23.45 + 22.48) \\
 &= 22.95\Omega, \\
 \overline{d} &= \frac{1}{5} \sum d \\
 &= \frac{1}{5}(3.973 + 3.978 + 3.976 + 3.975 + 3.978) \\
 &= 3.976\text{mm}, \\
 \overline{R_x} &= \frac{R_N}{R_1} \overline{R_3} \\
 &= \frac{0.01}{10^2} 22.95 \\
 &= 2.295 * 10^{-3}\Omega, \\
 \overline{\rho} &= \frac{\pi \overline{d}^2}{4l} \overline{R_x} \\
 &= \frac{3.1416 * 3.976^2}{4 * 400.0} 2.295 * 10^{-3} \\
 &= 8.513 * 10^{-5}\Omega \cdot \text{mm}.
 \end{aligned}$$

### 计算铁棒的电阻率

$$\begin{aligned}
 \overline{R_3} &= \frac{1}{4}(R_{3上} + R_{3下} + R'_{3上} + R'_{3下}) \\
 &= \frac{1}{4}(42.77 + 43.83 + 44.11 + 42.85) \\
 &= 43.39\Omega, \\
 \overline{d} &= \frac{1}{5} \sum d \\
 &= \frac{1}{5}(3.995 + 3.996 + 3.989 + 3.994 + 3.991) \\
 &= 3.993\text{mm}, \\
 \overline{R_x} &= \frac{R_N}{R_1} \overline{R_3} \\
 &= \frac{0.01}{10^2} 43.39 \\
 &= 4.339 * 10^{-3}\Omega, \\
 \overline{\rho} &= \frac{\pi \overline{d}^2}{4l} \overline{R_x} \\
 &= \frac{3.1416 * 3.993^2}{4 * 400.0} 4.339 * 10^{-3} \\
 &= 1.623 * 10^{-4}\Omega \cdot \text{mm}.
 \end{aligned}$$

注:数据处理要写出公式及详细计算过程。

<div>计算铝棒电阻率的不确定度</div> <div><math display="block">U_{R3} = \frac{1}{4}( R_{3上} - R_{3下}  +  R'_{3上} - R'_{3下} )</math><math display="block">= \frac{1}{4}( 11.45 - 12.46  +  12.42 - 11.47 )</math><math display="block">= 1.96\Omega,</math><math display="block">U_{R_x} = \frac{R_N}{R_1}U_{R3}</math><math display="block">= \frac{0.01}{10^2}1.96</math><math display="block">= 1.96 * 10^{-4}\Omega.</math><math display="block">U_d = \sqrt{U_{dA}^2 + U_{dB}^2}</math><math display="block">= \sqrt{\frac{t_p^2}{4 * 5} \sum (\bar{d} - d)^2 + \left(\frac{0.01}{2 * 3}\right)^2}</math><math display="block">= \sqrt{\frac{1.14^2}{4 * 5} (0.001^2 + 0.005^2 + 0.007^2 + 0.002^2 + 0.003^2) + \left(\frac{0.01}{2 * 3}\right)^2}</math><math display="block">= 3 * 10^{-3}mm.</math><math display="block">U_l = U_{lB}</math><math display="block">= \frac{1}{2 * 3}</math><math display="block">= 0.2mm.</math></div>	<div><math display="block">\ln \bar{\rho} = \ln \frac{\pi \bar{d}^2}{4l} \overline{R_x}</math><math display="block">= 2 \ln \bar{d} + \ln \overline{R_x} - \ln l + \ln \pi - \ln 4,</math><math display="block">\frac{U_{\bar{\rho}}}{\bar{\rho}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln \bar{\rho}}{\partial \bar{d}} U_{\bar{d}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln \bar{\rho}}{\partial \overline{R_x}} U_{\overline{R_x}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln \bar{\rho}}{\partial l} U_l\right)^2}</math><math display="block">= \sqrt{4 \left(\frac{U_{\bar{d}}}{\bar{d}}\right)^2 + \left(\frac{U_{\overline{R_x}}}{\overline{R_x}}\right)^2 + \left(\frac{U_l}{l}\right)^2}</math><math display="block">= \sqrt{4 \left(\frac{3 * 10^{-3}}{4.036}\right)^2 + \left(\frac{1.96 * 10^{-4}}{1.195 * 10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{0.2}{400.0}\right)^2}</math><math display="block">= 0.2,</math><math display="block">U_{\rho} = \frac{U_{\bar{\rho}}}{\bar{\rho}} \rho</math><math display="block">= 0.2 * 3.822 * 10^{-5}</math><math display="block">= 8 * 10^{-6}\Omega \cdot mm.</math><math display="block">\rho = \bar{\rho} \pm U_{\bar{\rho}}</math><math display="block">= 3.822 * 10^{-5} \pm 8 * 10^{-6}</math><math display="block">= (38 \pm 8) * 10^{-6}\Omega \cdot mm.</math></div>
<div><div>思考题及实验小结</div><div><div>双臂电桥与单臂电桥有哪些异同？</div><div>不同点： <b>工作原理：</b>单桥内部只有一个桥臂回路，双桥有两个桥臂回路：外臂用于测量被测电阻的数值，内臂用于消除引线电阻影响。 <b>适用条件：</b>单桥一般用于测量 10Ω 以上的电阻，双桥一般测量 10Ω 以下的电阻。 <b>测量端：</b>单桥有两个测量端，双桥有四个测量端。 <b>测量电源与电流：</b>单桥电压一般大于 3V，电流较小；双桥一般电压小于 1.5V，电流较大。 <b>电路结构：</b>单桥测量桥臂一般为独立结构；双桥的内臂和外臂为联动调节，且阻值保持同步，需加标准电阻，连接线需粗导线，结构比单桥复杂。单桥除桥臂电阻外，不需要另外的标准电阻；双桥需要另外增加标准电阻，标准电阻有的是内附的，有的是外接的。 <b>灵敏度：</b>限于测量电流不能很大的条件，双桥的灵敏度一般比单桥要低。 <b>导线：</b>双桥一般需要较粗的导线连接，一般要求其引线电阻不大于被测电阻的十分之一。</div><div>相同点： <b>抗干扰能力：</b>没有明显区别。 <b>利用了比较法：</b>检流计指零，电桥达到平衡状态。</div><div><div>双臂电桥连线时，哪些部分用较粗而短的导线为好？对哪些部分可以不做此要求？</div><div>将双臂电桥与 <math>R_N</math>、<math>R_x</math> 连接的导线需要用较粗而短的导线；其余部分可以不做此要求。</div></div><div><div>实验小结</div><div>学习会了用双臂电桥测低电阻的原理和方法，并用双臂电桥发测量了铝、铜、铁三种导体的电阻率。</div></div></div></div>	

注：请在完成实验后一周内交实验报告。