

Lag i PI kompenzator

Predrag Pejović

07.06.2021, 09:49

Do sada obrađeni *lead* kompenzator je omogućio udaljšavanje sistema od kritične tačke granične stabilnosti, odnosno povećavanje margine faze. Uz uslov da uvedeni *lead* kompenzator ne promeni frekvenciju jediničnog pojačanja, cena koja je plaćena za povećanje margine faze je smanjenje kružnog pojačanja na niskim frekvencijama p puta, gde je p parametar razmaknutosti nule i pola *lead* kompenzatora $p = \omega_c/\omega_z = \omega_p/\omega_c$. Time su smanjeni efekti povratne sprege na redukovanje uticaja poremećaja i odstupanja izlaza od referentne vrednosti. Kako bi se povećalo pojačanje na niskim frekvencijama, a bez uticaja na marginu faze podešenu *lead* kompenzatorom, uvodi se *lag* kompenzator ili proporcionalno-integralni (*PI*) kompenzator. Pitanje je da li je uopšte potrebno razdvajati nazive ova dva kompenzatora, pošto se *PI* kompenzator može tretirati kao poseban slučaj *lag* kompenzatora, a oba kompenzatora se projektuju primenom istih metoda i sa istim ciljem. U ovom tekstu će kompenzatori ipak biti terminološki razdvojeni, sa argumentom da i većina ostalih tekstova koristi taj pristup.

Dakle, *lag* i *PI* kompenzator se koriste da povećaju kružno pojačanje na niskim frekvencijama uz uslov da ne poremete marginu faze. Funkcija prenosa *lag* kompenzatora je

$$G_{lag}(s) = G_{lag0} \frac{1 + \frac{s}{\omega_{l2}}}{1 + \frac{s}{\omega_{l1}}} \quad (1)$$

gde je $\omega_{l1} < \omega_{l2}$. Na visokim frekvencijama, u blizini frekvencije jediničnog pojačanja, *lag* kompenzator ne treba da utiče na pojačanje, pa se nameće uslov

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} G_{lag}(j\omega) = G_{lag0} \frac{\omega_{l1}}{\omega_{l2}} = 1 \quad (2)$$

odakle je

$$G_{lag0} = \frac{\omega_{l2}}{\omega_{l1}} \quad (3)$$

pa je funkcija prenosa *lag* kompenzatora konačno

$$G_{lag}(s) = \frac{\omega_{l2}}{\omega_{l1}} \frac{1 + \frac{s}{\omega_{l2}}}{1 + \frac{s}{\omega_{l1}}} = \frac{s + \omega_{l2}}{s + \omega_{l1}}. \quad (4)$$

U slučaju da je $\omega_{l1} < 100 \omega_{l2}$, amplitudska i fazna karakteristika *lag* kompenzatora su prikazane na slikama 1 i 2, na kojima su plavom bojom prikazane asimptotske (Bodeove) karakteristike, a narandžastom bojom egzaktna krive. Vidi se da *lag* kompenzator unosi značajno pojačanje za $\omega < \omega_{l2}$ i da ne remeti faznu karakteristiku kružnog pojačanja (funkcije prenosa sistema u otvorenoj sprezi) za $\omega > 10 \omega_{l2}$. Nakon ovog uvida, algoritam za projektovanje *lag* kompenzatora je jednostavan: treba izabrati $10 \omega_{l2} < \omega_c$ kako kompenzator ne bi uticao na marginu faze. Od izbora ω_{l1} zavisi samo pojačanje na niskim frekvencijama i ω_{l1} se bira tako da se postigne potrebno pojačanje, a ono će najverovatnije biti uslovljeno maksimalno dopuštenom greškom stacionarnog stanja. *Lag* kompenzator ima konačno pojačanje u nuli,

$$G_{lag}(j0) = \frac{\omega_{l2}}{\omega_{l1}} \quad (5)$$

i to mu je osnovna razlika u odnosu na *PI* kompenzator koji ima pol u nuli, odnosno beskonačno pojačanje za $s = 0$.

Kod prekidačkih konvertora je zahtev za greškom stacionarnog stanja koja je jednaka nuli uobičajen, pa se mnogo češće umesto *lag* kompenzatora koristi *PI* kompenzator. Funkcija prenosa *PI* kompenzatora je

$$G_{pi}(s) = \frac{\omega_l}{s} \left(1 + \frac{s}{\omega_l} \right) = \frac{s + \omega_l}{s} \quad (6)$$

koja obezbeđuje da

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} G_{pi}(j\omega) = 1. \quad (7)$$

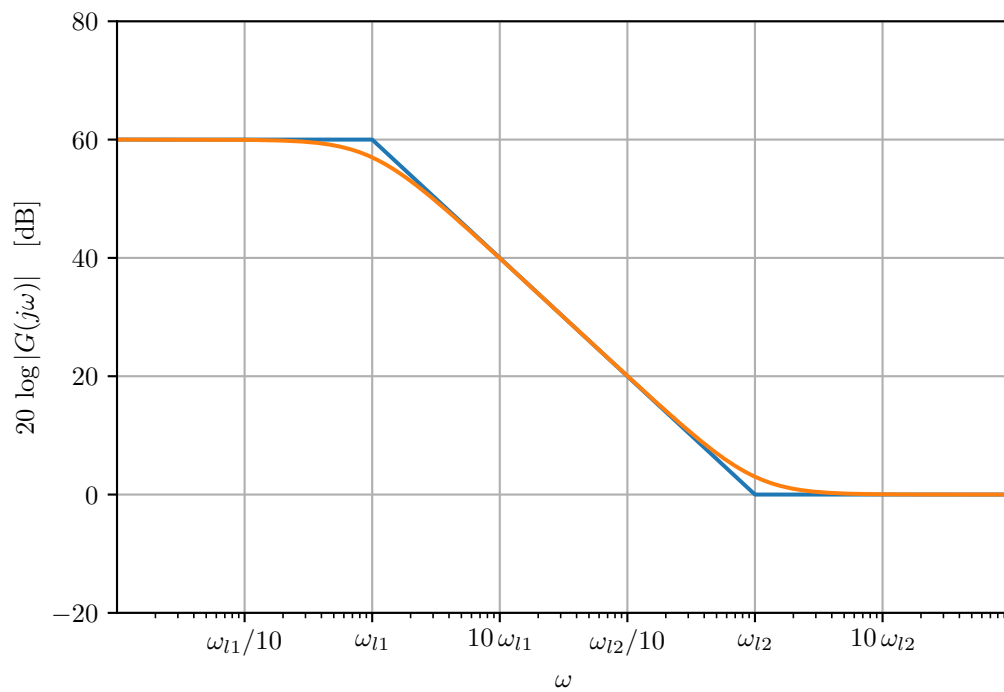
Amplitudska i fazna karakteristika *PI* kompenzatora su prikazane na slikama 3 i 4, na kojima su plavom bojom prikazane asimptotske (Bodeove) karakteristike, a narandžastom bojom egzaktna krive. Vidi se da *PI* kompenzator unosi značajno pojačanje za $\omega < \omega_l$ i da ne remeti faznu karakteristiku kružnog pojačanja (funkcije prenosa sistema u otvorenoj sprezi) za $\omega > 10\omega_l$. Algoritam za projektovanje *PI* kompenzatora je stoga jednostavan, još jednostavniji od algoritma projektovanja *lag* kompenzatora: treba izabrati $10\omega_l < \omega_c$ kako kompenzator ne bi uticao na marginu faze, to je sve.

Za praksu je značajan izbor $\omega_{l2} = \frac{1}{10}\omega_c$ za (4) ili $\omega_l = \frac{1}{10}\omega_c$ za (6), napravljen u skladu sa aproksimacijom Bodeovih frekvencijskih karakteristika po kojoj na i nakon ω_c *lag* odnosno *PI* kompenzator ne unose promenu u faznoj karakteristici. Ovaj zaključak je samo približan, pošto je za $s = j\omega_c$ argument funkcije prenosa u oba slučaja

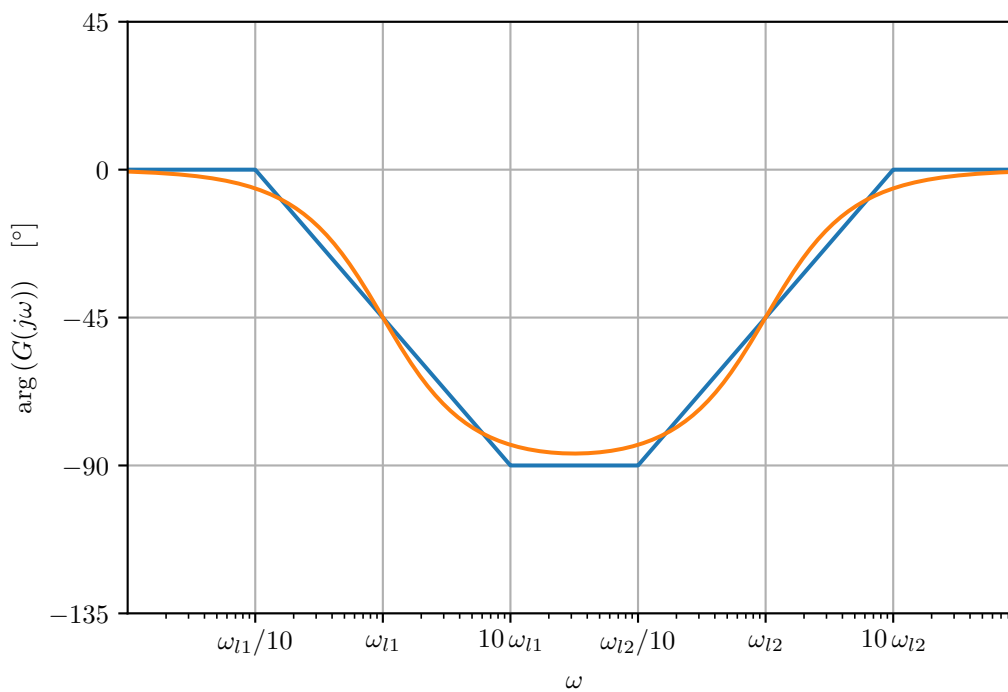
$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} - \arctan 10 \approx 5.71^\circ \approx 6^\circ. \quad (8)$$

Kako ne bi došlo do kvarenja margine faze koju postavlja *lead* kompenzator, prilikom njegovog projektovanja treba uvećati željenu marginu faze za iznos (8) čime finalni kompenzator ostvaruje tačno zadatu marginu faze.

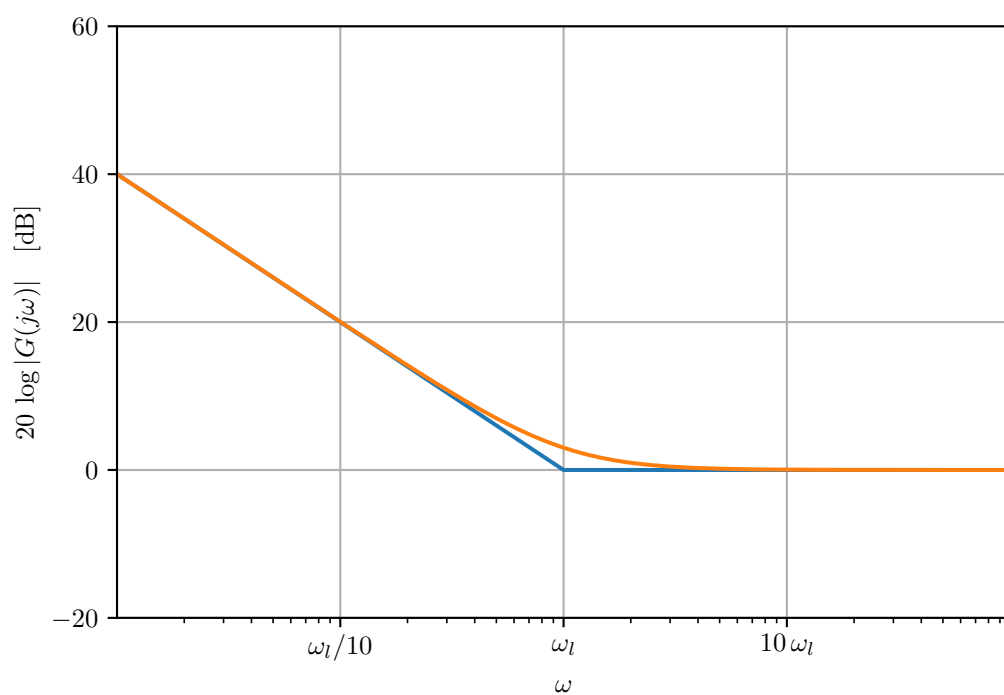
Treba napomenuti da opisani postupak projektovanja kompenzatora nije jedini mogući, postoji mnoštvo algoritama i kriterijuma optimizacije. Na primer, nije neophodno striktno razdvajati *lead* i *lag* kompenzatore, već je moguće dopustiti i izvesnu meru preklapanja njihovih faznih karakteristika, kako će biti ilustrovano na primerima koji slede.



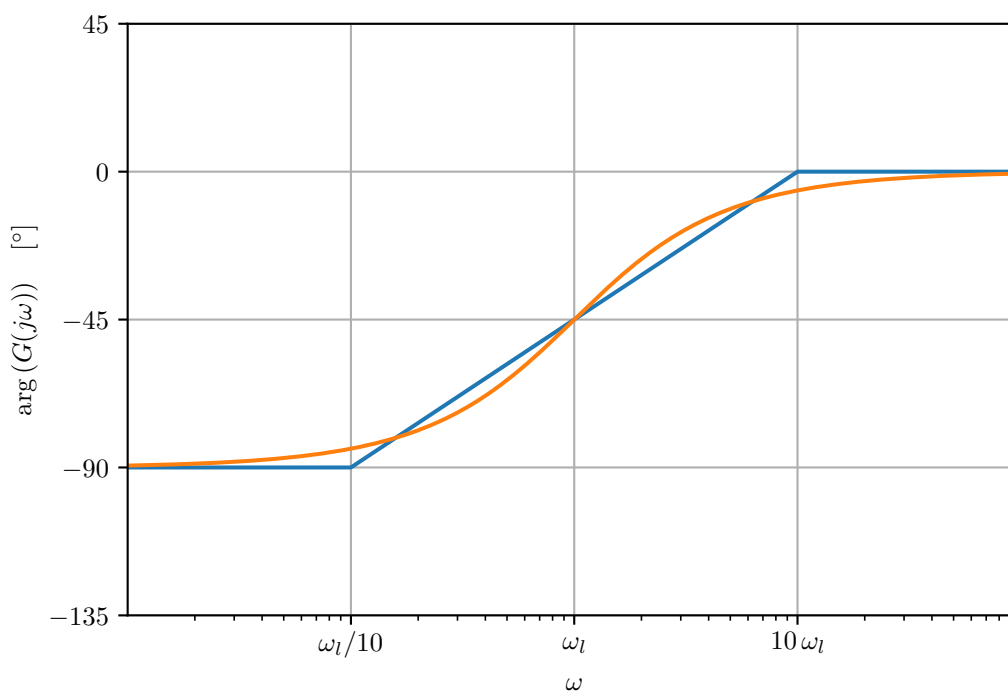
Slika 1: Amplitudska karakteristika $G_{lag}(j\omega)$.



Slika 2: Fazna karakteristika $G_{lag}(j\omega)$.



Slika 3: Amplitudska karakteristika $G_{pi}(j\omega)$.



Slika 4: Fazna karakteristika $G_{pi}(j\omega)$.