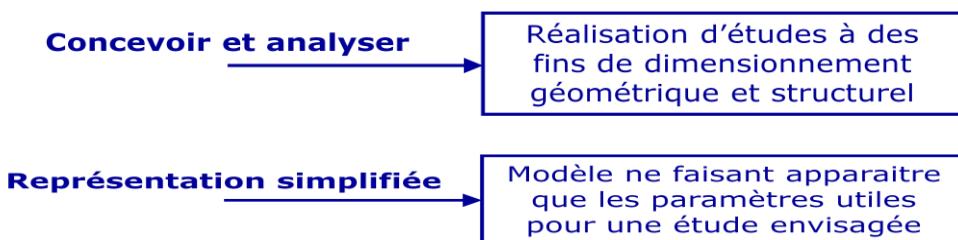


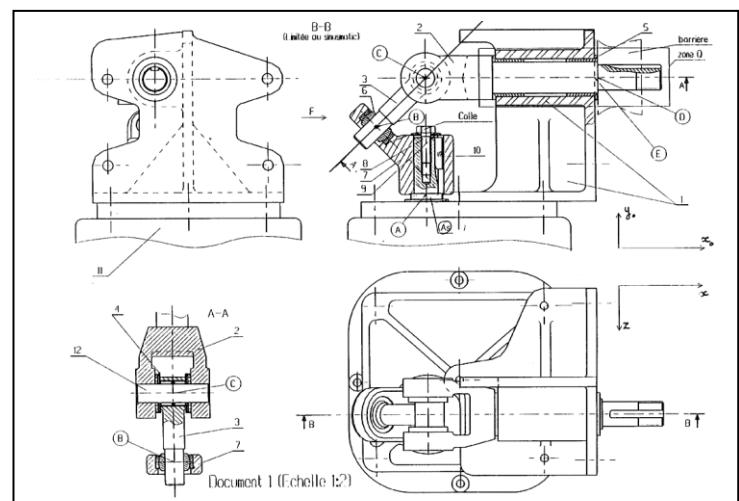
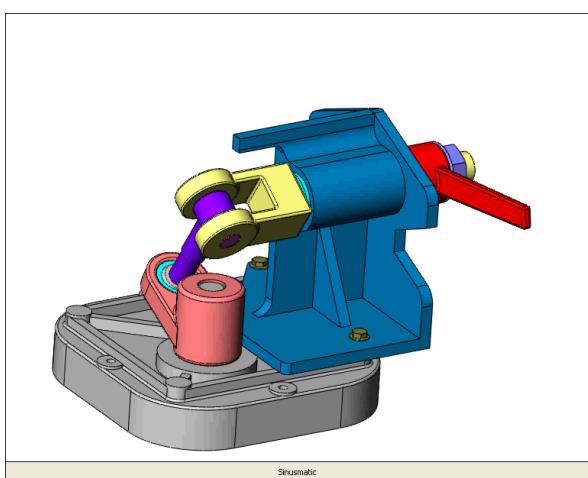
REPRESENTATION DES LIAISONS ENTRE LES SOLIDES

1 - Objectifs

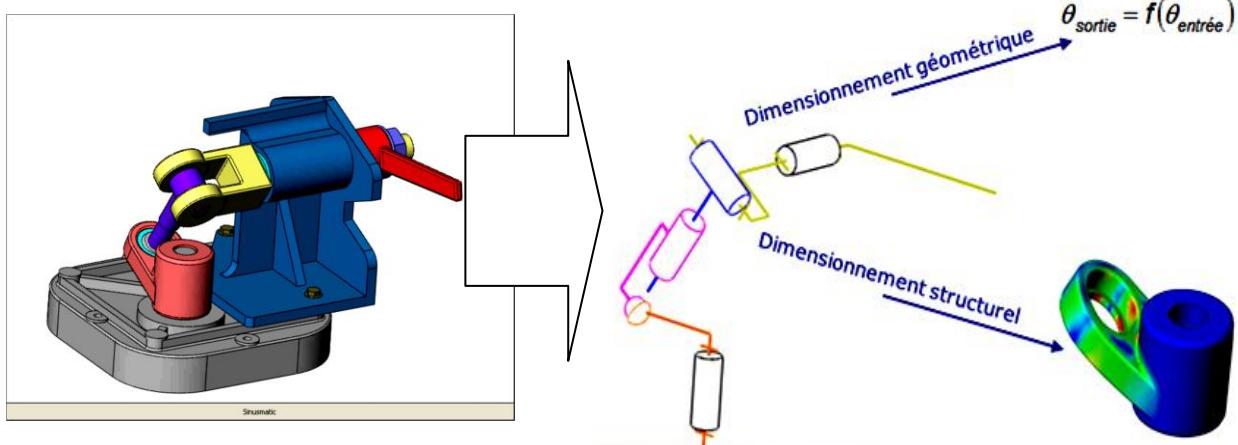
Disposer d'une représentation simplifiée afin de concevoir et analyser les systèmes mécaniques



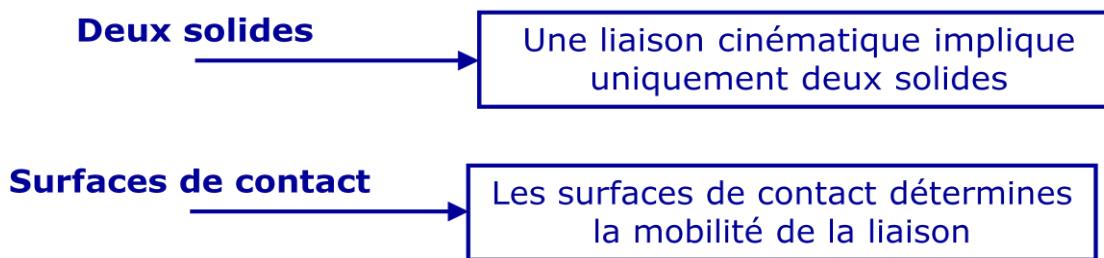
Disposer d'une représentation simplifiée afin de concevoir et analyser les systèmes mécaniques



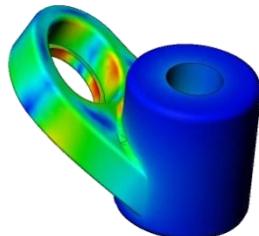
2 - Modélisation des liaisons



Caractérisation de la liaison entre deux solides par l'analyse des surfaces de contact



Hypothèses de modélisation



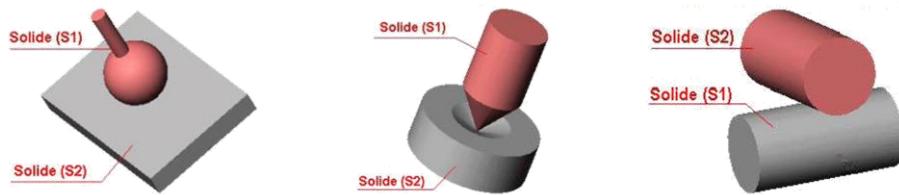
Pièces mécaniques par nature déformables → Solides indéformables

Géométrie des surfaces de contact réelles → Surfaces nominales (pas de jeu de fonctionnement)

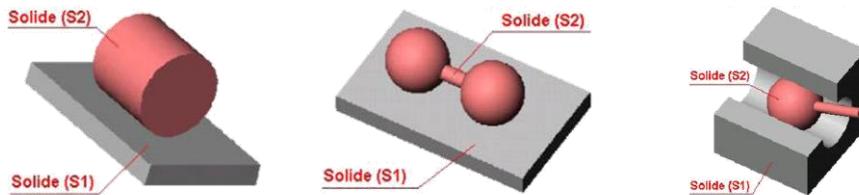
Etat de surface des surfaces de contact réelles → Rugosité nulle : Pas de frottement

Trois types de contact

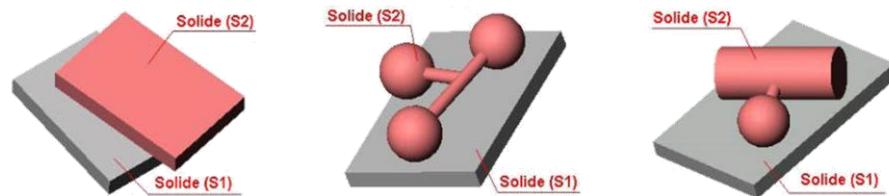
Ponctuel



Linéaire



Surfacique

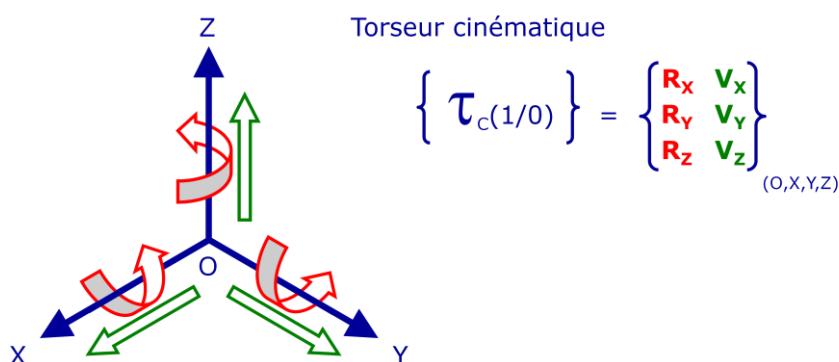


Deux points de vue

Point de vue Cinématique : Mobilité du solide

Le mouvement d'un solide dans l'espace par rapport à un autre peut se décomposer en deux transformations : une rotation et une translation

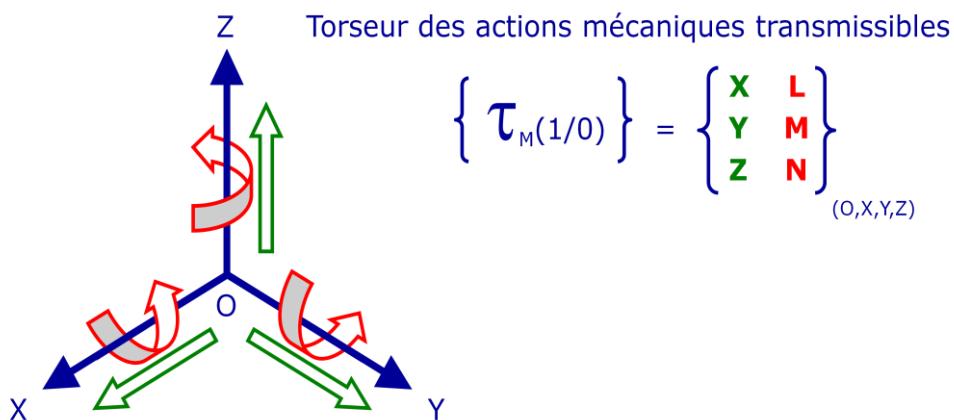
Chacune de ces transformations s'exprime, pour une base orthonormée, par **trois degrés de liberté**



Six degrés de liberté caractérisent la mobilité d'une liaison cinématique

Point de vue des Actions mécaniques : Actions transmissibles

Les actions de liaisons entre deux solides sont modélisables par une force et un moment appliqués au centre de la liaison.



Complémentarité (dualité) des deux points de vue

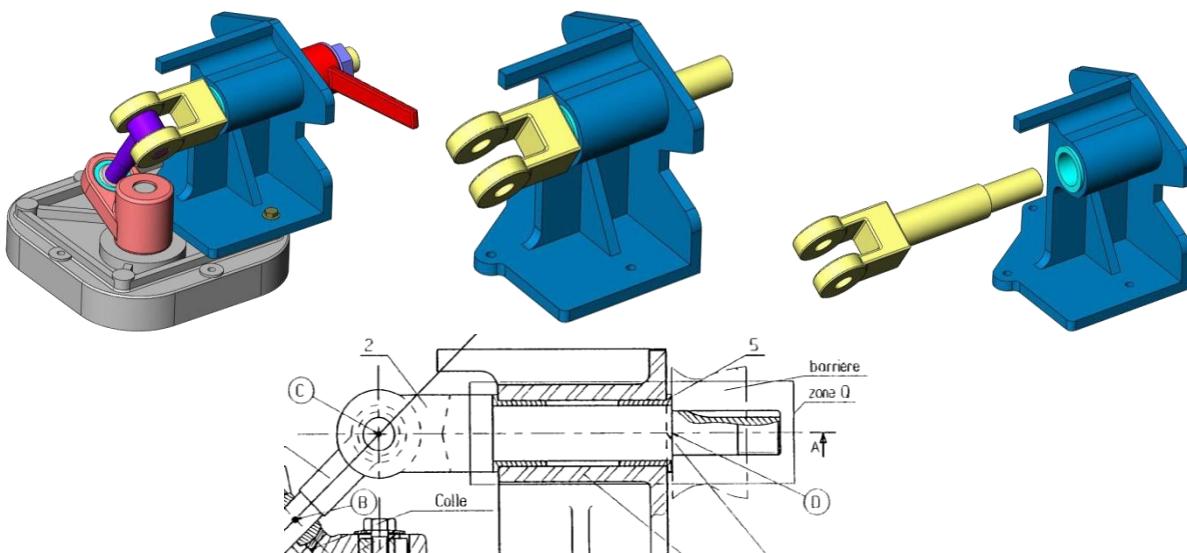
Pour des liaisons parfaites, le torseur cinématique et le torseur des actions de liaisons entre deux solides sont complémentaires

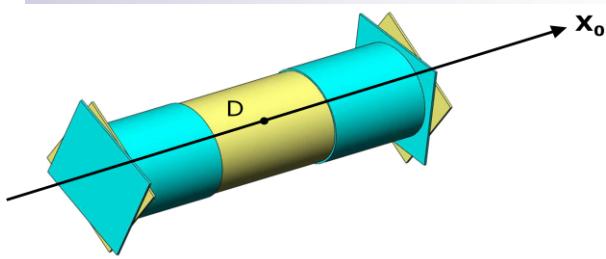
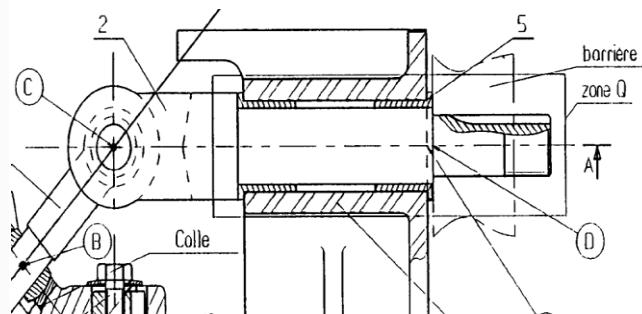
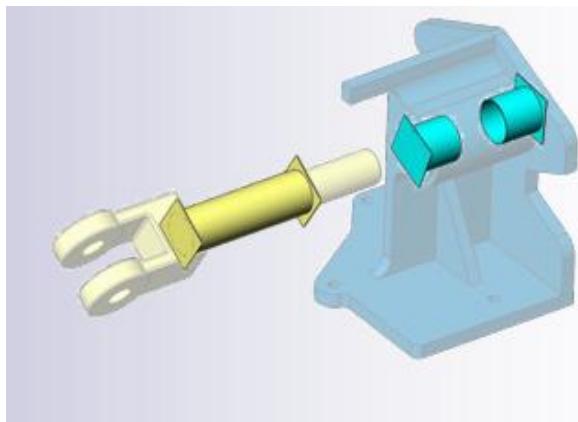
Exemple :

$$\Rightarrow \{ \tau_{M(1/0)} \} = \{ O_x \quad O_y \quad O_z \}_{(O,X,Y,Z)}$$

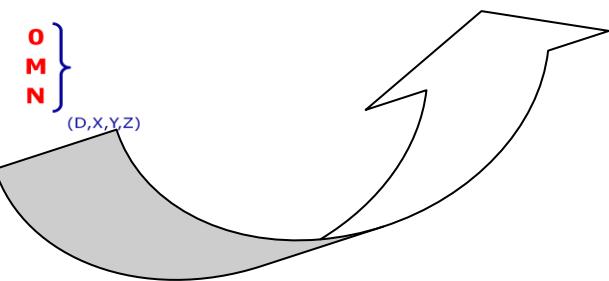
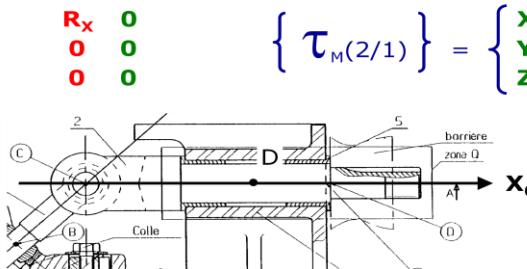
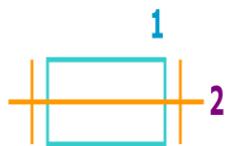
Si ça bouge, ça ne force pas et réciproquement...

Exemple : Barrière Sinusmatic® - Liaison Axe 2 / Bâti 1

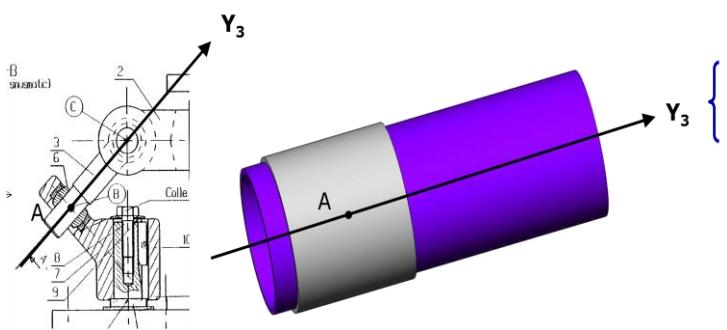
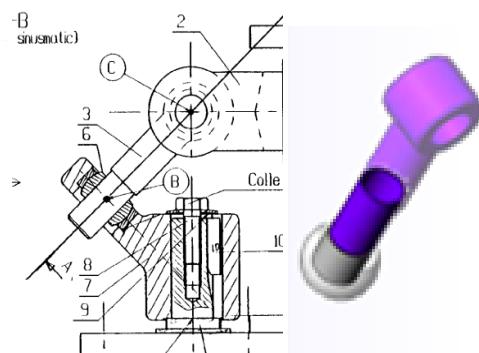
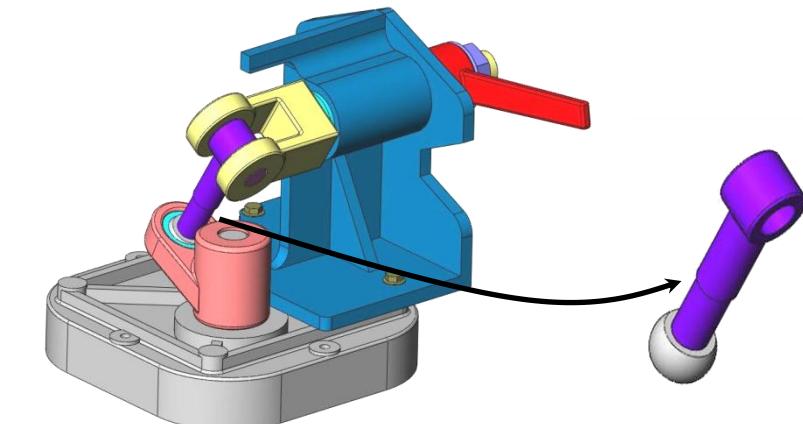




Liaison Axe 2 / Bâti 1
Liaison Pivot

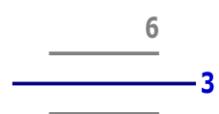


Exemple : Barrière Sinusmatic® - Liaison Croisillon 3 / Rotule 6

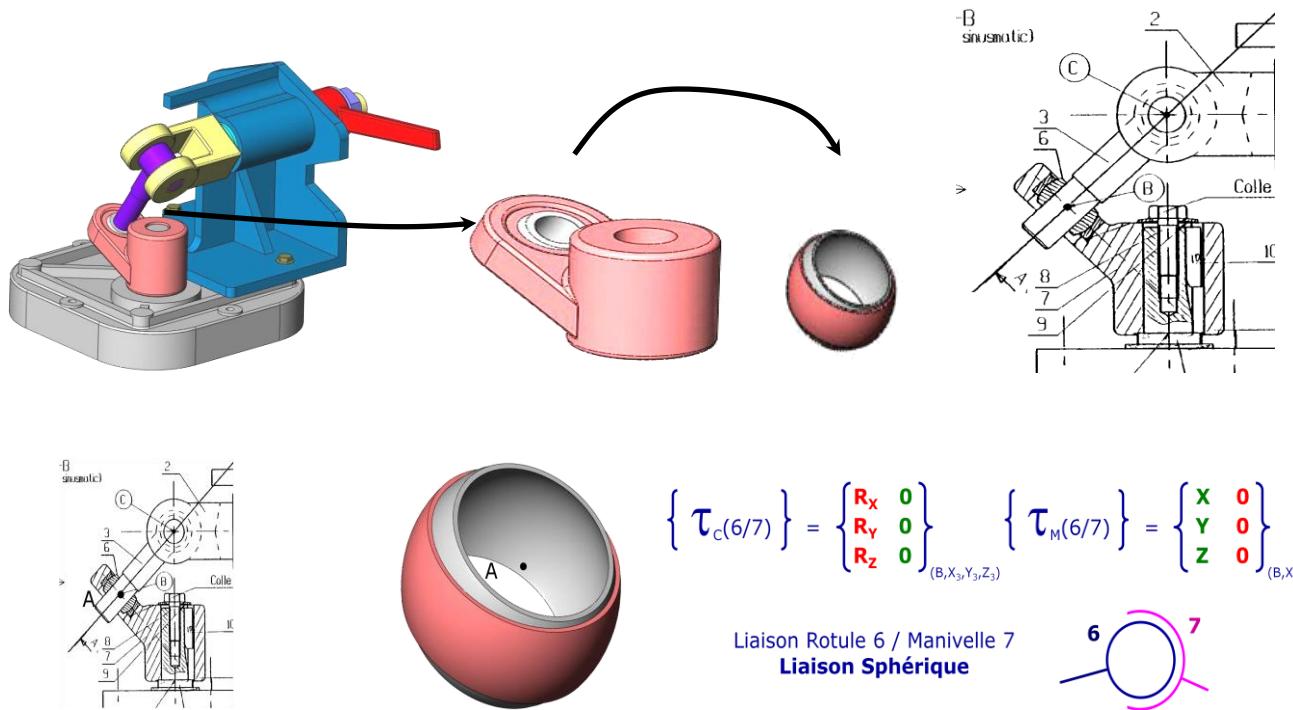


Liaison Croisillon 3 / Rotule 6
Liaison Pivot glissant

$$\left\{ \begin{array}{l} R_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} V_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \tau_{M(3/6)} \\ 0 \\ Y \\ Z \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ M \\ N \end{array} \right.$$



Exemple : Barrière Sinusmatic® - Liaison Rotule 6 / Manivelle 7



Assemblage des liaisons cinématiques

Une fois chacune des liaisons cinématique entre deux solides modélisées, elles sont organisées sous forme de graphes :

- Graphe des liaisons
- Schéma cinématique

3 - Graphe des liaisons

Cette représentation permet de regrouper les composants en classes d'équivalence et d'identifier la nature de la liaison cinématique entre deux classes d'équivalence.



Exemple : Barrière Sinusmatic

Bâti : {Support 1, Paliers 5, Motoréducteur 11}

Arbre : {Chape 2, Rondelles 4, Axe 12, Lisse}

Croisillon : {Croisillon 3}

Rotule : {Rotule 6}

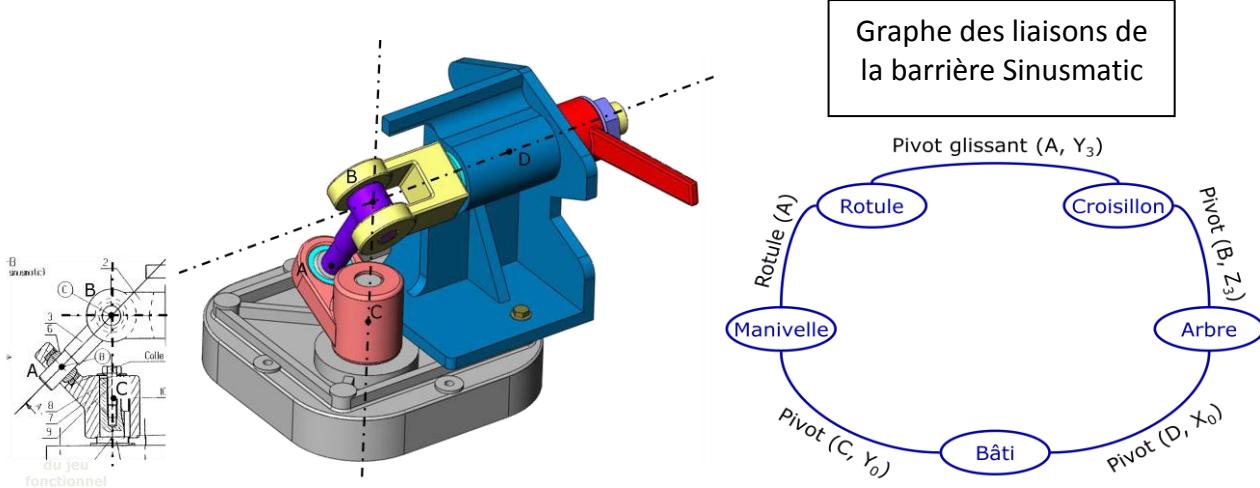
Manivelle : {Manivelle 7, Vis 8, Rondelle 9, Clavette 10, Bague}

Les classes d'équivalence sont représentées par :

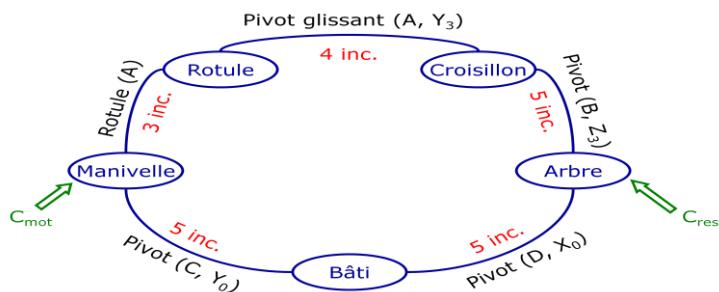
Classe X

Liaison (P, x)

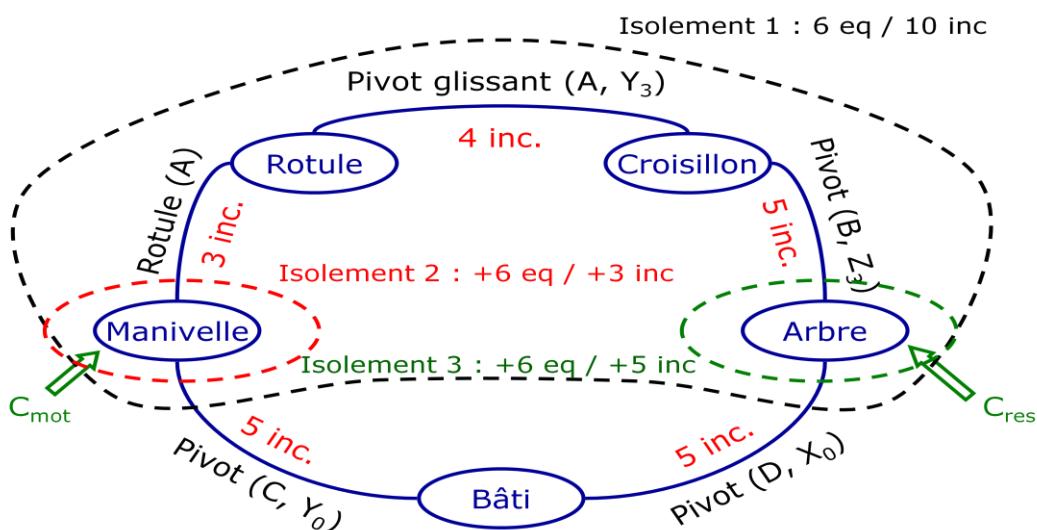
Les liaisons cinématiques sont représentées par :



Cette représentation graphique du graphe des liaisons permet de s'approprier le fonctionnement du mécanisme et de dénombrer les inconnues de liaisons : outil graphique d'aide à l'ordonnancement des isolements



On cherche à déterminer le couple moteur C_{mot} en fonction du couple résistant C_{res} :



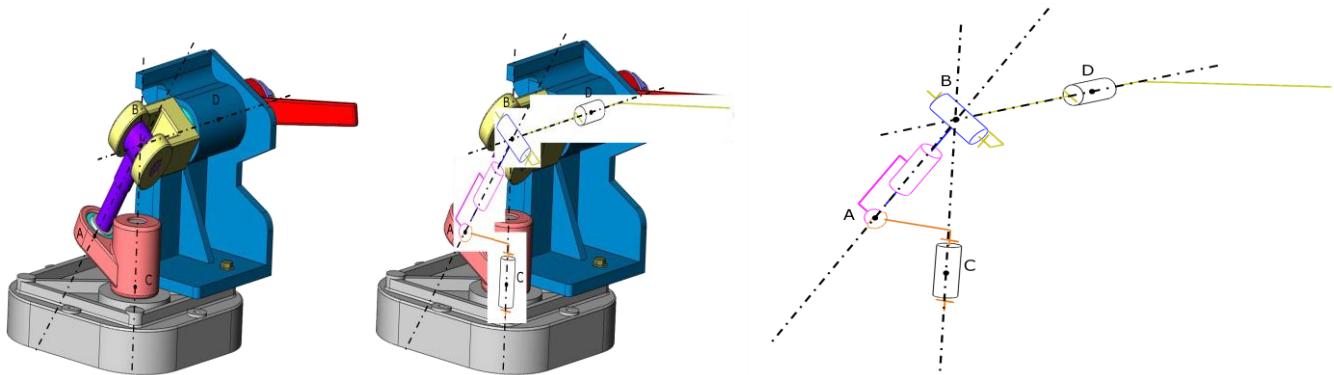
Total : 18 eq / 18 inc « Système résolvable »

4 - Schéma cinématique

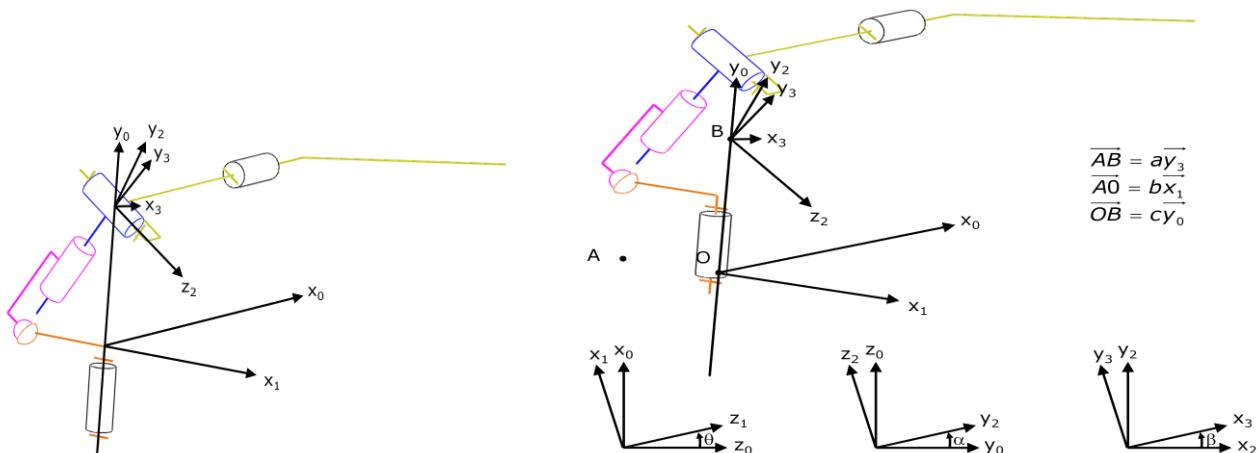
Cette représentation permet de positionner dans l'espace les différentes liaisons cinématiques identifiées lors de la construction du graphe des liaisons.

L'orientation et les points d'intersection des axes des liaisons cinématiques doivent être respectés.

Exemple : Barrière Sinusmatic® - Schéma cinématique



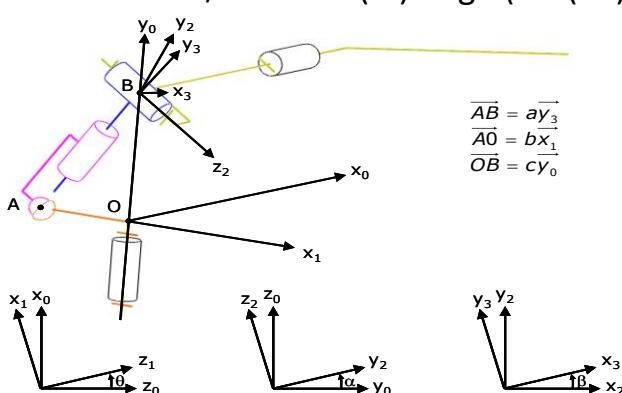
Cette représentation graphique permet de mettre en place le paramétrage cinématique en fonction de l'étude souhaitée



$$\text{Fermeture géométrique : } \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \vec{0}$$

$$\text{Condition cinématique : } \overrightarrow{OB} \wedge \vec{y}_0 = \vec{0}$$

$$\text{Relation entrée / sortie : } \alpha(t) = \tan^{-1}(\sin(-\theta))$$



5 – Prise en compte du jeu fonctionnel

Le jeu fonctionnel est indispensable au fonctionnement des liaisons cinématiques afin de s'acquitter des défauts géométriques issus de la fabrication.

Surfaces nominales



Surfaces réelles sans jeu fonctionnel

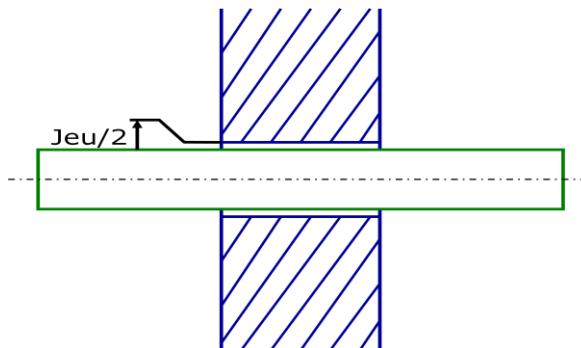


Surfaces réelles avec jeu fonctionnel

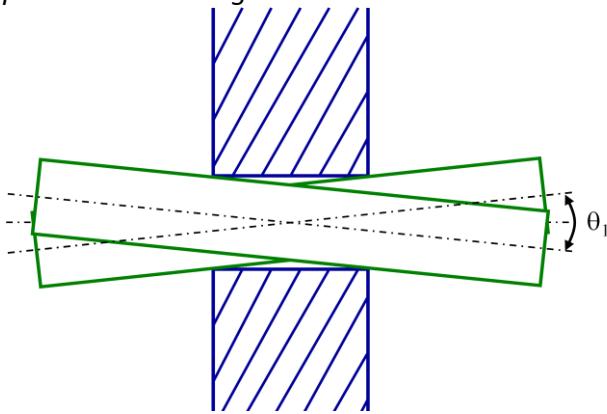


Problématique : Comment modéliser le jeu de fonctionnement alors que la modélisation des liaisons cinématiques est basée sur les surfaces nominales ?

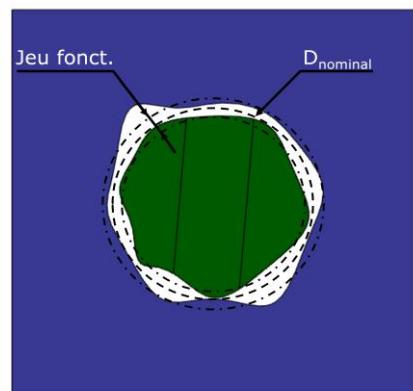
Analyse du jeu de fonctionnement



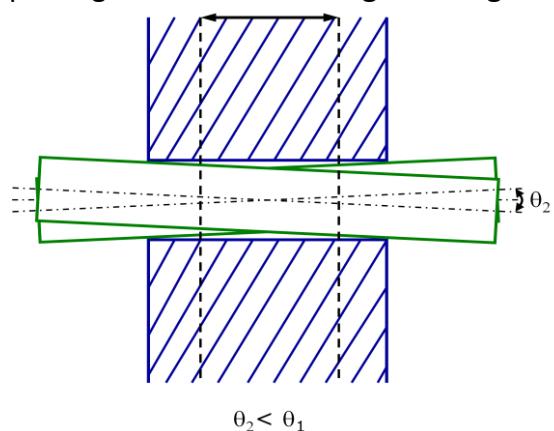
La présence du jeu de fonctionnement génère une capacité de « rotulage » de la liaison



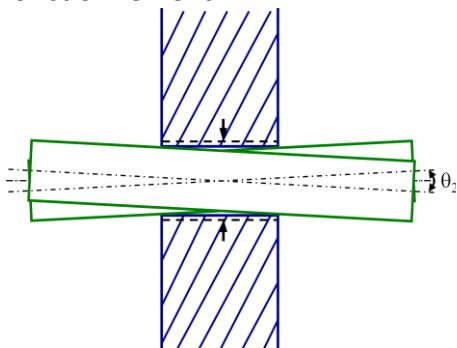
Surfaces réelles avec jeu fonctionnel



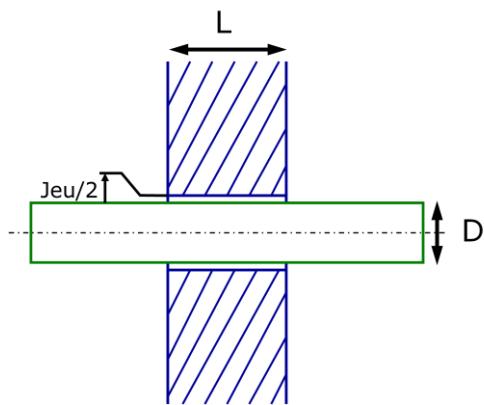
La possibilité de rotulage peut être diminuée par augmentation de la longueur de guidage...



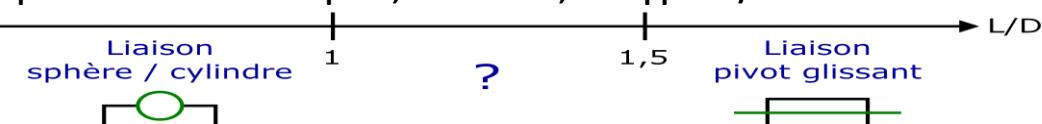
La possibilité de rotulage peut aussi être diminuée par diminution du jeu de fonctionnement



Le rotulage peut être recherché (i.e. : faciliter de montage) ou évité (i.e. : précision de la liaison)

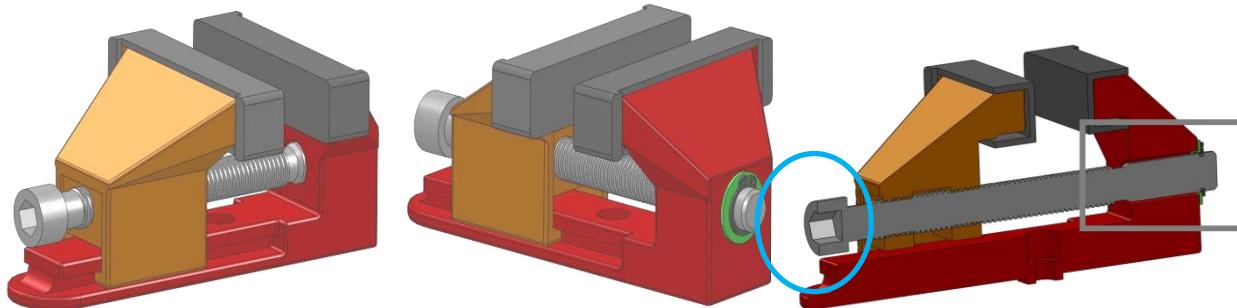


En pratique le modèle utilisé dépend, entre autre, du rapport L/D



Une liaison réelle (avec jeu de fonctionnement) est modélisée par une liaison cinématique (sans jeu de fonctionnement) différente de celle issue de l'analyse des surfaces de contact

Exemple : Liaison ponctuelle - Vis / Mors fixe



En résumé : Choix du degré de modélisation

Modélisation des mobilités apparentes (suite à analyse des surfaces)

→ Schéma cinématique temporaire

Il n'est qu'une étape dans pour modélisation du mécanisme

Seules les mobilités utiles sont modélisées

→ Schéma cinématique de fonctionnement

Calcul des relations cinématiques

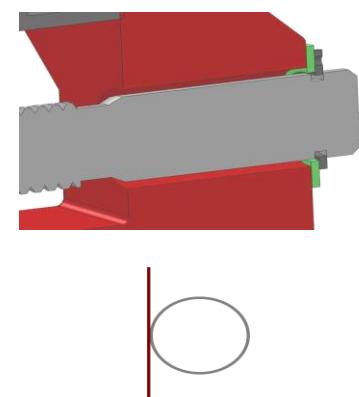
Il minimise le nombre d'inconnues cinématiques

Toutes les mobilités sont modélisées (jeu fonctionnel pris en compte)

→ Schéma cinématique d'architecture

Calcul des actions mécaniques de liaison

Il minimise le nombre d'inconnues statiques



JEUX ET CHOIX D'UNE MODELISATION

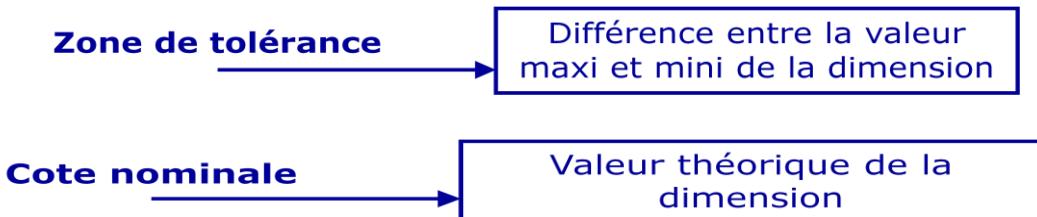
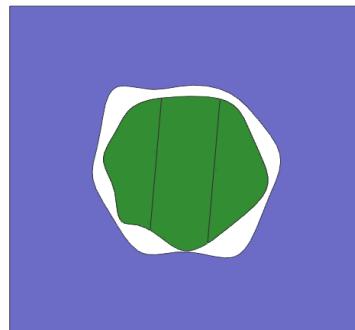
1 - Objectifs

La présence d'un jeu fonctionnel est indispensable à la réalisation d'une liaison cinématique.

Afin de garantir l'interchangeabilité des composants d'un mécanisme, il est indispensable de maîtriser les défauts géométriques générés par la fabrication.

Pour chacune des dimensions d'une pièce on souhaite disposer d'une **zone de tolérance** à l'intérieur de laquelle est contenue la valeur réelle de la dimension.

Les dimensions d'une pièce sont alors caractérisées pas une **cote nominale**, une **valeur maxi** et une **valeur mini**.

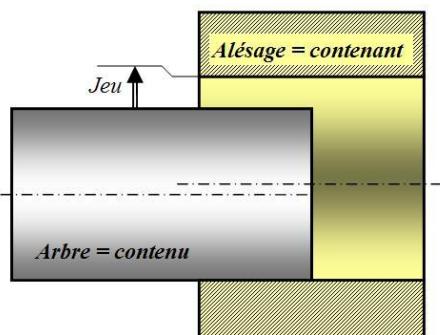
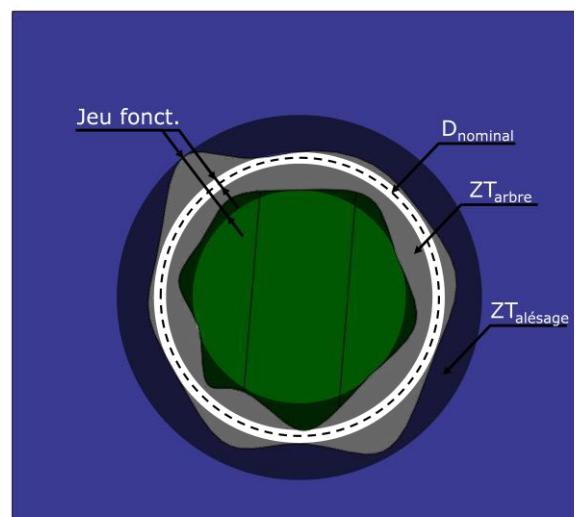


2 – Jeu de fonctionnement

Comme il est impossible de réaliser des pièces avec une géométrie parfaite, le jeu est une nécessité dans l'assemblage des éléments d'un mécanisme.

La considération industrielle du problème a produit la notion de tolérancement, qui définit les classes de qualité d'assemblage et fixe les règles de l'emploi du jeu mécanique.

La maîtrise de cette différence de dimensions réelles entre une pièce contenant et une pièce contenue, par exemple, relève des talents du concepteur (pour la décision) et du fabricant (pour la réalisation).



L'assemblage de deux pièces s'emboîtant par des formes complémentaires est appelé ajustement. C'est le cas des gonds d'une porte. La coïncidence parfaite de ces formes complémentaires ne peut pas être envisagée, même dans le cas d'un travail unitaire (artisanat). Le défaut existe de toute façon, même à très petite échelle. Il existe donc une différence de dimension qu'on appelle le **jeu mécanique**.

Désignation d'un ajustement

On observe deux cas d'assemblage:

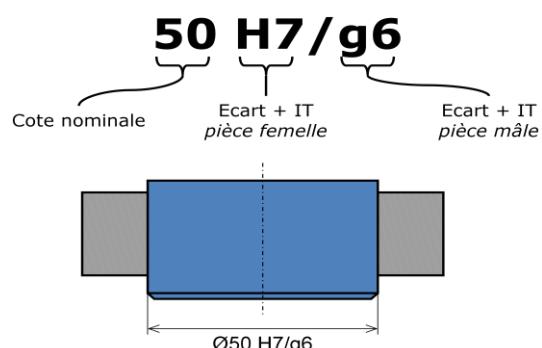
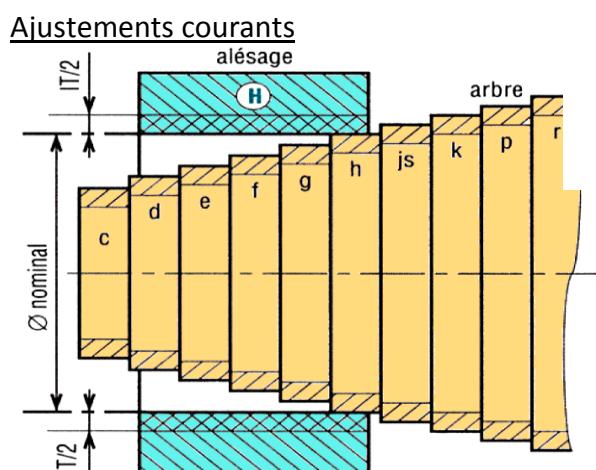
- avec **jeu (positif)** : la pièce contenant est, dans l'absolu, plus grande que la pièce contenue; le montage est alors possible. C'est le cas du tiroir de commode, ou plus précisément d'un piston de moteur dans sa chemise.
- avec **serrage**: lorsque la pièce contenant est plus petite que la pièce contenue, le montage ne peut se faire qu'après déformation locale des pièces. C'est le cas du bouchon de liège dans le goulot de bouteille, ou de la frette.

On distingue alors 3 types d'ajustements:

- **avec jeu**: pour toute pièce contenant et toute pièce contenue prises dans les deux populations, le contenant est plus grand que le contenu. C'est le cas recommandé pour les guidages qui ne doivent pas coincer.
- **serré**: pour toute pièce contenant et toute pièce contenue prises dans les deux populations, le contenant est plus petit que le contenu. C'est le cas d'assemblages qui doivent transmettre des efforts. L'emballage indémontable du moteur de la 2CV Citroën, est obtenu par assemblage serré de pièces plus simples.
- **avec jeu incertain**: toutes les combinaisons n'aboutissent pas forcément à un jeu de même signe. Ce cas peut poser des soucis lors de l'assemblage à la chaîne. On utilise rarement ce cas, seulement pour des couvercles.

La valeur d'un ajustement est spécifiée sur la cote par la syntaxe suivante :

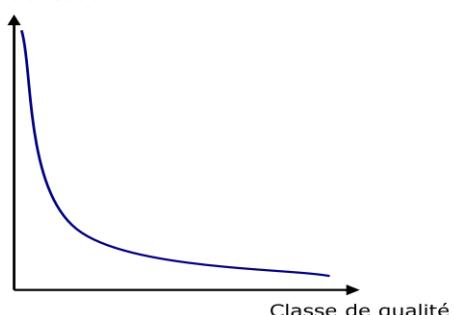
Le travail de normalisation a abouti au système ISO d'ajustements prend en compte la dimension nominale des deux pièces et le type de montage envisagé.



Conséquence économique

Le coût de fabrication des pièces est lié à la classe de qualité.

Coût de fabrication



3 – Différents degrés de modélisation

Les 3 degrés de modélisation :

Modélisation des mobilités apparentes (suite à analyse des surfaces)

→ **Schéma cinématique temporaire**

Il n'est qu'une étape dans pour modélisation du mécanisme

Seules les mobilités utiles sont modélisées

→ **Schéma cinématique de fonctionnement**

Calcul des relations cinématiques

Il minimise le nombre d'inconnues cinématiques

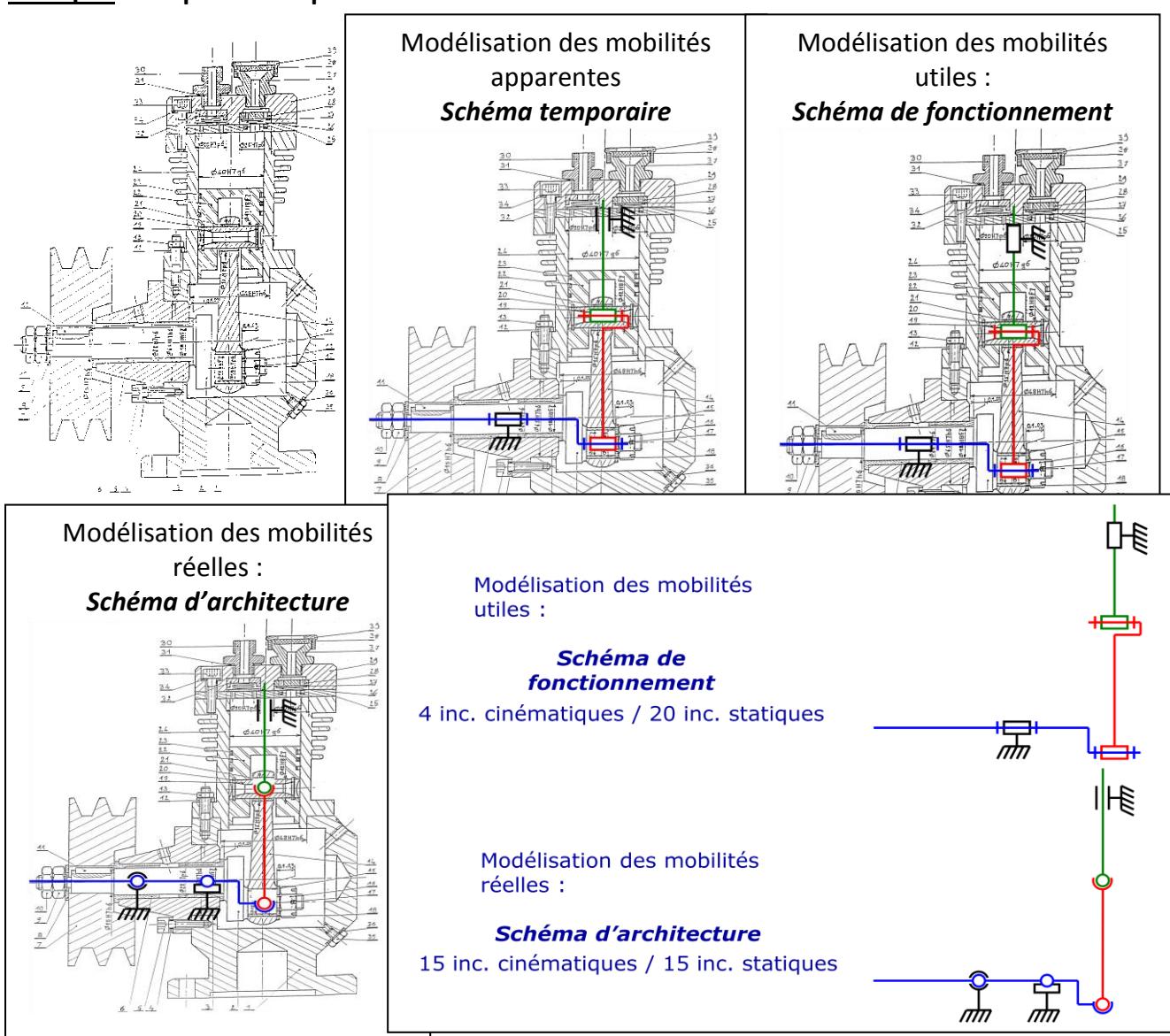
Toutes les mobilités sont modélisées (jeu fonctionnel pris en compte)

→ **Schéma cinématique d'architecture**

Calcul des actions mécaniques de liaison

Il minimise le nombre d'inconnues statiques

Exemple : Compresseur à piston



4 – Hyperstatisme des systèmes mécaniques

Les actions de liaisons doivent être déterminées afin de dimensionner le mécanisme.

➡ Principe Fondamental de la Statique, du PFD, ou d'une méthode énergétique

Pour connaître les actions de liaisons dans tous les composants, il faut modéliser chacun d'eux

➡ Utilisation du Schéma cinématique **d'architecture**

Degré d'hyperstatisme d'un point de vue des actions transmissibles

$$h = A_{\text{inconnues}} - A_{\text{équations}} + M_{\text{totales}}$$

$A_{\text{inconnues}}$ = Nombre d'inconnues des torseurs des actions mécaniques

→ $A_{\text{équations}} = N_{\text{solides}} \times 6$ (ou 3 dans le plan)

Le bâti n'est jamais compté

→ $M_{\text{totales}} = M_{\text{utiles}} + M_{\text{internes}}$

M_{utiles} définies par la loi E/S

M_{internes} non recherchées, non gênantes

Interprétation de h : degré d'hyperstatisme

Isostatisme : $h = 0$ → Le système est résolvable par les équations de la dynamique

Hyperstatisme : $h > 0$ → Il manque une inconnue cinématique ou il y a une action de liaison en trop

Hypostatisme : $h < 0$ → Il manque une action de liaison ou il y a une inconnue cinématique en trop

Exemple : Compresseur à piston

Point de vue des actions transmissibles

Nombre d'inconnues :

$$3 \times 3 + 1 \times 2 + 1 \times 4 = 15$$

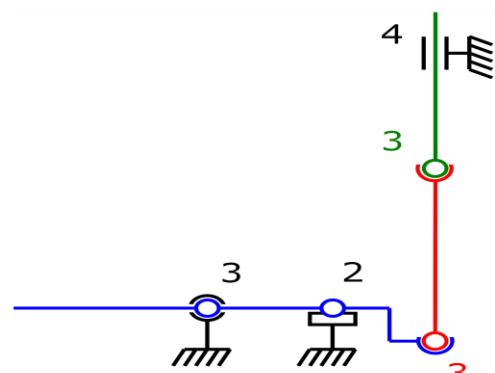
pivot glissant
sphériques sphère - cylindre

Nombre d'équations :

$$3 \times 6 = 18$$

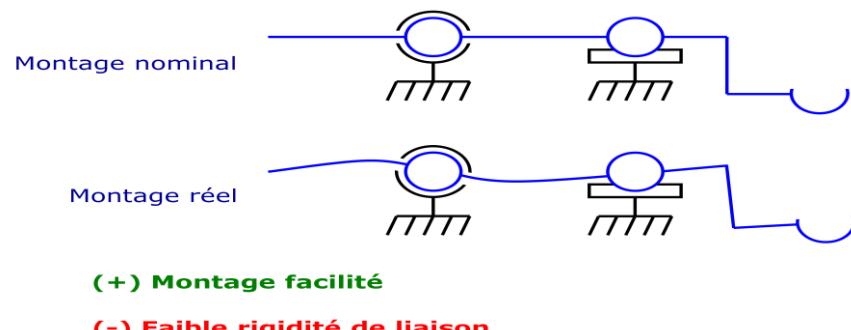
Nombre de mobilités :

$$1 + 2 = 3$$

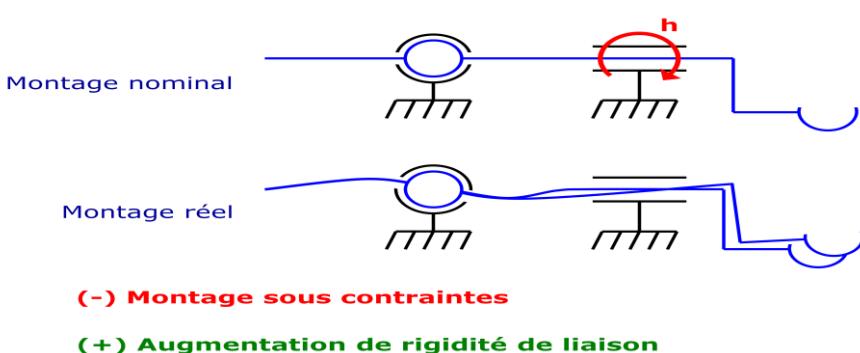


$$h = 15 - 18 + 3 = 0$$

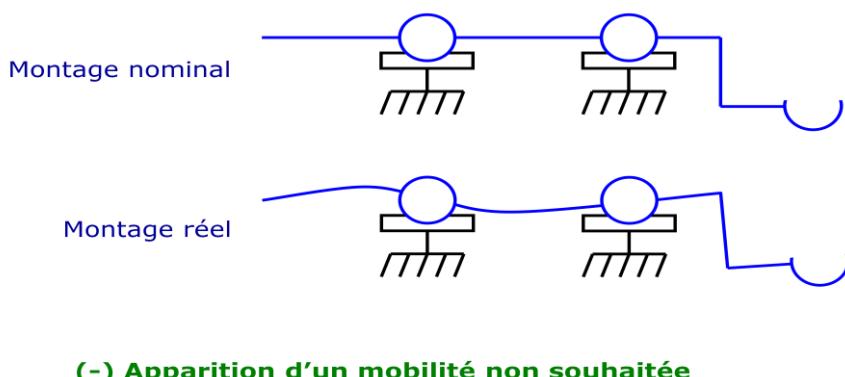
Interprétation : Montage isostatique [$h = 5 - 6 + 1 = 0$]



Interprétation : Montage hyperstatique [$h = 6 - 6 + 1 = 1$]



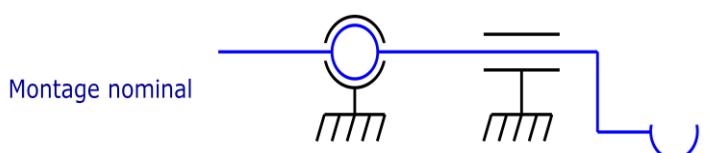
Interprétation : Montage hypostatique [$h = 4 - 6 + 1 = -1$]



Dimensionnement : Montage hyperstatique [$h = 6 - 6 + 1 = 1$]

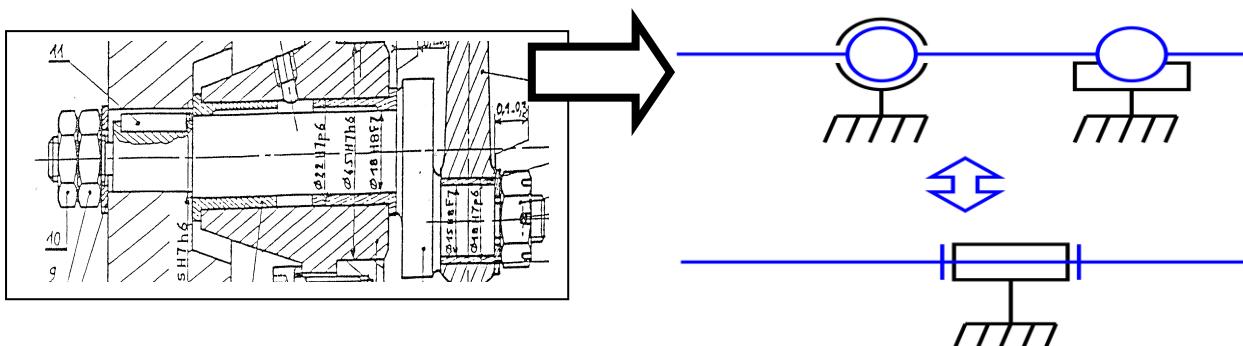
Dimensionnement d'un montage hyperstatique :

- Choix d'une modélisation isostatique afin de réduire le nombre d'inconnues
- Utilisation d'un modèle de déformation (Rdm, MEF, etc...) afin d'ajouter une ou plusieurs équations

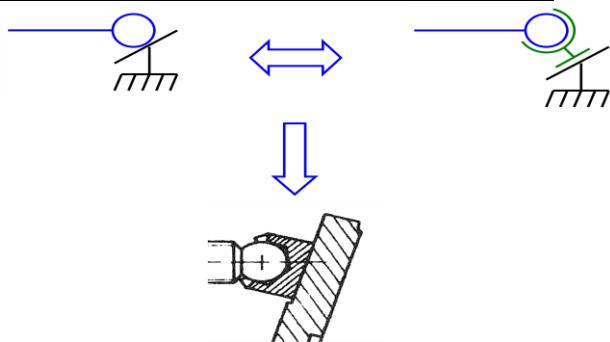


5 – Assemblages de liaisons

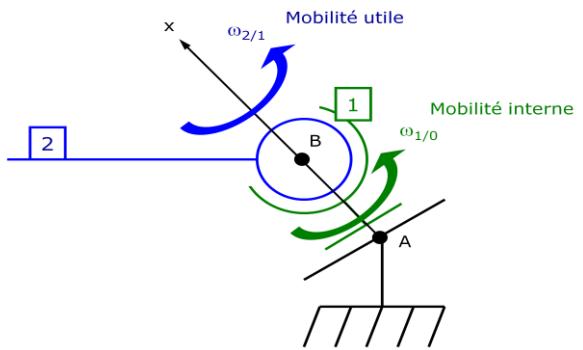
Simplification de schémas cinématiques



Développement de solutions constructives

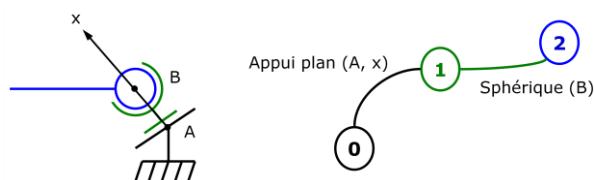


Mise en évidence des mobilités internes



Liaisons en série – liaisons en parallèle

Liaisons en série Liaisons en séries d'un point de vue cinématique



Addition des torseurs cinématiques

$$\{\tau_C(2/0)\} = \{\tau_C(2/1)\} + \{\tau_C(1/0)\}$$

$$\{\tau_C(2/1)\} = \begin{pmatrix} \omega_{X21} & 0 \\ \omega_{Y21} & 0 \\ \omega_{Z21} & 0 \end{pmatrix}_B$$

$$\{\tau_C(1/0)\} = \begin{pmatrix} \omega_{X10} & 0 \\ 0 & V_{Y10}(A) \\ 0 & V_{Z10}(A) \end{pmatrix}_A = \begin{pmatrix} \omega_{X10} & 0 \\ 0 & V_{Y10}(A) \\ 0 & V_{Z10}(A) \end{pmatrix}_B$$

Mobilité interne

$$\{\tau_C(2/0)\} = \begin{pmatrix} \omega_{X21} & 0 \\ \omega_{Y21} & 0 \\ \omega_{Z21} & 0 \end{pmatrix}_B + \begin{pmatrix} \omega_{X10} & 0 \\ 0 & V_{Y10}(A) \\ 0 & V_{Z10}(A) \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} \omega_{X21} + \omega_{X10} & 0 \\ \omega_{Y21} & V_{Y10}(A) \\ \omega_{Z21} & V_{Z10}(A) \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} \omega_{X20} & 0 \\ \omega_{Y20} & V_{Y20}(B) \\ \omega_{Z20} & V_{Z20}(B) \end{pmatrix}_B$$

Liaisons en parallèle	
Liaisons en parallèle d'un point de vue des actions transmissibles	
$\{\tau_{0A \rightarrow 1}\} + \{\tau_{0B \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{O} \\ \vec{O} \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \{\tau_{0 \rightarrow 1}\} = \{\tau_{0A \rightarrow 1}\} + \{\tau_{0B \rightarrow 1}\}$	
$\{\tau_{0A \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{A01} & 0 \\ Y_{A01} & 0 \\ Z_{A01} & 0 \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} X_{A01} & 0 \\ Y_{A01} & -IZ_{A01} \\ Z_{A01} & -IY_{A01} \end{Bmatrix}_O$	
$\{\tau_{0B \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{B01} & 0 \\ Z_{B01} & 0 \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{B01} & -IZ_{B01} \\ Z_{B01} & IY_{B01} \end{Bmatrix}_O$	
$\{\tau_{0 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{A01} & 0 \\ Y_{A01} & -IZ_{A01} \\ Z_{A01} & -IY_{A01} \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{B01} & -IZ_{B01} \\ Z_{B01} & IY_{B01} \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} X_{A01} & 0 \\ Y_{A01} + Y_{B01} & I(Z_{A01} - Z_{B01}) \\ Z_{A01} + Z_{B01} & I(Y_{B01} - Y_{A01}) \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} X_{01} & 0 \\ Y_{01} & M_{01} \\ Z_{01} & N_{01} \end{Bmatrix}_O$	

Synthèse : Opérations sur les torseurs

Type d'assemblage		
Point de vue	Série	Parallèle
Cinématique	+	=
Actions transmissibles	=	+

MODELISATION DES ACTIONS DE CONTACT

1 - Objectifs

Les actions mécaniques au sein d'un mécanisme sont transmises par le biais des surfaces de contact. Le dimensionnement des liaisons nécessite de disposer de modèles de contact entre ces surfaces fonctionnelles.

Les paramètres à prendre en compte peuvent être nombreux :

- Formes des surfaces de contact
- Vitesse relative entre les surfaces
- Conditions de lubrification
- Température de fonctionnement
- Jeu fonctionnel
- Jeu fonctionnel

La modélisation du contact entre deux solides doit permettre d'évaluer les paramètres suivants :

- Pression de contact maximum → contrainte max
- Déplacement des deux solides (rapprochement)

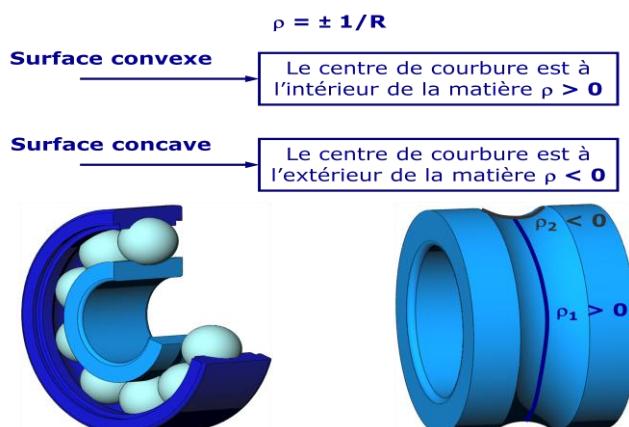
Les modèles analytiques disponibles permettent une évaluation satisfaisante de ces paramètres pour les contacts ponctuels et correct pour les contacts linéaires.

Analytiquement, la modélisation des contacts surfaciques est possible pour les cas simples, sinon le recourt aux modèles numériques est indispensable.

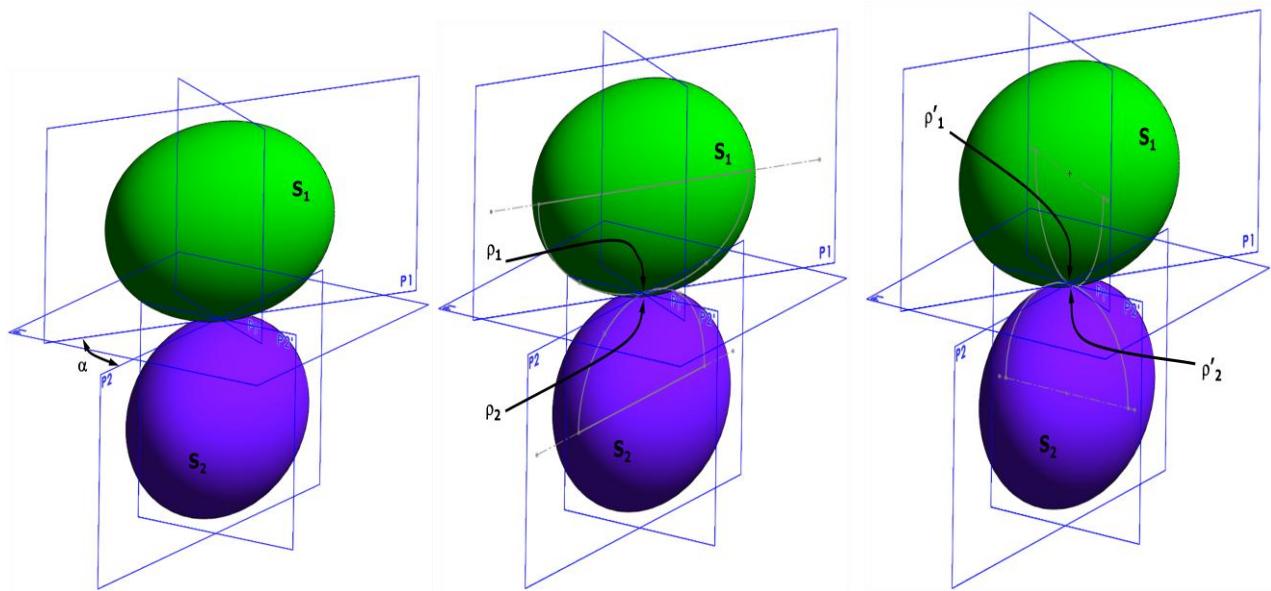
2 - Hypothèses de la théorie du contact de Hertz (1881)

- Hypothèses de l'élasticité linéaire (homogènes, isotropes)
- Contact sans frottement
- Vitesse de glissement nulle entre les deux solides
- Déformations négligeables en dehors de la zone de contact
- Les solides sont semi-infinis
- La surface de contact est plane
- Au point de contact, les actions mécaniques sont modélisées par un glisseur d'axe normal à la surface de contact

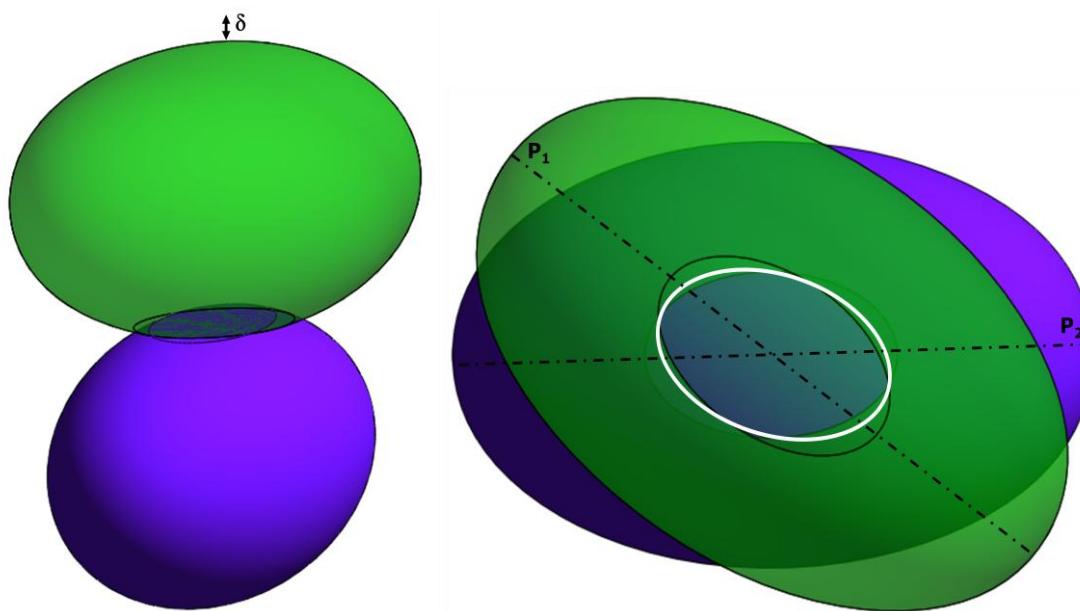
3 – Contact ponctuel



Rayon de courbure

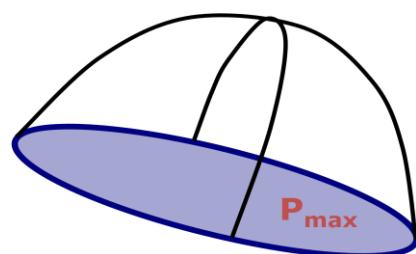


Surface de contact

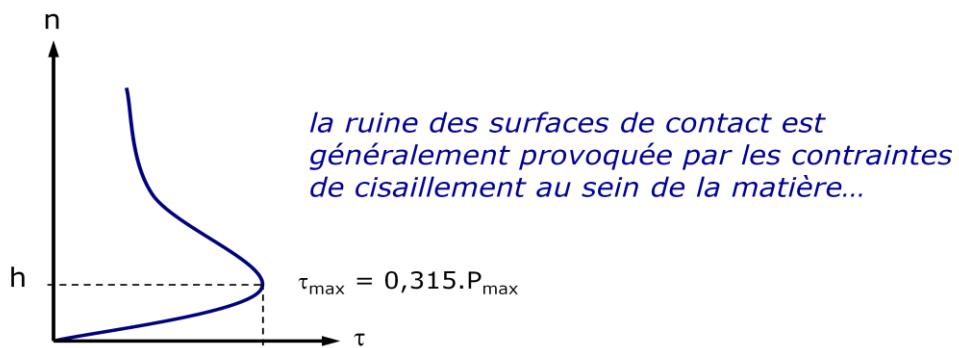


Pression de contact La répartition de la pression de contact est elliptique

$$P_{\max} = \frac{3}{2} \frac{N}{\pi ab}$$



Répartition de la contrainte tangentielle en fonction de la profondeur h



4 – Critère de dimensionnement – Traitement de surface

Le matériau a ainsi besoin d'une limite élastique importante "uniquement" au voisinage de la surface de contact avec une autre composant.

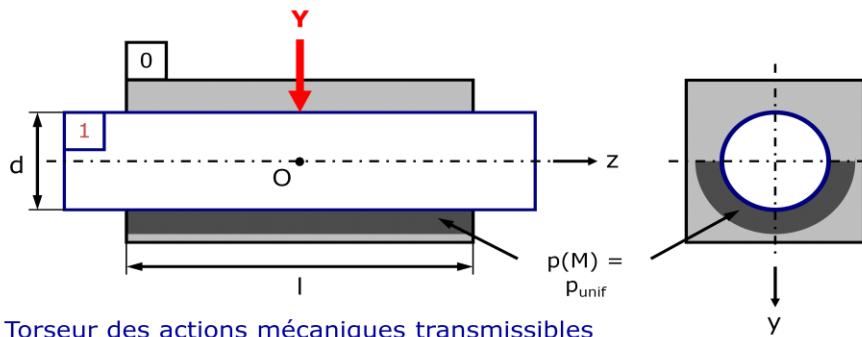
La mise en œuvre de traitements thermiques adaptés (i.e. : trempe superficielle, cémentation, etc...) permet d'augmenter localement la limite élastique du matériau.

La connaissance de la profondeur où la contrainte de cisaillement est maximum permet d'imposer un critère sur l'épaisseur de couche à traiter.

5 – Contact surfacique

Contact entre 2 cylindres

Répartition de pression uniforme

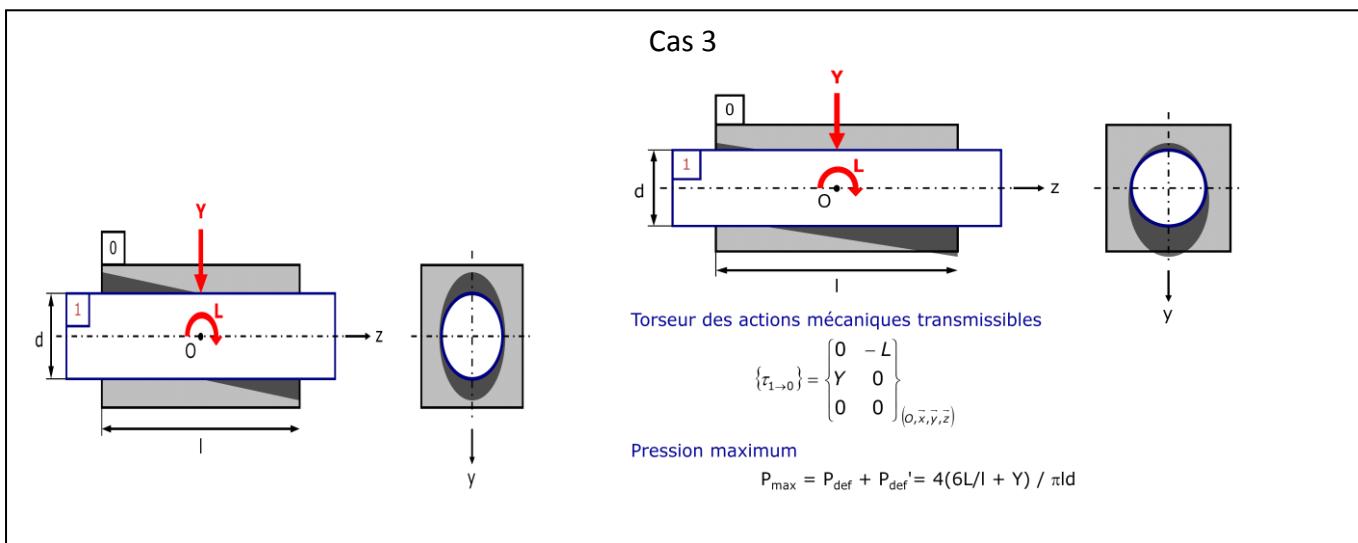
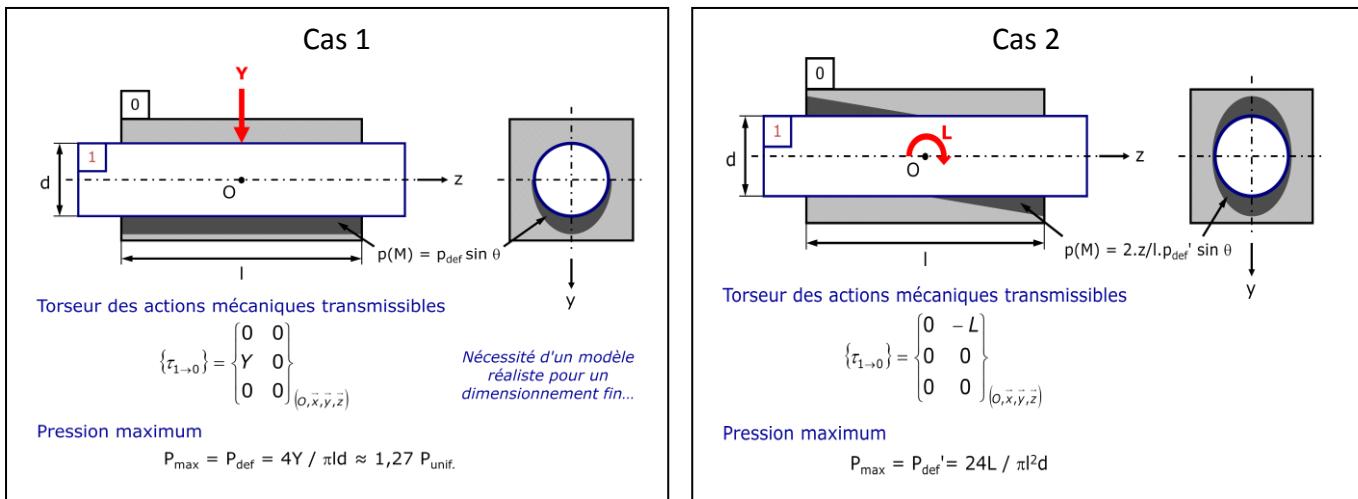


$$\{\tau_{1 \rightarrow 0}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

Pression maximum

$$P_{\max} = P_{\text{unif}} = Y / Id$$

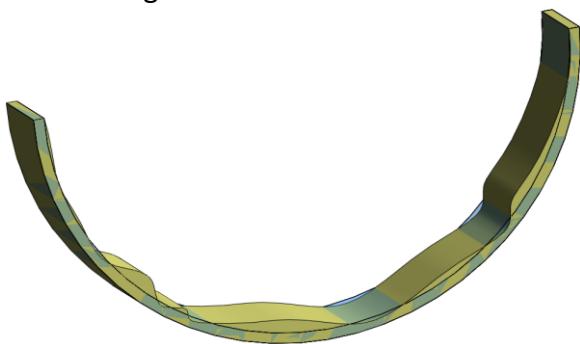
Répartition de pression proportionnelle à la déformation



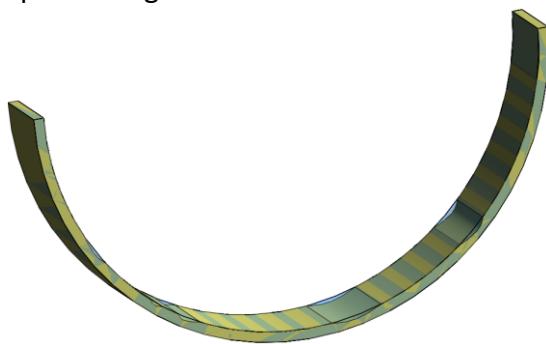
Rodage des surfaces

La géométrie des surfaces de contact réelles n'ont pas les formes nominales de modélisation

Avant rodage



Après rodage ...



L'étendue des surfaces de contact réelles est inférieur à celles des surfaces nominales.

→ Utilisation d'un coefficient de sécurité

6 - Prise en compte du mouvement relatif

S'il y a glissement entre les deux solides

L'énergie dissipée par frottement engendre une élévation de la température au niveau du contact.

Le couple de matériaux est caractérisé par une température maximum d'utilisation.

L'ajout d'un lubrifiant permet :

- La diminution du coefficient de frottement
- L'évacuation des calories par transferts thermiques (conduction et convection)

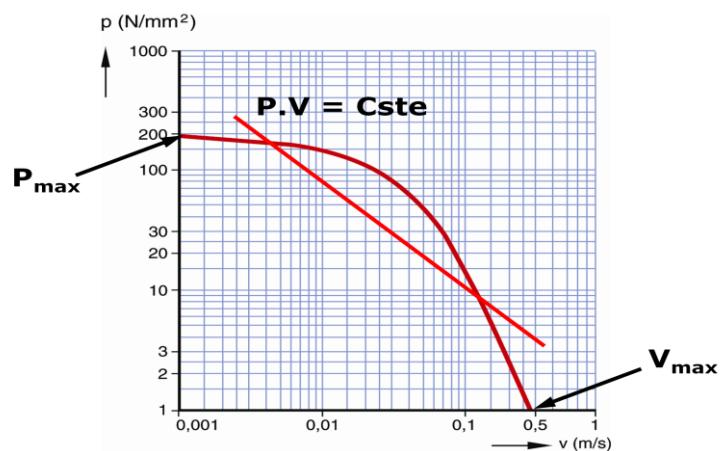
→ Apparition d'un couple résistant par phénomène de frottement

Critères de dimensionnement des paliers lisses

P_{max} : Charge maximum à vitesse nulle [$N.m^{-2}$]

V_{max} : Vitesse linéaire maximum à charge nulle [$m.s^{-1}$]

$P.V$: Puissance maximum de dissipation thermique [$N.m^{-1}.s^{-1}$]



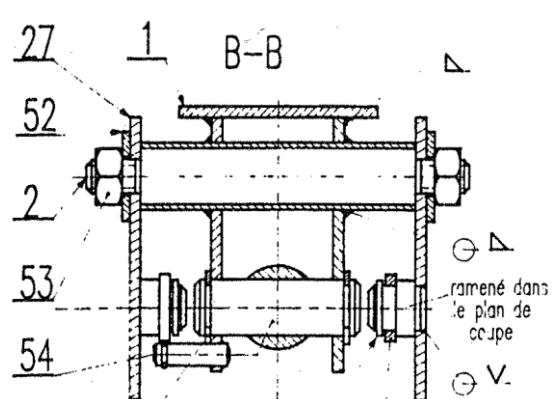
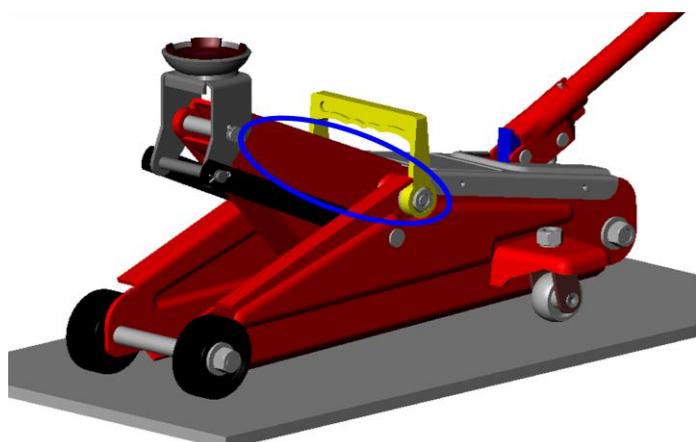
SOLUTIONS CONSTRUCTIVES POUR LES GUIDAGES

1 - Objectifs

- Décrire quelques dispositions constructives pour les liaisons encastrement, pivot et glissière ;
 - Lister les avantages et les inconvénients de chaque solution constructive

2 – Guidages en rotation

2 -1 Contact direct



Réalisation

Deux surfaces nominalement cylindriques
+ jeux fonctionnels (+ lubrifiant)

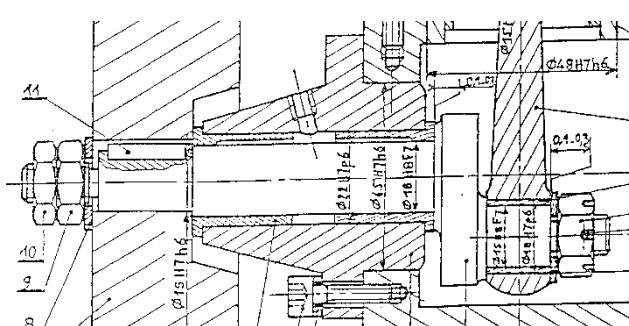
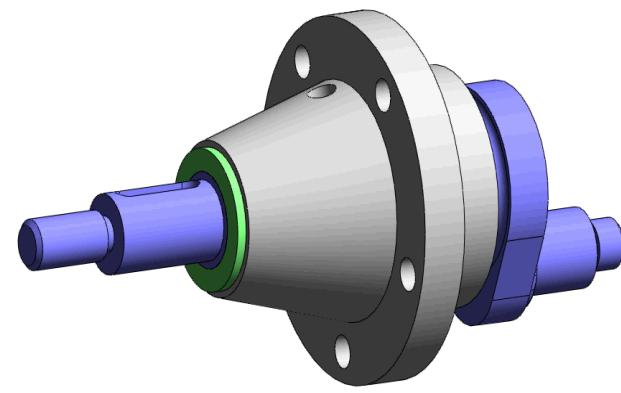
(+) Peu couteux

(+) Montage aisé

(-) Pas de composant d'usure

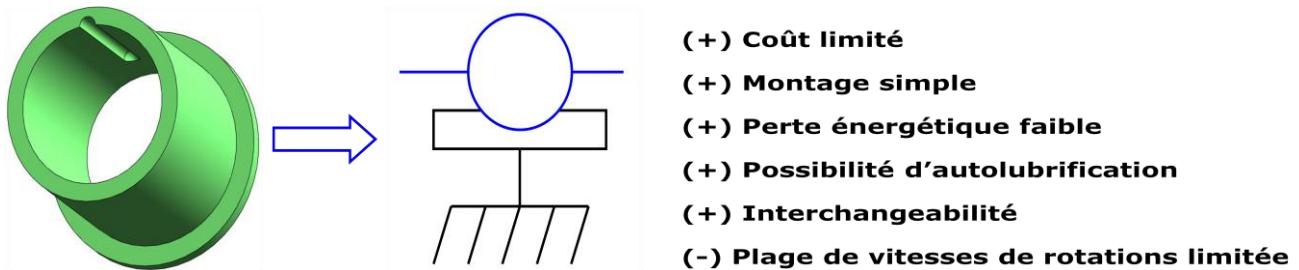
(-) Lieu de forte perte énergétique

2 -2 Paliers lisses (Bagues, Coussinets, etc...)

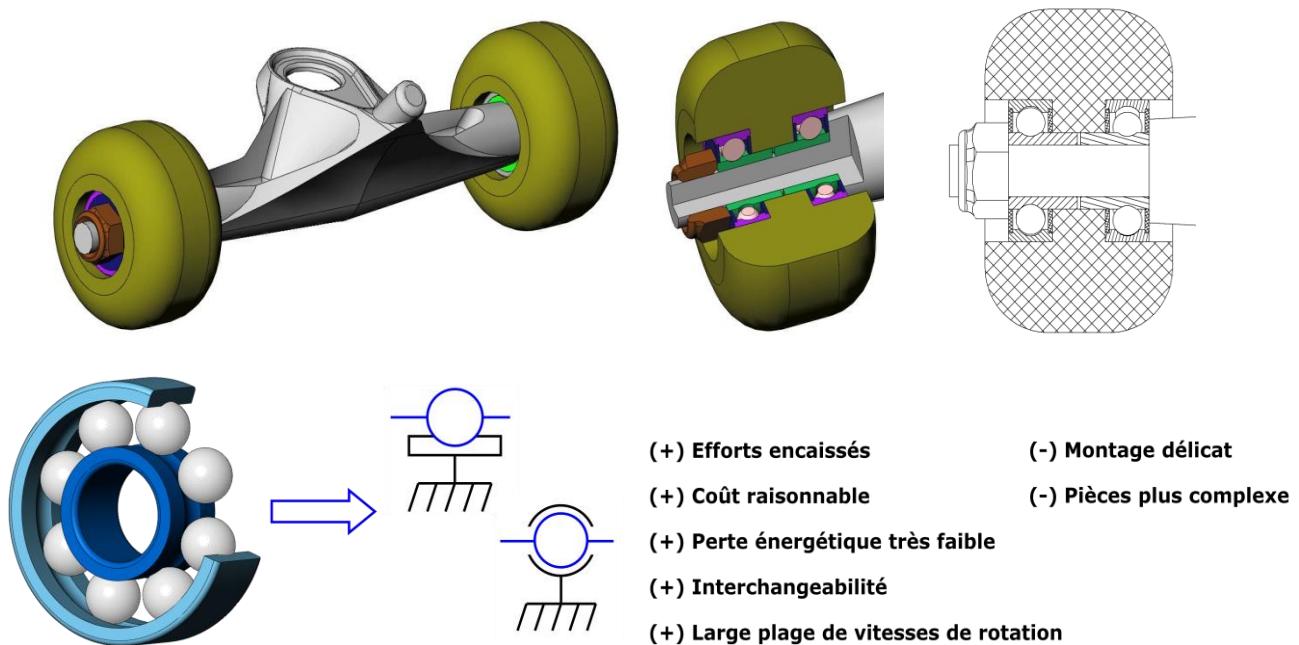


Réalisation

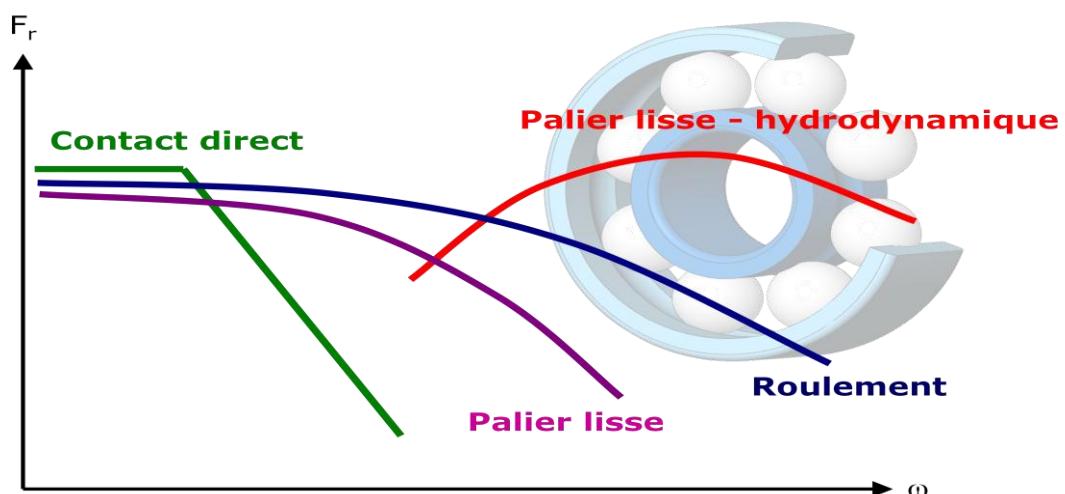
Axe nominalement cylindrique + 2 bagues montées serrées sur la bâti et glissantes sur l'axe + lubrifiant



2 – 3 Paliers à éléments roulants

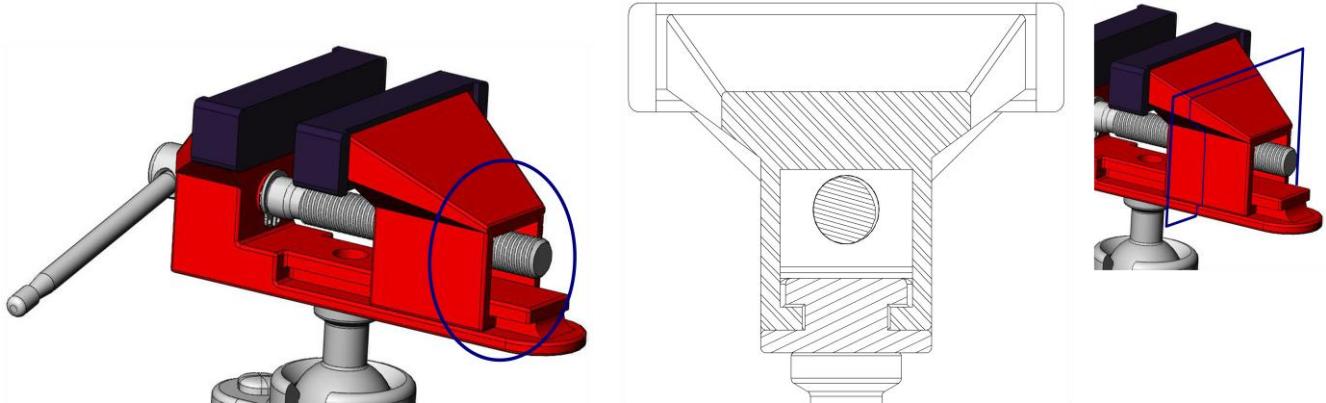


2 – 4 Domaines d'application des différents dispositifs



3 – Guidages en translation

3 – 1 Par contact direct



Réalisation

Quatre surfaces nominalement planes +
jeux fonctionnels (+ lubrifiant)

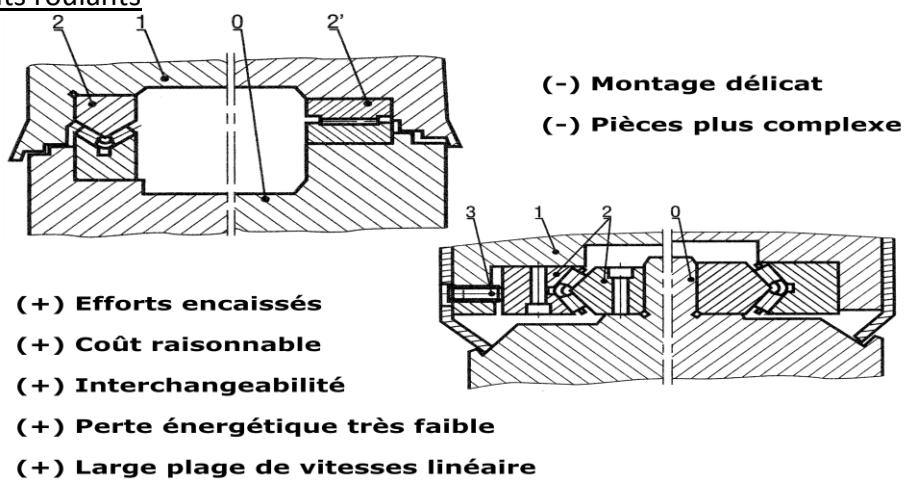
(+) Peu coûteux

(+) Montage aisément

(-) Pas de composant d'usure

(-) Lieu de forte perte énergétique

3 – 2 Par éléments roulants



(+) Efforts encaissés

(+) Coût raisonnable

(+) Interchangeabilité

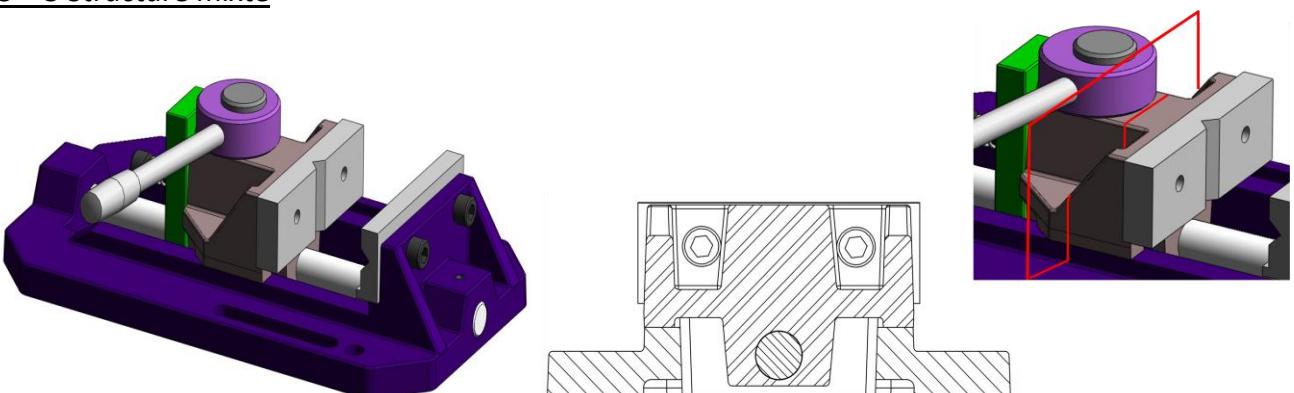
(+) Perte énergétique très faible

(+) Large plage de vitesses linéaire

(-) Montage délicat

(-) Pièces plus complexes

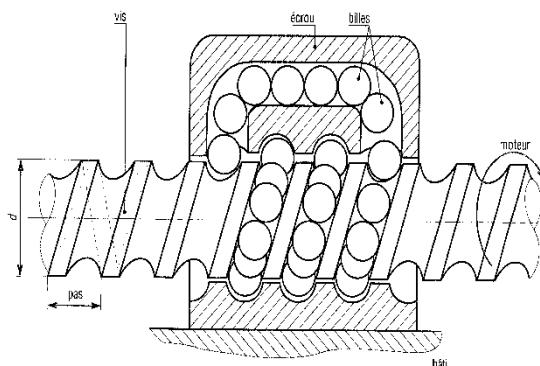
3 – 3 Structure mixte



Réalisation

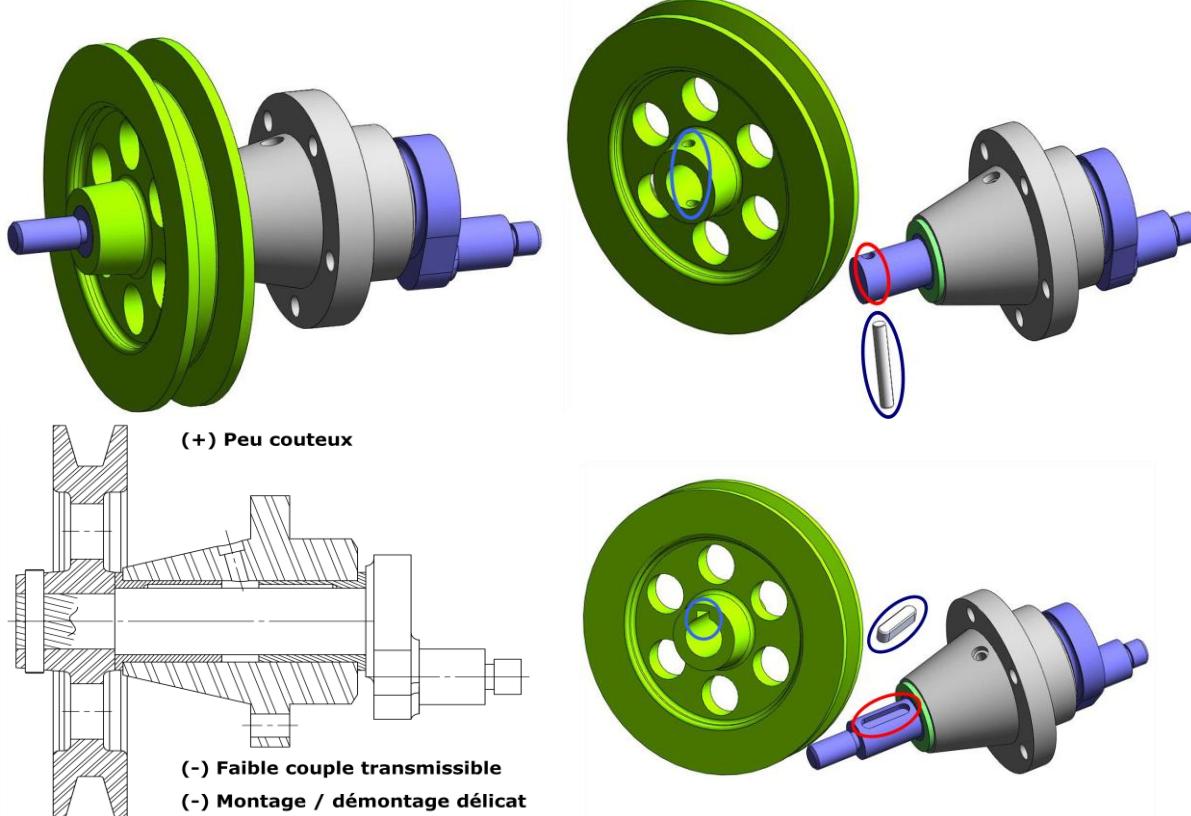
Deux surfaces nominalement cylindriques
+ une surface nominalement plane + jeux
fonctionnels (+ lubrifiant)

4- Transformation de mouvement : Liaison hélicoïdale

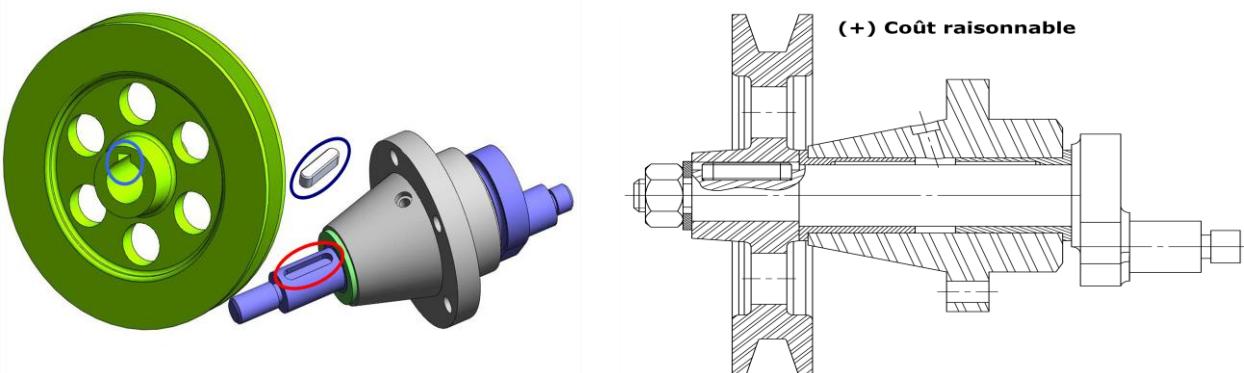


5 – Liaison en rotation

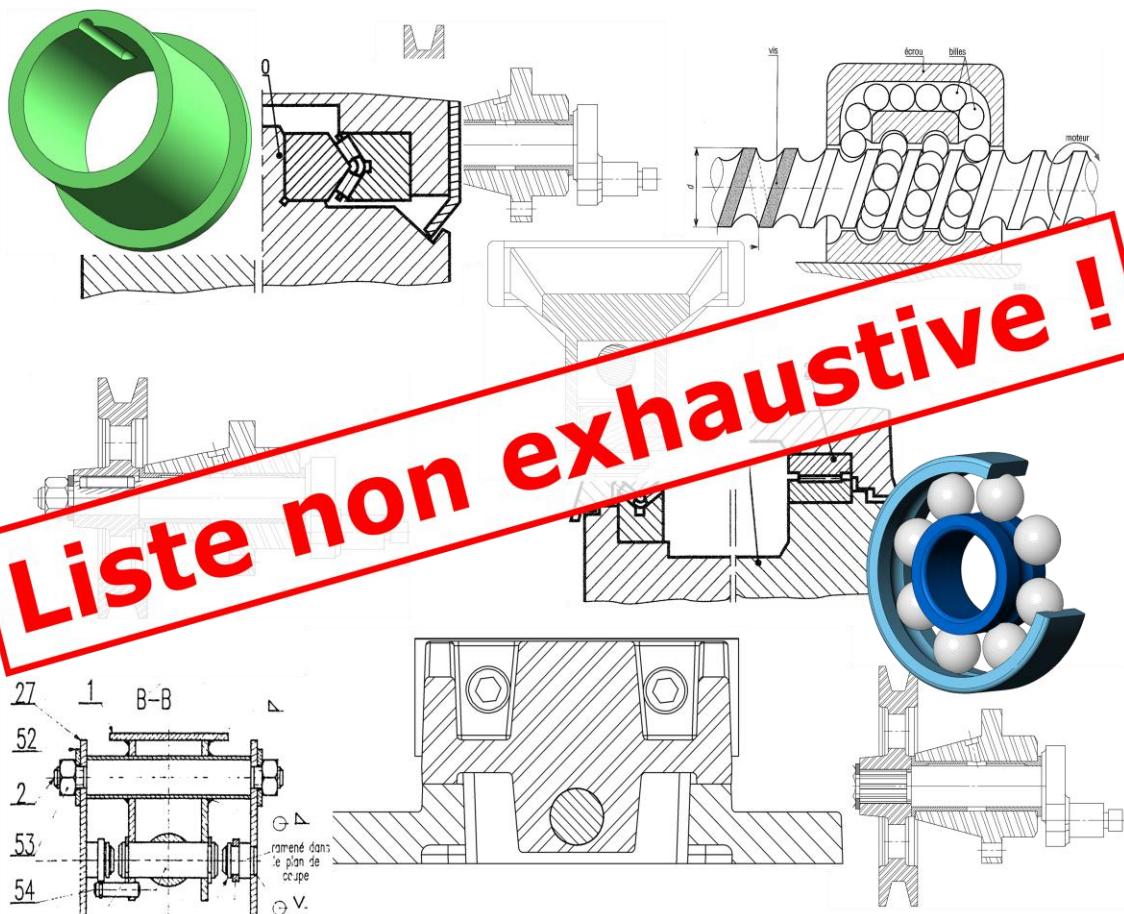
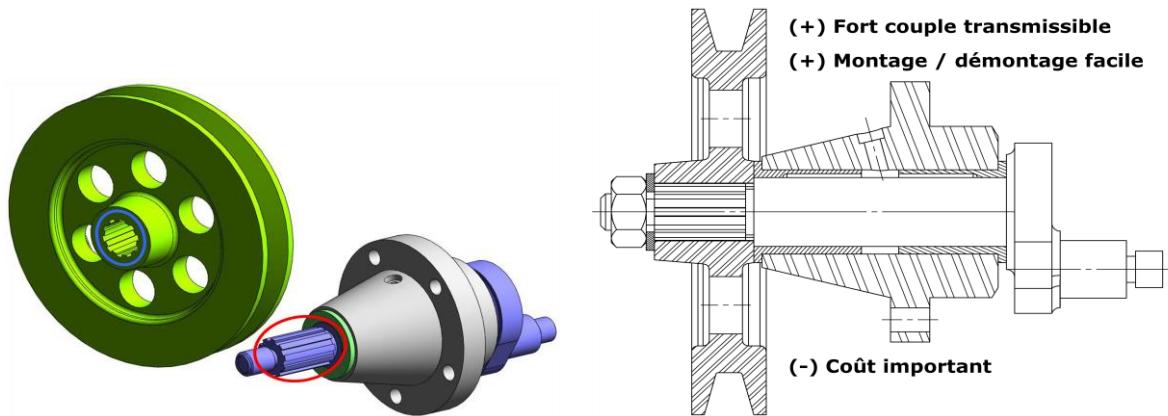
Goupille :



Clavette



Cannelures



GUIDAGE PAR ELEMENTS ROULANTS

Objectifs de l'étude

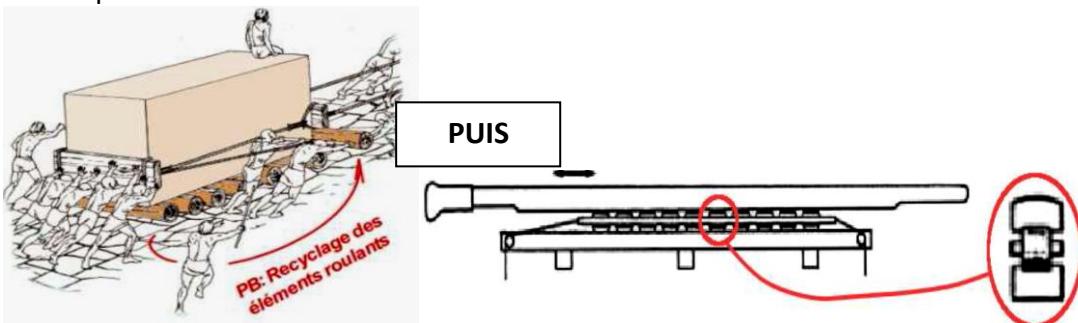
- connaître les différents types de roulements
- modéliser un roulement par une liaison normalisée
- concevoir une liaison pivot par roulement
- dimensionner la liaison pour une durée de vie et des charges données
- évaluer la précision d'un guidage (jeux, déformations)

1 - Historique : Intérêt des éléments roulants

La roue - Les éléments roulants

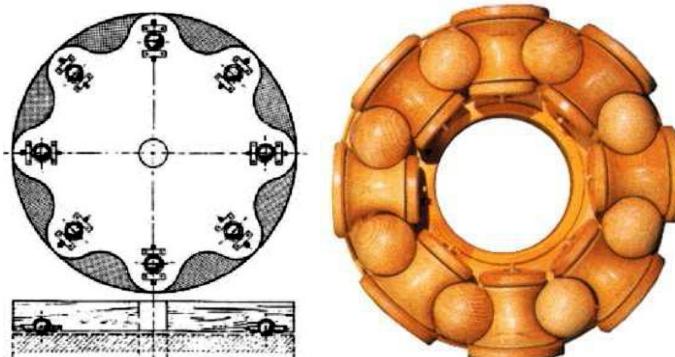
Il y a 4500 ans :

- invention de la roue
- lubrification par des graisses animales
- pas de ré-alimentation des éléments roulants



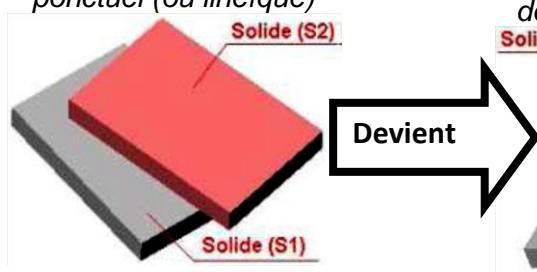
Apparition de la ré-alimentation

- 50 av. JC table tournante sur des sphères de bronze
- 1490, L. de Vinci première esquisse d'un roulement moderne

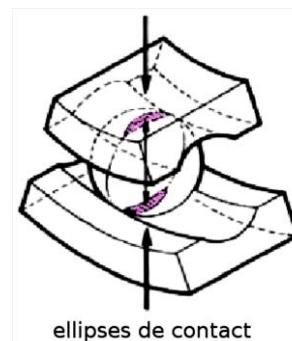
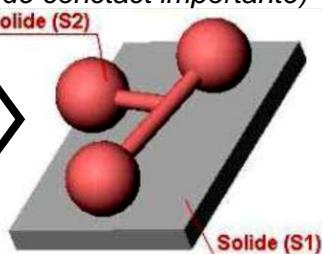


Les roulements modernes....des défis technologiques...

Remplacement du contact surfacique par du contact ponctuel (ou linéaire)

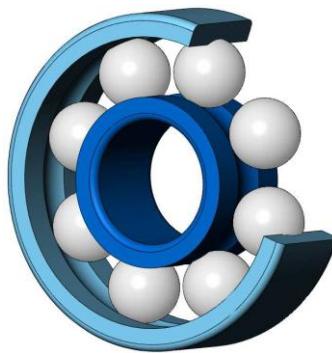


Donc besoin de matériaux très spécifiques (pression de contact importante)



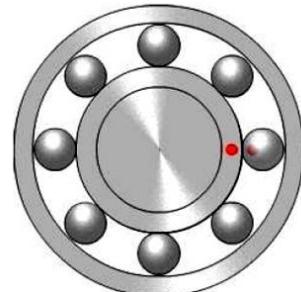
Les roulements modernes ...des défis technologiques relevés grâce aux cycles et à l'automobile...

1869 moyeux de voiture guidés par billes
 1903 premier roulement à billes moderne
 1907 premier roulement à rouleaux coniques (SKF) depuis nombreux brevets



Les roulements modernes Roulement sans glissement des billes

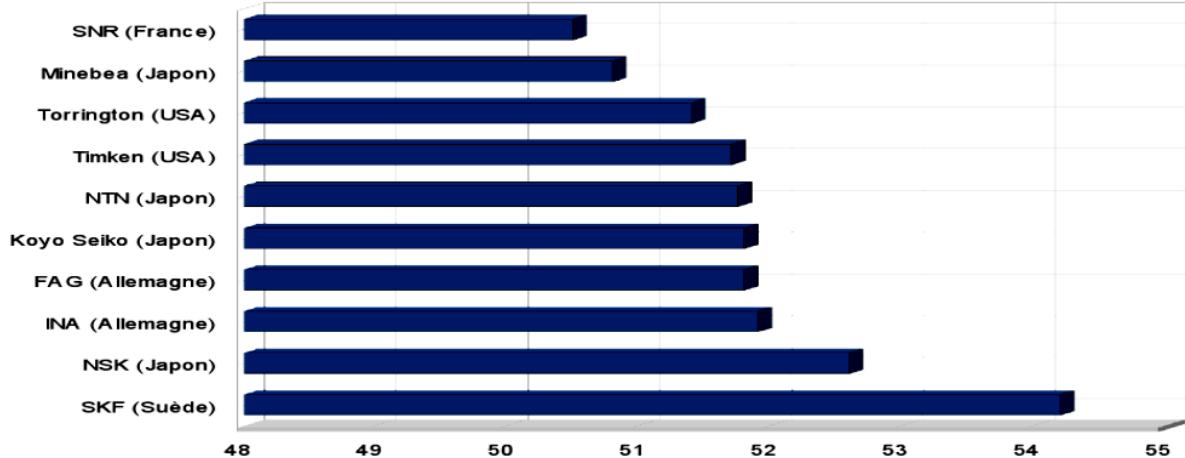
- Guidage en rotation de 2 organes
- Roulement sans glissement des billes, pas de contact direct
- Actions mécaniques transmissibles importantes
- Très bon rendement (peu de pertes d'énergie)
- Faible résistance à l'avancement



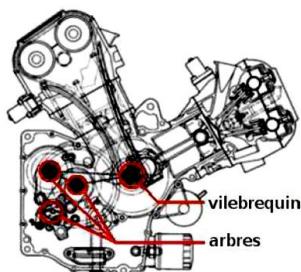
Les grands constructeurs

Ventes de roulements (1999)

en milliards de dollars

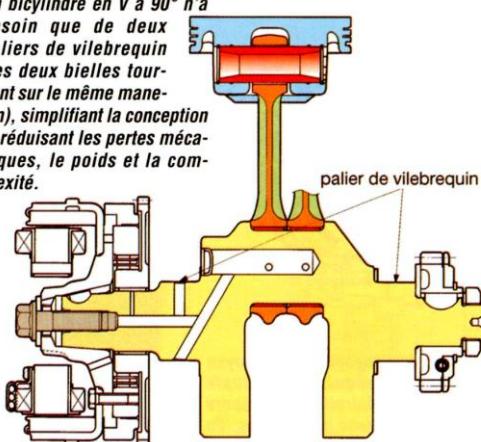


Exemple : moteur de moto Suzuki SV650



Vilebrequin sur paliers hydrodynamiques + 3 arbres sur roulements

Un bicylindre en V à 90° n'a besoin que de deux piliers de vilebrequin (les deux bielles tournent sur le même maneton), simplifiant la conception et réduisant les pertes mécaniques, le poids et la complexité.



Exemple : moteur de moto - autre solution par roulements



Exemple : guidage de vilebrequin

- précision de guidage nécessaire
- actions mécaniques à reprendre
- vitesse de rotation élevée
- Autres paramètres à prendre en compte : encombrement, coût, etc. . . .

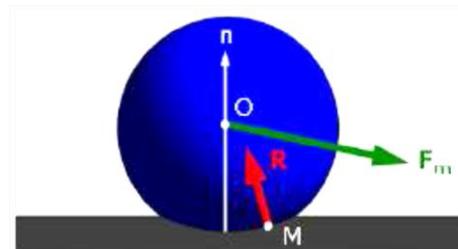
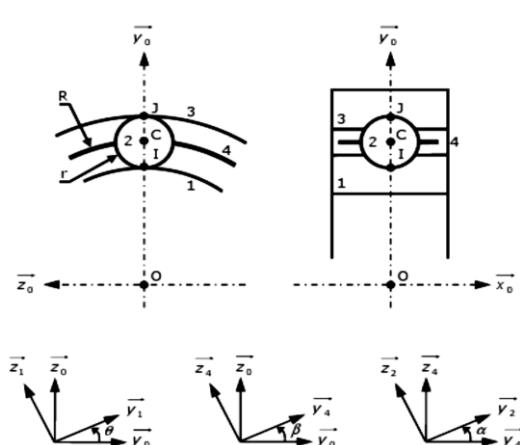
2 - Principes et Objectifs

2 - 1 Remplacement du contact direct par des éléments roulants

Fonction Technique : Annuler le frottement dans les liaisons

Solution : Eléments roulants qui roulent sans glisser par rapport aux deux solides en liaison

Schéma : roulement sans glissement en I et J



$$\overrightarrow{C_{res}} = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{R}$$

Mais tout de même des pertes d'énergie par 2 phénomènes :

- Energie de déformation des solides
- Travail de C_{res}

Type	Valeur du Coef.
glissement direct acier/acier	0.2
Rit à billes	0.0015
Rit à rix cylindriques, coniques,	0.002
Rit à aiguilles.	0.004
Butées à billes.	0.0015
Butées à rix coniques.	0.002
Butées à rix cylindriques	0.008

tableau des coeff. des résistances à l'avancement



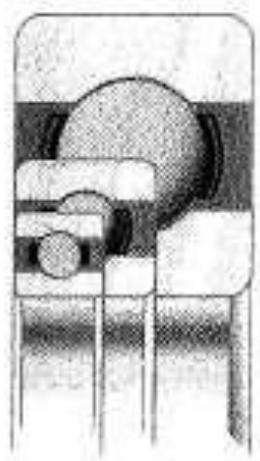
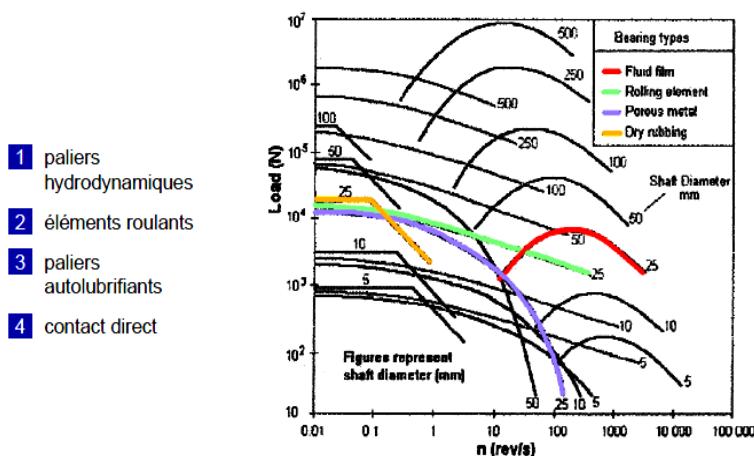
Rem : pour des roulements lubrifiés correctement

Types de liaisons réalisables

Mouvement "arbre/bâti"	Modélisation	Solution
Rotation	pivot	montage de roulements (billes, rouleaux, aiguilles)
Translation	glissière	rail/douille à billes
R + T	pivot glissant hélicoïdale	douille à billes vis à billes
Arrêt axial	appui plan (sans vitesses tangentielles)	butée

2 – 2 Les grands principes

- Plage d'utilisation très large (charges / vitesses)



- Interchangeabilité

[série de diamètres int, puis de diamètres ext. et de largeur]

norme ISO 015 : roulements radiaux

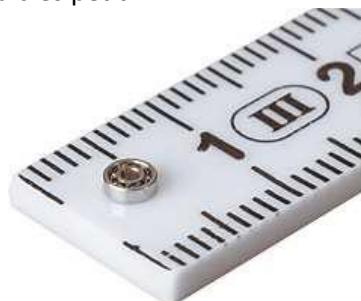
norme ISO 355 : roulements coniques

norme ISO 104 : butées jeux internes : 6 classes de jeu

Le concepteur [vous] doit choisir le jeu pour un fonctionnement correct.

- des dimensions variées, jusque l'exception

du très petit ..



. . . au très grand



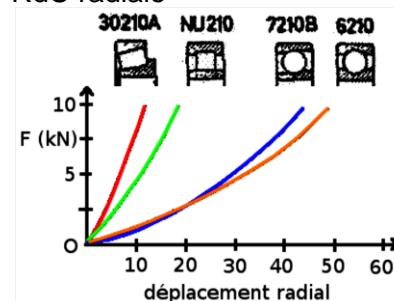
Déformations - Relation de comportement

Le roulement se déforme radialement sous charge.

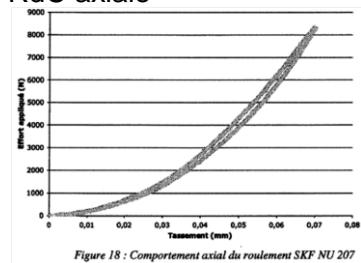
Le comportement du roulement dépend du jeu interne (donc du nombre d'éléments chargés).

DIAGRAMMES DE CHARGE AVEC $F_r = Cte$					
	Fig. a	Fig. b	Fig. c	Fig. d	Fig. e
Modèle de charges combinées					
Diagramme de la zone des charges radiales $RQ_r = F_r$					
Diagramme des charges axiales $RQ_a = F_a$					

RdC radiale



RdC axiale



La RdC est de type non linéaire.

Avantages

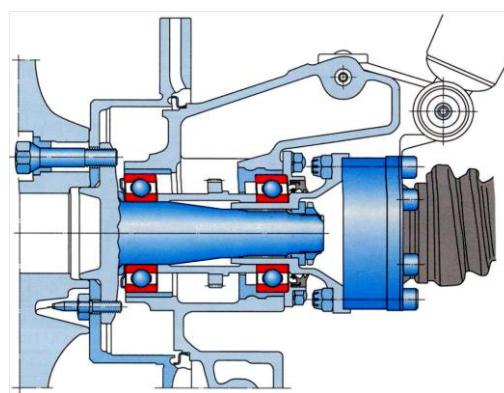
- Encombrement relativement réduit
- Bonne précision de guidage (IT réduits)
- Bonne rigidité de liaison (déformations maîtrisables)
- Très bon rendement
- Prix intéressant (fabrication en grande série)

Inconvénients

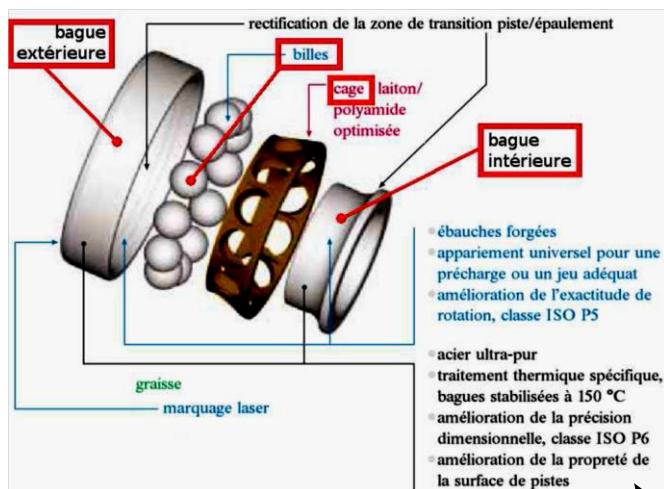
- Vitesse de rotation (parfois) limitées (effets d'inertie sur les éléments roulants)
- Quelques complications de montage (cf. arrêts axiaux/radiaux et réglages de jeux)
- Protection et entretien nécessaires

Exemple de réalisation de liaison pivot

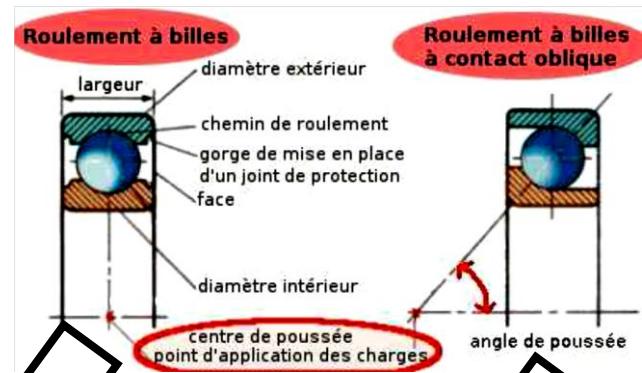
Axe de roue arrière d'une Ferrari 348 : rlx à billes à contact radial



Exemple : Roulement à billes à contact oblique



Différents types de contact (Radial / Oblique)



à contact radial



à contact oblique

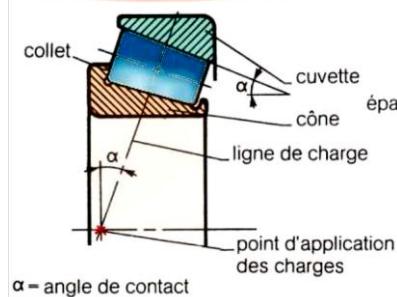


Les roulements à rouleaux

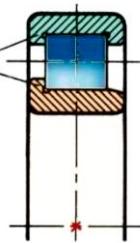
Coniques



Roulement à rouleaux coniques



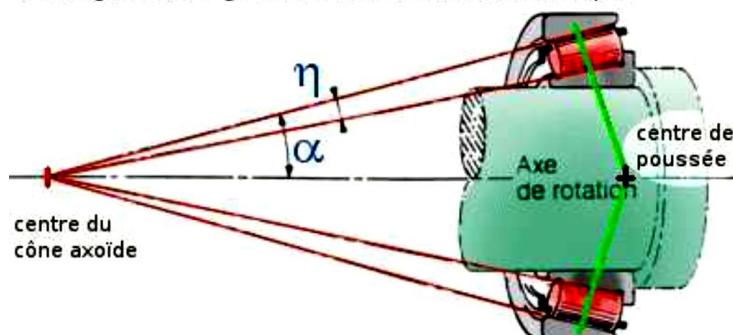
Roulement à rouleaux cylindriques



Cylindriques

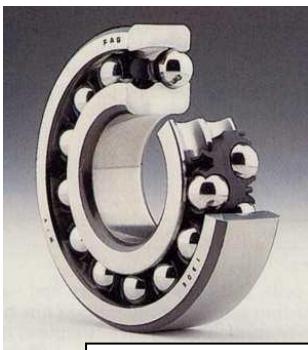


Les roulements à rouleaux coniques : cône d'angle α
convergence des génératrices des rouleaux coniques



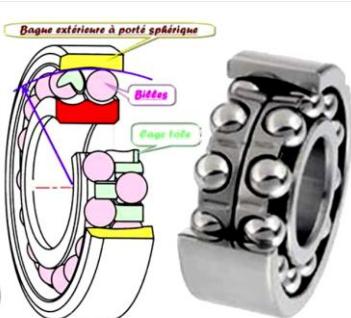
Les autres types de roulements

à rotule sur billes

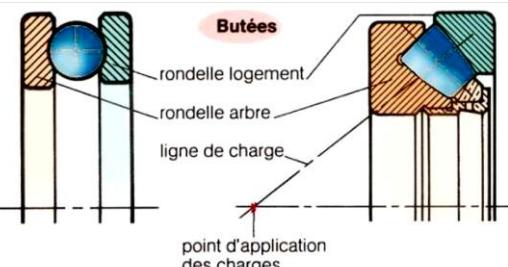


grand rotulage possible

à rotule sur rouleaux



grand rotulage ↔ contact oscillant



gros efforts axiaux transmissibles

douille à billes

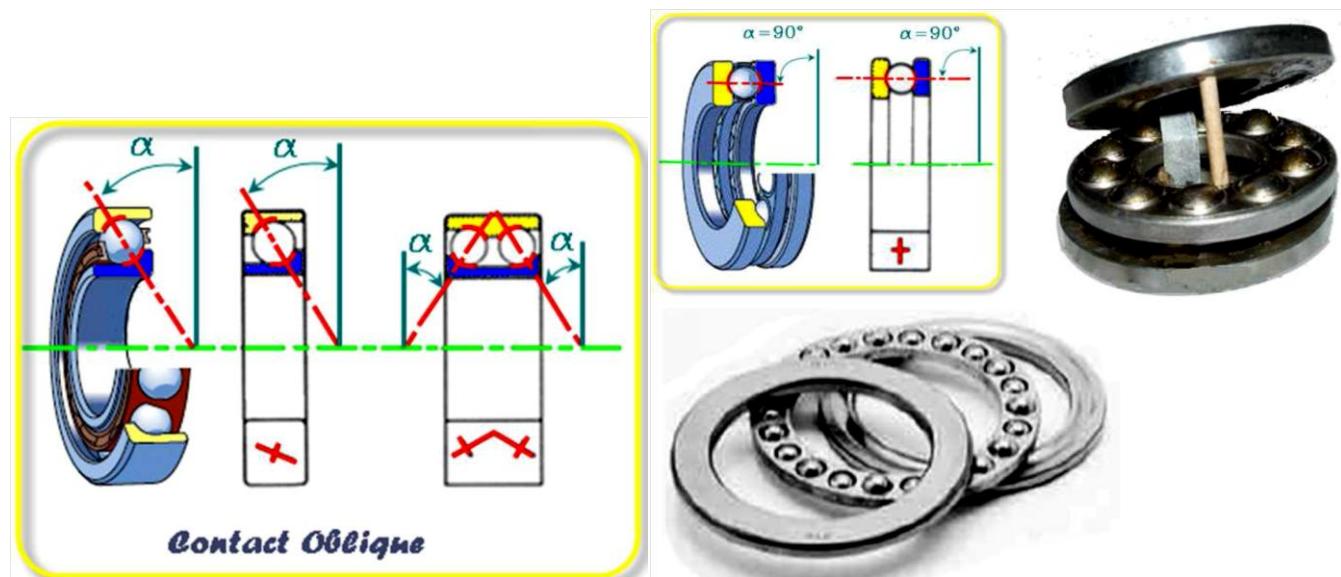
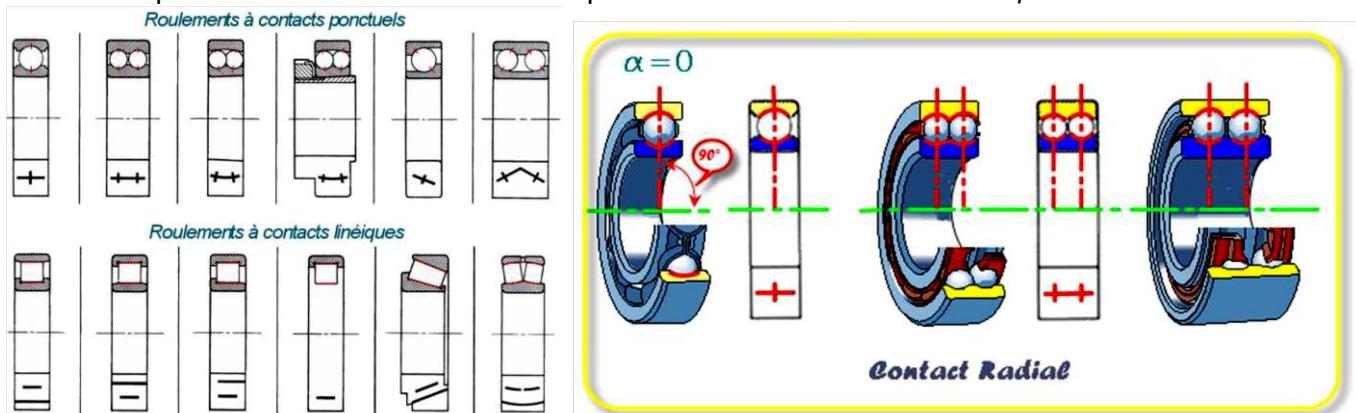


vis à billes



D'où des catégories de roulements

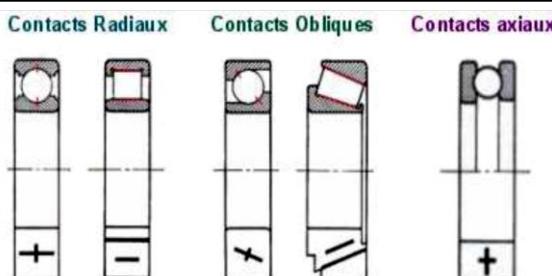
- par éléments roulants : billes - rouleaux cylindriques - rouleaux sphériques
- par direction des actions mécaniques transmissibles : radiaux - obliques - axiaux



Les types de roulements Comparaison des aptitudes	Aptitude aux charges		Vitesse limite de rotation N.Dm ⁽¹⁾ (lub. à la graisse)	Défaut d'alignement admissible entre arbre et logement							
	radiale	axiale									
Types	faible	moyen	bonne	faible	moyen	bonne	faible	moyen	élevée	0 - 10°	1/2° - 3°
Roulement à billes à contact radial										●	
Roulement à billes à contact radial à deux rangées de billes										●	
Roulement à billes à contact oblique										●	
Roulement à billes à contact oblique à deux rangées de billes										●	
Roulement à rouleau sur billes											●

(1) N.Dm : N = vitesse de rotation en t/mn. Dm = diamètre moyen roulement = $\frac{d+D}{2}$
En lubrification à l'huile, la vitesse limite est augmentée d'environ 35 %.

contact oblique : jeu annulé au montage



Les types de roulements Comparaison des aptitudes	Aptitude aux charges		Vitesse limite de rotation N.Dm ⁽¹⁾ (lub. à la graisse)	Défaut d'alignement admissible entre arbre et logement							
	radiale	axiale									
			110000 300000 450000 600000								
Types	faible	moyen	bonne	faible	moyen	bonne	faible	moyen	élevée	0 - 10°	1/2°-3°
Roulement à rouleaux cylindriques		██████████		██████████			██████████			●	
Roulement à rouleaux coniques		██████████		██████████	██████████		██████████			●	
Roulement à rouleaux sphériques		██████████		██████████		██████████	██████████				●
Butée à billes				██████████	██████████		██████████			●	
Butée à rouleaux sphériques		██████████		██████████	██████████		██████████				●

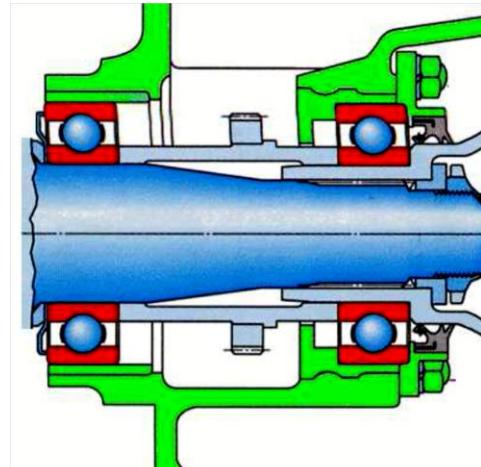
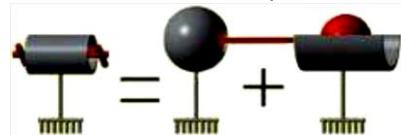
(1) N.Dm : N = vitesse de rotation en t/mn. Dm = diamètre moyen roulement = $\frac{d+D}{2}$
En lubrification à l'huile, la vitesse limite est augmentée d'environ 35 %.

4 - Modélisation par une liaison normalisée

4 – 1 But de l'étude

Modèle d'un roulement

- + liaison bague int/arbre
- + liaison bague ext/alésage
- + association de 2 ou plusieurs rlx
- = liaison pivot axe/alésage
- calcul de liaison équivalente

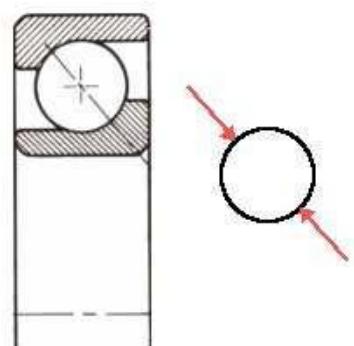


Quelles sont les AM transmissibles dans un roulement ?

Nous voulons un modèle de roulement sous forme de liaison normalisée.

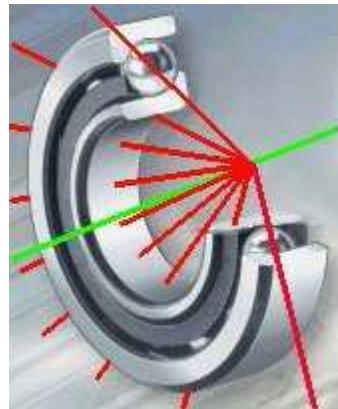
4 – 2 Roulement à billes à contact obliques

- 1 Isolons un élément roulant [ici une bille]
- 2 PFS ! direction des AM transmissibles (elle est soumise à 2 forces),
- 3 généralisation à n contacts par billes
- 4 obtention d'un modèle de roulement

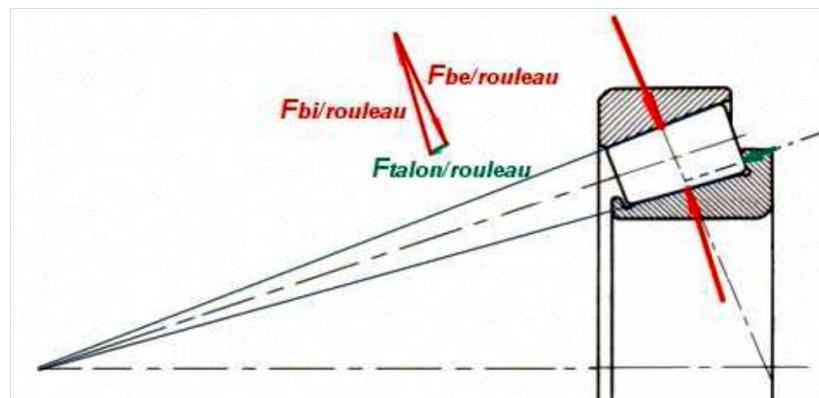


La direction des forces est donc oblique (angle α)

Avec n billes, voici le schéma :
 Les efforts transmissibles sont coïncidants sur l'axe de rotation.
 La géométrie privilégie les efforts axiaux dans un sens
Donc roulement. à billes à contact oblique = liaison rotule unilatérale



4 – 3 Roulement à rouleaux coniques

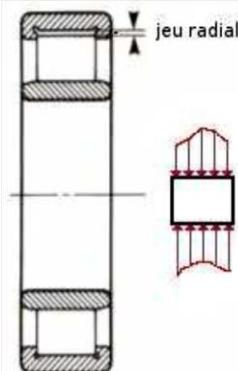


→ collet (i.e. butée) nécessaire

4 – 4 Roulement à rouleaux cylindriques

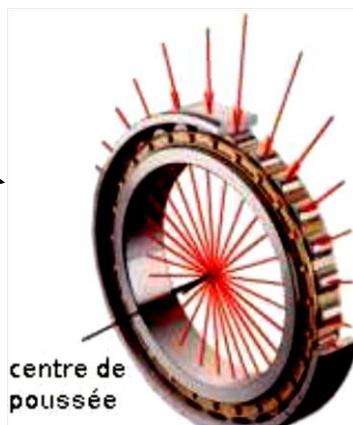
Isolons un élément roulant [ici un rouleau]
 - il est soumis à 2 répartitions linéaires d'efforts inconnues
 - la direction des forces est donc **radiale** et il existe un couple transmissible

Avec n rouleaux donc roulement. à rouleaux cylindriques = **liaison pivot glissant**



Avec n rouleaux et le jeu radial, voici le schéma

Les efforts transmissibles sont uniquement radiaux, donc roulement. à rouleaux cylindriques = **liaison linéaire annulaire**

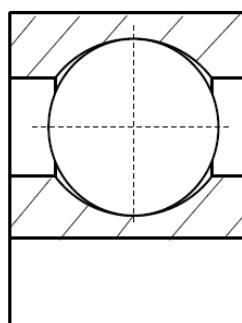


4 – 5 Roulement à billes à contact radial

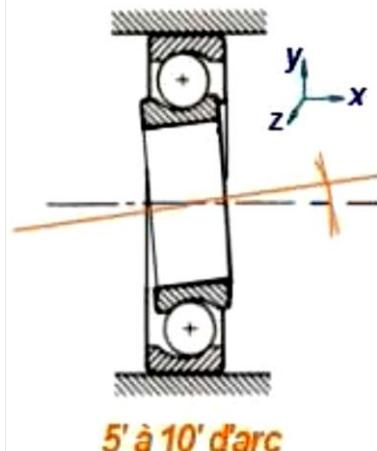
Le contact semble radial mais
 ≈ 4% d'écart entre les rayons
 de courbure

Les jeux/déformations
 internes décalent les points
 de contact.

Donc roulement. à 1 rangée
 de billes = **liaison rotule**



Rotulages admissibles

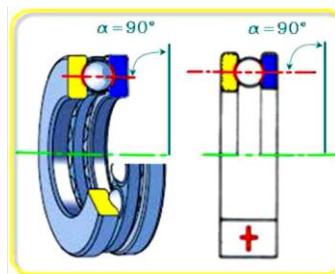


Pour un roulement à billes à contact radial :

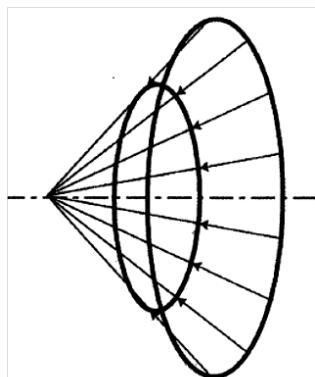
- il y a rotulage
- il existe un jeu radial (maîtrisé)
- des efforts radiaux et axiaux transmissibles

4 – 6 Butée à billes

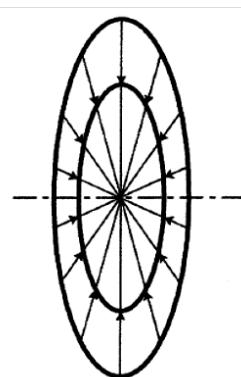
Butée à 1 rangée de billes =
liaison appui plan unilatérale



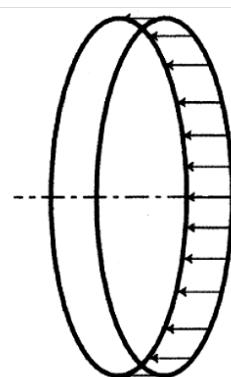
4 – 7 Liaisons équivalentes pour différents types de contact



rotule (unilatérale)



linnéaire annulaire



appui plan (unilatéral)

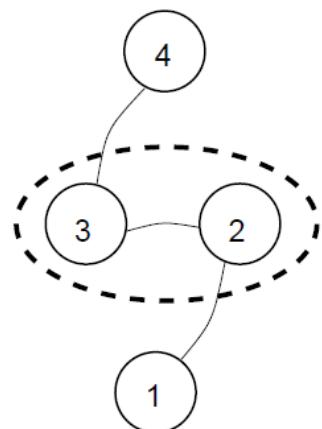
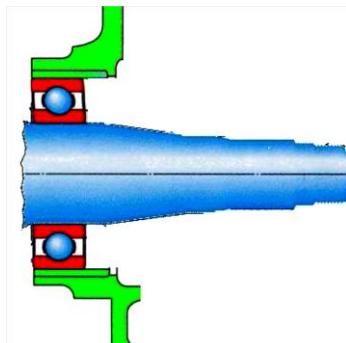
5 - Architecture d'une liaison pivot par roulements

5 – 1 Nécessité des arrêts axiaux sur les roulements

But de l'étude :

Modèle d'un roulement

- liaison bague int/arbre
- liaison bague ext/alésage
- association de 2 ou plusieurs rmts
- = liaison pivot axe/alésage
- **calcul de liaison équivalente**



Quelle liaison équivalente ya-t-il entre **arbre et alésage** ?

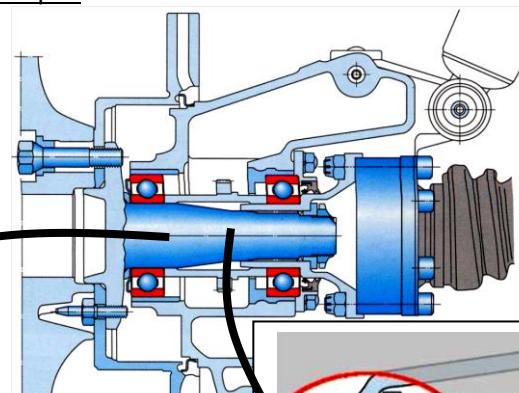
1 arbre

2 bague intérieure du roulement

3 bague extérieure

4 alésage

Exemple : axe de roue arrière d'une Ferrari 348



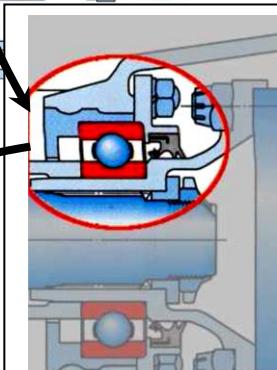
Deux méthodes :

en série : somme de torseurs statiques

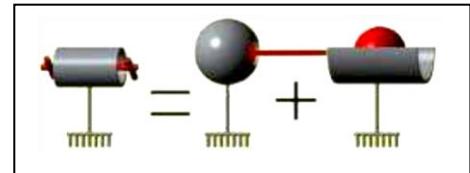
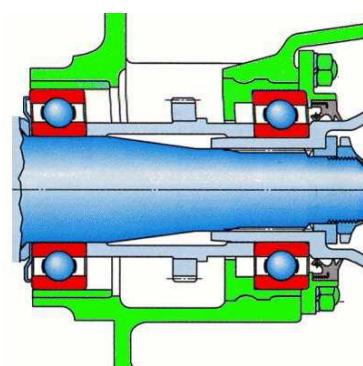
en parallèle : somme de torseurs cinématiques donc si aucun arrêt axial : **un roulement = liaison linéaire annulaire**

Liaison equiv. arbre/alésage ?
les appuis latéraux sont fixes ou rapportés
Ils sont réalisés grâce à épaulements anneaux élastiques, entretoises, écrous freinés ; couvercles . . .

Avec ces 4 arrêts axiaux → **liaison rotule**



Modèle d'un roulement
+ liaison bague int/arbre
+ liaison bague ext/alésage
+ association de 2 ou plusieurs roulements
→ calcul de liaison équivalente



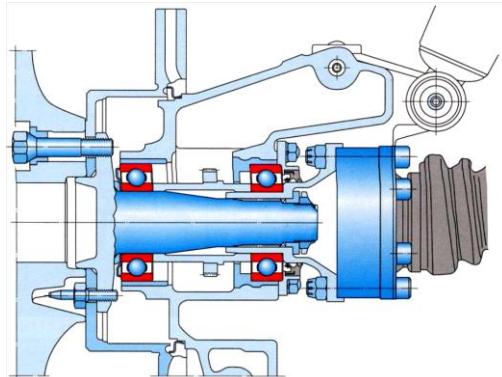
5 – 2 Nécessité d'associer plusieurs roulements

Un roulement :

liaison arbre/alésage = linéaire annulaire

+ arrêts axiaux : le rotulage persiste

Pour réaliser une liaison pivot arbre/alésage,
il faut associer au minimum deux roulements
cf. liaison par coussinets : il y a une longueur de
liaison minimale dépendante du jeu radial dans
chaque roulement



Liaison équiv. arbre/alésage ?

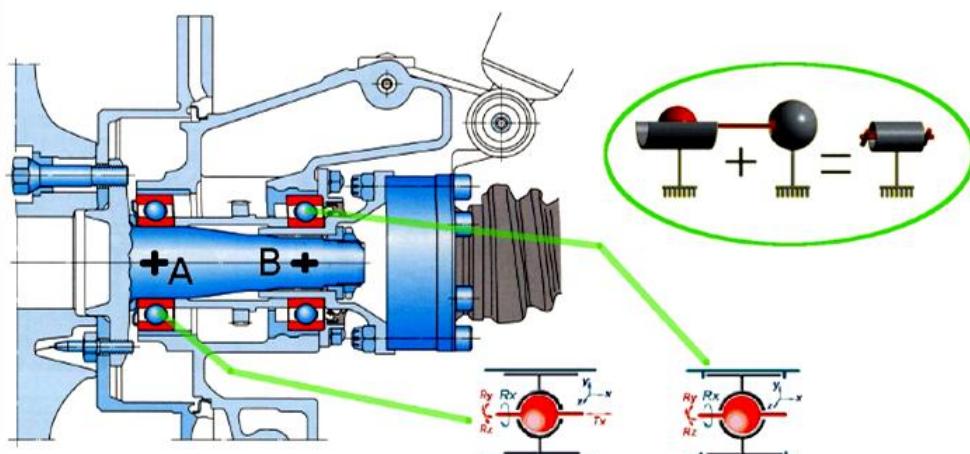
roulement. 1 au point A, {T0→1}a

roulement. 2 au point B, {T0→1}b

Liaisons en parallèle (0 → 1) d'où ici méthode statique

$$\{T_{0 \rightarrow 1}\}_{eq.} = \{T_{0 \rightarrow 1}\}_a + \{T_{0 \rightarrow 1}\}_b = \left\{ \begin{array}{c} ? \end{array} \right\}$$

Exemple : Ferrari 348



Liaisons en parallèle (0 → 1) donc

Liaison équiv. arbre/alésage ?

rlt. 1 $\{T_{0 \rightarrow 1}\}_a$

rlt. 2 $\{T_{0 \rightarrow 1}\}_b$

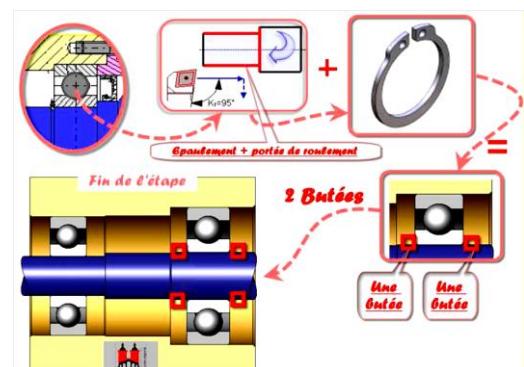
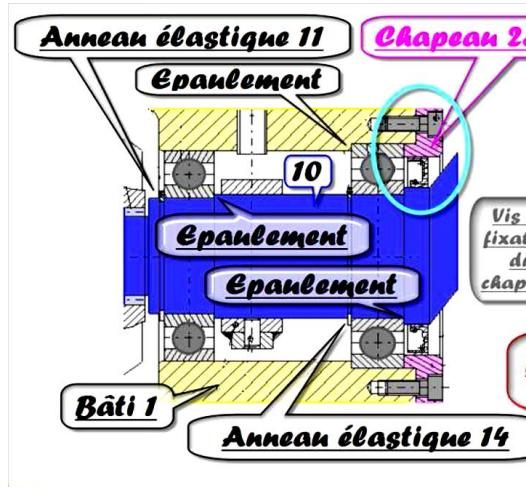
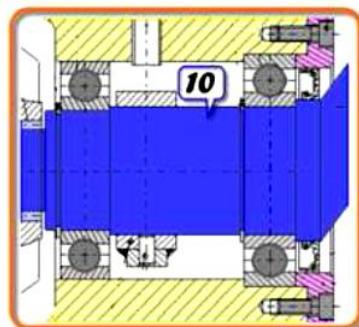
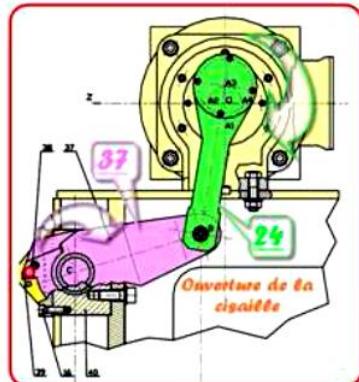
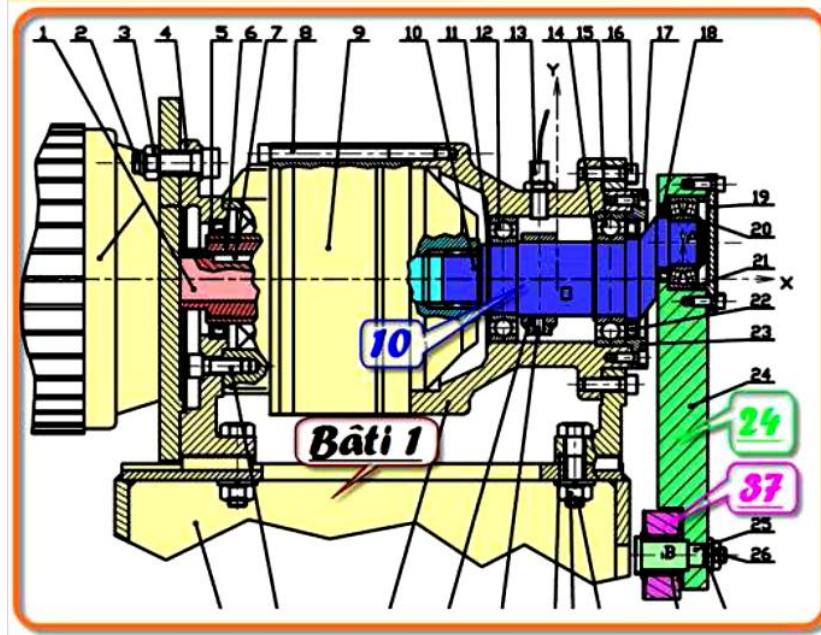
$$\{T_{0 \rightarrow 1}\}_{eq.} = \{T_{0 \rightarrow 1}\}_a + \{T_{0 \rightarrow 1}\}_b = \left\{ \begin{array}{cc} X_B & 0 \\ Y_B + Y_A & +L.Z_A \\ Z_B + Z_A & -L.Y_A \end{array} \right\}_B$$

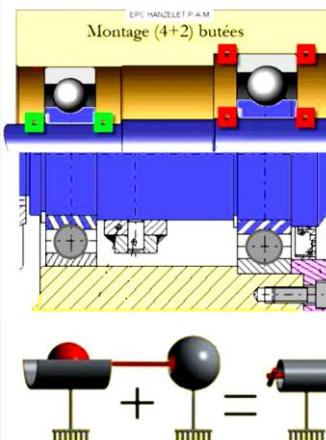
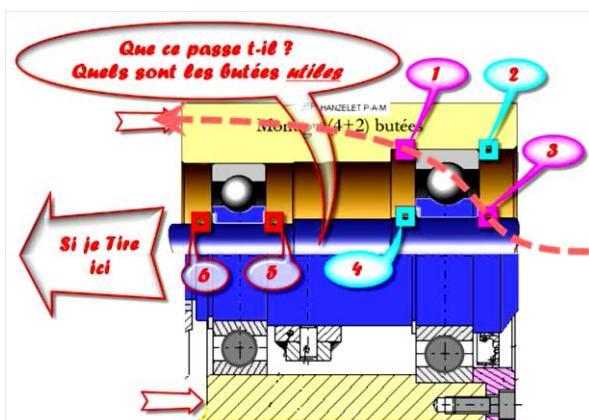
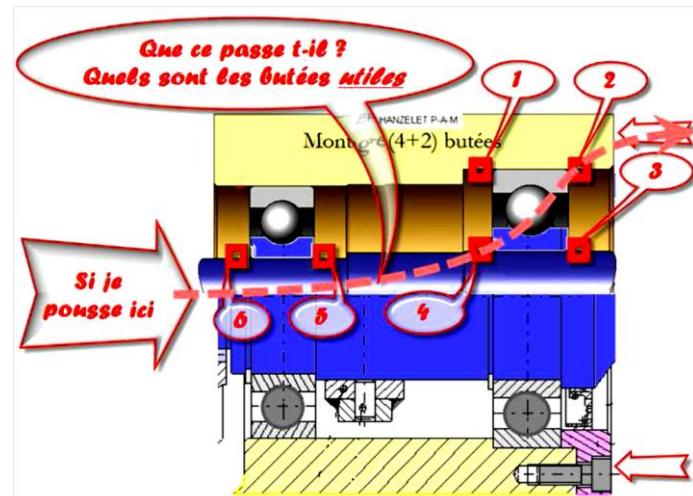
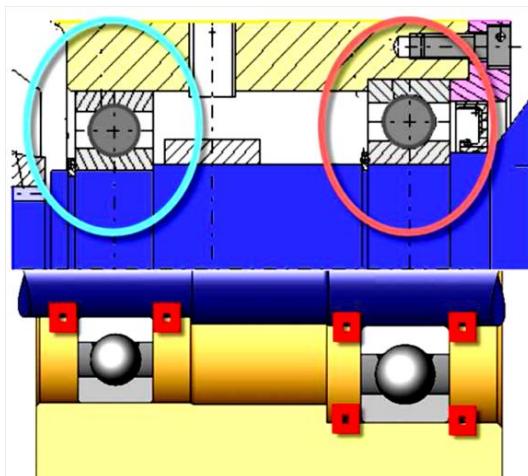
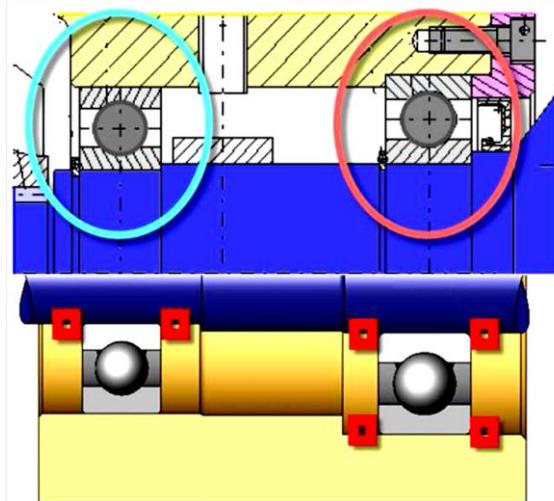
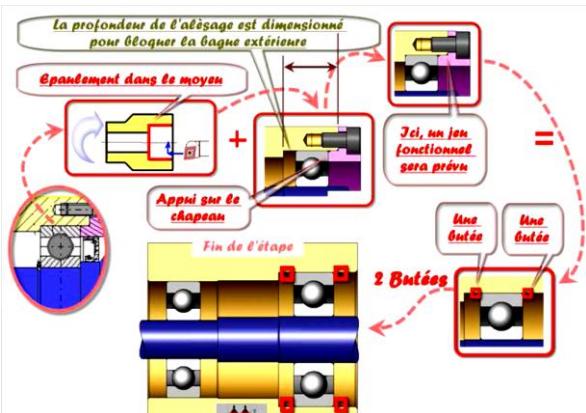
Donc avec ces 2 roulements : **liaison pivot**

Autre exemple : cisaille

 **Mise en situation**

Un moteur électrique entraîne une **cisaille (rose)**, par un système bielle - **manivelle**. Nous allons analyser le guidage en rotation de cette **manivelle (bleu)**.





Schématisation

Le guidage de cette bielle avec ces deux roulements à billes réalise bien une liaison pivot, car la translation est impossible grâce aux butées..

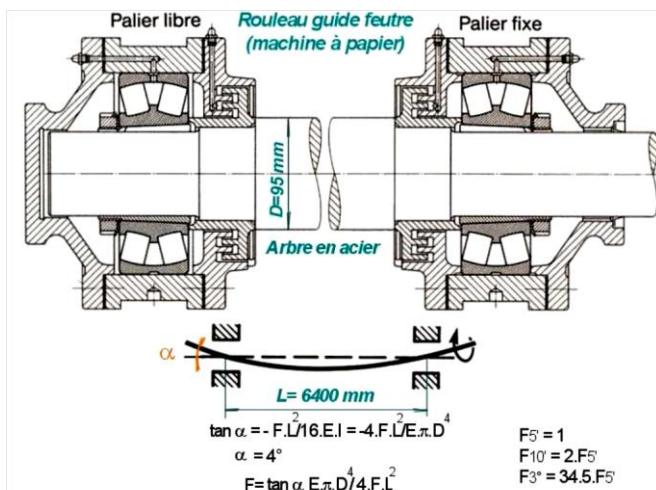
L'effort axial est encaissé par un anneau élastique, le gros roulement et le chapeau.
L'effort axial est encaissé par un épaulement, le gros roulement et un épaulement dans le moyeu.

L'association en parallèle de ces deux roulements réalise un guidage isostatique.

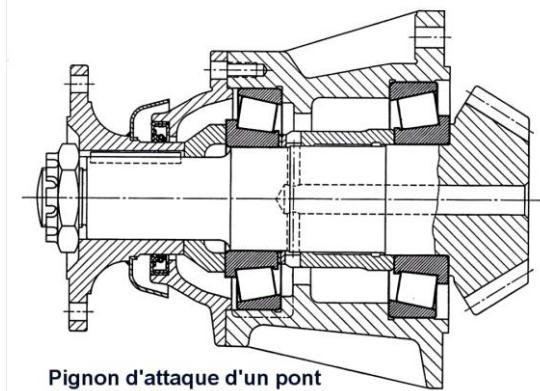
Ce qu'il faut retenir montage "4 x 2"

- montage simple et courant
- montage avec jeu radial
- dilatation thermique de l'arbre possible (bien adapté pour arbre long)
- 4 arrêts sur le rlt. le plus proche du point d'application des charges axiales donc moins de risque de flambage (si arbre très long)

Eviter le flambage (si arbre très long)



Le montage en “O”



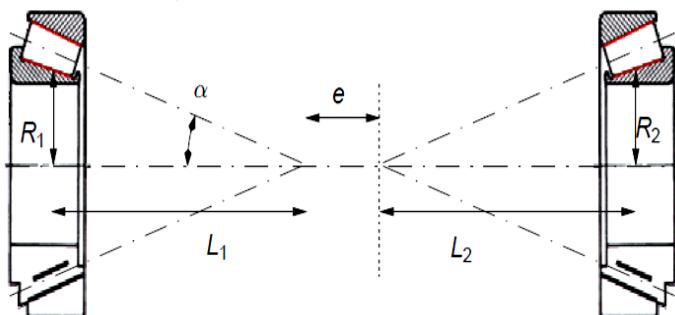
Ce qu'il faut retenir

Montage en “O”

- montage sans jeu (donc réglage nécessaire)
- la longueur de liaison est augmentée (meilleure précision)
- déformation thermique : si $T^\circ C$ augmente, la liaison prend du jeu axial, mais le jeu radial diminue (donc l'axial aussi) ; compensation ; compensation exacte si les cônes cinématiques sont coïncidants
- préférer le réglage du jeu sur les bagues int. (donc montage adapté pour les bagues ext. montées serrées)

Compensation des dilatations thermiques

L'arbre chauffe, donc se dilate



On pose $L_{total0} = L_{10} + e_0 + L_{20}$ et on a $\tan(\alpha) = \frac{R_{10}}{L_{10}}$

si T° augmente de ΔT alors

$$R_{10} \rightarrow R_1 = R_{10}(1 + k\Delta T)$$

$$R_{20} \rightarrow R_2 = R_{20}(1 + k\Delta T)$$

$$L_{total0} \rightarrow L_{total} = L_{total0}(1 + k\Delta T)$$

et il y a un ΔL induit par les deux ΔR :

$$\Delta L_{induit} = \frac{\Delta R_1}{\tan(\alpha)} = \frac{\Delta R_2}{\tan(\alpha)}$$

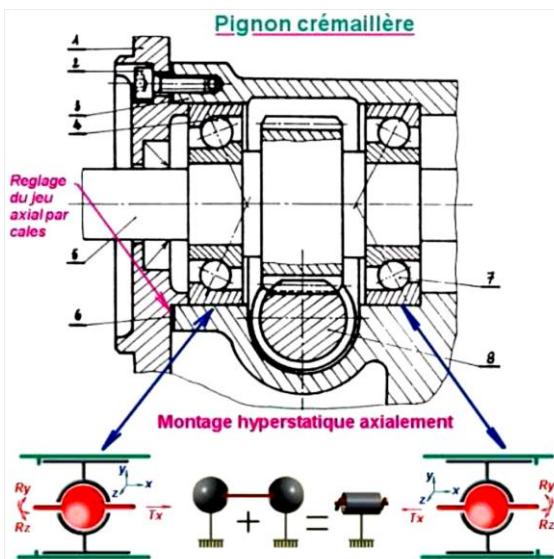
On veut donc calculer

$$\Delta L_{thermique} = \Delta L + \Delta L_{induit}$$

$$\begin{aligned} \Delta L_{therm.} &= \Delta L + \Delta L_{induit} \\ &= \Delta L - \frac{\Delta R_1}{\tan(\alpha)} - \frac{\Delta R_2}{\tan(\alpha)} \\ &= L_{total0}.k\Delta T - R_{10}\frac{k\Delta T}{\tan(\alpha)} - R_{20}\frac{k\Delta T}{\tan(\alpha)} \\ &= (L_{10} + e_0 + L_{20}).k\Delta T - L_{10}\tan(\alpha)\frac{k\Delta T}{\tan(\alpha)} \\ &\quad - L_{20}\tan(\alpha)\frac{k\Delta T}{\tan(\alpha)} \\ &= e_0.k\Delta T \end{aligned}$$

$e > 0$		$\Delta L_{therm} > 0$
$e = 0$		$\Delta L_{therm} \approx 0$
$e < 0$		$\Delta L_{therm} < 0$

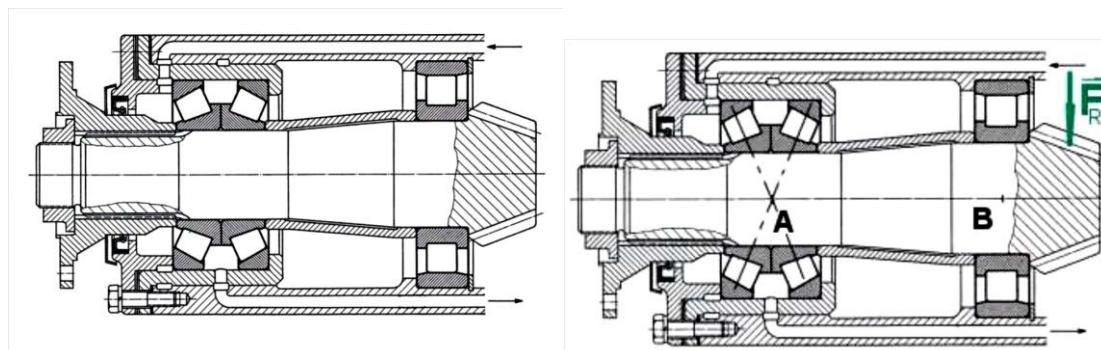
Le montage en “X”



Ce qu'il faut retenir Montage en “X”

- Montage sans jeu (donc réglage nécessaire)
- La longueur de liaison est diminuée (il faut donc écarter les roulements)
- Deformations thermiques : si $T^\circ C$ augmente, le jeu axial est réduit, et le jeu radial augmente (donc l'axial augmente) ; il y a donc risque de surcharge des roulements
- Préférer le réglage du jeu sur les bagues ext. (donc montage adapté pour les bagues intérieures montées serrées)

Testez vous !



5 – 3 Nécessité des arrêts radiaux sur les roulements

Outre les jeux/déplacements axiaux, il y a aussi du **jeu radial entre les bagues et le roulement**.

Règle de montage

La bague qui tourne par rapport à la charge doit être montée serrée.

Risque de corrosion sous contrainte :

- micro-glissements bague/logement
- détérioration du contact

Ici l'arbre et la charge tournent :

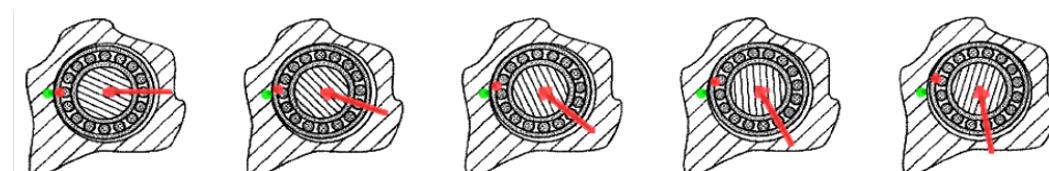


Figure 34 : Mauvais serrage : bague intérieure serrée

Ici l'arbre et la charge tournent :



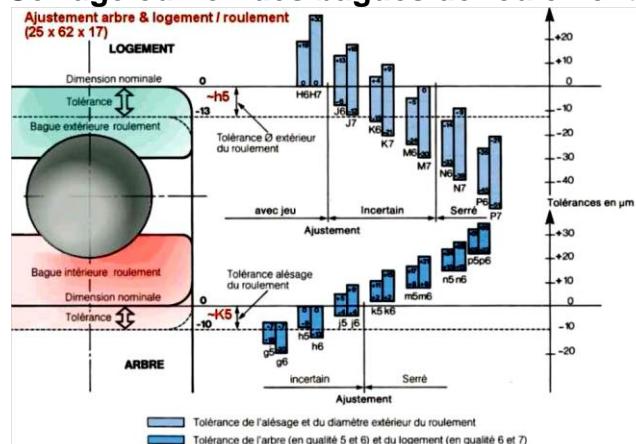
Figure 35 : Bon serrage : bague extérieure serrée

Corrosion sous charge :

Quand un roulement est mis en charge, les forces résistantes des billes ont tendance à freiner la bague qui tourne par rapport à la direction de la charge. Si il existe un jeu entre cette bague et l'arbre ou le logement correspondant et qu'un mouvement relatif apparaît, il y a décollement de la couche d'oxydation. Les particules d'oxydes de fer (ou d'aluminium dans le cas de carter en alu) très abrasives viennent user l'arbre d'où destruction rapide par prise de jeu.



Serrage ou non des bagues de roulement



6 - Choix d'un montage

Montabilité - Solutions techniques

Le concepteur doit choisir le type de montage **et** les solutions pour réaliser les arrêts axiaux.
! attention à la montabilité !

6 – 1 Règles générales - Type de roulement

Critère de coût :

Chercher d'abord (à dimensions égales) une solution à base de roulements rigides à billes

Roulements à billes :

très bien pour petits montages et/ou vitesse élevée utilisables même pour de bonnes charges axiales

Autres remarques :

Roulements à rouleaux pour montages très chargés radialement à vitesse modérée

Si défaut d'alignement, roulement à rotule

Si déplacement axial, roulement "ouvert"

Intensité et direction de la charge

si charges moyennes, roulements à billes on utilise rarement des roulements à billes de diamètre supérieur à 150mm.

si charges élevées, roulement à rouleaux

si charges combinées, roulement à rouleaux coniques

si charges radiale pure, roulements à rouleaux cylindriques, roulements à aiguilles si chocs (rapport C0/C plus élevé) grandes vitesses sous charges élevées (masse plus faible)

Protection du montage

La principale cause de destruction des roulements n'est pas l'usure normale !

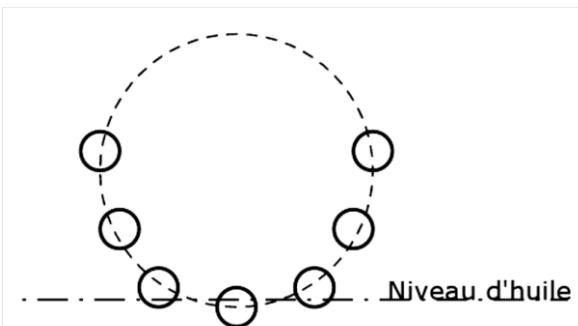
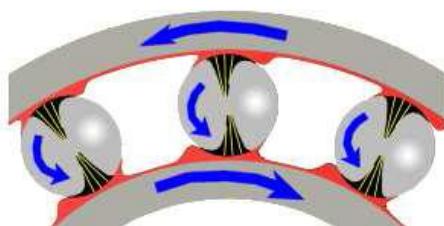
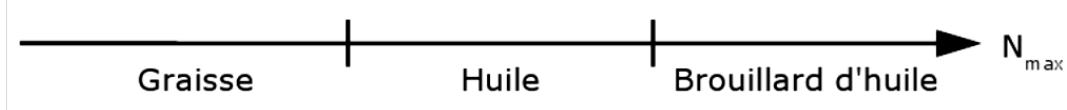
- il faut que le montage soit lubrifié et éviter que le lubrifiant s'échappe
- il faut éviter l'intrusion de corps étrangers

Utilisation de joints d'étanchéité

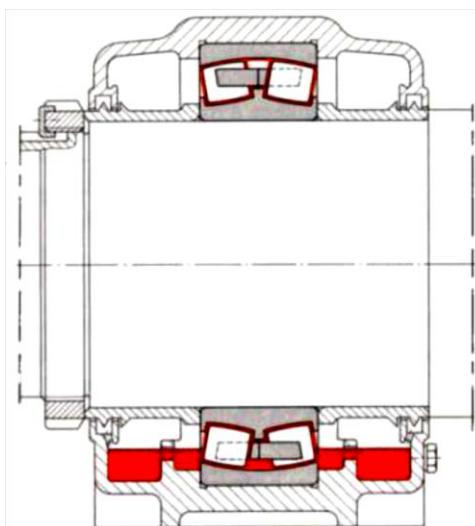
Lubrification

La lubrification augmente la durée de vie et le rendement.

La vitesse de rotation admissible augmente aussi, et évolue en fonction du type de lubrification.

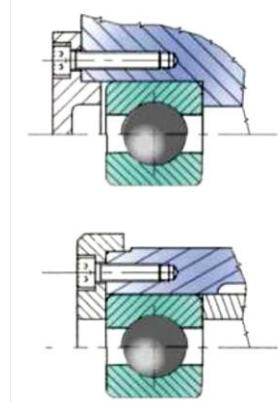


Exemple :

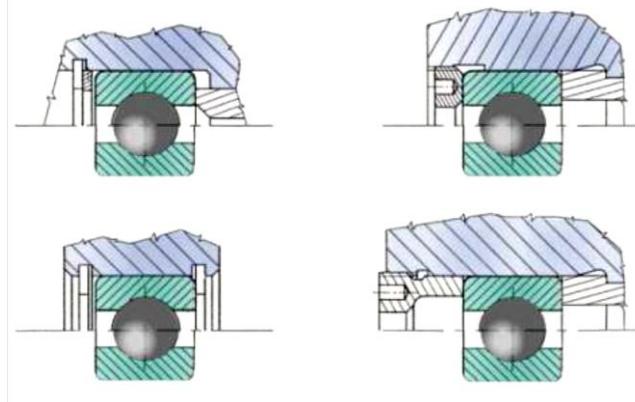


ANNEXES

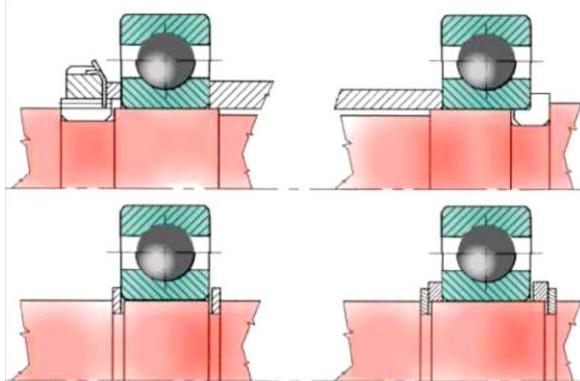
BLOCAGE AXIAL DES BAGUES EXTERIEURES



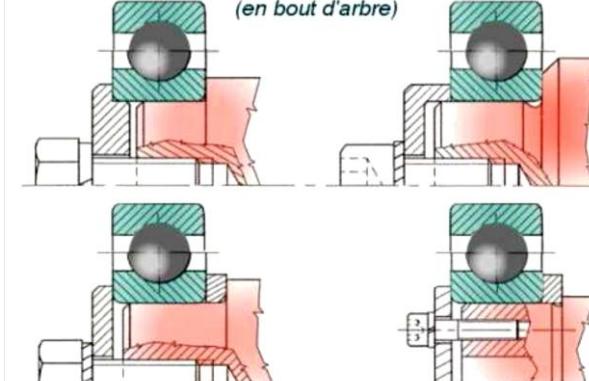
BLOCAGE AXIAL DES BAGUES EXTERIEURES



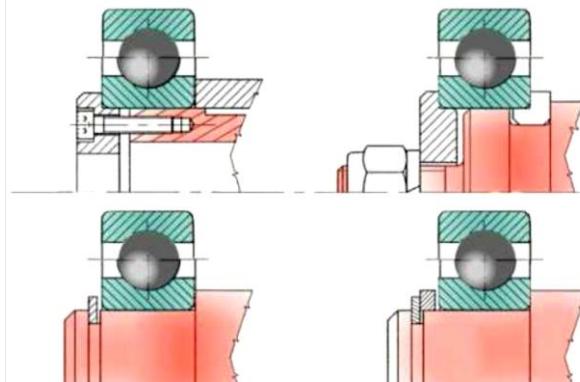
BLOCAGE AXIAL DES BAGUES INTERIEURES



BLOCAGE AXIAL DES BAGUES INTERIEURES



BLOCAGE AXIAL DES BAGUES INTERIEURES



7 – Dimensionnement d'un roulement en statique

Nous avons vu que les roulements sont constitués d'éléments déformables. Sous charge, ils peuvent se déformer de manière irréversible.

Charge statique admissible : C_0

On note C_0 , la charge qui, appliquée sur un roulement, provoque aux points de contacts de l'élément roulant le plus chargé, une déformation permanente dont la dimension est égale à 1/10000 du diamètre de l'élément roulant.

Il faut contrôler que la charge équivalente et plus faible que la charge statique admissible.

Il faut $P \leq C_0$

On peut moduler cette relation en fonction d'un paramètre F_s

$F_s \approx 1$ pour une exigence de précision normale

$F_s \approx 0.4$ à 0.8 pour une précision élevée

$F_s \approx 1.2$ à 2 pour une exigence de précision faible dans ce cas $P \leq F_s.C_0$

8 – Fatigue et mécanisme de détérioration d'un roulement

Dans des conditions normales :

- bagues serrées
- dans les limites du rotulage
- efforts et vitesses acceptables
- lubrification correcte
- température correcte

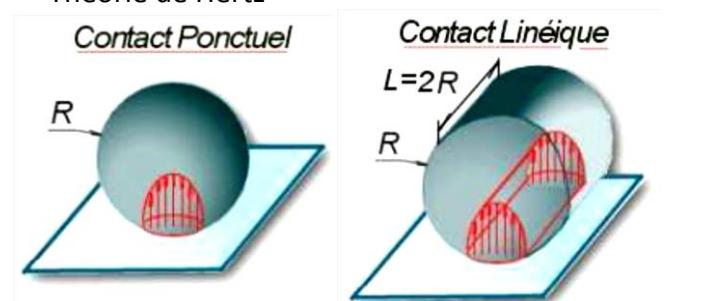
Le roulement a une durée de vie finie . Sa mort est inéluctable. . .

Comment la prédire ?

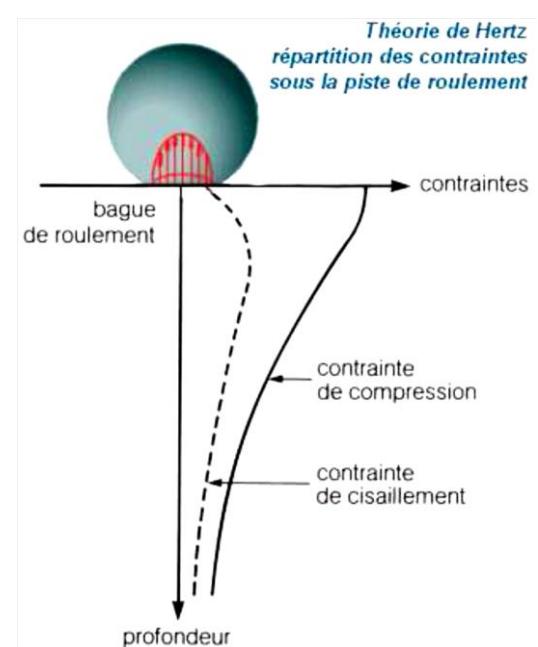
Que se passe-t-il aux contacts ?

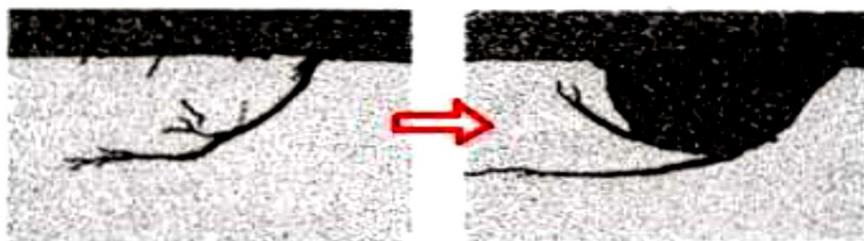
Les éléments roulants sont en contact avec les bagues intérieures et extérieures

→ Théorie de Hertz



**La contrainte de cisaillement est non négligeable.
La contrainte maximale est donc en profondeur
(et non en surface)
Cela provoque des fissurations en sous-couche
elles se propagent en surface
Et enfin, il y a **écaillage** de la piste de roulement
ou des éléments**





Coupe micrographique: évolution de l'écaillage

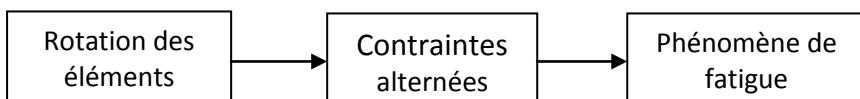
Imperfections de la structure de l'acier ≈ amorces de fissure

Exemples d'écaillage



La rupture est dûe :

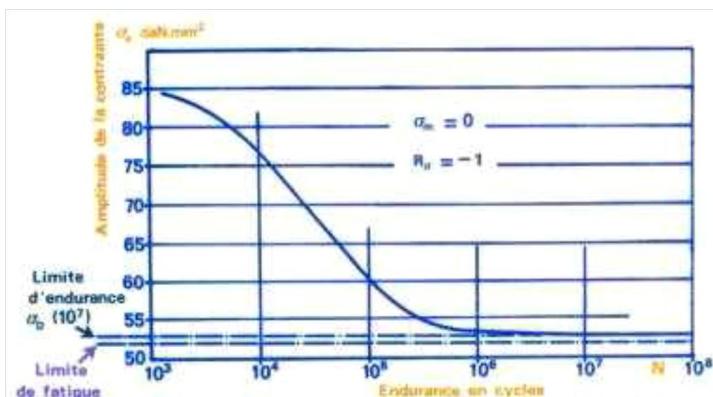
- aux contraintes élevées
- aux contraintes **alternées**



Fatigue = phénomène probabiliste

Rupture sous le seuil de contrainte admissible pour N cycles

La fatigue - Courbes de Wöhler



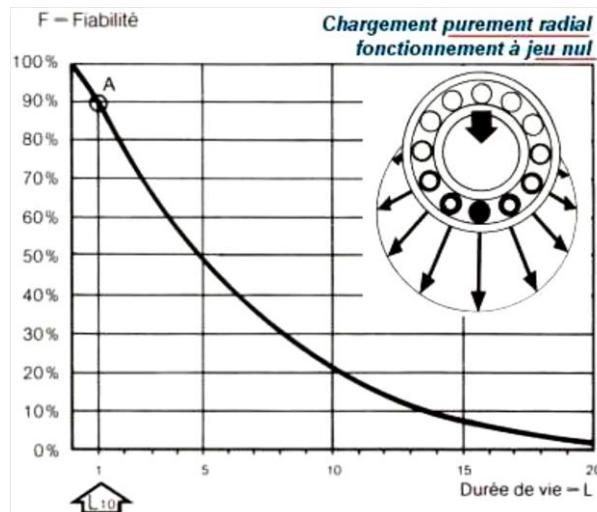
On voit que σ_{adm} diminue jusqu'à un seuil (limite d'endurance)

La fatigue des roulements

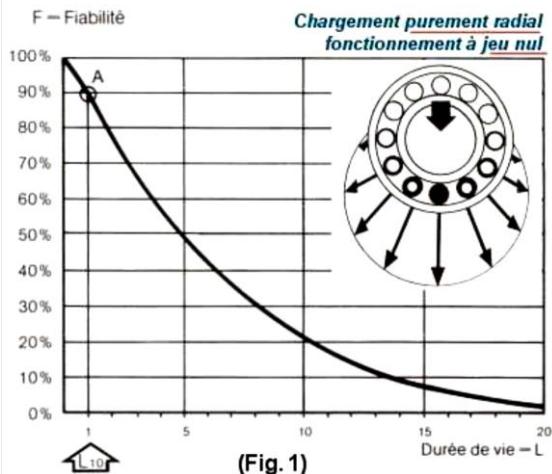
Essai de référence sur lot :

- charge **radiale** P constante
- lot de roulements identiques
- rotation jusque destruction

On note le pourcentage de mort en fonction de la durée de vie.



Courbe de fiabilité (pourcentage des roulements d'une même lot ayant atteint une durée de vie donnée L)



On note : L_{10} la durée de vie en millions de tours pour 90% de chances de survie

L'allure de la courbe (tend vers une asymptote) on obtient 1 point (P , L_{10})

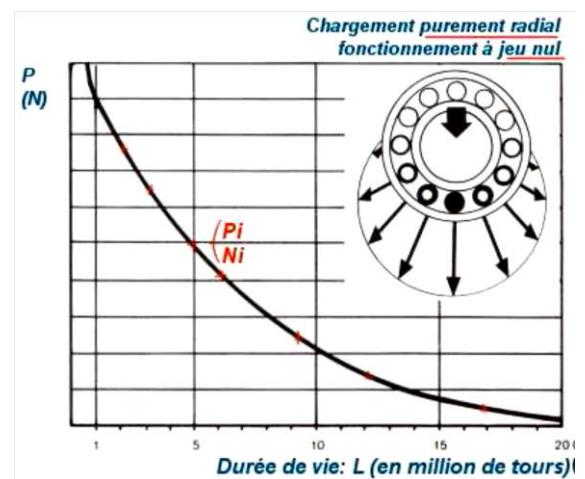
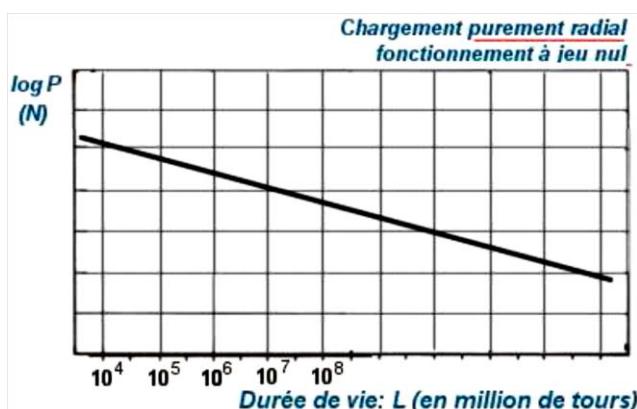
Fatigue = phénomène probabiliste

Influence de la charge P

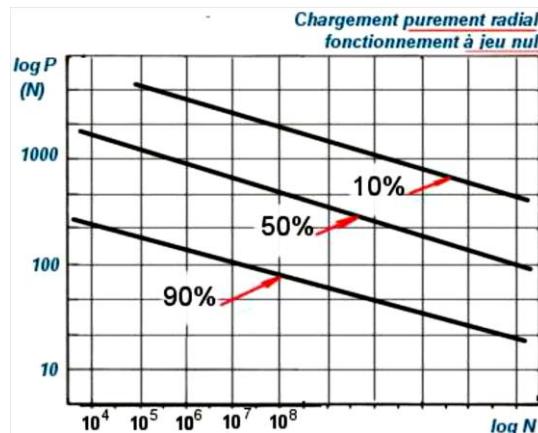
Après beaucoup d'essais, on a des couples (P_i , $L_{xx,i}$)

Ici on trace P fonction de L_{50} (durée de vie moyenne)

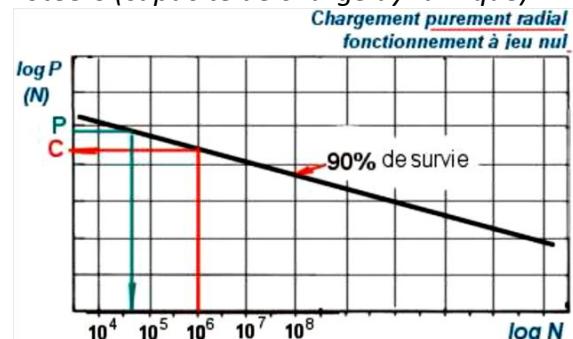
En traçant cette même courbe en échelle logarithmique,



Influence de la fiabilité voulue :



La fiabilité retenue par l'ISO est L_{10} :
L₁₀ durée de vie à 90% de fiabilité pour 10^6 tours sous une charge de référence P, notée C (capacité de charge dynamique)



Roulements rigides à billes, à une rangée, non étanches

Références, voir aussi le texte
Jeu interne radial, voir aussi le texte
Ajustements recommandés
Tolérances d'arbre et de logement

Dimensions d'encombrement			Charges de base dynamique statique		Limite de fatigue	Vitesses de base		Masse	Désignation
d	D	B	C	C_0	P_u	Vitesse de référence	Vitesse limite	kg	* - Roulement SKF
mm			kN		kN		tr/min		-
17	47	14	14,3	6,55	0,275	34000	22000	0,12	6303 *
17	62	17	22,9	10,8	0,455	28000	18000	0,27	6403
20	32	7	4,03	2,32	0,104	45000	28000	0,018	61804
20	37	9	6,37	3,65	0,156	43000	26000	0,038	61904
20	42	8	7,28	4,05	0,173	38000	24000	0,05	16004 *
20	42	9	7,93	4,5	0,19	38000	24000	0,051	98204 Y
20	42	12	9,95	5	0,212	38000	24000	0,069	6004 *
20	47	14	13,5	6,55	0,28	32000	20000	0,11	6204 *
20	47	14	15,6	7,65	0,325	32000	20000	0,096	6204 ETN9
20	52	15	16,8	7,8	0,335	30000	19000	0,14	6304 *
20	52	15	18,2	9	0,38	30000	19000	0,14	6304 ETN9
20	72	19	30,7	15	0,64	24000	15000	0,40	6404
22	50	14	14	7,65	0,325	30000	19000	0,12	62/22
22	56	16	18,6	9,3	0,39	28000	18000	0,18	63/22
25	37	7	4,36	2,6	0,125	38000	24000	0,022	61805
25	42	9	7,02	4,3	0,193	36000	22000	0,045	61905
25	47	8	8,06	4,75	0,212	32000	20000	0,06	16005 *
25	47	12	11,9	6,55	0,275	32000	20000	0,080	6005 *
25	52	9	10,6	6,55	0,28	28000	18000	0,078	98205
25	52	15	14,8	7,8	0,335	28000	18000	0,13	6205 *
25	52	15	17,8	9,8	0,4	28000	18000	0,12	6205 ETN9
25	62	17	23,4	11,6	0,49	24000	16000	0,23	6305 *
25	62	17	26	13,4	0,57	24000	16000	0,21	6305 ETN9
25	80	21	35,8	19,3	0,815	20000	13000	0,53	6405

9 - Durée de vie d'un roulement

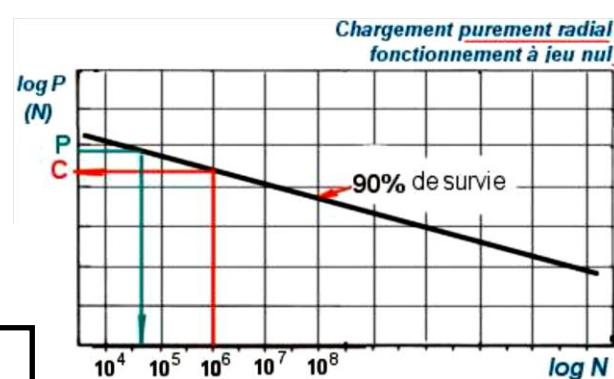
9 – 1 Cas des charges radiales

Calcul de la durée de vie d'un roulement

Il est clair sur cette courbe que $\log(N)$ est linéaire par rapport à $\log(P)$

Par régression linéaire, on trouve que
 $\log(P) - \log(C) = -n(\log(N) - \log(10^6))$ d'où

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^n \quad \text{avec } \begin{cases} n = 3 & (\text{billes}) \\ n = 10/3 & (\text{rouleaux}) \end{cases}$$



Durée de vie en millions de tours	Durée de vie en heures	Choix de roulement : C mini pour obtenir un L_{10} souhaité
$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^n$	$L_{10h} = \frac{10^6}{60.N} \left(\frac{C}{P}\right)^n$	$C \geq P.L^{1/n}$
avec $\begin{cases} n = 3 & (\text{billes}) \\ n = 10/3 & (\text{rouleaux}) \end{cases}$		

Exemples de durée de vie

Véhicule sur route	Durée de vie standard
Automobile	3000h
Camions, bus	6000h
Véhicules de chantiers	8000h
Véhicule sur rail	Durée de vie standard
Wagons de voyageurs	40000h
Ventilateurs, pompes (en fonction de la taille)	Durée de vie standard
Ventilateurs	12000 à 60000h
Pompes centrifuges	20000h
Moteurs électriques en fonction de la taille	Durée de vie standard
appareil ménager	2500h
moteurs de série	de 12000 à 30000h
Réducteurs	Durée de vie standard
petits	12000h
moyens ou gros	20000 à 30000h
très gros (navires)	60000h
Machines diverses	Durée de vie standard
imprimerie	40000h
textiles	35000h

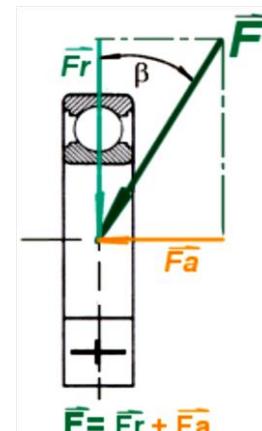
9 – 2 Charges réelles - Efforts Radiaux - Efforts Axiaux

Cas réel : charge combinée

- efforts radiaux
- efforts axiaux

On définit la **charge P** équivalente, purement radiale, qui aurait, relativement à la durée de vie L du roulement, le même effet que l'effort F .

P est une norme de F au sens de la durée de vie



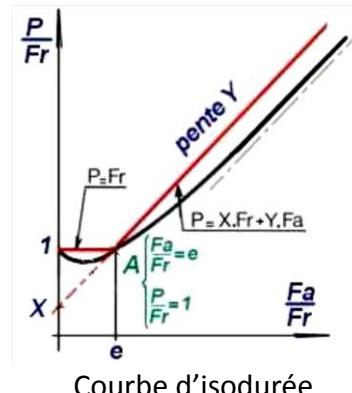
Pour un roulement à une rangée de billes

Charge équivalente P :

Pour $Fa/Fr < e$ alors $P = Fr$

Pour $Fa/Fr > e$ alors $P = X.Fr + Y.Fa$

On voit qu'un petit effort axial peut être bénéfique.



Les coefficients e , X , Y et f_0 sont fournis par le constructeur du roulement par étude de la courbe d'isodurée.

Tableau 5 : Coefficients de calcul pour les roulements rigides à billes à une rangée pour roulements isolés ou montés par paire avec disposition en T

$f_0 F_a / C_0$	Jeu normal			Jeu C3			Jeu C4		
	e	X	Y	e	X	Y	e	X	Y
0,172	0,19	0,56	2,30	0,29	0,46	1,88	0,38	0,44	1,47
0,345	0,22	0,56	1,99	0,32	0,46	1,71	0,40	0,44	1,40
0,689	0,26	0,56	1,71	0,36	0,46	1,52	0,43	0,44	1,30
1,03	0,28	0,56	1,55	0,38	0,46	1,41	0,46	0,44	1,23
1,38	0,30	0,56	1,45	0,40	0,46	1,34	0,47	0,44	1,19
2,07	0,34	0,56	1,31	0,44	0,46	1,23	0,50	0,44	1,12
3,45	0,38	0,56	1,15	0,49	0,46	1,10	0,55	0,44	1,02
5,17	0,42	0,56	1,04	0,54	0,46	1,01	0,56	0,44	1,00
6,89	0,44	0,56	1,00	0,54	0,46	1,00	0,56	0,44	1,00

Les valeurs intermédiaires sont obtenues par interpolation linéaire

Retour à notre exemple

$$L_h = 3000h \text{ donc} \\ L = 238.7 \text{ Mtr}$$

sur l'essieu arrière :

$$F_r = \frac{0.6}{2} \cdot 8000 = 2400N \\ \text{et } F_a \approx 2000N$$

le PFS donne :

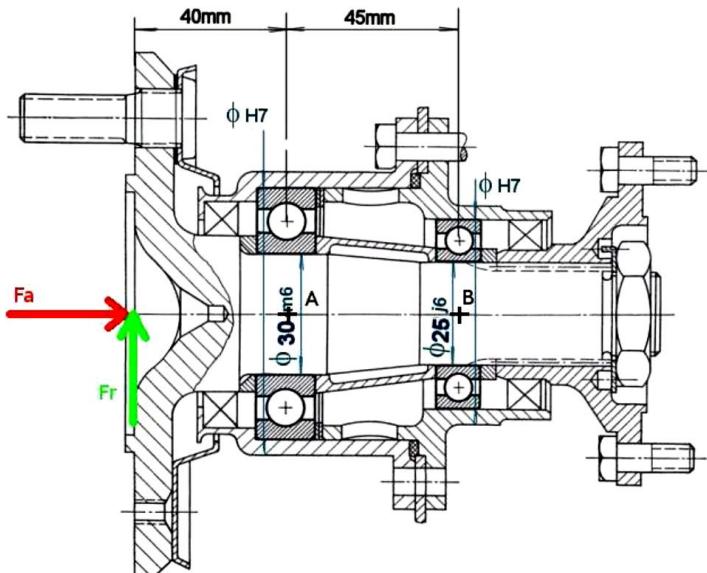
$$\vec{R}_A = \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2000 \\ 4533 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et} \\ \vec{R}_B = \begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2133 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Donc pour le roulement en B : $F_r = 2133N$ donc
 $C_{mini} = P \cdot L^{1/3} = 13231.5N$

En B, on choisit le roulement 6204

$C = 14000N$ et $C_0 = 7800N$, d'où $L_h = 3554h$

Durée de vie: 3000 h
 Fréquence de rotation: 1326tr/min
 masse voiture: 800kgs (60% suressieu AR & 40% suressieu AV)



Et pour le roulement en A :

$$F_r = \sqrt{Y_A^2 + Z_A^2} = 4533N \text{ et } F_a = 2000N \\ \text{On choisit arbitrairement le roulement 6306 (C = 29000N et } C_0 = 16300N\text{)}$$

$$\frac{F_a}{C_0} = 0.122 \text{ d'où } e = 0.32, X = 0.55 \text{ et } Y = 1.4. \\ F_a/F_r = 0.44 > e \text{ donc } P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 5293N$$

$$\text{On en déduit } C_{mini} = P \cdot L^{1/3} = 32834N \\ \text{donc notre roulement ne convient pas...}$$

Et pour le roulement en A : Prenons le roulement 6406

$$(C = 42500N \text{ et } C_0 = 23200N)$$

$$\frac{F_a}{C_0} = 0.086 \text{ d'où } e = 0.29, X = 0.55 \text{ et } Y = 1.5. \\ F_a/F_r = 0.44 > e \text{ donc } P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 5493N$$

$$\text{On en déduit } C_{mini} = P \cdot L^{1/3} = 34075N \text{ donc notre roulement convient}$$

 On obtient $L_h = 5821h$ (ok, mais un peu surdimensionné)

Pour un roulement à une rangée de billes

Pour un roulement à contact oblique il faut obligatoirement un effort axial
(le centre de poussée est décalé sur l'axe de rotation)

Il y a hyperstatisme axial
Cet effort axial garantit un contact sur un nombre minimum d'éléments roulants (la moitié)

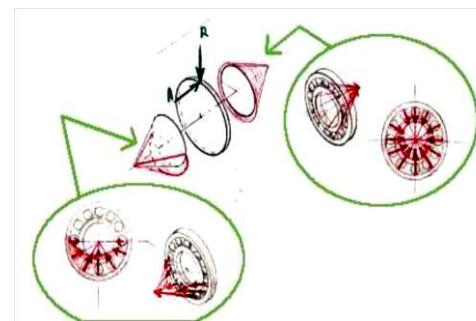
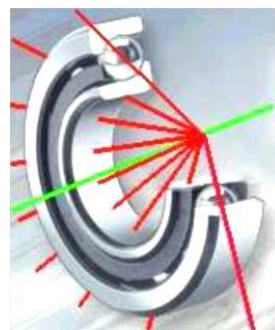
L'effort axial mini vaut

$$F_{\text{a} \text{mini}} = \frac{Fr}{2Y}$$

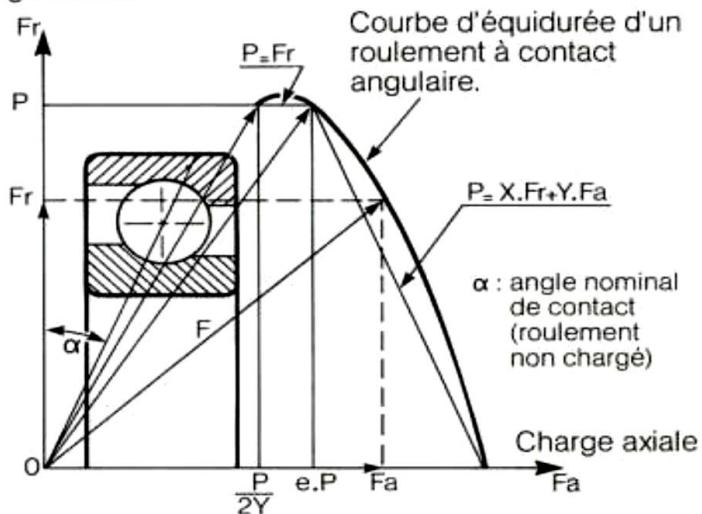
On a l'équation axiale

$$F_{Aa} + F_{Ba} + Ra = 0$$

donc l'un des roulements est à son chargement axial minimal, l'autre reprend l'effort axial extérieur, en fonction du sens du montage.



Charge radiale



Roulement s'opposant à \overline{S}	Efforts axiaux supportés par les roulements		Efforts axiaux à introduire dans le calcul de P	
	F_{aA}	F_{aB}	F_{aA}	F_{aB}
Rlmt "A"	$F_a + \frac{F_{rB}}{2 Y_B}$	$\frac{F_{rB}}{2 Y_B}$	$F_a + \frac{F_{rB}}{2 Y_B}$	0
Rlmt "B"	$\frac{F_{rA}}{2 Y_A}$	$\frac{F_{rA}}{2 Y_A} - F_a$	0	$\frac{F_{rA}}{2 Y_A} - F_a$

10 - Conclusion

- La détérioration des roulements est due à la fatigue
- L_{10} est la durée de vie de 90% d'un lot
- Il faut calculer la charge équivalente P et alors $L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^n$
- Pour un roulement à contact oblique, il faut un effort axial minimal
- Il faut aussi dimensionner le roulement pour des cas statiques

TRANSMISSION DE PUISSANCE PAR ENGRENAGES

Objectifs

- Classer les différents types d'engrenages**
- Identifier les paramètres géométriques d'une roue**
- Calculer la loi entrée-sortie**
- Déterminer les efforts entre roues dentées**
- Evaluer le rendement du système**

1 – Présentation des engrenages

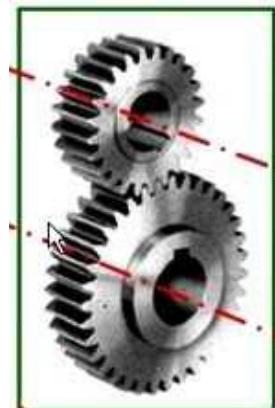
Qu'est-ce qu'un engrenage ?

Un engrenage est l'association de **deux roues dentées** complémentaires, chacune en liaison pivot par rapport à un support.

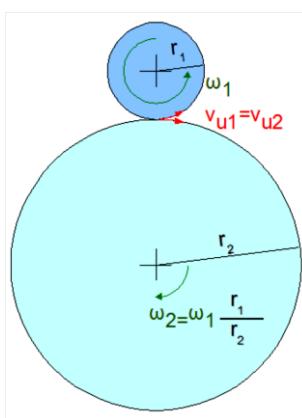
Dans ce système, il y a *transmission de puissance par obstacle*.

Fonctions techniques

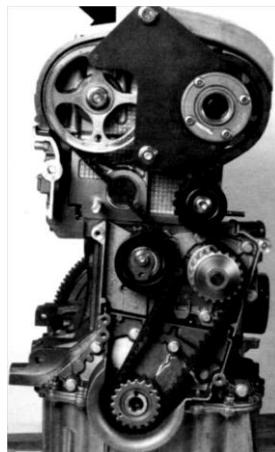
- FP1 Transmettre une puissance entre 2 arbres en rotation**
- FP2 Modifier la vitesse de rotation**
- FC1 Limiter les pertes énergétiques par frottement**
- FC2 Garantir l'homocinétisme de l'arbre de sortie**
- FC3 Garantir la constance des actions mécaniques en jeu**



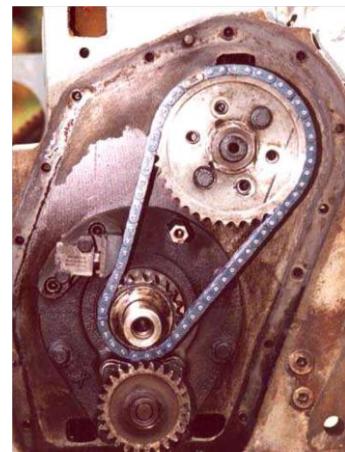
Autres types de systèmes



Roues de friction



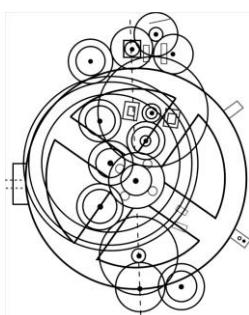
Poulie-courroie



Chaîne

La machine d'Anticythère

La machine d'Anticythère est le plus vieux système à engrenage connu (87 av. JC)



De nos jours

Les engrenages sont très courants



engrenages (différentiel) de Porsche Cayenne



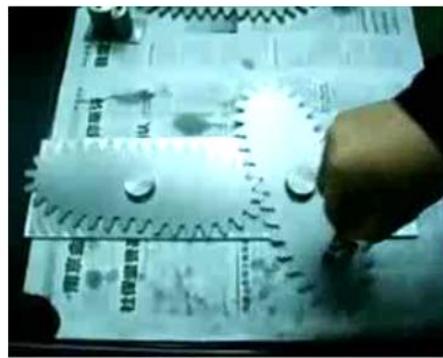
mécanisme d'horlogerie



train épicycloïdal



engrenage paradoxal



engrenage non circulaire

Différents types d'engrenages

Les engrenages se différencient par :

- la direction des 2 axes de rotation : axes parallèles ou axes concourants
- leur type de denture : denture droite ou denture hélicoïdale
- leur module (taille de denture)

Différentes directions des axes



parallèles

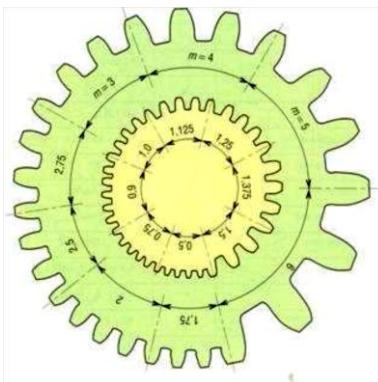


concourants

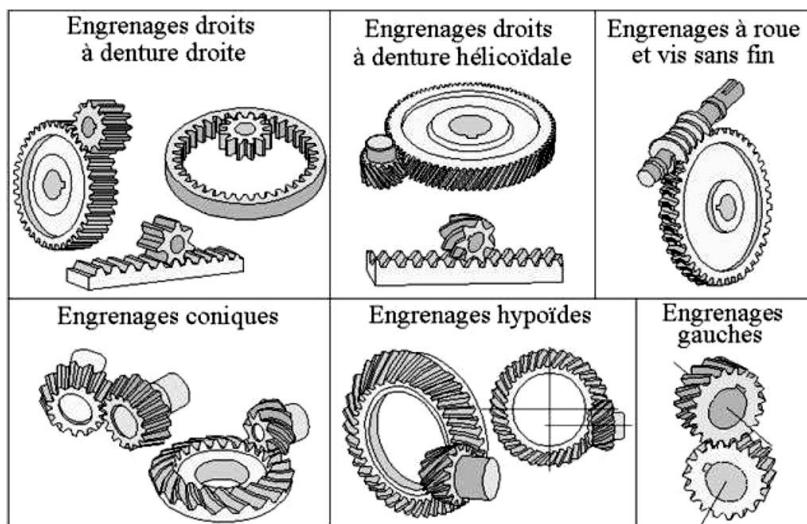


quelconques

Différents modules



Exemples d'engrenages



3 - Utilisation des engrenages à denture droite

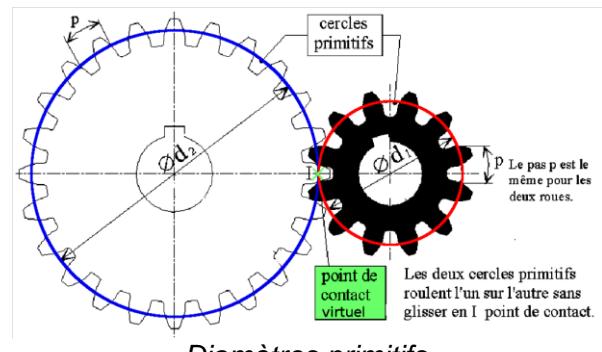
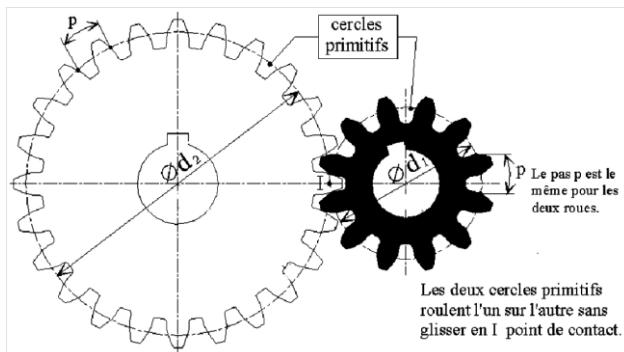
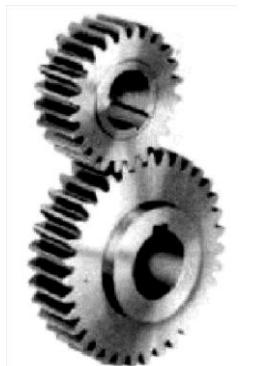
3 – 1 Principes

Un engrenage = deux roues dentées qui engrennent

Il y a transmission du mouvement par obstacle

Du point de vue cinématique, tout se passe comme si les deux roues roulaient sans glisser sur leurs diamètres primitifs.

Mais qu'en est-il des autres caractéristiques de la transmission ?



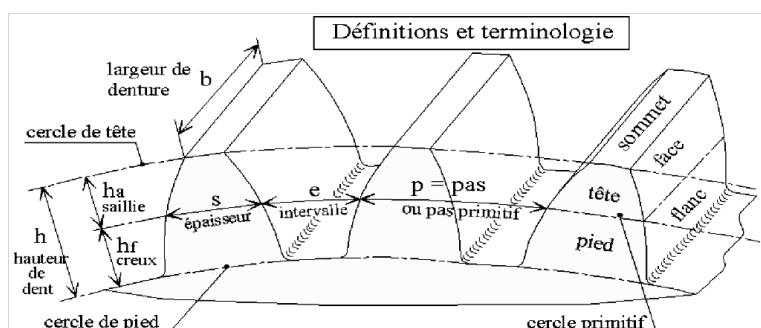
Diamètres primatifs

3 – 2 Géométrie d'une roue dentée à denture droite

Les paramètres essentiels sont :

- le diamètre primitif d
- le nombre de dents Z
- le module m

On a $p = \pi m$ et $d = mZ$



Le module paramètre (presque) entièrement la dent.

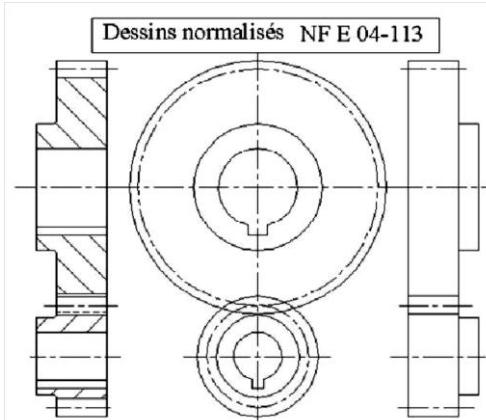
- le nombre de dents Z est entier, donc $\pi d = pZ$ d'où les relations précédentes : $p = \pi m$ et $d = mz$
- sur le diamètre primitif, l'intervalle e est égal à l'épaisseur s
- la saillie ha vaut m
- le creux hf vaut $1.25m$
- donc la hauteur de dent vaut $2.25m$
- et la largeur de denture b ? elle est notée $b = k.m$, déterminée par calcul de résistance

Le module est normalisé :

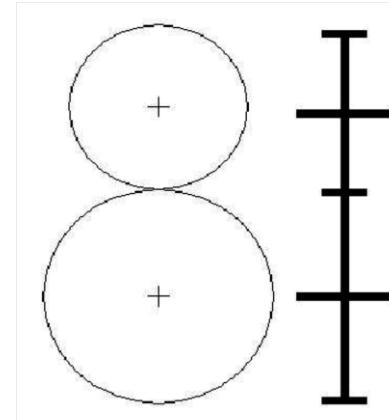
Série principale					Série secondaire		
0,5	1,25	3	8	20	0,55	1,375	3,5
0,6	1,5	4	10	25	0,7	1,75	4,5
0,8	2	5	12		0,9	2,25	5,5
1	2,5	6	16		1,125	2,75	7

Représentation normalisée

Engrenage extérieur

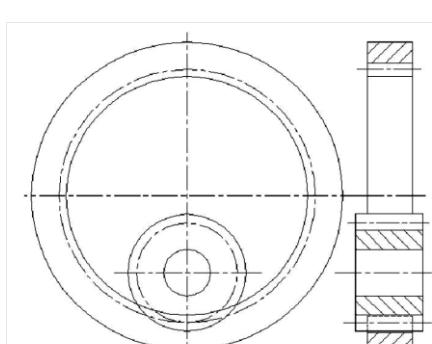


Dessin d'ensemble partiel

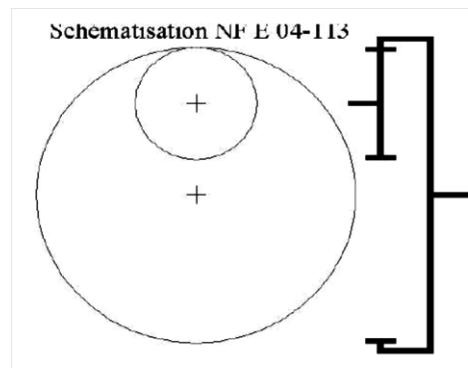


Schématisation

Engrenage intérieur



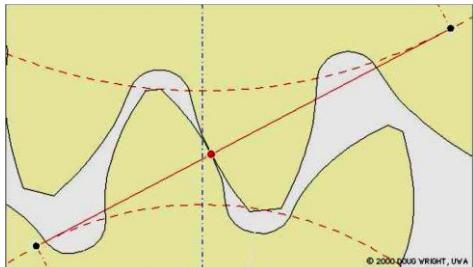
Dessin d'ensemble partiel



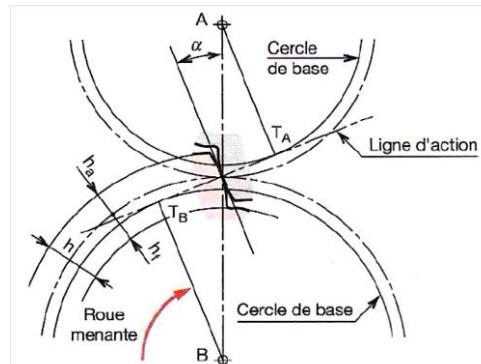
Schématisation

3 – 3 L’engrènement et les conditions d’engrènement

Lors de l’engrènement, deux roues dentées doivent entrer en contact.

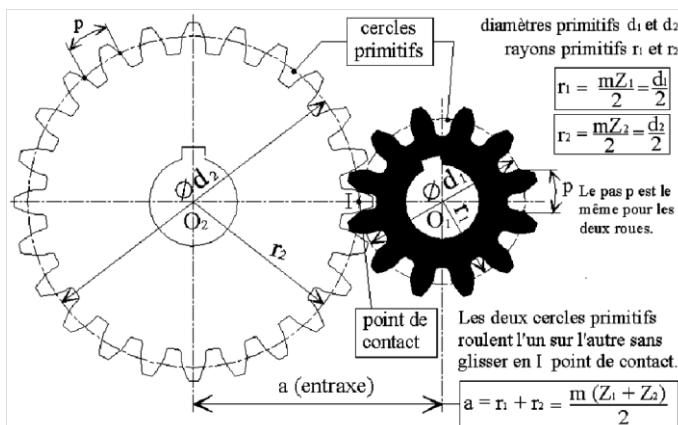


Pour la compatibilité des roues, les pas sont identiques donc :
condition : les modules des 2 roues doivent être égaux



En un point de l’engrènement, il y a contact des roues au niveau des cercles primitifs. Il faut donc que l’entraxe soit la somme des rayons : $a = r_1 + r_2$

En résumé



	Engrenage extérieur	Engrenage intérieur
Module m	Donné par calcul de résistance des matériaux	
Nombre de dents Z		Donné par rapport $(Z_1/Z_2) = (N_2/N_1)$
Pas au primitif p		$p = \pi.m$
Saillie ha		$ha = m$
Creux hf		$hf = 1,25.m$
Hauteur de la dent h		$h = ha + hf = 2,25.m$
Diamètre primitif d		$d = m.Z$
Diamètre de tête da	$da = d + 2.m$	$da = d - 2.m$
Diamètre de pied df	$df = d - 2,5.m$	$df = d + 2,5.m$
Largeur de dent b	$b = km$ (k : coefficient de largeur de denture $7 \leq k \leq 12$)	
Entraxe a	$a = \frac{d_1 + d_2}{2}$	$a = \frac{d_1 - d_2}{2}$

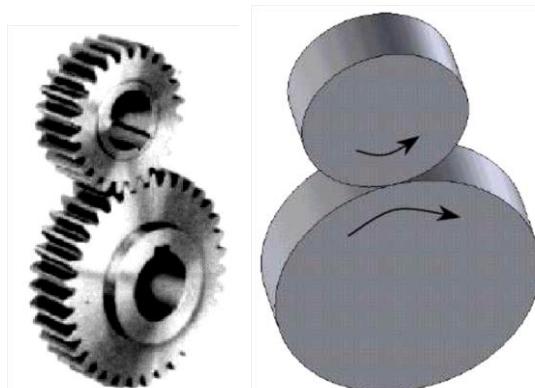
3 – 4 Cinématique d’un engrenage

D’un point de vue cinématique, on transmet une rotation en modifiant la vitesse.

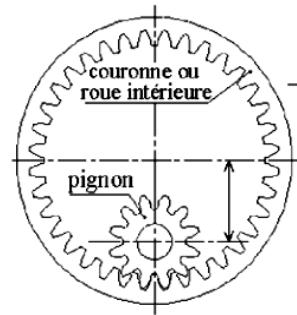
Grâce au roulement sans glissement, on obtient (pour un contact extérieur)

$$\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = -\frac{r_1}{r_2}$$

Pour un réducteur, il y a division de la vitesse



Pour un contact intérieur, avec le même raisonnement on obtient :



$$\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = \frac{r_1}{r_2}$$

3 – 5 Transmission de puissance

Les systèmes à engrenages sont généralement utilisés dans différents objectifs :

- **cinématique** adapter une vitesse
- efforts démultiplier un couple (statique)
- **dynamique** transmettre une puissance en adaptant la vitesse



Détermination du rapport des couples

Par un raisonnement énergétique, on calcule le rapport des couples.

$P_{sortie} = \eta P_{entrée}$ avec η le rendement global arbre/système en rotation donc $P = C \cdot \omega$ d'où $C_s \cdot \omega_s = \eta C_e \cdot \omega_e$ et finalement

$$\frac{C_s}{C_e} = -\eta \frac{r_s}{r_e} \quad (\text{contact extérieur})$$

Pour un réducteur, il y a multiplication du couple

Rendement

On admet généralement qu'il y a environ 2% de perte par contact entre dentures.

Donc pour un engrenage, le rendement est $\eta \approx 98\%$

Pour un train de n engrenages, $\eta \approx (98\%)^n$

3 – 6 Relations générales

Relation générales pour un train simple

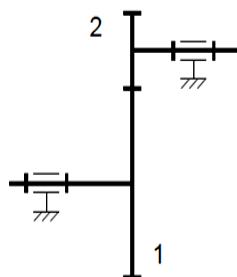
Même module

$$d_i = 2r_i = m \cdot Z_i$$

$$\text{Entraxe : } a = r_1 + r_2$$

$$\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = -\frac{r_1}{r_2}$$

$$\frac{C_s}{C_e} = -\eta \frac{r_s}{r_e}$$

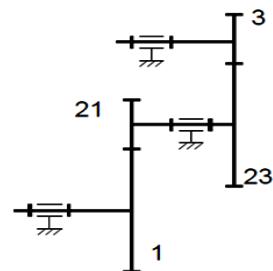


Relation générales pour un train double avec 2 contacts extérieurs

*même module sur un train
modules différents entre les trains*

$$\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = \left(-\frac{r_1}{r_{21}} \right) \left(-\frac{r_{23}}{r_3} \right)$$

$$\frac{C_{30}}{C_{10}} = (-1)^2 (\eta)^2 \frac{r_{21}}{r_1} \cdot \frac{r_3}{r_{23}}$$



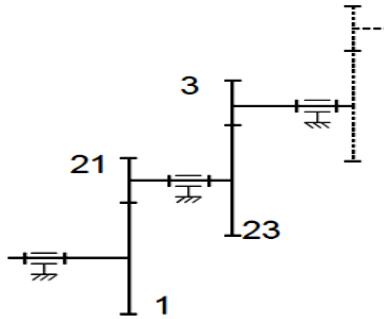
Relation générales pour un train à n engrenages

*même module sur un train
modules différents entre les trains*

$$\frac{\omega_{n0}}{\omega_{10}} = (-1)^c \prod_{k=1}^n \left(\frac{r_{1k}}{r_{2k}} \right)$$

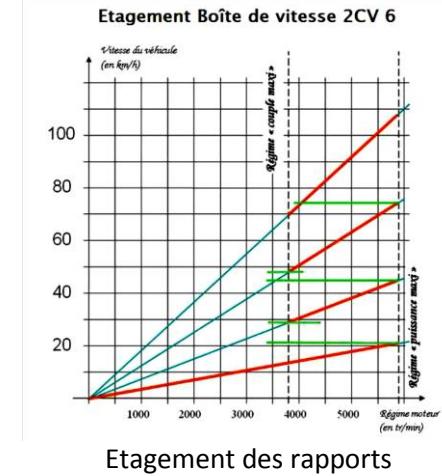
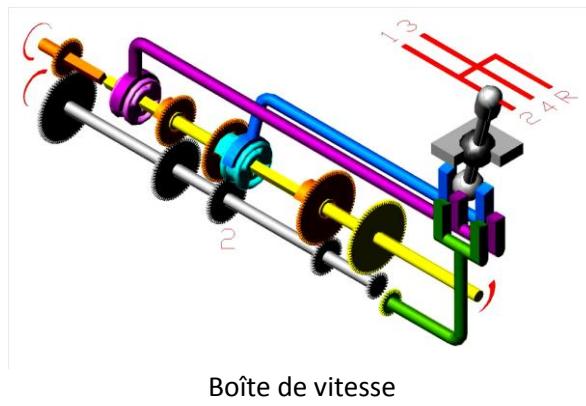
$$\frac{\omega_{n0}}{\omega_{10}} = (-1)^c \prod_{k=1}^n \left(\frac{r_{menantes}}{r_{menees}} \right)$$

$$\frac{C_{n0}}{C_{10}} = (-\eta)^c \prod_{k=1}^n \frac{r_{2k}}{r_{1k}}$$

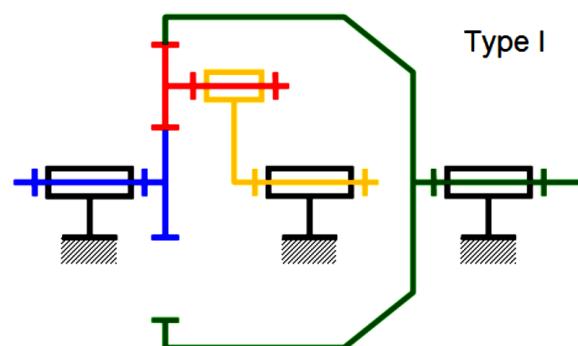


où c est le nombre de contacts extérieurs

Exemple : boîte de vitesses



Relation générales pour un train épicycloïdal



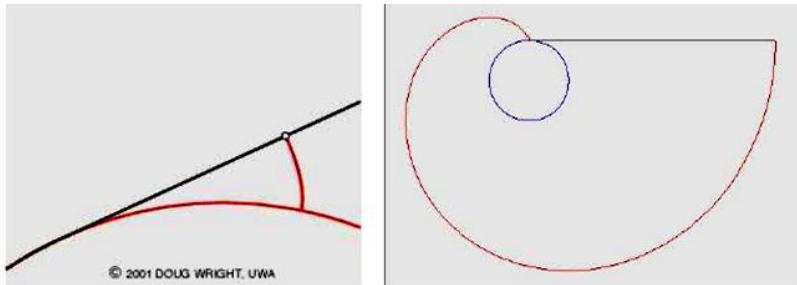
cf. cours spécifique

4 – Développante de cercle

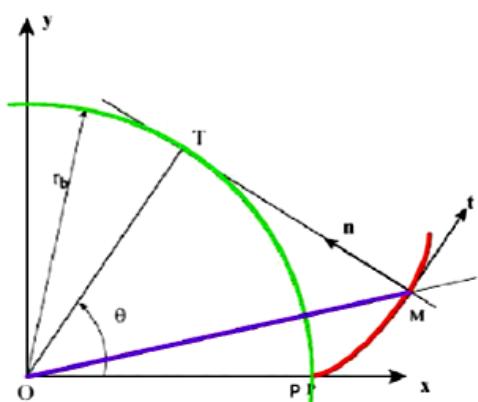
4 – 1 Géométrie d'une développante de cercle

La définition de cette courbe tient dans son nom!

C'est la courbe que trace la main droite déroulant une bobine de fil tenue dans la main gauche.



Mathématiquement, c'est une courbe en polaire :



$$\text{on a } \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OT} + \overrightarrow{TM}$$

or TM = longueur de l'arc TP

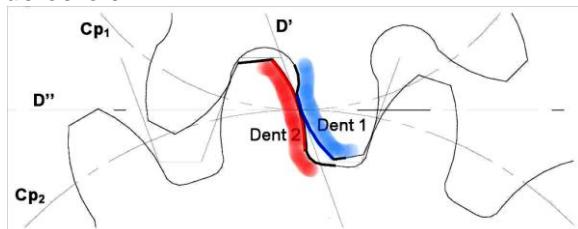
$$\text{donc } \overrightarrow{OM} = r_b \vec{t} - r_b \cdot \theta \vec{n}$$

et dans (O, \vec{x}, \vec{y})

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OM} = & \\ & \left(r_b \cos(\theta) + r_b \cdot \theta \sin(\theta) \right) \\ & \left(r_b \sin(\theta) - r_b \cdot \theta \cos(\theta) \right) \end{aligned}$$

Application aux dentures droites

Le profil de denture est dit *en développante de cercle*

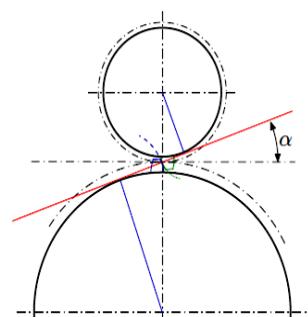


- les dentures sont issues d'un cercle de base

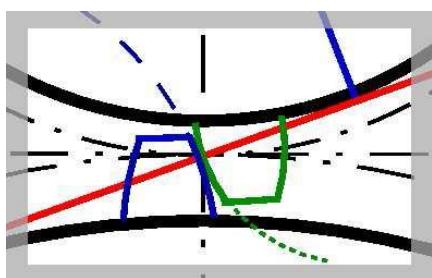
- on trace la tangente aux deux cercles de base

- on obtient les cercles primitifs, l'angle de poussée α et le point de contact I

- en traçant les développantes passant par I, on a les 2 dents



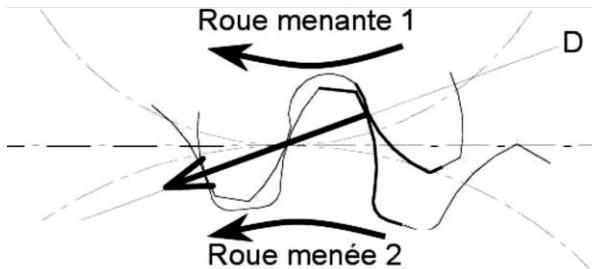
$$\text{on remarque } r_i = \frac{r_{bi}}{\cos(\alpha)}$$



Zoom au contact

4 – 2 Intérêts de la développante de cercle

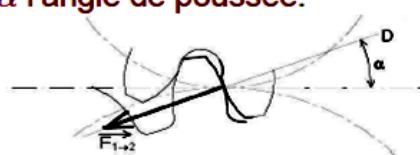
La direction des efforts entre dentures constantes



Le point de contact n'est pas sur le cercle primitif
Mais la normale au contact reste constante

Si l'on néglige le frottement au contact entre denture, alors **la direction des efforts entre dentures est constante**

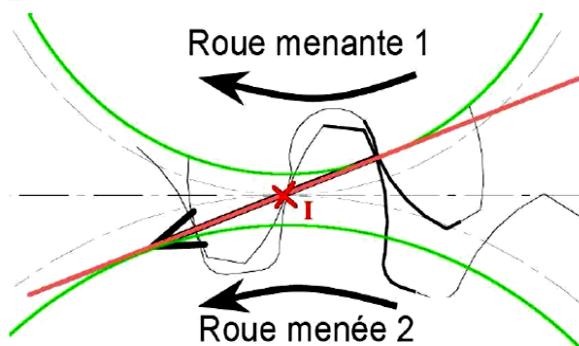
**La direction est donnée par
α l'angle de poussée.**



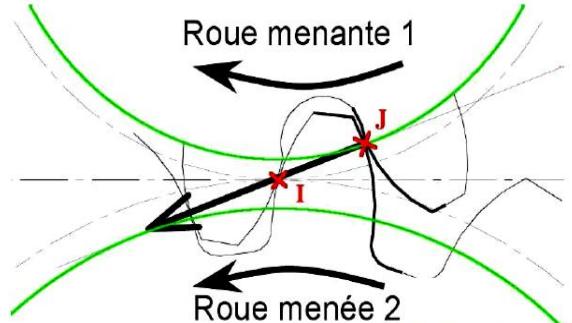
si denture droite, alors $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$
 $= \begin{pmatrix} F_{\text{tangnt}} \\ F_{\text{radial}} \\ F_{\text{axial}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_T \\ F_T \cdot \tan(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}$

La transmission est homocinétique

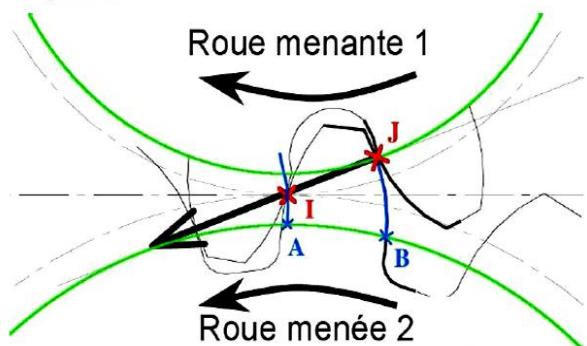
- voici les cercles de base et la droite d'action



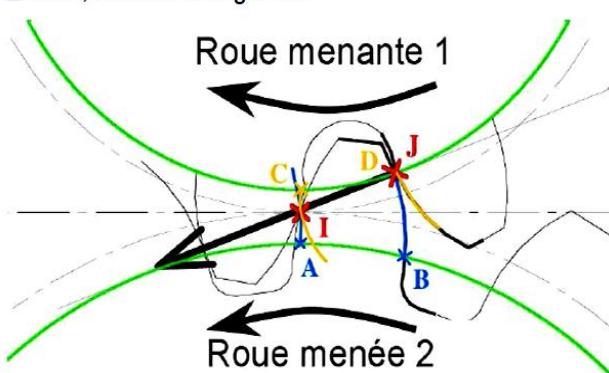
- I est l'intersection des cercles primitifs J est le point de contact courant

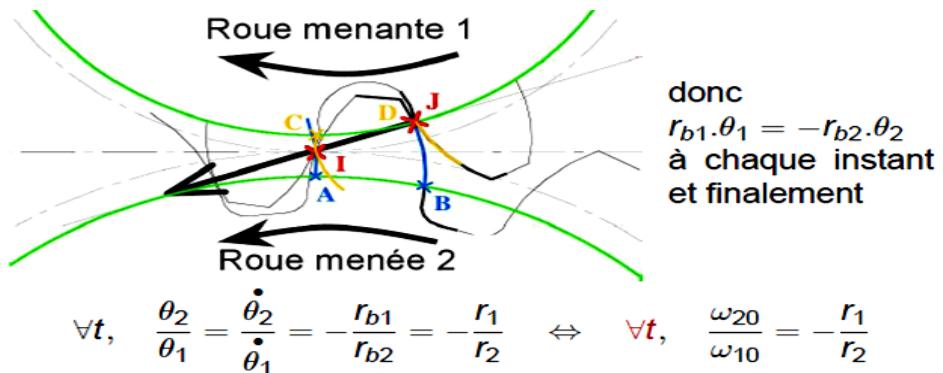


- par propriété de la développante de cercle, l'arc AB est égal à IJ



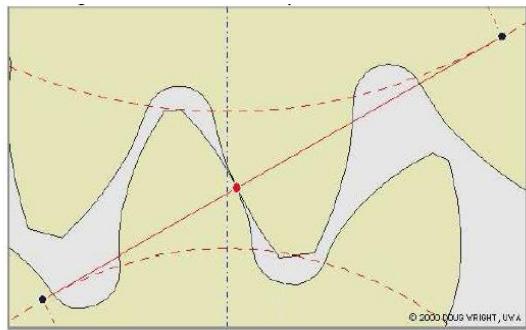
- idem, l'arc CD est égal à IJ



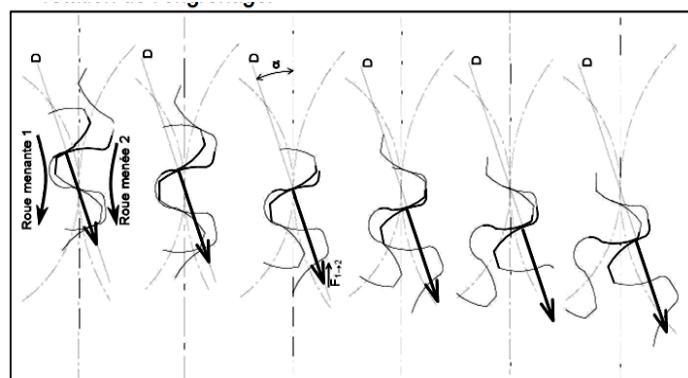


La transmission est donc parfaitement homocinétique.

Le glissement entre dentures



Il y a du frottement au point de contact.



4 – 3 Conclusions

Grâce à la développante de cercle

- la transmission est homocinétique

- les efforts sont de direction constante.

Les vibrations du système sont donc nettement limitées.

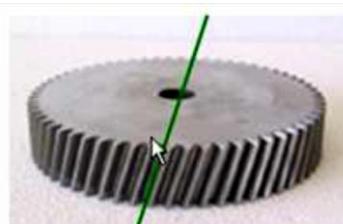
Mais il y a du glissement au niveau du point de contact donc il existe des pertes énergétiques et de l'usure.

Un choix judicieux de matériau et/ou de traitement thermique s'impose.

5 – Les dentures hélicoïdales

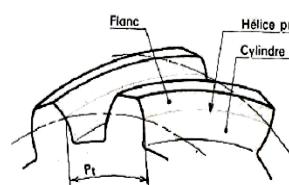
Les dentures hélicoïdales ont

- un profil en développante de cercle
- un angle d'hélice noté β
- β est l'angle mesuré entre le flanc de la dent et l'axe de rotation.

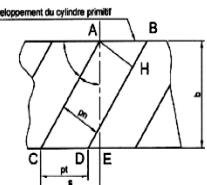


Exemple de denture hélicoïdale

Détail de géométrie



vue isométrique



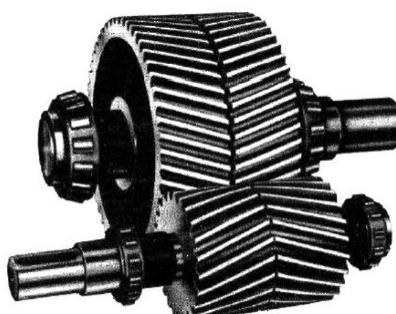
denture développée

Efforts au contact

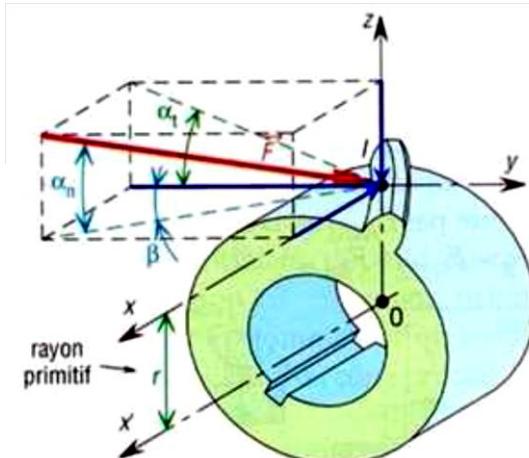
La géométrie étant différente, la normale au contact l'est aussi.

Il y a donc des efforts axiaux.

Engrenage à double chevron



compensation des efforts axiaux



Rapport de conduite

L'engrènement est plus progressif que dans le cas des dentures droites.

Le conduite est plus grande (rapport de conduite = nombre de dents en prise).

- meilleure répartition des efforts entre les dents
- on réduit le bruit
- on réduit les vibrations dues aux chocs lors de l'engrenement en denture droite



exemple de fabrication

6 – Rupture d'une dent sous charge

6 – 1 Causes de détérioration des dentures

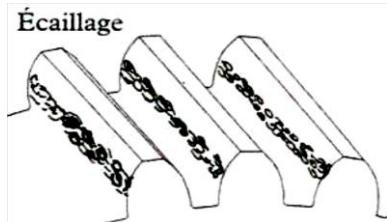
Il y a trois causes principales de détérioration des dentures :

- la détérioration de la surface par pression superficielle (et l'écaillage)
- la détérioration par grippage/micro-soudures (échauffement)
- la rupture au pied de la dent (par surcharge, ou après fatigue)

[cf http://fr.wikibooks.org/wiki/Tribologie/Usure_des_surfaces]

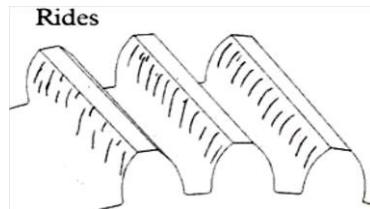
Ecaillage

Une pression de contact trop importante mène à l'écaillage.
(cf contact de Hertz)



Grippage – rides

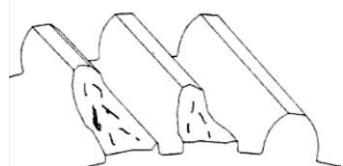
Une mauvaise lubrification associée à de grosses charges crée un échauffement important.



Rupture

Une surcharge (brutale) peut rompre une ou plusieurs dents. Si les charges sont importantes, penser à prendre en compte la fatigue

Rupture de dents



6 – 2 Exemple de calcul

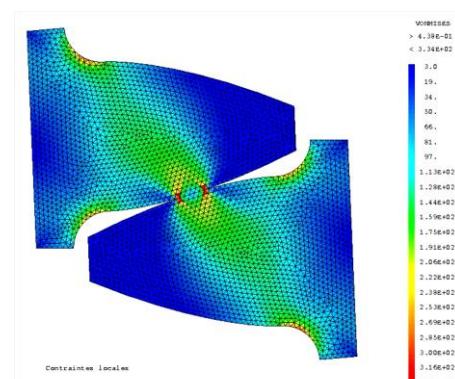
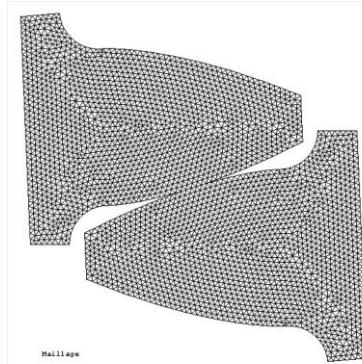
Voici un exemple de calcul par méthode éléments finis, et avec les conditions suivantes :

- matériau homogène isotrope élastique linéaire
- contact unilatéral sans frottement

Les résultats montrent des contraintes importantes :

- au niveau de la zone de contact
- au niveau du “pied” de la dent

Ces contraintes sont du même ordre de grandeur.



6 – 3 Rupture au pied de la dent

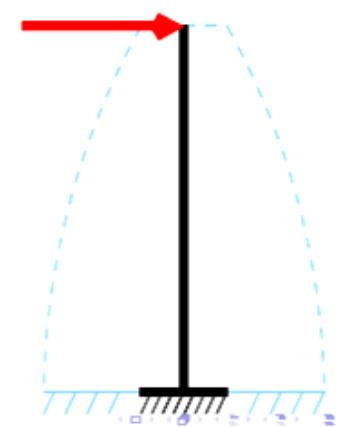
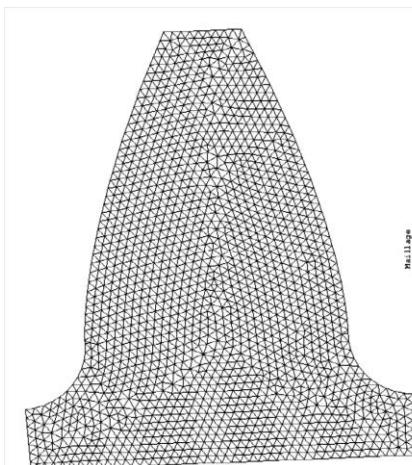
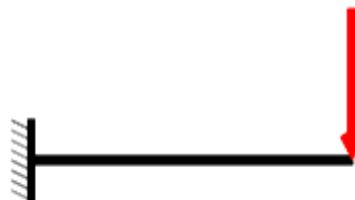


Denture spiro-conique après rupture

Un calcul de RdM (cas des dentures droites)

On utilise les hypothèses de la Résistance des Matériaux.

- solides élastiques et linéaires
- géométrie élancée
- faibles déformations



On construit une poutre
Équivalente

- hauteur : $2,25m$
- épaisseur : $s = \text{_.}m/2$
- largeur : $b = k.m$
- sous un effort F_T tangent, au bout

$$\text{or, } F_T = C/r = 2C/m.Z$$

Donc

$$\sigma = \sigma_e \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{\frac{2.25 \times 24 \times 2}{\pi^2} \times \frac{C}{kZ\sigma_e}} \approx \sqrt[3]{2 \times 2.3^2 \times \frac{C}{kZ\sigma_e}}$$

La résistance des matériaux nous donne donc :

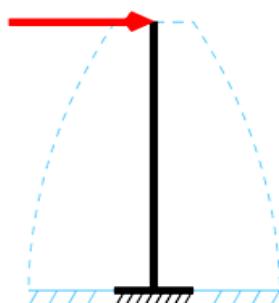
$$\sigma = \frac{M_f}{I} \cdot y = \frac{F_T \cdot 2.25m}{km \cdot \left(\frac{\pi m}{2}\right)^3} \cdot \frac{\pi m}{4}$$

$$12$$

Remarque : pour un module connu, on peut aussi déterminer k , et donc la largeur de denture.

Avantages – Inconvénients

- méthode rapide
- résultat correct
- mais méthode majorante (on suppose une seule dent en prise)
- ne tient pas compte des éventuelles concentrations de contraintes
- ne tient pas compte de la fatigue, des chocs, etc. . .



Le cas des dentures hélicoïdales

On peut utiliser $\sigma = \sigma_e$ d'où $M_n = \sqrt[3]{2x2,3^2x\frac{C}{kZ_e\sigma_e}}$ car en reprenant le raisonnement, $\frac{F_T}{b} = \frac{F_T^*}{b^*}$

où les termes étoilés sont mesurés par rapport au plan tangent de la dent $Z_e = \frac{Z}{\cos(\beta)^3}$
car le nombre de dent en prise (conduite) est augmenté

7 – Autres types de contact

- dentures hélicoïdales
- roues coniques
- roues spiro-coniques
- ...

7 – 1 Paramètres des dentures hélicoïdales

Module réel m_n	Le module normalisé m_n est déterminé par calcul de résistance des matériaux et choisi dans le tableau des modules normalisés.
Module apparent m_t	$m_t = m_n / \cos\beta$
Pas apparent p_t	$p_t = \pi \cdot m_t$
Pas réel p_n	$p_n = \pi \cdot m_n$
Nombre de dents Z	Donné par rapport $(Z_1/Z_2) = (N_2/N_1)$
Diamètre primitif d	$d = m_t \cdot Z$
Saillie ha	$ha = m_n$
Creux hf	$hf = 1,25 \cdot m_n$
Hauteur de la dent h	$h = 2,25 \cdot m_n$
Diamètre de tête d_a	$d_a = d + 2 \cdot m_n$
Diamètre de pied d_f	$d_f = d - 2,5 \cdot m_n$
Angle d'hélice β	$20^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$
Entraxe a	$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_t}{2} (Z_1 + Z_2) = \frac{m_n}{2 \cdot \cos\beta} (Z_1 + Z_2)$
Largeur de denture b	$b = K \cdot m_n$

Efforts dans les dentures hélicoïdales

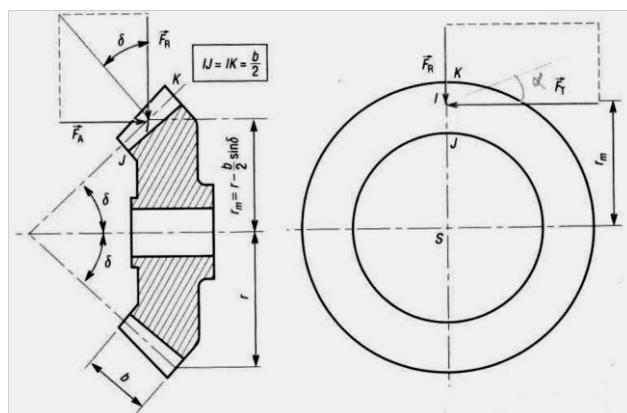
$$\overrightarrow{F_{1 \rightarrow 2}} = \begin{pmatrix} F_{tangential} \\ F_{radial} \\ F_{axial} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_t \\ F_t \tan(\beta) \\ F_t \frac{\tan(\beta)}{\cos(\beta)} \end{pmatrix}$$

Remarque

α_n est l'angle de pression réel, mesuré dans un plan orienté par l'angle β



Paramètres des dentures coniques

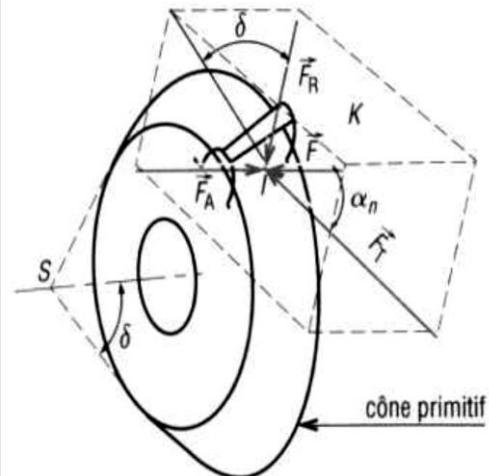


Paramètres des dentures coniques (suite)

	Module m	Déterminé à partir de m_{moy}
Module moyen m_{moy}	Donné par calcul de résistance des matériaux	
Nombre de dents Z	Donné par rapport $(Z_1/Z_2) = (N_2/N_1)$	
Largeur de dent b	$b = km \quad (4 \leq k \leq 6)$	
Diamètre primitif d	$d = mZ$	
Angle primitif δ	$\delta = \arcsin(d/2L)$	
Saillie ha	$ha = m$	
Creux hf	$hf = 1,25m$	
Hauteur de la dent h	$h = 2,25m$	
Diamètre de tête da	$da = d + 2mc\cos\delta$	
Diamètre de pied df	$df = d - 2,5mc\cos\delta$	
Angle de saillie ϑ_a	$\tan\vartheta_a = m/L$	
Angle de creux ϑ_f	$\tan\vartheta_f = 1,25m/L$	
Angle de tête δ_a	$\delta_a = \delta + \vartheta_a$	
Angle de pied δ_f	$\delta_f = \delta - \vartheta_f$	

Effort transmis par un engrenage conique

$$\overrightarrow{F_{1 \rightarrow 2}} = \begin{pmatrix} F_{tangential} \\ F_{radial} \\ F_{axial} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_t \\ F_t \tan(\alpha_n) \sin(\delta) \\ F_t \tan(\alpha_n) \cos(\delta) \end{pmatrix}$$

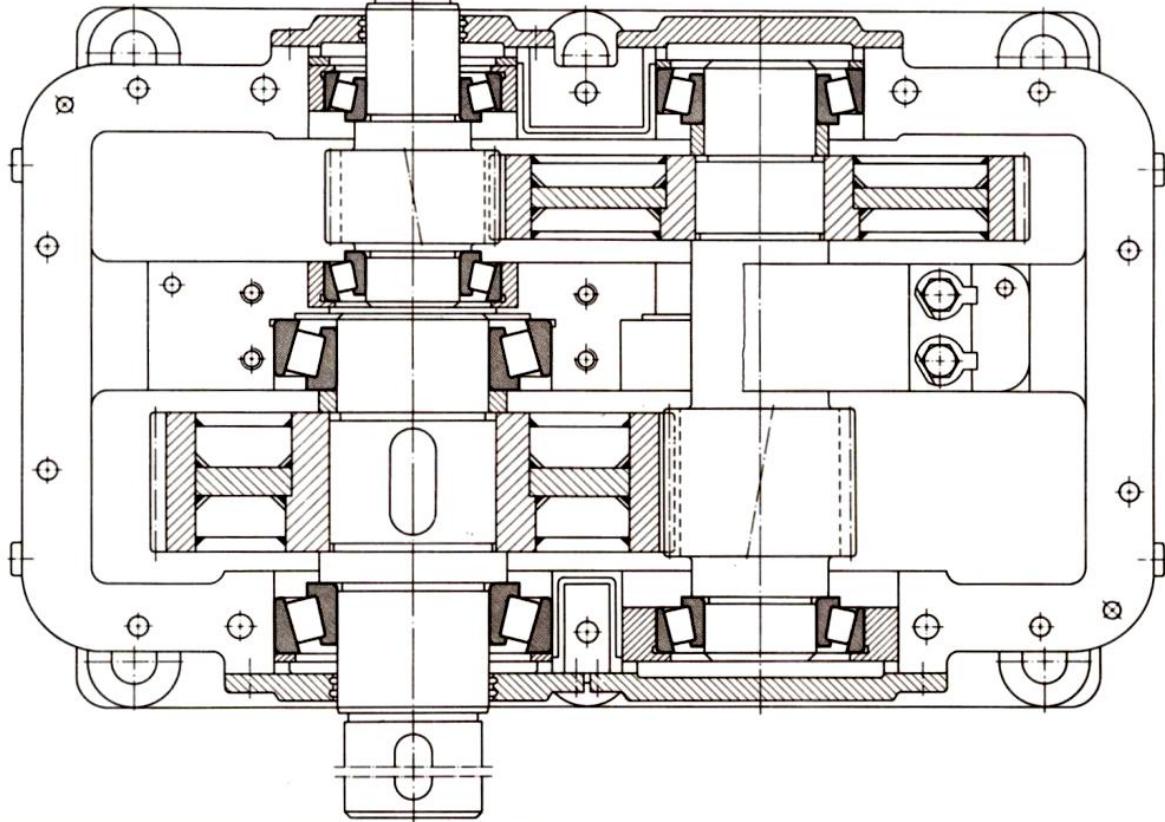


Efforts dans les dentures spiro-coniques



8 – Exemple : Réducteur à 2 trains d'engrenages cylindriques

Réducteur à deux trains d'engrenages cylindriques



Par l'analyse du dessin, on obtient :

On a $Z_1 = 22$, $Z_2 = 70$, $Z_3 = 24$ et $Z_4 = 68$.

De plus, $m_{12} = 2.5\text{mm}$ et $m_{34} = 4\text{mm}$

Les largeurs de dentures sont telles que $k_{12} = 14.8$ et $k_{34} = 14.5$

On suppose $\sigma_e = 600\text{MPa}$

Quel est le couple maximal admissible par ce (gros) réducteur ?

$$\text{Rappel : On a } m = \sqrt[3]{2 \times 2,3^2 \times \frac{C}{k Z_e \sigma_e}}$$

à l'entrée, sur (2) :

$$C_{\max} = \frac{m^3}{2.22} \chi K_{12} Z_2 \sigma_e$$

Donc $C_{\max} = 4375 \text{ Nm}$

à la sortie, sur (3) :

$$C_{\max} = \frac{m^3}{2.22} \chi K_{23} Z_3 \sigma_e$$

Donc $C_{\max} = 6020 \text{ Nm}$

On peut donc conclure que ce sera l'engrenage (1 – 2) qui sera limitant.

En ramenant sur (1) et (4), on obtient $C_{1\max} = 1375\text{Nm}$ et $C_{4\max} = 17000\text{Nm}$

Grâce au rapport de réduction, on voit que si l'on applique $C_{4\max}$ à la sortie, alors $C_1 = 1887\text{Nm} > C_{1\max}$

Le couple maximal admissible est donc limité par la roue (1), et vaut

$C_{1adm} = 1375Nm$ à l'entrée

$C_{4adm} = 12387Nm$ à la sortie

Le réducteur est construit de manière assez homogène.

Idem les diamètres des arbres suivent l'évolution du couple admissible.