

# Osnovni konvertori

Predrag Pejović

02.07.2020.

# Sadržaj

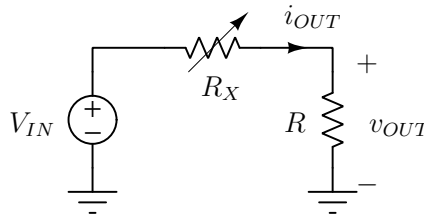
<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Buck konvertor</b>	<b>7</b>
2.1	Buck konvertor analiziran primenom aproksimacije male talasnosti napona na kondenzatoru i struje kalema . . . . .	7
2.2	Buck konvertor u kontinualnom režimu rada, analiza primenom aproksimacije linearne talasnosti struje kalema . . . . .	12
2.3	Buck konvertor u diskontinualnom režimu rada . . . . .	16
2.4	Eksperimentalni rezultati . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Boost konvertor</b>	<b>21</b>
3.1	Boost konvertor analiziran primenom aproksimacije male talasnosti napona na kondenzatoru i struje kalema . . . . .	21
3.2	Boost konvertor u kontinualnom režimu rada, analiza primenom aproksimacije linearne talasnosti struje kalema . . . . .	25
3.3	Boost konvertor u diskontinualnom režimu rada . . . . .	28
<b>4</b>	<b>Buck-boost konvertor</b>	<b>31</b>
4.1	Buck konvertor analiziran primenom aproksimacije male talasnosti napona na kondenzatoru i struje kalema . . . . .	31
4.2	Buck-boost konvertor u kontinualnom režimu rada, analiza primenom aproksimacije linearne talasnosti struje kalema . . . . .	34
4.3	Buck-boost konvertor u diskontinualnom režimu rada . . . . .	37
4.4	Buck-boost konvertor kao emulator otpornosti . . . . .	40
<b>5</b>	<b>Usrednjeni modeli osnovnih konvertora u diskontinualnom režimu rada</b>	<b>42</b>
<b>6</b>	<b>Usrednjeni modeli osnovnih konvertora u kontinualnom režimu rada</b>	<b>46</b>
<b>7</b>	<b>Uporedna analiza osnovnih konvertora</b>	<b>52</b>
7.1	Normalizacija . . . . .	53
7.2	Normalizovani izrazi za izlazne promenljive . . . . .	53
7.3	Izrazi za izlazni napon u zavisnosti od izlazne struje i $D$ . . . . .	54
7.4	Izrazi za $D$ u zavisnosti od izlazne struje i izlaznog napona . . . . .	56
<b>8</b>	<b>Sinhrono ispravljanje</b>	<b>58</b>
<b>9</b>	<b>Zaključak</b>	<b>61</b>

# 1 Uvod

Motiv za uvođenje prekidačkih konvertora je povećanje koeficijenta korisnog dejstva. Kao motivacioni primer, posmatrajmo „linearni“ regulator napona predstavljen funkcionalnim modelom prikazanim na slici 1. Promenom pada napona na  $R_X$ , promenom njegove ekvivalentne otpornosti, postiže se regulacija izlaznog napona koji se sistemom automatskog upravljanja održava na željenoj vrednosti. Koeficijent korisnog dejstva sistema sa slike 1 je

$$\eta \triangleq \frac{P_{OUT}}{P_{IN}} = \frac{v_{OUT} i_{OUT}}{V_{IN} i_{OUT}} = \frac{v_{OUT}}{V_{IN}} \quad (1)$$

i unapred je poznat ako su poznati ulazni i izlazni napon, nezavisan od tehnologije i komponenti. Upravo je loš koeficijent korisnog dejstva sistema sa slike 1 njegova najveća mana: energetski je neefikasan, ima veliku disipaciju, zahteva velik hladnjak, ima problem odvođenja toplote. Ostale osobine mu se mogu ubrojiti u prednosti: jednostavna konstrukcija, odsustvo generisanja smetnji, mali broj elemenata i odsustvo magnetskih komponenti.



Slika 1: Regulator napona, „linearni“.

Problem niskog koeficijenta korisnog dejstva stabilizatora napona sa slike 1 će rešiti prekidački stabilizatori, ali će uz rešavanje ovog problema uvesti i niz novih problema koje linearni regulator napona nije imao. Za početak, posmatrajmo sistem sa potrošačem i prekidačem prikazan na slici 2, koji odgovara modelu sistema regulacije srednje snage grejača u bojleru. Pretpostavimo da je rad prekidača periodičan sa periodom  $T_S$  tako što je za  $0 \leq t < D T_S$  prekidač uključen,  $0 \leq D \leq 1$ , dok je za  $D T_S \leq t < T_S$  prekidač isključen, kako je prikazano na vremenskom dijagramu sa slike 3. Napon i struja potrošača su prikazani na istom dijagramu, iz koga se vidi da su i napon i struja prekidni: tokom dela periode izlazni napon je jednak ulaznom, dok je tokom drugog dela periode jednak nuli. Srednja vrednost napona na potrošaču je

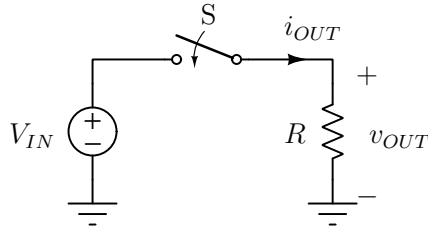
$$V_{OUT} = \overline{v_{OUT}} = \langle v_{OUT} \rangle = \frac{1}{T_S} D T_S V_{IN} = D V_{IN} \quad (2)$$

i može se kontrolisati promenom faktora ispunjenosti  $D$  impulsa koji upravljaju stanjem prekidača. Na isti način se može dobiti i srednja snaga na potrošaču, ona je

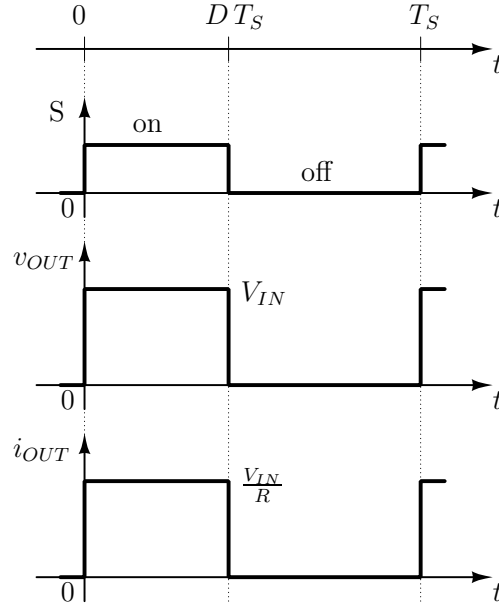
$$P_{OUT} = \overline{p_{OUT}} = \langle p_{OUT} \rangle = \frac{1}{T_S} D T_S \frac{V_{IN}^2}{R} = D \frac{V_{IN}^2}{R}. \quad (3)$$

Na ovaj način se srednja snaga disipacije grejača u bojleru, što može poslužiti kao primer iz prakse, može regulisati promenom  $D$ .

U slučaju regulacije srednje snage grejača u bojleru, opisani način rada je prihvatljiv, za regulaciju temperature vode filtriranje prekidnog napona na grejaču će uspešno obaviti ogromna (za veličine uobičajene u elektronici) vremenska konstanta koja karakteriše proces zagrevanja vode, pa velike promene u snaci grejača kada je prekidač uključen i kada je isključen neće proizvoditi velike varijacije temperature vode u bojleru. Međutim, za elektronske uređaje koji zahtevaju kontinualno napajanje konstantnim naponom, izlazni napon sa slike 2 nije prihvatljiv. Stoga, potrebno je filtrirati izlazni napon.

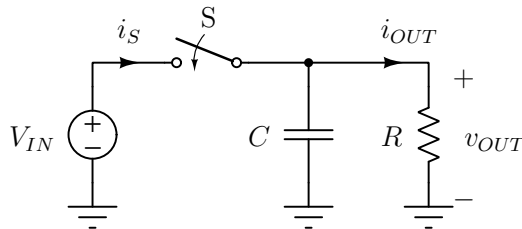


Slika 2: Regulacija srednje vrednosti napona i snage na potrošaču prekidačem.



Slika 3: Vremenski dijagrami napona i struje potrošača u kolu sa slike 2.

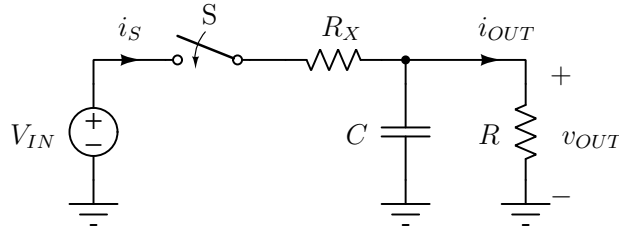
Prva ideja u smeru filtriranja izlaznog napona je vezivanje kondenzatora paralelno potrošaču, kako je prikazano na slici 4, pošto u odsustvu Dirakovih impulsa struje napon na kondenzatoru je kontinualna funkcija vremena. Upravo Dirakovi impulsi struje će i biti problem, javljaće se prilikom uključenja prekidača kada se kondenzator direktno vezuje na idealni naponski izvor. Kako bi se struja ograničila, potrebno je na red sa uključenim prekidačem postaviti neki element koji struju ograničava. Najjednostavnije rešenje je vezivanje otpornika, kako je prikazano na slici 5, što bi zaista omogućilo filtriran izlazni napon sa malom talasnošću, filtriranje bi realizovao RC filter kojga čine  $R_X$  i  $C$ . Međutim, ovo rešenje ima gubitke na otporniku  $R_X$  koji umanjuju koeficijent korisnog dejstva, čije unapređenje je bilo cilj.



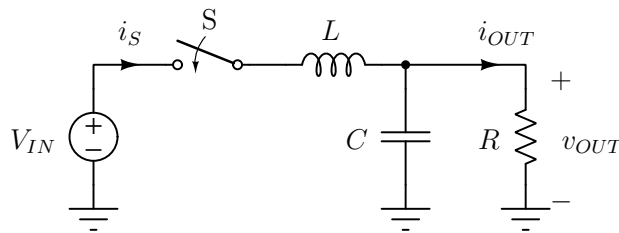
Slika 4: Filtriranje izlaznog napona kondenzatorom. Problem: Dirakovi impulsi struje kondenzatora pri uključenju prekidača.

Imajući u vidu problem efikasnosti (koeficijenta korisnog dejstva), ima smisla pokušati sa nedisipativnim elementom koji ograničava struju, kalemom, kako je prikazano na 6. Ovde bi L filter, koji se sastoji se iz prikazane veze kalema  $L$  i kondenzatora  $C$ , vršio filtiranje bez unošenja gubitaka, ali problem je sada premešten sa uključenja prekidača, kada su se javljali

Dirakovi impulsi struje, na isključenje prekidača, kada bi se javljali Dirakovi impulsi napona. Problem nastaje zbog toga što isključenje prekidača prekida tok struje kalema i što se on naglo prazni prilikom isključenja prekidača kroz Dirakov impuls napona. Ovo, kako se može pokazati (izvan domena ovog razmatranja), nužno uslovljava gubitke na prekidaču (!) prilikom prelaznog procesa njegovog isključenja, pa opet negativno utiče na koeficijent korisnog dejstva.

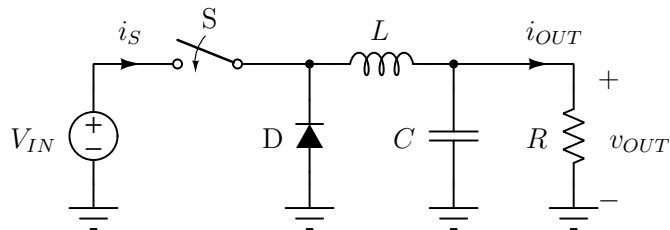


Slika 5: Ograničavanje impulsa struje otpornikom  $R_X$ . Problem: disipacija na otporniku  $R_X$ .



Slika 6: Ograničavanje impulsa struje kalemom. Problem: Dirakovi imuplsi napona na kalemu i prekidaču prilikom isključenja prekidača.

Problem sa Dirakovim impulsom napona prilikom isključenja prekidača se rešava obezbeđivanjem alternativnog puta za struju kalema kada je prekidač isključen. Takav alternativni put obezbeđuje dioda D u kolu sa slike 7. Kada je prekidač uključen, dioda je inverzno polarisana naponom  $V_{IN}$  i predstavljena je otvorenom vezom. Kada se prekidač isključi, struja kalema nastavlja da teče kroz diodu i Dirakovih impulsa napona u kolu nema. Kolo sa slike 7 je buck konvertor, prvi od konvertora koje ćemo razmatrati. Kasnije će biti pokazano da komponente kola sa slike 7 u različitim šemama veze mogu ostvariti i mnogo više od snižavanja i regulacije napona  $V_{IN}$ , mogu ga povećati i obrnuti njegov polaritet, što su teme koje će biti obrađene u ovom poglavlju, kroz analizu tri osnovna prekidačka konvertora.



Slika 7: Buck konvertor. Problemi sa Dirakovim impulsima i dispiacijom su rešeni.

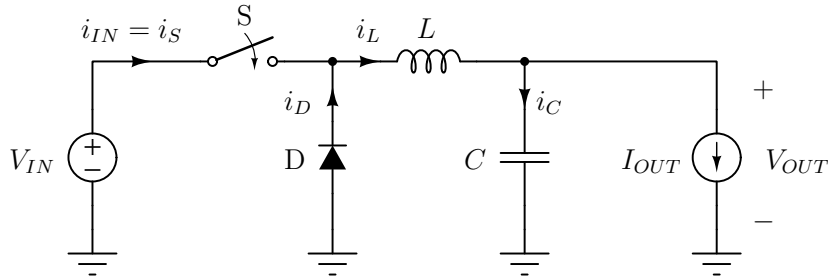
Pod osnovnim prekidačkim konvertorima se podrazumevaju: buck, boost i buck-boost konvertor. Sva tri konvertora su karakterisana minimalnim brojem elemenata, zahtevaju jedan kontrolisani prekidač, jednu diodu, jedan kalem i jedan kondenzator. Ni jedan od ova tri konvertora ne obezbeđuje galvansku izolaciju između ulaza i izlaza. U ovom poglavlju će biti prikazana analiza tri osnovna konvertora u ustaljenom stanju primenom aproksimacije male talasnosti napona na kondenzatoru i struje kalema, što implicira kontinualni režim rada konvertora, i primenom aproksimacije linearne talasnosti struje kalema, koja predviđa i kontinualni i diskontinualni režim rada, što će ovde biti razjašnjeno. Primenom aproksimacije linearne talasnosti struje kalema biće detaljno analizirana oba režima rada, kontinualni i diskontinualni, a rezultati analize će biti generalizovani izvođenjem usrednjenih modela koji će biti osnov za analizu prelaznih procesa i upravljanje konvertorima, što je tema za kasnije poglavlje.

Analize konvertora koje će biti prikazane su sa tačke gledišta teorije električnih kola ne-standardne. Pre svega, analizom u vremenskom domenu se direktno određuje ustaljeni složenoperiodični odziv kola. Zatim, analiza kola drugog reda se primenom aproksimacije male talasnosti ("small ripple approximation") svodi na analizu kola nultog reda (rezistivno kolo), dok se primenom aproksimacije linearne talasnosti struje kalema ("linear ripple approximation") svodi na analizu kola prvog reda. Karakteristike akumulacionih elemenata, kalema i kondenzatora, koriste se u integralnoj formi primenjenoj na ustaljeni složenoperiodični režim, u slučaju kalema kao argument fluksa ili volt sekund balans ("flux argument, volt-second balance"), a u slučaju kondenzatora kao argument naelektrisanja ili amper sekund balans ("charge argument, ampere-second balance"). Ovi aproksimativni metodi uvode jedan oblik algebarske degeneracije karakteristike elemenata, smatrajući da je kapacitivnost kondenzatora beskonačna (aproksimacija linearne talasnosti) ili da je dodatno i induktivnost kalema beskonačna (aproksimacija male talasnosti). Napon na kondenzatoru i eventualno struja kalema se kod na opisani način izmenjenih karakteristika elemenata prvo pretpostave kao nepoznate konstante, da bi u toku analize kola bile eksplicitno određene tako da sve karakteristike elemenata u integralnoj formi za ustaljeno stanje budu zadovoljene. Sve ovo analizu konvertora koja će biti prikazana čini specifičnom, a metodi analize kola su posebno osmišljeni da budu dovoljno jednostavni i dovoljno precizni za primenu na kolima koja se sreću u praksi energetske elektronike. Cilj razvijenih metoda nije egzaktno rešavanje svih kola, već aproksimativno rešavanje klase kola koja nam je od interesa.

Kako će rezultati analiza prikazanih u ovom poglavlju pokazati, pomoću osnovnih konvertora je moguće obezbediti izlazni napon koji je manji od ulaznog napona (buck konvertor), veći od ulaznog napona (boost konvertor), kao i izlazni napon koji je suprotnog polariteta od ulaznog napona, a apsolutna vrednost mu može biti i manja i veća od apsolutne vrednosti ulaznog napona (buck-boost konvertor).

## 2 Buck konvertor

Buck konvertor je prikazan na slici 8. Sastoji se od troterminalne prekidačke ćelije, koju čine prekidač  $S$  i dioda  $D$ , i filterskog dela, koji čine kalem i kondenzator. U analizama koje slede, prekidač i dioda će biti smatrani za idealne prekidačke elemente, karakterisane kratkom vezom kad vode i otvorenim vezom kad ne vode. Prekidač je eksterno upravljao logičkim signalom koji zadaje stanje prekidača. Komponente kojima se prekidač realizuje, kao i kola za pobudu prekidača, biće razmatrani nešto kasnije, a posebno će biti razmatrana kola za regulaciju izlaznog napona konvertora. Za sada je bitno da je prekidač idealan, kontrolisan eksternim signalom, a dioda takva da se adekvatno može modelovati kao idealan prekidački element kontrolisan svojim naponom kada ne vodi i svojom strujom kada vodi.



Slika 8: Buck konvertor.

### 2.1 Buck konvertor analiziran primenom aproksimacije male talasnosti napona na kondenzatoru i struje kalema

Prva analiza rada buck konvertora biće izvršena pod pretpostavkom da su filterski elementi idealni, da kondenzator ima beskonačnu kapacitivnost, a kalem beskonačnu induktivnost. Pojam „beskonačno“ u ovom kontekstu treba uslovno shvatiti: kapacitivnost kondenzatora se smatra za „beskonačnu“ ako se za date uslove u kolu napon na kondenzatoru u odnosu na ostale napone zanemarljivo malo menja; induktivnost kalema se smatra za „beskonačnu“ ako je u datim uslovima naizmenična komponenta njegove struje zanemarljivo mala. Pod tim pretpostavkama, buck konvertor sa slike 8 se može predstaviti ekvivalentnim kolom sa slike 9 u kome je kalem zamenjen strujnim izvorom, za sada nepoznate struje, dok je kondenzator zamenjen idealnim naponskim izvorom, za sada nepoznatog napona. Struja kalema i napon na kondenzatoru moraju biti takvi da u ustaljenom stanju srednja vrednost napona na kalemu bude jednaka nuli

$$\overline{v_L} = \langle v_L \rangle = V_L = 0 \quad (4)$$

što je volt sekund balans ili argument fluksa, dok srednja vrednost struje kondenzatora mora biti jednaka nuli

$$\overline{i_C} = \langle i_C \rangle = I_C = 0 \quad (5)$$

što je amper sekund balans ili argument naelektrisanja. Uslovi (4) i (5) kao posledicu daju da su srednje snage na kalemu i kondenzatoru, ovako modelovanim, sa  $L \rightarrow \infty$  i  $C \rightarrow \infty$ , jednake nuli.

Prvi korak u analizi konvertora je ustanovljavanje sekvence varijacija stanja prekidačkih elemenata kroz koju u toku periode konvertor prolazi. Prekidač  $S$  je nezavisno kontrolisan, može da bude uključen i isključen. U kolu postoje dva prekidačka elementa, prekidač i dioda, svaki od njih ima dva stanja, pa ukupno postoje četiri moguće varijacije stanja prekidačkih elemenata. Stanje prekidačkih elemenata možemo predstaviti uređenim parom  $(S, D)$  koji sadrži informaciju o stanju svakog od prekidačkih elemenata, gde vrednost 0 ili “off” predstavlja

Tabela 1: Naponi i struje buck konvertora, aproksimacija male talasnosti

S	D	$v_S$	$v_D$	$i_S$	$i_D$
0, off	0, off	zabranjeno			
0, off	1, on	$V_{IN}$	0	0	$I_L$
1, on	0, off	0	$V_{IN}$	$I_L$	0
1, on	1, on	zabranjeno			

isključen prekidački element, a stanje 1 ili “on” uključen. Stoga, teorijski moguće varijacije stanja prekidačkih elemenata u kolu sa slike 9 su (0, 0), (0, 1), (1, 0) i (1, 1), kako je rezimirano u tabeli 1.

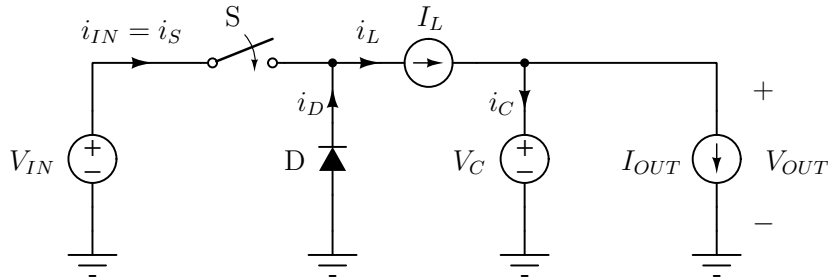
Kirhofov zakon za napone uslovljava

$$v_S + v_D = V_{IN} \quad (6)$$

što zabranjuje varijaciju  $(S, D) = (1, 1)$ , jer bi tada izvor  $V_{IN}$  bio kratko spojen. Sa druge strane, Kirhofov zakon za struje uslovljava

$$i_S + i_D = I_L \quad (7)$$

pa bar jedan prekidački element mora da vodi pod pretpostavkom  $I_L > 0$ , što zabranjuje varijaciju stanja prekidačkih elemenata  $(S, D) = (0, 0)$  jer bi tada strujni izvor ostao otvoren. Stoga, signal koji uključuje prekidač uslovljava i stanje diode, pa su u kolu moguće samo dve varijacije stanja prekidačkih elemenata (0, 1) i (1, 0), kodirane jednim bitom koji je stanje prekidača jer je  $D = \bar{S}$ . Za svaku moguću varijaciju stanja prekidačkih elemenata u tabeli 1 dati su naponi i struje prekidačkih elemenata, što čini potpun model troterminalne prekidačke ćelije koju čine prekidač S i dioda D. Razmatrana prekidačka ćelija je napajana naponom  $V_{IN}$  i opterećena strujom  $I_L$ , pa se ćelija karakteriše kao naponom napajana strujom opterećena. Kasnije će biti obrađena strujom napajana naponom opterećena prekidačka ćelija, koja se neznatno razlikuje.

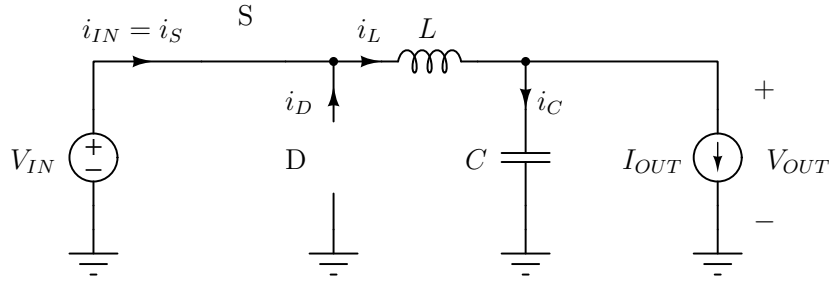


Slika 9: Buck konvertor, aproksimacija male talasnosti.

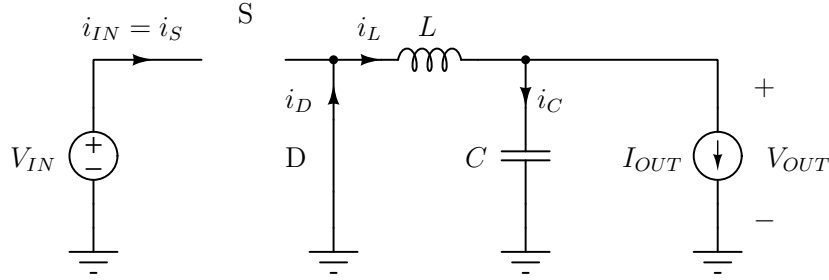
Prethodna analiza je ukazala da pod pretpostavkom  $I_L > 0$  u konvertoru se smenjuju dve varijacije stanja prekidačkih elemenata. Za svaku od varijacija je moguće zameniti prekidačke elemente njihovim linearnim ekvivalentima za odgovarajuće stanje, otvorenom vezom za otvoren ili kratkom vezom za zatvoren, čime se dobijaju ekvivalentna linearna kola koja predstavljaju konvertor za zadatu varijaciju stanja prekidačkih elemenata. Ekvivalentno linearno kolo za konvertor sa slike 8 je za varijaciju  $(S, D) = (1, 0)$  dato na slici 10, dok za varijaciju  $(S, D) = (0, 1)$  dato je na slici 11.

Ekvivalentna kola sa slika 10 i 11 su linearna dinamička kola i takva kola je povoljno analizirati korišćenjem modela stanja. Taj pristup svodi sistem jednačina koje opisuju kolo na dva tipa jednačina, na jednačine stanja koje su diferencijalne jednačine rešene po promenljivim na





Slika 10: Ekvivalentno kolo buck konvertora u stanju kada je uključen prekidač.



Slika 11: Ekvivalentno kolo buck konvertora u stanju kada provodi dioda.

koje deluje izvod po vremenu, koje ćemo zvati „promenljive stanja“ i na jednačine izlaza koje su algebarske jednačine koje daju skup izabranih struja i napona u kolu, za koje imamo interesa, u funkciji promenljivih stanja i ulaznih promenljivih. Treba naglasiti da su i u jednačinama stanja izvodi promenljivih stanja dati kao linearne kombinacije promenljivih stanja i ulaznih promenljivih, bez učešća drugih promenljivih, poput izlaznih promenljivih. Dobijanje sistema jednačina stanja je problem linearne algebre i svodi se na Gausovu eliminaciju, a do njih se može doći polazeći od bilo kog sistema jednačina koje opisuju kolo: tablo modela ili sistema jednačina po potencijalima čvorova, na primer. Promenljive stanja u kolu sa slike 8 su struja kalema  $i_L$  i napon kondenzatora  $v_C$ , pošto u karakteristikama elemenata na ove promenljive deluje izvod po vremenu. Pod kopromenljivim stanja ćemo podrazumevati napon kalema  $v_L$  i struju kondenzatora  $i_C$ , to su veličine iz karakteristika reaktivnih elemenata na koje ne deluje izvod po vremenu. Ovaj pojam je povoljno uvesti pošto kopromenljive stanja učestvuju u važnim integralnim zakonima, kao što su volt sekund balans za napone kalemova i amper sekund balans za struje kondenzatora.

U skladu tabeli 2 su date jednačine koje opisuju rad buck konvertora za oba moguća stanja prekidačkih elemenata. Jednačine su podeljene u četiri grupe, a prva vrsta u tabeli specificira vremenski interval u kome kolona sa jednačinama koje čine model važi.

Prva grupa jednačina jesu normalizovana trajanja intervala u kome model važi. Normalizacija se vrši deljenjem sa periodom  $T_S$ , tako da su svi normalizovani intervali neimenovani brojevi u opsegu  $0 \leq \Delta t/T_S \leq 1$ .

Druga grupa jednačina daje stanja prekidačkih elemenata, odnosno specificira varijaciju stanja prekidačkih elemenata koja u datom intervalu vremena važi.

Treća grupa jednačina je izuzetno važna za izračunavanje nepoznatih veličina u kolu jer sadrži izraze za kopromenljive stanja u funkciji promenljivih stanja i ulaznih promenljivih. Iako su algebarski degenerisane pretpostavkom da  $L \rightarrow \infty$  i  $C \rightarrow \infty$ , pod promenljivima stanja u kolu sa slike 9 ćemo podrazumevati  $I_L$  i  $V_C$ , iako su kroz algebarsku degeneraciju to posredno postale ulazne promenljive. Ulazne promenljive su nezavisni izvori u kolu,  $V_{IN}$  i  $I_{OUT}$ . Stoga, ne treba da čudi da je izlazna struja  $I_{OUT}$  ulazna promenljiva u modelu stanja kola. Od jednačina iz treće grupe se lako dobijaju jednačine stanja u slučaju da  $L$  i  $C$  imaju konačne vrednosti zamenom karakteristika elemenata  $v_L = L \frac{di_L}{dt}$  i  $i_C = C \frac{dv_C}{dt}$ , kada struja kalema i

Tabela 2: Naponi i struje buck konvertora, aproksimacija male talasnosti

$t$	$0 \leq t < DT_S$	$DT_S \leq t < T_S$
$\frac{\Delta t}{T_S}$	$D$	$D' = 1 - D$
S	on	off
D	off	on
$v_L$	$V_{IN} - V_C$	$-V_C$
$i_C$	$I_L - I_{OUT}$	$I_L - I_{OUT}$
$v_S$	0	$V_{IN}$
$v_D$	$V_{IN}$	0
$i_S$	$I_L$	0
$i_D$	0	$I_L$
$v_{OUT}$	$V_C$	$V_C$
$i_{IN}$	$I_L$	0

napon kondenzatora više nisu konstantni pa  $I_L$  treba zameniti sa  $i_L$  i  $V_C$  sa  $v_C$ .

Četvrta grupa jednačina su jednačine izlaza i one daju zavisnost izabranih napona i struja u kolu od promenljivih stanja i ulaznih promenljivih. Za relevantne izlazne promenljive se uobičajeno biraju svi naponi i struje prekidačkih elemenata, od značaja za njihov izbor, kao i izlazni napon i ulazna struja. Na primer, iz prethodne vrste tabele 2 se vidi da je bez obzira na stanje prekidačkih elemenata izlazni napon uvek jednak naponu na kondenzatoru  $v_{OUT} = V_{OUT} = V_C$ , što je očekivano pošto je filterski kondenzator paralelno vezan izlazu. Ovo je karakteristika svih prekidačkih konvertora prikazanih u ovom poglavlju, pa će  $V_{OUT} = V_C$  biti podrazumevano, a oznake  $V_{OUT}$  i  $V_C$  će se prema kontekstu, potrebi i pogodnosti ravnopravno koristiti.

Jednačine date u tabeli 2 su dovoljne da za date vrednosti  $D$ ,  $V_{IN}$  i  $I_{OUT}$  odredimo sve napone i struje u kolu. U tom cilju, prvo treba primeniti integralne zakone, volt sekund balans za kalem koji daje

$$DT_S (V_{IN} - V_C) - D' T_S V_C = 0 \quad (8)$$

što se svodi na

$$D V_{IN} - (D + D') V_C = 0. \quad (9)$$

Imajući u vidu da  $D + D' = 1$ , napon na kondenzatoru se dobija kao

$$V_C = D V_{IN}. \quad (10)$$

Dakle, volt sekund balans napona na kalemu je odredio napon na kondenzatoru.

Primena amper sekund balansa struje kondenzatora daje

$$DT_S (I_L - I_{OUT}) - D' T_S (I_L - I_{OUT}) = 0 \quad (11)$$

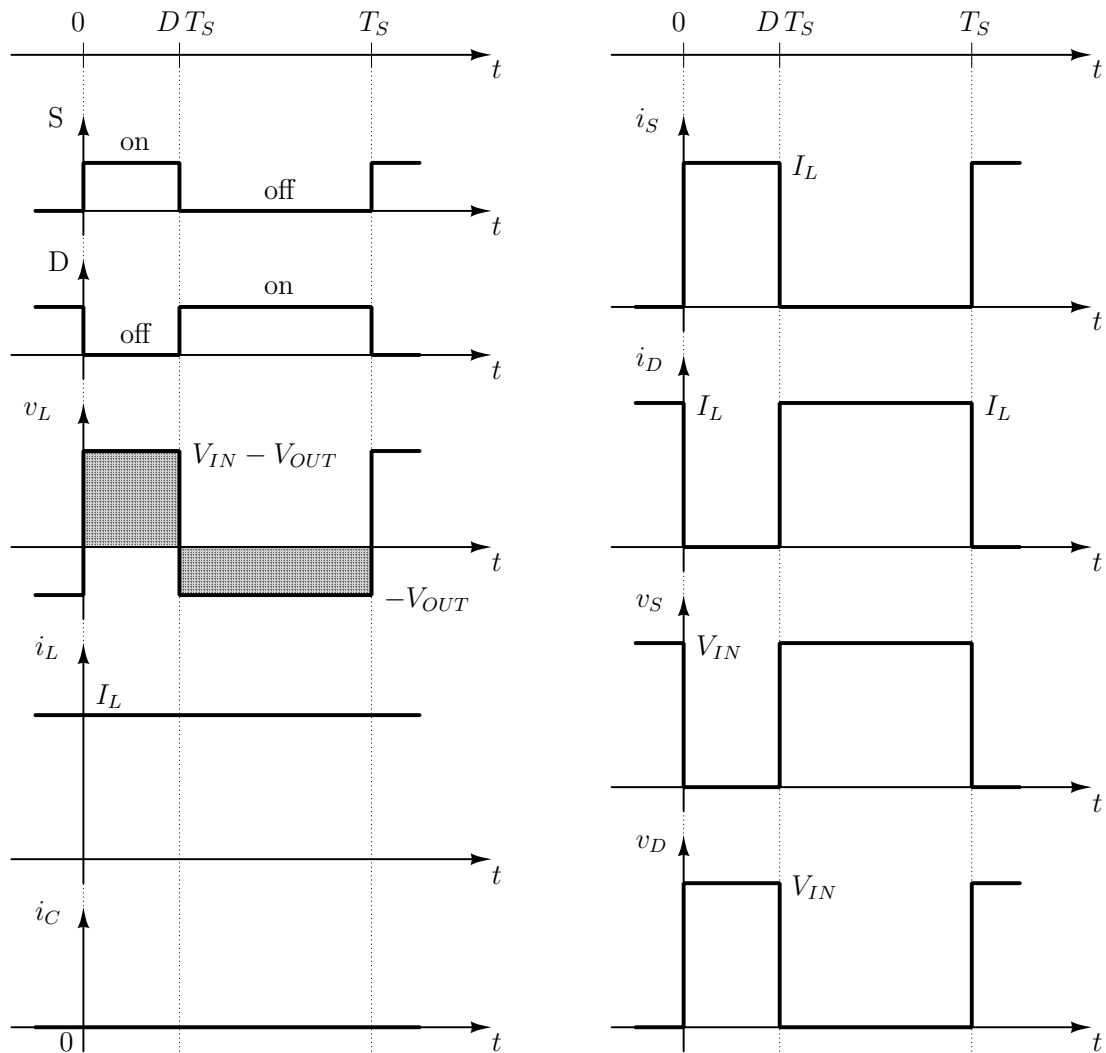
odakle je

$$I_L = I_{OUT} \quad (12)$$

pa je amper sekund balans struje kondenzatora odredio struju kalema.

Kada su određene promenljive stanja,  $I_L$  i  $V_C$ , algebarski degenerisani reaktivni elementi su svedeni na ulazne promenljive, konkretno  $I_L = I_{OUT}$  i  $V_C = D V_{IN}$ , što određuje i sve ostale promenljive u kolu. Vremenski dijagrami stanja prekidačkih elemenata i relevantnih struja i napona buck konvertora su prikazani na slici 12. Svi dijagrami su deo po deo konstantne

funkcije vremena, pošto za datu varijaciju stanja prekidačkih elemenata svi naponi i struje u kolu su svedeni na linearne kombinacije ulaznih promenljivih  $V_{IN}$  i  $I_{OUT}$  koje se u toku jedne periode smatraju konstantnim.



Slika 12: Buck konvertor, vremenski dijagrami dobijeni primenom aproksimacije male talasnosti.

Za korisnika su dve izlazne promenljive posebno važne: izlazni napon  $V_{OUT}$  i srednja vrednost ulazne struje  $I_{IN} = \overline{i_{IN}} = \langle i_{IN} \rangle$ . Na osnovu (10) i (12) dobijamo

$$V_{OUT} = D V_{IN} \quad (13)$$

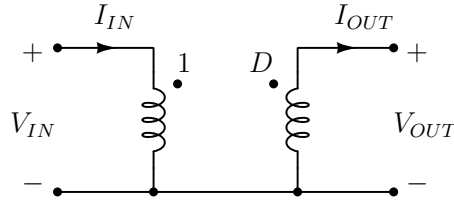
i posle usrednjavanja

$$I_{IN} = D I_{OUT}. \quad (14)$$

Jednakosti (13) i (14) se poklapaju sa karakteristikama elementa idealnog transformatora prenosnog odnosa  $1 : D$ , pa se za srednje vrednosti struja i napona buck konvertor može predstaviti ekvivalentnom šemom sa slike 13. Takođe, kako je

$$P_{OUT} = V_{OUT} I_{OUT} = D V_{IN} I_{OUT} = V_{IN} D I_{OUT} = V_{IN} I_{IN} = P_{IN} \quad (15)$$

koeficijent korisnog dejstva konvertora pod pretpostavkom idealizovanih karakteristika elemenata je  $\eta = 100\%$ .



Slika 13: Buck konvertor, model za srednje vrednosti struja i napona u ustaljenom stanju.

## 2.2 Buck konvertor u kontinualnom režimu rada, analiza primenom aproksimacije linearne talasnosti struje kalema

Analiza konvertora sprovedena pod pretpostavkom male talasnosti napona na kondenzatoru i struje kalema samo delimično uspešno modeluje konvertor. Filterski kondenzator se uvek bira tako da se napon na njemu zaista može smatrati konstantnim, međutim velika induktivnost potrebna da bi talasnost struje kalema bila zanemarljiva nije ekonomična za primenu u praksi. Stoga, u analizi koja sledi ćemo i dalje smatrati da je kapacitivnost kondenzatora velika, dovoljna da se talasnost njegovog napona može zanemariti, dok će induktivnost kalema biti konačna. To će uticati na rezultate analize konvertora, a struja kalema će imati talasnost koja linearno zavisi od vremena, odakle potiče naziv aproksimacije, “linear ripple approximation”. Posledica ove izmene modela je da struja kondenzatora, koja je kod aproksimacije male talasnosti struje kalema i napona kondenzatora bila jednaka nuli, više neće biti jednaka nuli. Drugo, talasnost struje kalema će dovesti do novog režima rada konvertora, diskontinualnog, koji će biti posebno analiziran. Aproksimacija linearne talasnosti struje kalema je znatno realniji model konvertora i ona se dominantno koristi u praksi.

U kontinualnom režimu rada konvertora, koji će biti prvo analiziran, (“continuous conduction mode, CCM”) struja kalema je strogo veća od nule tokom cele periode, što uslovljava da dioda ne prestaje da vodi tako što joj struja spontano padne na nulu, da to nije uslovljeno promenom stanja prekidača. Ovakav režim rada znatno pojednostavljuje analizu kola, pošto se kolo može predstaviti nizom linearnih kola čije važenje je unapred određeno vremenom. Konkretnije, stanje prekidača je unapred zadata funkcija, a stanje diode je u slučaju kontinualnog režima rada komplement stanja prekidača, pa je i ono implicitno unapred zadata funkcija vremena. Ako je tokom jedne periode  $0 \leq t < T_S$  prekidač uključen tokom  $0 \leq t < D T_S$ , a isključen tokom  $D T_S \leq t < T_S$ , ekvivalentno kolo konvertora za  $0 \leq t < D T_S$  je prikazano na slici 10, dok je ekvivalentno kolo za  $D T_S \leq t < T_S$  prikazano na slici 11.

U analizi konvertora najveći problem predstavlja određivanje stanja prekidačkih elemenata. Kada su stanja prekidačkih elemenata određena, ekvivalentna linearna kola se lako mogu rešiti. Prvi korak u rešavanju je određivanje napona na kalemu. Po aproksimaciji male talasnosti napona kondenzatora, vremenski dijagram napona na kalemu se sastoji iz segmenata na kojima je napon konstantan. Integraljenjem napona na kalemu se dobija struja kalema, čiji se vremenski dijagram sastoji iz linearnih segmenata, kao integral deo po deo konstantne funkcije. Početna vrednost struje kalema se naknadno određuje, na osnovu veze sa izlaznom strujom. Znajući struju kalema i ekvivalentna kola konvertora, naponi i struje prekidačkih elemenata se određuju primenom Kirhofovih zakona. Na kraju se određuje struja kondenzatora primenom amper sekund balansa po kome je jednosmerna komponenta struje kondenzatora jednaka nuli. Kako je kondenzator na kome je napon konstantan vezan paralelno sa potrošačem, paralelna veza potrošača i kondenzatora deli struju tako što celokupnu naizmeničnu komponentu struje preuzima kondenzator, dok celokupnu jednosmernu komponentu struje preuzima potrošač. Zato je struju kondenzatora moguće odrediti tek na kraju, kada je poznat vremenski dijagram struje koja teče ka paralelnoj vezi kondenzatora i potrošača. Primenom ovakvog postupka analize dobijeni su izrazi za napone i struje dati u tabeli 3, kojima odgovaraju vremenski dijagrami

Tabela 3: Naponi i struje buck konvertora, kontinualni režim rada

$t$	$0 \leq t < D T_S$	$D T_S \leq t < T_S$
$\frac{\Delta t}{T_S}$	$D$	$D' = 1 - D$
S	on	off
D	off	on
$v_L$	$V_{IN} - V_C$	$-V_C$
$i_C$	$i_L - I_{OUT}$	$i_L - I_{OUT}$
$i_L$	$I_0 + \frac{V_{IN} - V_C}{L} t$	$I_1 - \frac{V_C}{L} (t - D T_S)$
$v_S$	0	$V_{IN}$
$v_D$	$V_{IN}$	0
$i_S$	$i_L$	0
$i_D$	0	$i_L$
$v_{OUT}$	$V_C$	$V_C$
$i_{IN}$	$i_L$	0

prikazani na slici 14.

Na osnovu vremenskog dijagrama napona na kalemu prikazanog na slici 14 i volt sekund balansa pisanog za normalizovana trajanja vremenskih intervala važi

$$D (V_{IN} - V_{OUT}) + D' (-V_{OUT}) = 0 \quad (16)$$

u skladu sa senčenjem sa slike 14, odakle se može izračunati izlazni napon

$$V_{OUT} = D V_{IN} \quad (17)$$

što je isto kao i u slučaju aproksimacije male talasnosti, pošto je i vremenski dijagram napona na kalemu isti. Srednja vrednost struje kalema je prema dijagramu sa slike 14

$$I_L = \frac{I_0 + I_1}{2} \quad (18)$$

što je prema amper sekund balansu i Kirhofovom zakonu za struje ujedno i izlazna struja

$$I_{OUT} = I_L. \quad (19)$$

Ulazna struja se kao srednja vrednost struje prekidača, opet prema dijagramu sa slike 14 dobija kao

$$I_{IN} = \frac{1}{T_S} D T_S \frac{I_0 + I_1}{2} = D I_L \quad (20)$$

što se svodi na

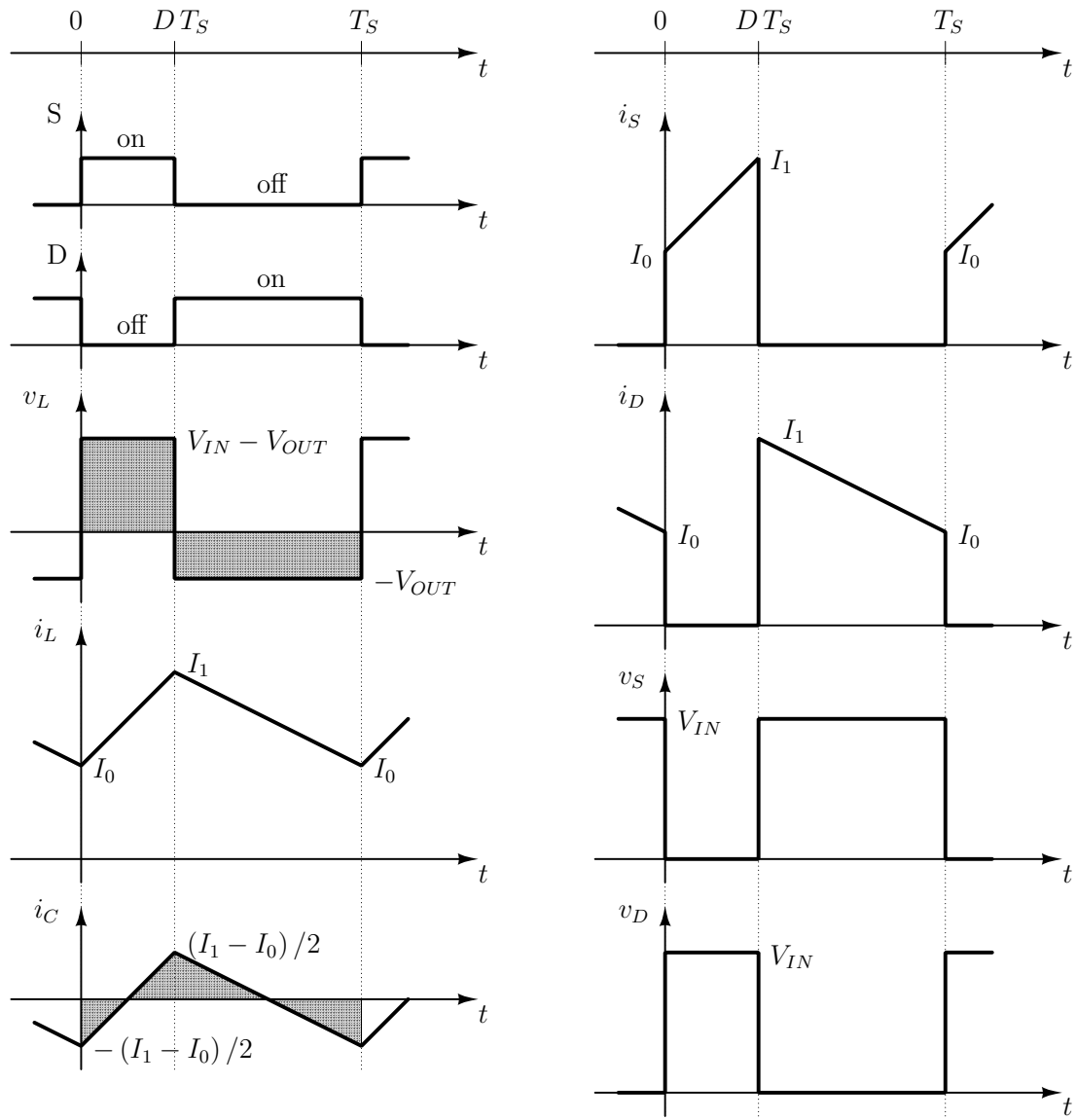
$$I_{IN} = D I_{OUT}. \quad (21)$$

Prenosni odnos konvertora se definiše kao

$$M = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} \quad (22)$$

i iznosi

$$M(D) = D. \quad (23)$$



Slika 14: Buck konvertor u kontinualnom režimu rada, vremenski dijagrami.

Prenosni odnos konvertora je funkcija isključivo faktora ispunjenosti pobudnih impulsa preki-dača ("duty ratio").

Jednačina (17) koja povezuje ulazni i izlazni napon sa jednačinom (21) koja povezuje ulaznu i izlaznu struju daje sistem jednačina koje karakterišu dvoportnu mrežu koja je i u ovom slučaju idealni transformator, pa se buck konvertor u kontinualnom režimu rada za srednje vrednosti struja i napona može predstaviti ekvivalentnim kolom prikazanom na slici 13, isto kao i kod aproksimacije male talasnosti. Treba imati u vidu da su negativni priključci oba porta na istom potencijalu, dakle međusobno vezani, što je posledica činjenice da buck konvertor ne obezbeđuje galvansko razdvajanje.

Kako je

$$P_{IN} = V_{IN} I_{IN} = \frac{V_{OUT}}{D} D I_{OUT} = V_{OUT} I_{OUT} = P_{OUT} \quad (24)$$

koeficijent korisnog dejstva konvertora je opet

$$\eta = 100\% \quad (25)$$

kao i u slučaju primene aproksimacije male talasnosti. Ovaj koeficijent korisnog dejstva je očekivan, pošto u kolu buck konvertora nema disipativnih elemenata. Naravno, u praksi će

koeficijent korisnog dejstva biti manji od ovog teorijskog maksimuma, a da bi bio analitički predviđen potrebno je koristiti detaljnije modele elemenata konvertora koji uključuju gubitke.

Konvertor radi u kontinualnom režimu kada je struja kalema tokom cele periode veća od nule. Maksimalna vrednost struje kalema je

$$I_1 = I_0 + \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{L} D T_S \quad (26)$$

što daje razliku između minimalne i maksimalne vrednosti od

$$I_1 - I_0 = \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{L} D T_S. \quad (27)$$

Kako je preko (18) i (19)

$$I_1 + I_0 = 2 I_{OUT} \quad (28)$$

minimalna vrednost struje kalema se dobija kao

$$I_0 = I_{OUT} - \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{2 f_S L} D. \quad (29)$$

Ovo je ujedno i početna vrednost struje kalema koja se može odrediti tek pošto je izlazna struja poznata. Maksimalna vrednost struje kalema je

$$I_1 = I_{OUT} + \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{2 f_S L} D. \quad (30)$$

Razlika između maksimalne i minimalne vrednosti struje kalema se zove “peak-to-peak ripple” struje kalema i iznosi

$$\Delta i_{Lp-p} = I_1 - I_0 \quad (31)$$

dok je amplituda talasnosti struje kalema, takozvana „amplituda ripla“

$$\Delta i_L = \frac{1}{2} (I_1 - I_0). \quad (32)$$

Konvertor radi u kontinualnom režimu dok god je

$$I_0 > 0 \quad (33)$$

što se svodi na

$$I_{OUT} > \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{2 f_S L} D. \quad (34)$$

Kako je na granici kontinualnog i diskontinualnog režima rada još uvek važeća veza između izlaznog i ulaznog napona izvedena za kontinualni režim,  $V_{OUT} = D V_{IN}$ , izlazna struja konvertora u kontinualnom režimu je

$$I_{OUT} > \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D (1 - D). \quad (35)$$

Ako je izlazna struja konvertora manja od ove vrednosti, pretpostavljena sekvenca varijacija stanja prekidačkih elemenata kroz koje konvertor tokom periode prolazi nije više validna, a konvertor prelazi u diskontinualni režim rada. Ovu pojavu aproksimacija male talasnosti struje kalema i napona na kondenzatoru nije mogla da predvidi. Sva ostala predviđanja vezana za napone i srednje vrednosti struja su ista za obe aproksimacije. Na nivou trenutnih vrednosti struja, glavna razlika je kod struje kondenzatora, za koju aproksimacija male talasnosti predviđa vrednost jednaku nuli, dok konačna vrednost induktivnosti kalema za rezultat daje struju prema dijagramu sa slike 14 koja ima efektivnu vrednost

$$I_{C,rms} = \frac{1}{2\sqrt{3}} (I_1 - I_0) = \frac{V_{IN}}{2\sqrt{3} f_S L} D (1 - D). \quad (36)$$

Ova struja na parazitnoj ekvivalentnoj serijskoj otpornosti kondenzatora uzrokuje gubitke u kondenzatoru i njegovo zagrevanje, što kod buck konvertora neće biti izraženo. Za  $L \rightarrow \infty$ , efektivna vrednost struje kondenzatora teži nuli.

## 2.3 Buck konvertor u diskontinualnom režimu rada

U diskontinualnom režimu rada (“discontinuous conduction mode, DCM”) struja kalema je u okviru periode tokom nekog intervala vremena jednaka nuli. Taj interval počinje spontanom isključenjem diode jer joj je struja dostigla nulu, a završava se ponovnim uključenjem prekidača. Ekvivalentna šema buck konvertora tokom ovog intervala prikazana je na slici 15. Na osnovu prethodne analize, u diskontinualnom režimu rada izlazna struja je manja od kritične vrednosti

$$I_{OUT} < \frac{V_{IN}}{2f_S L} D (1 - D) \quad (37)$$

a izlazni napon više nije dat jednačinom koja važi u kontinualnom režimu rada

$$V_{OUT} \neq D V_{IN}. \quad (38)$$

Konvertor će u diskontinualnom režimu rada biti rešen primenom aproksimacije male talasnosti napona na kondenzatoru koja implicira linearnu talasnost struje kalema (“linear ripple approximation”). Dobijeni izrazi za relevantne struje i napone su dati u tabeli 4, dok su odgovarajući vremenski dijagrami dati na slici 16.

U stanju kada ne vode ni prekidač ni dioda, prikazanom na slici 15, struja kalema je jednaka nuli, ali ne u smislu trenutnog prolaska kroz nulu, već je jednaka nuli na intervalu vremena, nuli kao konstanti, pa je

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} = 0. \quad (39)$$

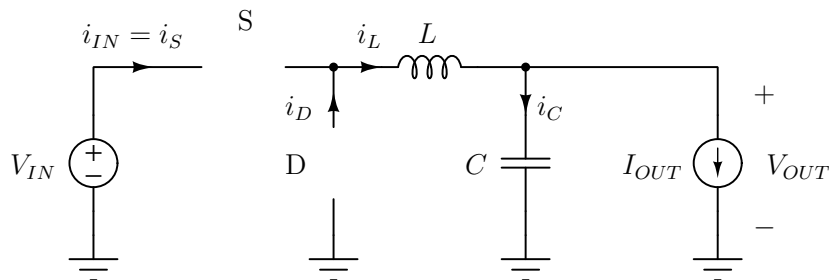
Ovaj teorijski rezultat se nikada ne poklapa sa eksperimentalnim rezultatima, kako će kasnije biti ilustrovano, jer parazitne kapacitivnosti prekidača i diode uzrokuju oscilacije napona na kalemu. Zbog malih kapacitivnosti, ove oscilacije su vidljive u naponu na kalemu i u naponima koji su za njega vezani, ali su varijacije struje kalema veoma male, obično jedva primetne ili potpuno neprimetne. Treba imati u vidu da napon na kalemu, kao i svi naponi koji su u vezi sa njim, tokom ovog intervala u praksi nikada neće odgovarati teorijskom rezultatu koji je dat gornjom jednačinom i dijagramima prikazanim na slici 16. Ipak, svi (dobri) simulatori i slike prikazane u literaturi u intervalu kada ne vode ni prekidač ni dioda smatraju da je napon na kalemu jednak nuli, jer parazitne kapacitivnosti koje su potrebne za egzaktno određivanje napona na kalemu najčeće nisu poznate.

Interval u kome je struja kalema jednaka nuli se okončava uključenjem prekidača, pa je početna struja prekidača

$$I_0 = 0 \quad (40)$$

što kao rezultat daje maksimalnu struju kalema i prekidača jednaku

$$I_1 = \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{L} D T_S \quad (41)$$



Slika 15: Ekvivalentno kolo buck konvertora u stanju kada ni prekidač ni dioda ne provode.



Tabela 4: Naponi i struje buck konvertora, diskontinualni režim rada

$t$	$0 \leq t < D T_S$	$D T_S \leq t < (D + D_2) T_S$	$(D + D_2) T_S \leq t < T_S$
$\frac{\Delta t}{T_S}$	$D$	$D_2$	$1 - D - D_2$
S	on	off	off
D	off	on	off
$v_L$	$V_{IN} - V_C$	$-V_C$	0
$i_C$	$i_L - I_{OUT}$	$i_L - I_{OUT}$	$i_L - I_{OUT}$
$i_L$	$\frac{V_{IN} - V_C}{L} t$	$I_1 - \frac{V_C}{L} (t - D T_S)$	0
$v_S$	0	$V_{IN}$	$V_{IN} - V_C$
$v_D$	$V_{IN}$	0	$V_C$
$i_S$	$i_L$	0	0
$i_D$	0	$i_L$	0
$v_{OUT}$	$V_C$	$V_C$	$V_C$
$i_{IN}$	$i_L$	0	0

kako je prikazano na vremenskom dijagramu sa slike 16. Koristeći volt sekund balans za normalizovana trajanja intervala, kako je  $i_L(0) = i_L((D + D_2) T_S) = 0$ , dobija se

$$D (V_{IN} - V_{OUT}) + D_2 (-V_{OUT}) = 0 \quad (42)$$

odakle se može izračunati normalizovano trajanje intervala tokom koga vodi dioda

$$D_2 = \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{V_{OUT}} D. \quad (43)$$

Trajanje intervala tokom koga vodi dioda, a samim tim i intervala koji mu sledi, nije nezavisna promenljiva, već je funkcija napona u kolu. Ova činjenica presudno utiče na znatno složenije rešavanje kola u ustaljenom složenoperiodičnom režimu kada konvertor radi u diskontinualnom režimu u odnosu na rad u kontinualnom režimu. Najjednostavniji način rešavanja kola je da se pretpostavi neka konstantna vrednost izlaznog napona, a zatim da se izlazna struja konvertora odredi u funkciji izlaznog napona i ostalih parametara kola, što je moguće uraditi u zatvorenoj formi.

Izlazna struja konvertora je jednaka srednjoj vrednosti struje kalema

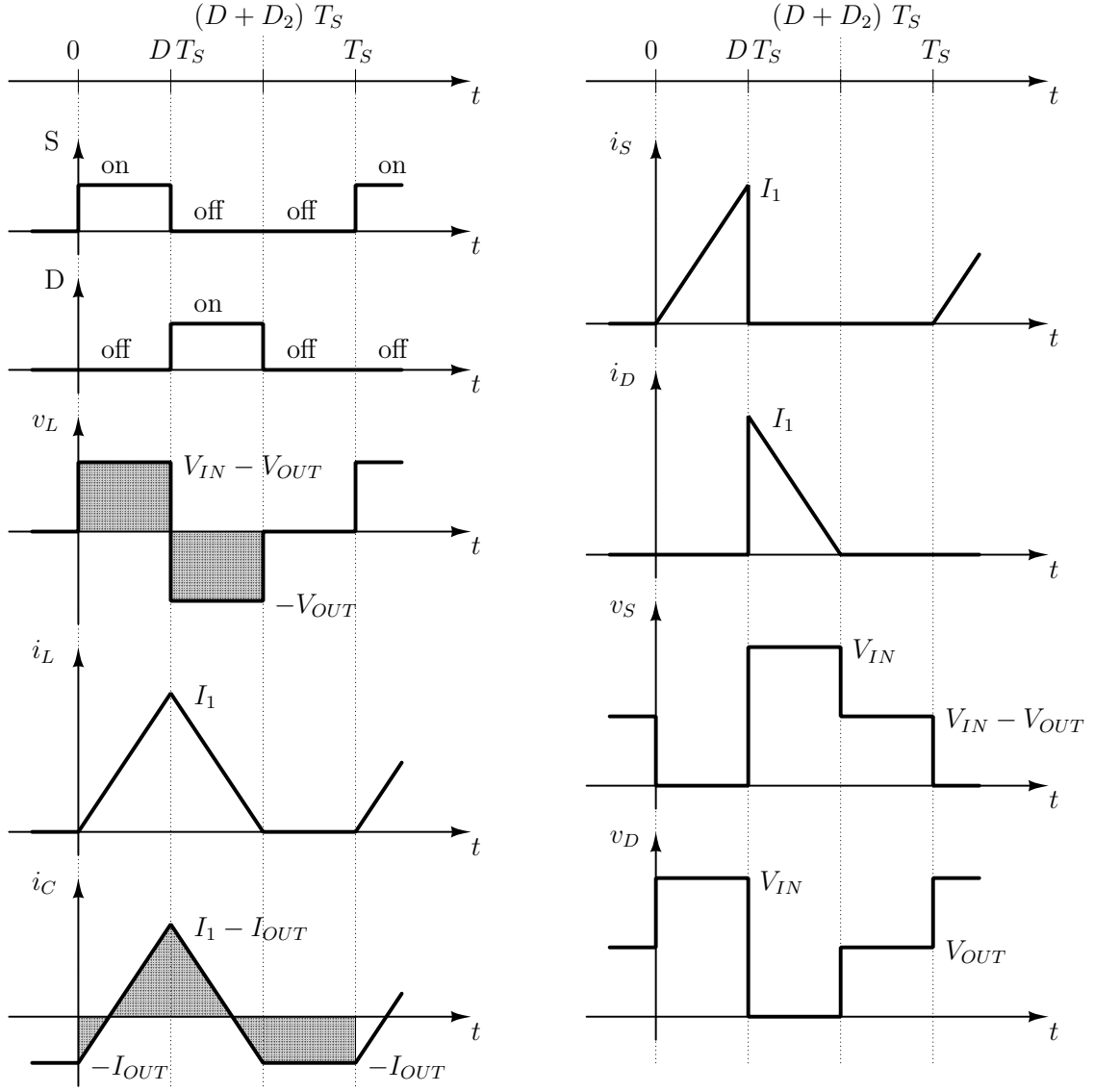
$$I_{OUT} = \overline{i_L} = \langle i_L \rangle = \frac{1}{T_S} \frac{1}{2} (D + D_2) T_S I_1 = \frac{1}{2} (D + D_2) I_1 \quad (44)$$

i nakon zamene  $D_2$  i  $I_1$  se svodi na

$$I_{OUT} = \frac{D^2}{2 f_S L} V_{IN} \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{V_{OUT}}. \quad (45)$$

Ova relacija daje izlaznu struju u funkciji izlaznog napona i ostalih parametara konvertora i važi bez obzira na karakteristiku potrošača. Izlazni napon konvertora se nalazi kao rešenje sistema jednačina koji čine ova jednačina i karakteristika potrošača. Na primer, ako je potrošač naponski izvor  $V_{OUT}$ , izlazna struja je direktno data gornjom jednačinom. Ako je potrošač izvor konstantne struje, izlazni napon se iz (45) dobija kao

$$V_{OUT} = \frac{V_{IN}}{1 + \frac{2 f_S L I_{OUT}}{D^2 V_{IN}}}. \quad (46)$$



Slika 16: Buck konvertor u diskontinualnom režimu rada, vremenski dijagrami.

Nešto je složenija situacija kada je potrošač linearni otpornik, sa karakteristikom  $V_{OUT} = R I_{OUT}$ , jednačina po izlaznoj struji (45) se transformiše u

$$\frac{V_{OUT}}{R} = \frac{D^2}{2 f_S L} V_{IN} \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{V_{OUT}}. \quad (47)$$

U cilju pojednostavljenja notacije povoljno je uvesti pomoćnu promenljivu  $k$  definisanu kao

$$k = \frac{2 f_S L}{R} \quad (48)$$

i prenosni odnos konvertora kao normalizovanu vrednost izlaznog napona

$$M = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}}. \quad (49)$$

Tada se jednačina po izlaznom naponu transformiše u

$$M^2 + \frac{D^2}{k} M - \frac{D^2}{k} = 0 \quad (50)$$

čija su rešenja

$$M = \frac{D^2}{2k} \left( -1 \pm \sqrt{1 + \frac{4k}{D^2}} \right). \quad (51)$$

Kako je izlazni napon konvertora pozitivan, negativno rešenje nije od značaja, pa je

$$M(D, k) = \frac{D^2}{2k} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{4k}{D^2}} \right) \quad (52)$$

što se često piše u formi

$$M(D, k) = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4k}{D^2}}}. \quad (53)$$

U diskontinualnom režimu rada prenosni odnos konvertora opterećenog otpornikom je funkcija  $D$  i  $k$ , odnosno izlazni napon konvertora je funkcija  $V_{IN}$ ,  $D$  i  $k$ . Preko promenljive  $k$  izlazni napon zavisi od  $L$ ,  $f_S$  i  $R$ , ali se ovi parametri ne pojavljuju u jednačini nezavisno, već samo vezani u  $k$ . Efekat ove osobine je da, na primer, dvostruko povećanje prekidačke frekvencije uz dvostruko smanjenje induktivnosti ne utiče na izlazni napon, pošto parametar  $k$  zadržava istu vrednost.

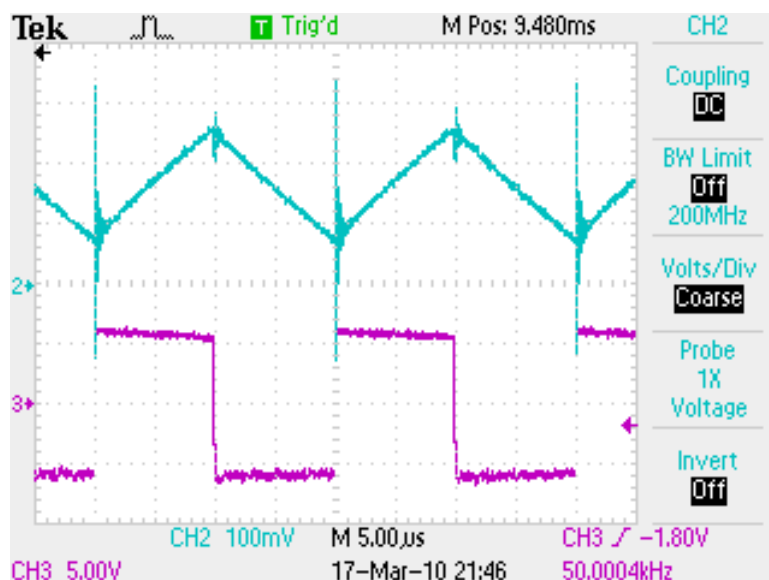
Izlazni napon dat sa (53) se odnosi samo na slučaj da je potrošač linearni otpornik, što u praksi najčešće nije slučaj. Štaviše, u praksi je karakteristika potrošača najčešće nepoznata, čak i samo poznavanje maksimalne struje koju konvertor treba da obezbedi (sa razumnom pouzdanošću podataka) se smatra dobrom polaznom osnovom za projektovanje.

## 2.4 Eksperimentalni rezultati

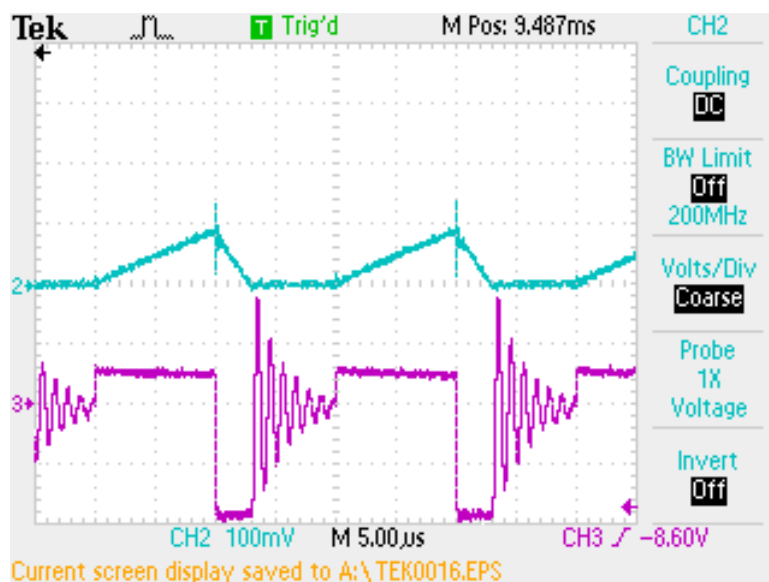
U cilju ilustracije veze između teorijskih modela koji su upravo razmatrani i fizičke realnosti, snimljeni su vremenski dijagrami struje kalema i napona na kalemu kod realizovanog buck konvertora. Dijagrami koji odgovaraju kontinualnom režimu rada su prikazani na slici 17, dok su dijagrami koji odgovaraju diskontinualnom režimu rada prikazani na slici 18. U oba slučaja plavi trag odgovara struji kalema, dok ljubičasti trag odgovara naponu na kalemu. Struja kalema je snimana kao napon na dodatnom otporniku (šantu) kroz koji struja kalema protiče, dok je napon na kalemu sniman direktno.

U kontinualnom režimu rada, slika 17, napon i struja su u priličnoj saglasnosti sa teorijskim očekivanjima. Na dijagramu napona na kalemu se uočava da je volt sekund balans zadovoljen i da je napon na kalemu deo po deo konstantna funkcija. Struja kalema je deo po deo linearna i neprekidna funkcija, kao što je očekivano. U okolini trenutaka kada prekidač menja stanje u vremenskom dijagramu napona koji je proporcionalan struji kalema se uočavaju smetnje. Ove smetnje ne odgovaraju stvarnoj struji kalema, već su indukovane tokom promene stanja prekidača. Promene stanja prekidača uzrokuju prekidne struje, a prekidne struje uzrokuju elektromagnetske smetnje, utoliko jače ukoliko su prekidane struje veće, a prekid brži.

U diskontinualnom režimu rada, ilustrovanom na slici 18, napon i struja tokom intervala kada vodi prekidač i tokom intervala kada vodi dioda odgovaraju teorijskim očekivanjima. U stanju kada ne vode ni prekidač ni dioda, uočava se talasanje napona na kalemu ("ringing") uzrokovano oscilatornim kretanjem naelektrisanja između kalema i parazitnih kapacitivnosti. Kako ove oscilacije zavise od induktivnosti kalema i parazitnih kapacitivnosti koje najčešće nisu poznate, u analizi se one gotovo uvek zanemaruju. Uočava se da su oscilacije napona na kalemu velike, ali da su oscilacije u struji kalema jedva primetne, što je posledica malih parazitnih kapacitivnosti. Bez obzira na pomenute oscilacije, napon na kalemu zadovoljava volt sekund balans.



Slika 17: Buck konvertor, struja i napon kalema, kontinualni režim rada.

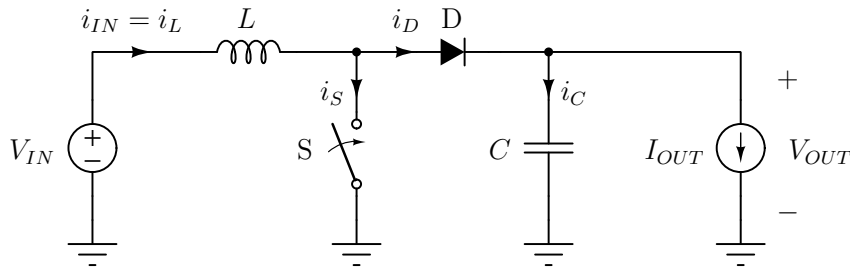


Slika 18: Buck konvertor, struja i napon kalema, diskontinualni režim rada.

U dijagramu napona koji predstavlja struju kalema uočavaju se male smetnje tokom uključenja prekidača, velike smetnje tokom isključenja prekidača, dok se smetnje tokom isključenja diode ne uočavaju. Pojava smetnji je povezana sa prekidnim strujama u kolu. Tokom uključenja prekidača prekidna struja je struja gejta, struja koja donosi naelektrisanje na gejt i uključuje prekidački MOSFET. Tokom isključenja prekidača, dominantni uzrok smetnji je prekid struje samog prekidača, struje drejna prekidačkog MOSFETA, mada mali doprinos daje i struja gejta koja odvodi naelektrisanje koje MOSFET drži uključenim. Nasuprot ovim pojavama, struja pri isključenju diode je kontinualna, linearno opada ka nuli i kada dostigne nulu tu se zadržava. Stoga u ovom slučaju promene stanja prekidačkog elementa nema indukovanih elektromagnetskih smetnji. Elektromagnetske smetnje su karakteristične za prekidačke konvertore i njihovo ograničavanje predstavlja značajan problem u praksi.

### 3 Boost konvertor

Isti skup elemenata koji je potreban za buck konvertor u drugačijoj konfiguraciji, prikazanoj na slici 19, daje boost konvertor. Analiza boost konvertora će biti izvršena pod pretpostavkom da su prekidački elementi idealni. Isti aproksimativni metodi analize dinamičkih kola kao i u slučaju buck konvertora će biti primenjeni, prvo aproksimacija male talasnosti struje kalema i napona kondenzatora (“small ripple approximation”) koja predviđa samo kontinualni režim rada, a potom i aproksimacija linearne talasnosti struje kalema (“linear ripple approximation”) koja predviđa i kontinualni i diskontinualni režim rada. Svaka od aproksimacija ima svoju oblast primene. Aproksimacija male talasnosti se koristi za brzu procenu struja i napona u kolu i sagledavanja veličine potrebnih komponenata, dok je aproksimacija linearne talasnosti, posebno u diskontinualnom režimu rada, već jako dobra aproksimacija stvarnog rada konvertora i uspešno modeluje detalje njegovog rada. Dalje od aproksimacije linearne talasnosti nema smisla ići u analizi, nema smisla razmatrati uticaj konačne kapacitivnosti kondenzatora, pošto za detaljne modele prekidačkih elemenata varijacija napona na kondenzatoru uslovljena njegovom konačnom kapacitivnošću predstavlja efekat porediv sa nemodeliranim gubicima na prekidačkim elementima ili čak manji od njih.

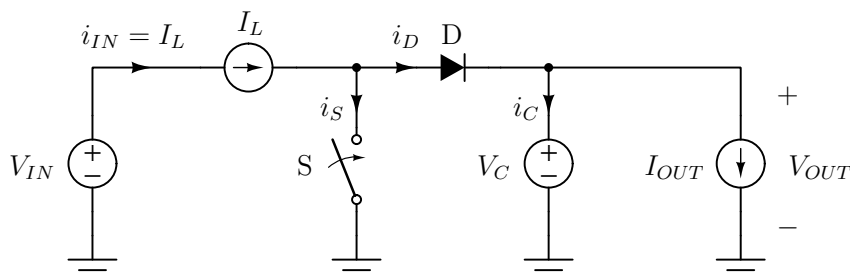


Slika 19: Boost konvertor.

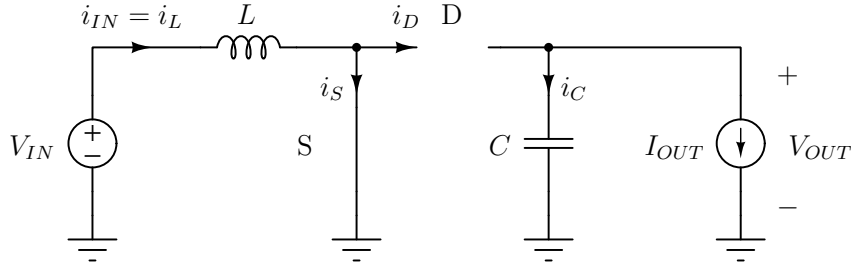
#### 3.1 Boost konvertor analiziran primenom aproksimacije male talasnosti napona na kondenzatoru i struje kalema

Aproksimacija male talasnosti zanemaruje talasnost struje kalema i napona kondenzatora i zamenjuje kalem strujnim izvorom struje  $I_L$  koja je za analizu ustaljenog stanja konstantna, dok kondenzator biva zamenjen idealnim naponskim izvorom konstantnog napona  $V_C$ , kako je prikazano na slici 20. Srednja vrednost napona na  $I_L$  mora biti jednaka nuli, kao i srednja vrednost struje kroz  $V_C$ , prema karakteristikama kalema i kondenzatora u integralnoj formi primenjenim na ustaljeno stanje. Upravo će ovi uslovi odrediti vrednosti  $I_L$  i  $V_C$ , isto kao i u slučaju buck konvertora.

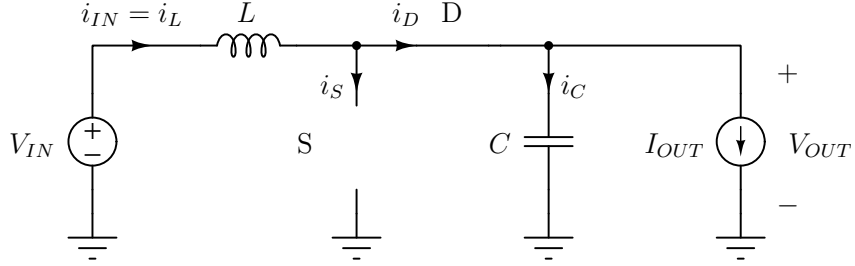
Analiza varijacija stanja prekidača kroz koje tokom periode prekidanja konvertor prolazi opet ukazuje da bar jedan od prekidačkih elemenata, S ili D, mora biti uključen kako bi pro-



Slika 20: Boost konvertor, aproksimacija male talasnosti.



Slika 21: Ekvivalentno kolo boost konvertora u stanju kada je uključen prekidač.



Slika 22: Ekvivalentno kolo boost konvertora u stanju kada provodi dioda.

ticala struja  $I_L$ . Sa druge strane, istovremeno provođenje oba prekidačka elementa bi kratko spojilo  $V_C$ , pa je i ova kombinacija zabranjena. Dakle, ostale su dve moguće varijacije stanja prekidačkih elemenata, kada je prekidač provodan i dioda neprovodna, prikazana ekvivalentnim kolom sa slike 21, i kada je prekidač neprovodan, a dioda provodna, prikazana ekvivalentnim kolom sa slike 22.

Kola sa slike 21 i 22 sa reaktivnim elementima zamenjenim u skladu sa modelom sa slike 20 su linearna rezistivna kola. Rezistivna su postala degeneracijom reaktivnih elemenata pretpostavkama  $L \rightarrow \infty$  i  $C \rightarrow \infty$ . Takva kola se lako rešavaju, a u tabeli 5 su dati izrazi za kopromenljive stanja i izlazne promenljive u funkciji promenljivih stanja  $I_L$  i  $V_C$ , koje za sada još uvek tako tretiramo, kao promenljive stanja, uprkos algebarskoj degeneraciji, pošto još uvek nisu povezani sa ulaznim promenljivim, i ulaznih promenljivih modela stanja,  $V_{IN}$  i  $I_{OUT}$ .

Volt sekund balans na kalemu prema vrednostima napona datim u tabeli 5 daje

$$V_{IN} D T_S + (V_{IN} - V_C) D' T_S = 0 \quad (54)$$

odakle je

$$V_C = \frac{1}{D'} V_{IN} = \frac{1}{1-D} V_{IN} \quad (55)$$

što je ujedno i izlazni napon,  $V_{OUT} = V_C$ .

Amper sekund balans struje kondenzatora daje

$$(-I_{OUT}) D T_S + (I_L - I_{OUT}) D' T_S = 0 \quad (56)$$

odakle je

$$I_L = \frac{1}{D'} I_{OUT} = \frac{1}{1-D} I_{OUT} \quad (57)$$

što je ujedno i ulazna struja konvertora,  $I_{IN} = I_L$ . Da zaključimo, volt sekund balans napona na kalemu uslovio je napon na kondenzatoru, dok je amper sekund balans struje kondenzatora uslovio struju kalema. Rezultati (55) i (57) u potpunosti određuju vremenske dijagrame napona i struja u boost konvertoru modelovanom šemom sa slike 20, prikazane na slici 23. Osenčene oblasti na dijagramima  $v_L$  i  $i_C$  ilustruju primenu volt sekund balansa i amper sekund balansa. Osim toga, jednačine (55) i (57) svode promenljive stanja na ulazne promenljive, čime

Tabela 5: Naponi i struje boost konvertora, aproksimacija male talasnosti

$t$	$0 \leq t < DT_S$	$DT_S \leq t < T_S$
$\frac{\Delta t}{T_S}$	$D$	$D' = 1 - D$
S	on	off
D	off	on
$v_L$	$V_{IN}$	$V_{IN} - V_C$
$i_C$	$-I_{OUT}$	$I_L - I_{OUT}$
$v_S$	0	$V_{OUT}$
$v_D$	$V_{OUT}$	0
$i_S$	$I_L$	0
$i_D$	0	$I_L$
$v_{OUT}$	$V_C$	$V_C$
$i_{IN}$	$I_L$	$I_L$

je algebarska degeneracija reaktivnih elemenata uspešno završena i model stanja kola sa slike 20 više ne sadrži diferencijalne jednačine, jednačine stanja. Kako su ulazne promenljive  $V_{IN}$  i  $I_{OUT}$  smatrane za konstantne, vremenski dijagrami sa slike 23 su deo po deo konstantni, na ma kom intervalu vremena određenom zadatim stanjem prekidačkih elemenata sve struje i naponi u kolu su konstantni. Promena stanja prekidačkih elemenata te konstante menja.

Kako je izlazni napon boost konvertora

$$V_{OUT} = \frac{1}{1-D} V_{IN} \quad (58)$$

i kako je ulazna struja boost konvertora

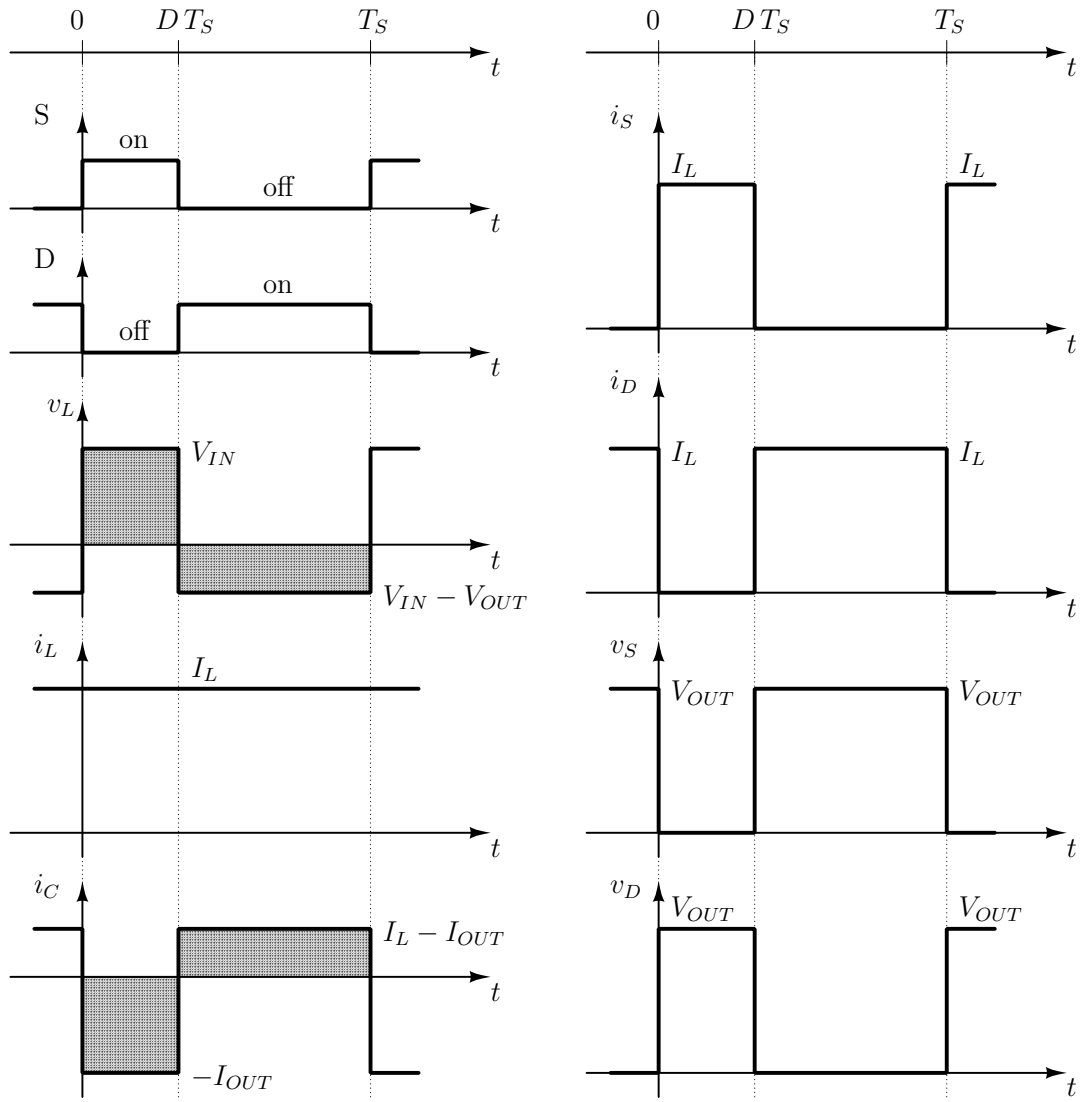
$$I_{IN} = \frac{1}{1-D} I_{OUT} \quad (59)$$

boost konvertor se u opisanom režimu rada za jednosmerne komponente struja i napona može modelovati idealnim transformatorom prenosnog odnosa  $1 : \frac{1}{1-D}$  prikazanim na slici 24. Treba uočiti da su negativni priključci portova idealnog transformatora sa slike 24 međusobno kratko spojeni, što je posledica činjenice da boost konvertor ne obezbeđuje galvansko razdvajanje ulaza i izlaza.

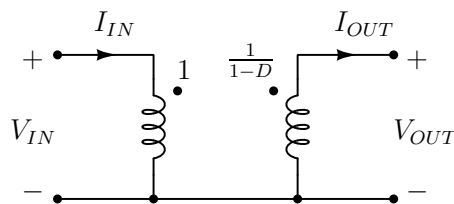
Za razliku od buck konvertora gde je primena aproksimacije male talasnosti dovođila do zaključka da je struja kondenzatora jednaka nuli, što je kasnije bolje modelovano primenom aproksimacije linearne talasnosti struje kalema i dovođilo je do predviđanja struje kondenzatora male efektivne vrednosti, u slučaju boost konvertora struja kondenzatora je znatna, porediva sa izlaznom strujom, a aproksimacija male talasnosti za njenu efektivnu vrednost predviđa

$$I_{Crms} = I_{OUT} \sqrt{\frac{D}{1-D}}. \quad (60)$$

Upravo u ovakvim proračunima je korisna aproksimacija male talasnosti, jer bez suvišnih detalja daje procenu veličina u kolu. Uočava se da je efektivna vrednost struje kondenzatora proporcionalna izlaznoj struji, kao i da zavisi od  $D$ , a jednaka je nuli za  $D = 0$ , kada se prekidač ne uključuje i preko diode je izlaz konvertora direktno vezan sa ulazom, pa konvertor nema nikakvu funkciju. Takođe, vidi se da pri velikim vrednostima  $D$  efektivna vrednost struje



Slika 23: Boost konvertor, vremenski dijagrami dobijeni primenom aproksimacije male talasnosti.



Slika 24: Boost konvertor, model za srednje vrednosti struja i napona u ustaljenom stanju.

kondenzatora može višestruko da nadmaši izlaznu struju. Interes za efektivnu vrednost struje kondenzatora uzrokuje činjenica da je disipacija na kondenzatoru

$$P_C = R_{esr} I_{C_{rms}}^2 \quad (61)$$

gde je  $R_{esr}$  parazitna ekvivalentna serijska otpornost kondenzatora, pa za velike efektivne vrednosti struje disipacija na kondenzatoru može biti značajna. Ovo je posebno opasno kod elektrolitskih kondenzatora gde previsoka temperatura dovodi do ključanja elektrolita i eksplozije kondenzatora.



Tabela 6: Naponi i struje boost konvertora, kontinualni režim rada

$t$	$0 \leq t < DT_S$	$DT_S \leq t < T_S$
$\frac{\Delta t}{T_S}$	$DT_S$	$D' = 1 - D$
$v_L$ $i_C$	$V_{IN}$ $-I_{OUT}$	$V_{IN} - V_C$ $i_L - I_{OUT}$
$i_L$	$I_0 + \frac{V_{IN}}{L} t$	$I_1 + \frac{V_{IN} - V_C}{L} (t - DT_S)$
$v_S$ $v_D$	0 $V_C$	$V_C$ 0
$i_S$ $i_D$	$i_L$ 0	0 $i_L$
$v_{OUT}$ $i_{IN}$	$V_C$ $i_L$	$V_C$ $i_L$

### 3.2 Boost konvertor u kontinualnom režimu rada, analiza primenom aproksimacije linearne talasnosti struje kalema

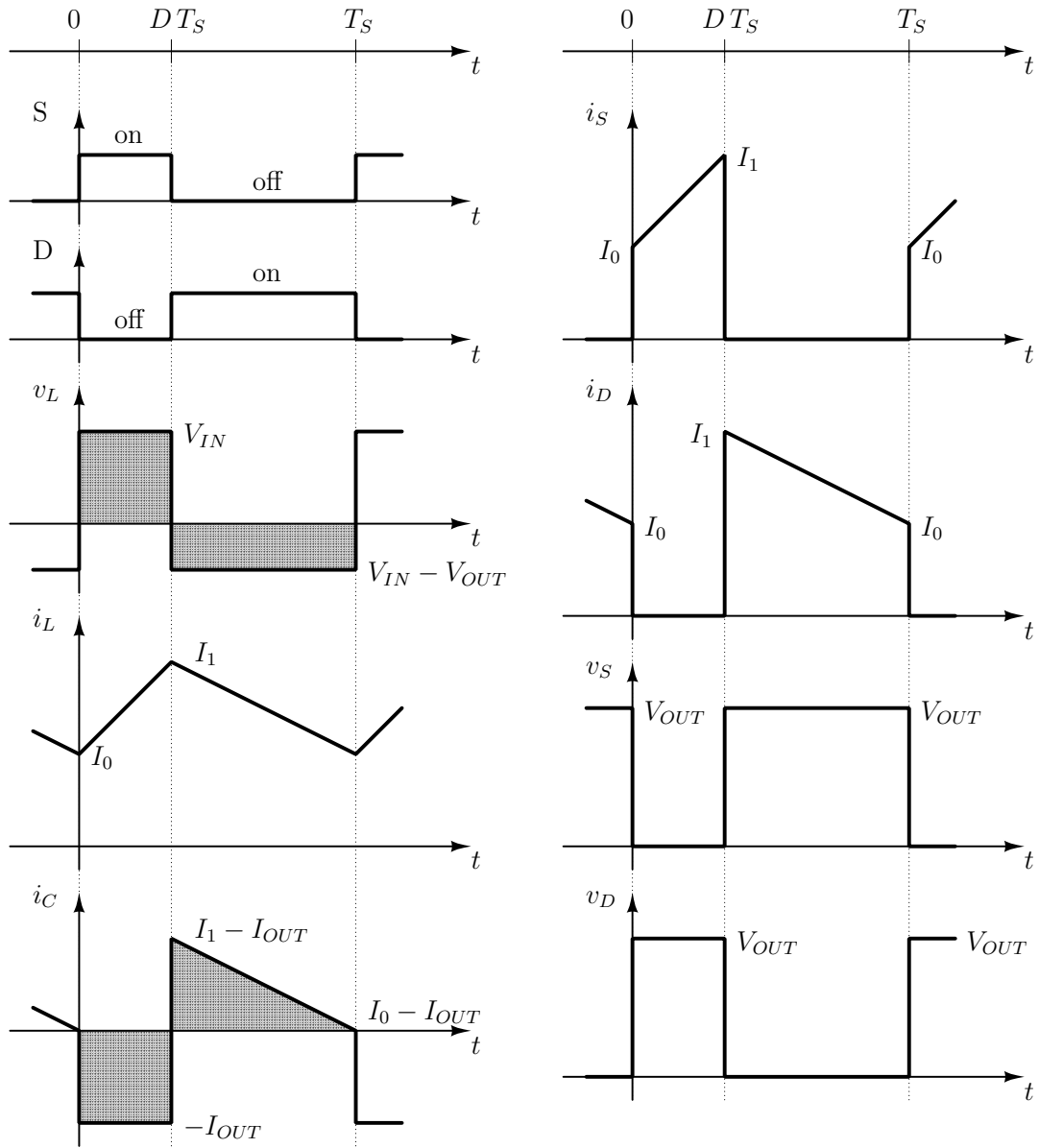
Kao i u slučaju buck konvertora, i kod boost konvertora će posle analize primenom aproksimacije male talasnosti struje kalema i napona kondenzatora slediti analiza primenom aproksimacije linearne talasnosti struje kalema. Ova aproksimacija zadržava algebarsku degeneraciju  $C \rightarrow \infty$ , ali se induktivnost kalema smatra konačnom, što za rezultat daje kolo prvog reda čijom analizom se talasnost struje kalema dobija u formi linearnih segmenata. Upravo će ova talasnost predvideti postojanje dva režima rada, kontinualnog i diskontinualnog i omogućiti analizu diskontinualnog režima koji se po osobinama bitno razlikuje od kontinualnog.

U kontinualnom režimu rada struja kalema je stalno veća od nule, tako da se od četiri kombinacije stanja provođenja prekidača i diode tokom periode prekidanja smenjuju samo dve: kada vodi prekidač i ne vodi dioda, kako je prikazano na slici 21, i kada ne vodi prekidač i vodi dioda, kako je prikazano na slici 22. Dakle, u kontinualnom režimu rada stanje prekidača implicira stanje diode i dovoljan je jedan bit za kodiranje varijacije stanja prekidačkih elemenata. Konvertor se može opisati sa dva ekvivalentna linearna kola koja se smenjuju u isključivoj zavisnosti od vremena. Ova vrsta kola se naziva periodično prekidana linearna kola (“periodically switched linear circuits”) i bitno je jednostavnija za analizu od nelinearnih kola.

Pod pretpostavkom ustaljenog stanja, struja kalema na početku periode ( $I_0$ ) mora biti jednaka struji kalema na kraju periode,  $i_L(0) = i_L(T_S) = I_0$ . Druga promenljiva stanja, napon na kondenzatoru, smatra se konstantnom tokom cele periode, na taj način je algebarski degenerisana. Analizom kola pod navedenim pretpostavkama, slično kao u slučaju buck konvertora, dobijeni su izrazi za relevantne struje i napone prikazani u tabeli 6 i njima odgovarajući vremenski dijagrami prikazani na slici 25. Prvo je određen napon na kalemu, zatim je integraljenjem tog napona dobijena struja kalema, čija je početna vrednost određena tek na kraju, na osnovu veze sa izlaznom strujom. Primenom Kirhofovih zakona su određeni naponi i struje ostalih elemenata. Poslednji je određen vremenski dijagram struje kondenzatora, pošto struja kondenzatora predstavlja naizmeničnu komponentu struje diode i može se odrediti tek kada je struja diode poznata tokom cele periode.

Na osnovu osenčenog vremenskog dijagrama sa slike 25 i argumenta fluksa (“volt-second balance”) pisanog za normalizovane intervale vremena, dobija se

$$D V_{IN} + D' (V_{IN} - V_{OUT}) = 0 \quad (62)$$



Slika 25: Boost konvertor u kontinualnom režimu rada, vremenski dijagrami.

što daje napon na kondenzatoru, a ujedno i izlazni napon

$$V_C = V_{OUT} = \frac{1}{1-D} V_{IN} \quad (63)$$

što je isti rezultat kao (58) dobijen primenom aproksimacije male talasnosti.

Srednja vrednost struje kalema je prema dijagramu sa slike 25

$$I_L = \frac{I_0 + I_1}{2} \quad (64)$$

što je prema konfiguraciji kola ujedno i ulazna struja

$$I_{IN} = I_L. \quad (65)$$

Izlazna struja se prema dijagramu sa slike 25 dobija kao

$$I_{OUT} = \frac{1}{T_s} D' T_s \frac{I_1 + I_0}{2} = D' I_L \quad (66)$$

što se svodi na

$$I_{OUT} = (1 - D) I_{IN} \quad (67)$$

a to je isti rezultat kao i dobijen primenom aproksimacije male talasnosti (59).

Prenosni odnos konvertora iznosi

$$M(D) = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{1}{1 - D} \quad (68)$$

i nelinearna je funkcija faktora ispunjenosti pobudnih impulsa prekidača. Ova nelinearnost ukazuje na moguću složenost u projektovanju regulatora.

Prema uspostavljenim vezama između ulaznog napona, izlaznog napona, srednje vrednosti ulazne struje i izlazne struje, boost konvertor u kontinualnom režimu rada se može predstaviti idealnim transformatorom prikazanim na slici 24, čiji je prenosni odnos jednak prenosnom odnosu konvertora. Opet treba naglasiti da je kratak spoj između negativnih terminala ulaznog i izlaznog porta idealnog transformatora posledica odsustva galvanskog razdvajanja kod boost konvertora, isto kao i kod buck konvertora.

Kako je

$$P_{IN} = V_{IN} I_{IN} = (1 - D) V_{OUT} \frac{I_{OUT}}{1 - D} = V_{OUT} I_{OUT} = P_{OUT} \quad (69)$$

koeficijent korisnog dejstva konvertora je

$$\eta = 100\% \quad (70)$$

što je očekivan rezultat pošto su korišćeni idealni modeli elemenata konvertora koji ne obuhvataju gubitke, svi elementi su smatrani za nedisipativne.

Maksimalna vrednost struje kalema je

$$I_1 = I_0 + \frac{V_{IN}}{L} D T_S \quad (71)$$

što daje razliku između minimalne i maksimalne vrednosti od

$$I_1 - I_0 = \frac{V_{IN}}{L} D T_S \quad (72)$$

Kako je iz jednačine za srednju vrednost struje kalema

$$I_1 + I_0 = 2 I_L = 2 \frac{I_{OUT}}{1 - D} \quad (73)$$

minimalna, a ujedno i početna, vrednost struje kalema se dobija kao

$$I_0 = I_L - \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D = \frac{I_{OUT}}{1 - D} - \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D \quad (74)$$

dok je maksimalna vrednost struje kalema

$$I_1 = I_L + \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D = \frac{I_{OUT}}{1 - D} + \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D. \quad (75)$$

Konvertor radi u kontinualnom režimu dok god je

$$I_0 > 0 \quad (76)$$

što se svodi na

$$I_L > \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D \quad (77)$$

Kako na granici kontinualnog i diskontinualnog režima rada još uvek važi veza između ulazne i izlazne struje izvedena za kontinualni režim, uslov za rad boost konvertora u kontinualnom režimu se može svesti na

$$I_{OUT} > \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D (1 - D) \quad (78)$$

koji je po formi isti kao i za buck konvertor.

Tabela 7: Naponi i struje boost konvertora, diskontinualni režim rada

$t$	$0 \leq t < D T_S$	$D T_S \leq t < (D + D_2) T_S$	$(D + D_2) T_S \leq t < T_S$
$\frac{\Delta t}{T_S}$	$D$	$D_2$	$1 - D - D_2$
$v_L$ $i_C$	$V_{IN}$ $-I_{OUT}$	$V_{IN} - V_C$ $i_L - I_{OUT}$	$0$ $-I_{OUT}$
$i_L$	$\frac{V_{IN}}{L} t$	$I_1 + \frac{V_{IN} - V_C}{L} (t - D T_S)$	$0$
$v_S$ $v_D$	$0$ $V_C$	$V_C$ $0$	$V_{IN}$ $V_C - V_{IN}$
$i_S$ $i_D$	$i_L$ $0$	$0$ $i_L$	$0$ $0$
$v_{OUT}$ $i_{IN}$	$V_C$ $i_L$	$V_C$ $i_L$	$V_C$ $0$

### 3.3 Boost konvertor u diskontinualnom režimu rada

Kao i u slučaju buck konvertora, u diskontinualnom režimu rada (“discontinuous conduction mode, DCM”) boost konvertora struja kalema je tokom nekog intervala vremena u okviru periode jednaka nuli. Taj interval počinje spontanom prestankom provođenja diode, a završava se ponovnim uključenjem prekidača. Ekvivalentna šema boost konvertora tokom ovog intervala je prikazana na slici 26. U diskontinualnom režimu rada izlazna struja je manja od kritične vrednosti

$$I_{OUT} < \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D (1 - D) \quad (79)$$

a izlazni napon više nije dat jednačinom koja važi u kontinualnom režimu rada

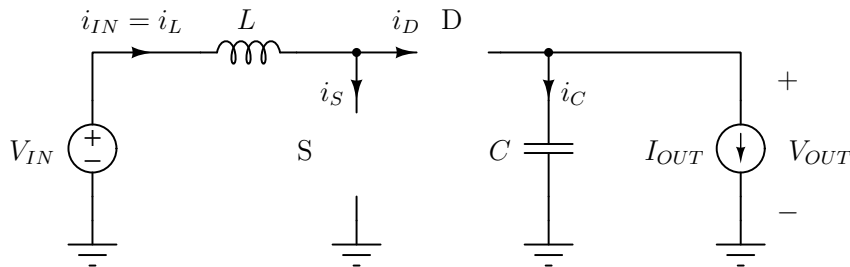
$$V_{OUT} \neq \frac{V_{IN}}{1 - D}. \quad (80)$$

Boost konvertor će u diskontinualnom režimu rada biti rešen primenom aproksimacije male talasnosti napona na kondenzatoru, odnosno linearne talasnosti struje kalema (“linear ripple approximation”). Dobijeni izrazi za relevantne struje i napone dobijeni rešavanjem ekvivalentnih linearnih kola su dati u tabeli 7, dok su odgovarajući vremenski dijagrami dati na slici 27.

U stanju sa slike 26, struja kalema je jednaka nuli na intervalu vremena, pa je

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} = 0. \quad (81)$$

Kao i kod buck konvertora, ovaj teorijski rezultat se ne poklapa sa eksperimentalnim rezultatima jer parazitne kapacitivnosti prekidača i diode uzrokuju oscilacije napona na kalemu. Zbog malih



Slika 26: Ekvivalentno kolo boost konvertora u stanju kada ni prekidač ni dioda ne provode.

kapacitivnosti, ove oscilacije su vidljive u naponu, ali su varijacije struje obično jedva primetne. Napon na kalemu, kao i svi naponi koji su u vezi sa njim, tokom ovog intervala neće odgovarati teorijskom rezultatu koji je dat gornjom jednačinom i dijagramima prikazanim na slici 27.

Pošto se interval u kome je struja kalema jednaka nuli okončava uključanjem prekidača, početna struja prekidača je

$$I_0 = 0 \quad (82)$$

što daje maksimalnu struju kalema i prekidača jednaku

$$I_1 = \frac{V_{IN}}{L} D T_S \quad (83)$$

kako je prikazano na vremenskom dijagramu sa slike 27. Koristeći volt sekund balans, odnosno karakteristiku elementa za kalem u integralnoj formi, pošto je promena struje jednaka nuli integral napona na kalemu je jednak nuli

$$D T_S V_{IN} + D_2 T_S (V_{IN} - V_{OUT}) = 0 \quad (84)$$

odakle se može izračunati normalizovano trajanje intervala tokom koga vodi dioda

$$D_2 = \frac{V_{IN}}{V_{IN} - V_{OUT}} D \quad (85)$$

gde je umesto  $V_C$  odmah pisano  $V_{OUT}$  pošto su ta dva napona jednaki. Trajanje intervala tokom koga vodi dioda, a samim tim i intervala koji mu sledi, nije nezavisna funkcija vremena, već je funkcija napona u kolu.

Izlazna struja konvertora je jednaka srednjoj vrednosti (jednosmernoj komponenti) struje diode

$$I_{OUT} = \overline{i_D} = \langle i_D \rangle = \frac{1}{T_S} \frac{1}{2} D_2 T_S I_1 = \frac{1}{2} D_2 I_1 \quad (86)$$

i nakon zamene  $D_2$  i  $I_1$  se svodi na

$$I_{OUT} = \frac{D^2}{2 f_S L} \frac{V_{IN}^2}{V_{OUT} - V_{IN}}. \quad (87)$$

Ova relacija daje izlaznu struju u funkciji izlaznog napona i ostalih parametara konvertora i važi bez obzira na karakteristiku potrošača. Izlazni napon konvertora se nalazi kao rešenje sistema jednačina koji čine ova jednačina i karakteristika potrošača. Na primer, ako je potrošač naponski izvor  $V_{OUT}$ , izlazna struja je direktno data gornjom jednačinom. Za potrošač konstantne struje izlazni napon je dat sa

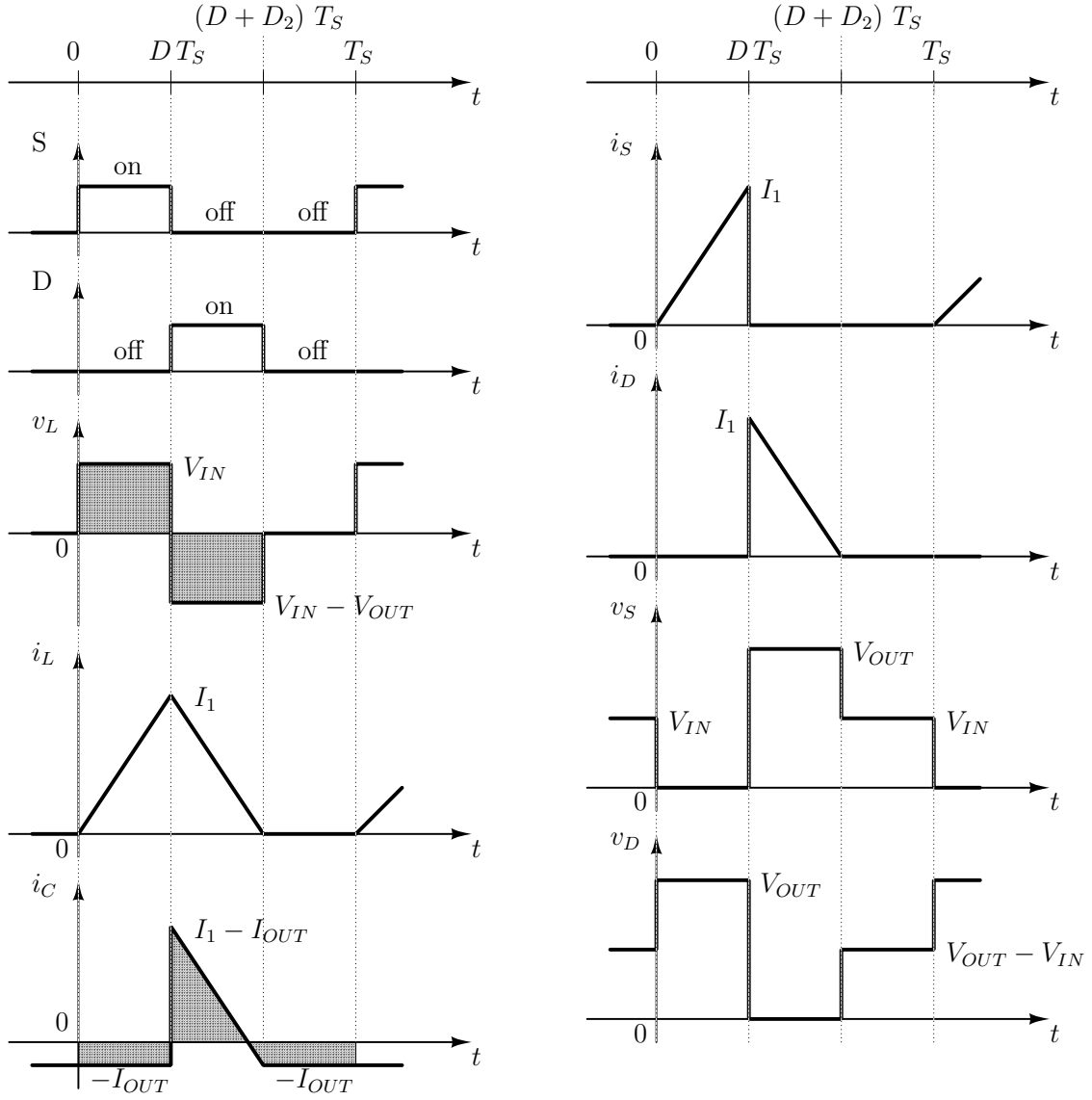
$$V_{OUT} = V_{IN} \left( 1 + \frac{D^2 V_{IN}}{2 f_S L I_{OUT}} \right) \quad (88)$$

što se dobija rešavanjem (87) po  $V_{OUT}$ . Ako je potrošač linearni otpornik sa karakteristikom  $V_{OUT} = R I_{OUT}$ , jednačina se transformiše u

$$\frac{V_{OUT}}{R} = \frac{D^2}{2 f_S L} \frac{V_{IN}^2}{V_{OUT} - V_{IN}}. \quad (89)$$

U cilju pojednostavljenja notacije, isto kao i u slučaju buck konvertora, povoljno je uvesti pomoćnu promenljivu  $k$  definisanu kao

$$k = \frac{2 f_S L}{R} \quad (90)$$



Slika 27: Boost konvertor u diskontinualnom režimu rada, vremenski dijagrami.

i prenosni odnos konvertora kao normalizovanu vrednost izlaznog napona

$$M = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}}. \quad (91)$$

Tada se jednačina po izlaznom naponu transformiše u

$$M^2 - M - \frac{D^2}{k} = 0 \quad (92)$$

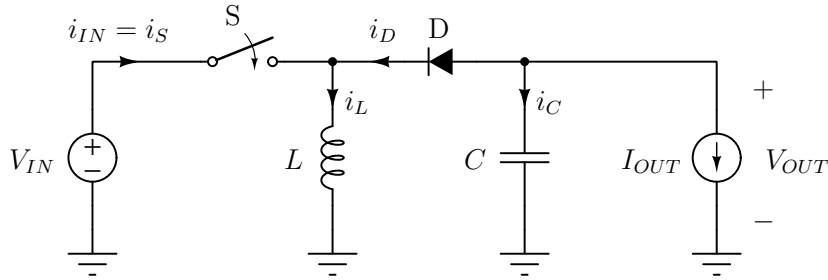
odakle se prenosni odnos konvertora dobija kao pozitivno rešenje gornje kvadratne jednačine

$$M(D, k) = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4D^2}{k}} \right). \quad (93)$$

U diskontinualnom režimu rada kada je potrošač linearni otpornik, prenosni odnos konvertora je funkcija  $D$  i  $k$ , odnosno izlazni napon konvertora je funkcija  $V_{IN}$ ,  $D$  i  $k$ . Kao i kod buck konvertora, preko promenljive  $k$  izlazni napon zavisi od  $L$ ,  $f_S$  i  $R$ , ali se ovi parametri ne pojavljuju u jednačini nezavisno, već samo vezani u  $k$ .

## 4 Buck-boost konvertor

Isti skup elemenata koji je potreban za formiranje buck konvertora i boost konvertora u trećoj konfiguraciji daje buck-boost konvertor. Šema buck-boost konvertora je data na slici 28. Analiza buck-boost konvertora će biti izvršena na isti način kako je to bilo urađeno za buck i za boost konvertor, prvo primenom aproksimacije male talasnosti struje kalema i napona kondenzatora, a potom primenom aproksimacije linearne talasnosti struje kalema. Tokom svih analiza ćemo smatrati da su primenjeni elementi idealni, a ta idealizacija se prevashodno odnosi na prekidačke elemente koje smatramo za otvorenu vezu kad ne vode i za kratku vezu dok vode, kao i to da trenutno menjaju stanje od provodnog do neprovodnog.

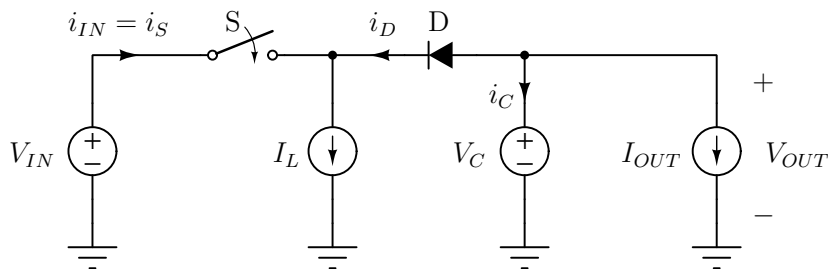


Slika 28: Buck-boost konvertor.

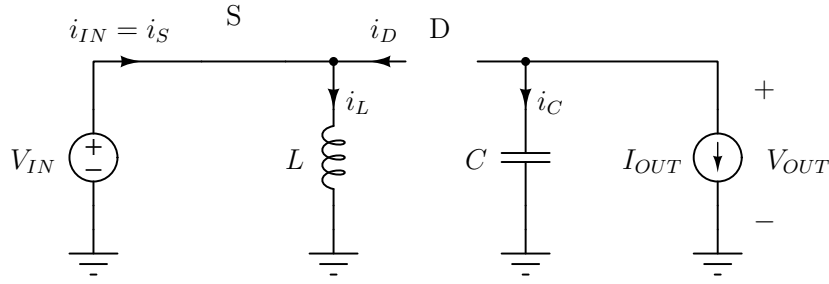
### 4.1 Buck konvertor analiziran primenom aproksimacije male talasnosti napona na kondenzatoru i struje kalema

Uobičajeno, prvu analizu rada konvertora vršimo primenom aproksimacije male talasnosti struje kalema i napona kondenzatora. U tom cilju, kalem modelujemo izvorom konstantne struje  $I_L$ , a kondenzator izvorom konstantnog napona  $V_C$ , kako je prikazano na slici 29. Za početak, potrebno je odrediti moguće varijacije stanja prekidačkih elemenata i sekvencu njihove promene. Izvesno je da je prekidač eksterno kontrolisan, uključen tokom  $D T_S$ , a isključen tokom  $D' T_S$ , kao i u svim slučajevima do sada. Zbog smjera kako je dioda orijentisana, izvesno je da će biti  $I_L > 0$  i  $I_{OUT} < 0$ . Zbog toga je i  $V_{OUT} < 0$ , izlazna snaga mora da bude pozitivna. Stoga, kada prekidač vodi dioda je neprovodna, a kada prekidač ne vodi dioda mora biti provodna kako bi tekla struja kalema. Opet imamo situaciju u kojoj se smenjuju dve varijacije stanja prekidačkih elemenata u kolu, kontrolisano vremenom preko stanja prekidača. Rezultat je da će analizirano kolo biti deo po deo linearno, sa vremenom kontrolisanim promenama stanja prekidačkih elemenata i time promenom ekvivalentnog linearnog kola koje u datom vremenskom intervalu predstavlja model konvertora.

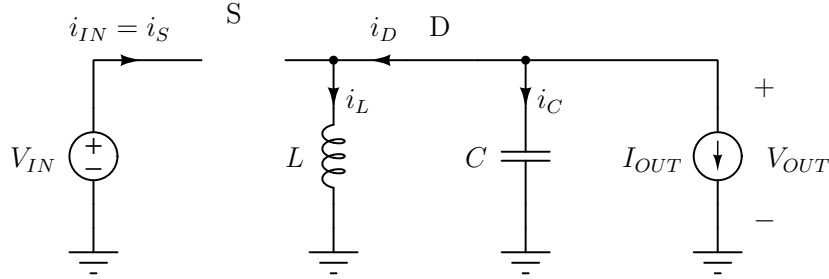
Dalja analiza konvertora se svodi na analizu ekvivalentnih linearnih kola. U slučaju da vodi prekidač i ne vodi dioda, ekvivalentno kolo je prikazano na slici 30, dok je u slučaju da ne vodi



Slika 29: Buck-boost konvertor, aproksimacija male talasnosti.



Slika 30: Ekvivalentno kolo buck-boost konvertora u stanju kada je uključen prekidač.



Slika 31: Ekvivalentno kolo buck-boost konvertora u stanju kada provodi dioda.

prekidač i kada vodi dioda ekvivalentno kolo dato na slici 31. Oba kola su linearna i lako se rešavaju, pa je za konstantne  $I_L$  i  $V_C$  rešenje dato u tabeli 8, gde su prikazana normalizovana trajanja intervala vremena na kojima rešenje važi, stanja prekidačkih elemenata, kopromenljive stanja izražene u funkciji promenljivih stanja i ulaznih promenljivih, kao i izlazne promenljive, opet izražene preko promenljivih stanja i ulaznih promenljivih.

Kao i do sada u ovakvim situacijama, promenljive stanja algebarski degenerisane pretpostavkama  $L \rightarrow \infty$  i  $C \rightarrow \infty$  svodimo na ulazne promenljive primenom karakteristika elemenata u integralnoj formi za ustaljeno stanje. Volt sekund balans daje

$$D T_S V_{IN} + D' T_S V_C = 0 \quad (94)$$

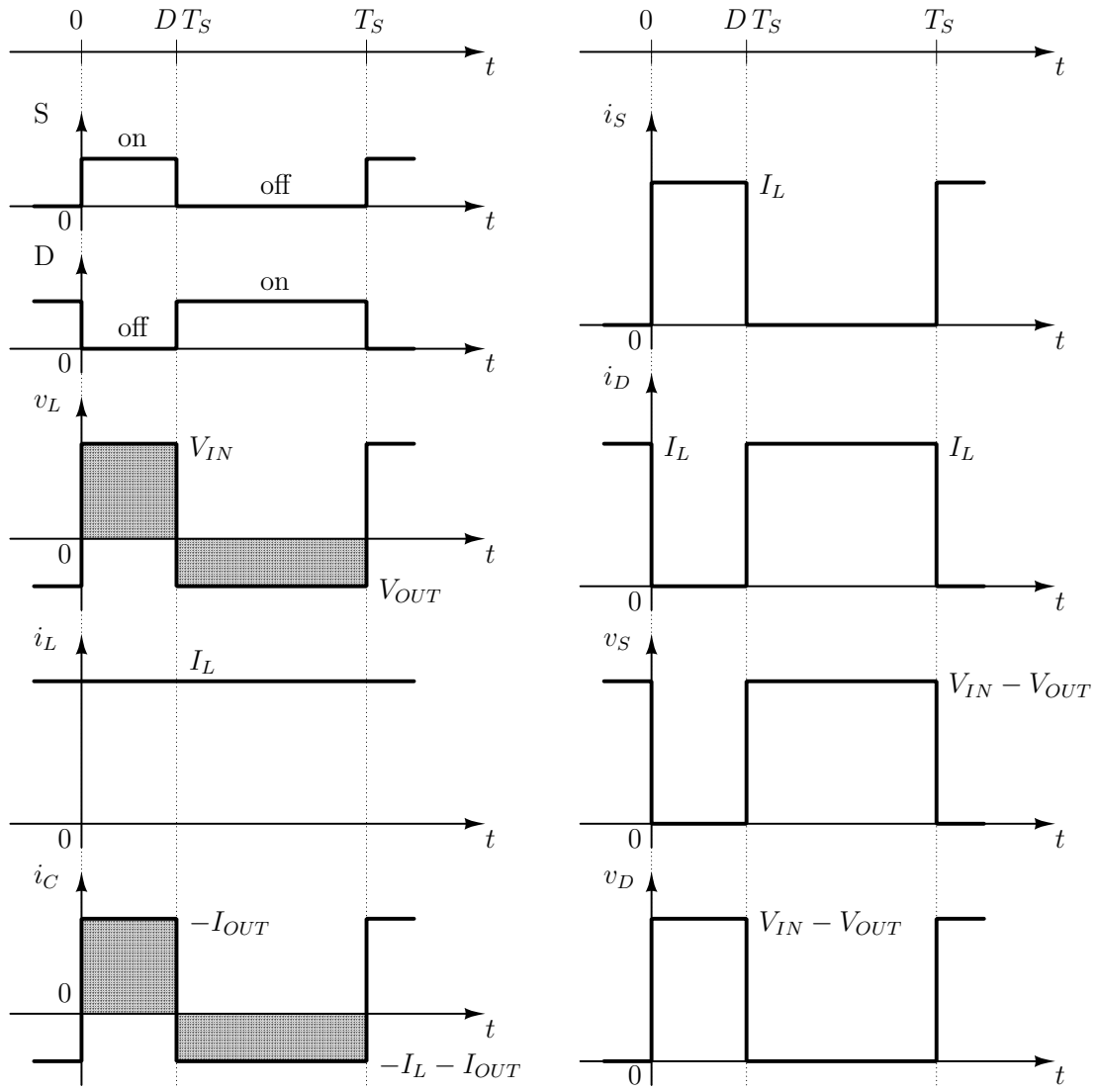
odakle je

$$V_C = -\frac{D}{D'} V_{IN} = -\frac{D}{1-D} V_{IN} \quad (95)$$

Tabela 8: Naponi i struje buck-boost konvertora, aproksimacija male talasnosti

$t$	$0 \leq t < D T_S$	$D T_S \leq t < T_S$
$\frac{\Delta t}{T_S}$	$D$	$D' = 1 - D$
S	on	off
D	off	on
$v_L$	$V_{IN}$	$V_C$
$i_C$	$-I_{OUT}$	$-I_L - I_{OUT}$
$v_S$	0	$V_{IN} - V_C$
$v_D$	$V_{IN} - V_C$	0
$i_S$	$I_L$	0
$i_D$	0	$I_L$
$v_{OUT}$	$V_C$	$V_C$
$i_{IN}$	$I_L$	0





Slika 32: Buck-boost konvertor, vremenski dijagrami dobijeni primenom aproksimacije male talasnosti.

što je ujedno i izlazni napon,  $v_{OUT} = V_{OUT} = V_C$ .

Amper sekund balans struje kondenzatora daje

$$DT_S (-I_{OUT}) + D'T_S (-I_L - I_{OUT}) = 0 \quad (96)$$

odakle je

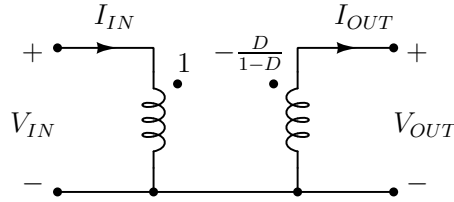
$$I_L = -\frac{1}{D'} I_{OUT}. \quad (97)$$

Izrazi (97) i (95) svode algebarski degenerisane (ili dinamički degenerisane, konstantne su, ne menjaju se u vremenu) promenljive stanja na ulazne promenljive.

Kada su određene vrednosti promenljivih stanja, svi naponi i struje u kolu se lako određuju prema rezultatima tabele 8 i prikazani su u formi vremenskih dijagrama na slici 32. Svi vremenski dijagrami su deo po deo konstantni, što je karakteristika rezultata dobijenih primenom aproksimacije male talasnosti.

Već je naglašeno da je izlazni napon jednak naponu na kondenzatoru,

$$V_{OUT} = -\frac{D}{1-D} V_{IN}. \quad (98)$$



Slika 33: Buck-boost konvertor, model za srednje vrednosti struja i napona u ustaljenom stanju.

Prema dijagramu ulazne struje datom na slici 32, za srednju rvednost ulazne struje se dobija

$$I_{IN} = \overline{I_{IN}} = \langle i_{IN} \rangle = \frac{1}{T_S} D T_S I_L \quad (99)$$

što se sređivanjem svodi na

$$I_{IN} = -\frac{D}{1-D} I_{OUT}. \quad (100)$$

Prema jednačinama (98) i (100) buck-boost konvertor se za srednje vrednosti struja i napona može modelovati idealnim transformatorom prenosnog odnosa  $1 : -\frac{D}{1-D}$  kako je prikazano na slici 33, gde kratak spoj između negativnih terminala primara i sekundara modeluje odsustvo galvanske izolacije kod buck-boost konvertora.

## 4.2 Buck-boost konvertor u kontinualnom režimu rada, analiza primenom aproksimacije linearne talasnosti struje kalema

Do sada izvršena analiza buck-boost konvertora primenom aproksimacije male talasnosti struje kalema i napona kondenzatora je kao i kod prethodno analiziranih konvertora predvidela samo postojanje kontinualnog režima rada. Znatno realniji model se dobija kada se zadrži algebarska degeneracija  $C \rightarrow \infty$ , što je ekvivalentno zanemarivanju talasnosti napona na kondenzatoru, odnosno izlaznog napona, ali se induktivnost kalema smatra konačnom. To za rezultat daje struju kalema u formi linearnih segmenata, po čemu je metod dobio ime aproksimacija linearne talasnosti struje kalema.

Kao i kod ostalih konvertora, u kontinualnom režimu rada struja kalema je stalno veća od nule, tako da se od četiri kombinacije stanja provođenja prekidača i diode tokom periode prekidanja smenjuju samo dve: kada vodi prekidač i ne vodi dioda, kako je prikazano na slici 30, i kada ne vodi prekidač i vodi dioda, kako je prikazano na slici 31. I kod ovog konvertora u kontinualnom režimu rada stanje prekidača implicira stanje diode. Konvertor se opet može opisati sa dva ekvivalentna linearna kola koja se smenjuju u isključivoj zavisnosti od vremena, datim na slikama 30 i 31.

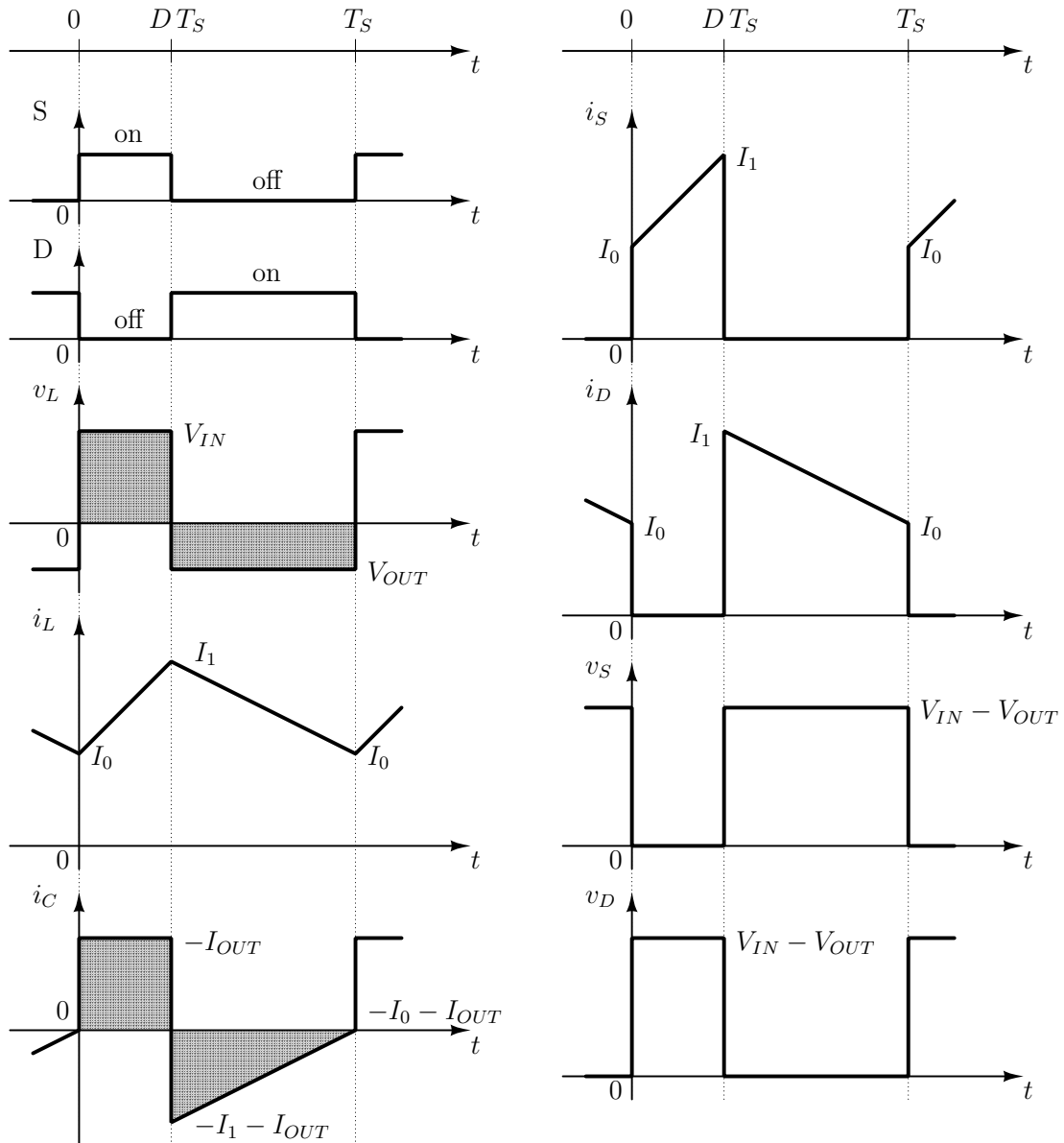
Pod pretpostavkom ustaljenog stanja, struja kalema na početku periode ( $I_0$ ) mora biti jednaka struji kalema na kraju periode,  $i_L(0) = i_L(T_S) = I_0$ . Druga promenljiva stanja, napon na kondenzatoru, smatra se konstantnom tokom cele periode po aproksimaciji male talasnosti. Analizom ekvivalentnih kola prvog reda, dobijenim pod navedenim pretpostavkama, slično kao u slučaju buck konvertora i boost konvertora, dobijeni su izrazi za relevantne struje i napone prikazani u tabeli 9 i njima odgovarajući vremenski dijagrami prikazani na slici 34. Prvo je određen napon na kalemu, zatim je integraljenjem tog napona dobijena struja kalema, čija je početna vrednost određena tek na kraju, na osnovu veze sa izlaznom strujom. Primenom Kirhofovih zakona su određeni naponi i struje ostalih elemenata. Kao i u prethodnim slučajevima, poslednji je određen vremenski dijagram struje kondenzatora.

Na osnovu osenčenog vremenskog dijagrama sa slike 34 i volt sekund balansa napisanog za normalizovane intervale vremena, uz zamenu  $V_C = V_{OUT}$  dobija se

$$D V_{IN} + D' V_{OUT} = 0 \quad (101)$$

Tabela 9: Naponi i struje buck-boost konvertora, kontinualni režim rada

$t$	$0 < t < DT_S$	$DT_S < t < T_S$
$\frac{\Delta t}{T_S}$	$D$	$D' = (1 - D) T_S$
$v_L$	$V_{IN}$	$V_C$
$i_C$	$-I_{OUT}$	$-i_L - I_{OUT}$
$i_L$	$I_0 + \frac{V_{IN}}{L} t$	$I_1 + \frac{V_C}{L} (t - DT_S)$
$v_S$	0	$V_{IN} - V_C$
$v_D$	$V_{IN} - V_C$	0
$i_S$	$i_L$	0
$i_D$	0	$i_L$
$v_{OUT}$	$V_C$	$V_C$
$i_{IN}$	$i_L$	0



Slika 34: Buck-boost konvertor u kontinualnom režimu rada, vremenski dijagrami.

što daje izlazni napon

$$V_{OUT} = -\frac{D}{1-D} V_{IN}. \quad (102)$$

Srednja vrednost struje kalema na osnovu dijagrama sa slike 34 je

$$I_L = \frac{I_0 + I_1}{2}. \quad (103)$$

Takođe, prema dijagramu sa iste slike srednja vrednost ulazne struje je

$$I_{IN} = \frac{1}{T_S} D T_S \frac{I_0 + I_1}{2} = D I_L. \quad (104)$$

Izlazna struja se, opet prema dijagramu struje diode sa iste slike, primenom Kirhofovih zakona i amper sekund balansa dobija kao

$$I_{OUT} = -\frac{1}{T_S} D' T_S \frac{I_1 + I_0}{2} = -D' I_L \quad (105)$$

što se svodi na

$$I_{OUT} = -\frac{1-D}{D} I_{IN}. \quad (106)$$

Kako je

$$P_{IN} = V_{IN} I_{IN} = \left( -\frac{1-D}{D} V_{OUT} \right) \left( -\frac{D}{1-D} I_{OUT} \right) = V_{OUT} I_{OUT} = P_{OUT} \quad (107)$$

koeficijent korisnog dejstva konvertora je

$$\eta = 100\% \quad (108)$$

što je očekivan rezultat pošto su korišćeni idealizovani modeli elemenata, bez gubitaka.

Prenosni odnos konvertora iznosi

$$M(D) = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = -\frac{D}{1-D} \quad (109)$$

i nelinearna je funkcija faktora ispunjenosti pobudnih impulsa prekidača. Kao i kod boost konvertora, nelinearnost ukazuje na moguću složenost u projektovanju regulatora. Prema uspostavljenim vezama između ulaznog napona, izlaznog napona, srednje vrednosti ulazne struje i izlazne struje, buck-boost konvertor u kontinualnom režimu rada se može predstaviti modelom idealnog transformatora, slika 33, čiji je prenosni odnos jednak prenosnom odnosu konvertora, što je isti rezultat kao i dobijen primenom aproksimacije male talasnosti.

Maksimalna vrednost struje kalema je

$$I_1 = I_0 + \frac{V_{IN}}{L} D T_S \quad (110)$$

što daje razliku između minimalne i maksimalne vrednosti od

$$I_1 - I_0 = \frac{V_{IN}}{L} D T_S. \quad (111)$$

Kako je

$$I_1 + I_0 = 2 I_L \quad (112)$$

minimalna, a ujedno i početna, vrednost struje kalema se dobija kao

$$I_0 = I_L - \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D = -\frac{I_{OUT}}{1-D} - \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D \quad (113)$$

dok je maksimalna vrednost struje kalema

$$I_1 = I_L + \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D = -\frac{I_{OUT}}{1-D} + \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D. \quad (114)$$

Konvertor radi u kontinualnom režimu dok god je

$$I_0 > 0 \quad (115)$$

što se svodi na

$$I_L > \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D. \quad (116)$$

Kako je na granici između kontinualnog i diskontinualnog režima rada još uvek važeća veza između izlazne struje i srednje vrednosti struje kalema izvedena za kontinualni režim, uslov za rad buck-boost konvertora u kontinualnom režimu se može svesti na

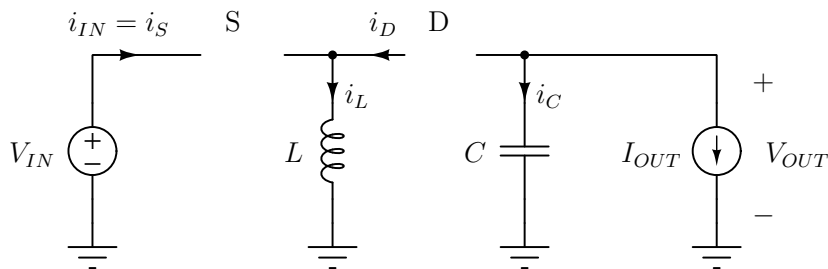
$$I_{OUT} < -\frac{V_{IN}}{2 f_S L} D (1-D). \quad (117)$$

Ovde treba imati u vidu da prema notaciji usvojenoj na slici 28 struja potrošača može imati samo negativne vrednosti. Stoga pri velikim opterećenjima, odnosno velikim apsolutnim vrednostima struje potrošača, konvertor radi u kontinualnom režimu, dok pri malim opterećenjima, odnosno malim apsolutnim vrednostima struje potrošača, konvertor radi u diskontinualnom režimu.

### 4.3 Buck-boost konvertor u diskontinualnom režimu rada

Kao i kod buck i kod boost konvertora, u diskontinualnom režimu rada (“discontinuous conduction mode, DCM”) buck-boost konvertora struja kalema je tokom nekog intervala vremena u okviru periode jednaka nuli. Taj interval počinje spontanom prestankom provođenja diode, a završava se ponovnim uključenjem prekidača. Ekvivalentna šema buck-boost konvertora tokom ovog intervala prikazana je na slici 35. U diskontinualnom režimu rada izlazna struja je po apsolutnoj vrednosti manja od kritične vrednosti

$$|I_{OUT}| < \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D (1-D) \quad (118)$$



Slika 35: Ekvivalentno kolo buck-boost konvertora u stanju kada ni prekidač ni dioda ne provode.

Tabela 10: Naponi i struje buck-boost konvertora, diskontinualni režim rada.

$t$	$0 \leq t < D T_S$	$D T_S \leq t < (D + D_2) T_S$	$(D + D_2) T_S \leq t < T_S$
$\frac{\Delta t}{T_S}$	$D$	$D_2$	$1 - D - D_2$
S	on	off	off
D	off	on	off
$v_L$	$V_{IN}$	$V_C$	0
$i_C$	$-I_{OUT}$	$-i_L - I_{OUT}$	$-I_{OUT}$
$i_L$	$\frac{V_{IN}}{L} t$	$I_1 + \frac{V_C}{L} (t - D T_S)$	0
$v_S$	0	$V_{IN} - V_C$	$V_{IN}$
$v_D$	$V_{IN} - V_C$	0	$-V_C$
$i_S$	$i_L$	0	0
$i_D$	0	$i_L$	0
$v_{OUT}$	$V_C$	$V_C$	$V_C$
$i_{IN}$	$i_L$	0	0

a izlazni napon više nije dat jednačinom koja važi u kontinualnom režimu rada

$$V_{OUT} \neq -\frac{D}{1-D} V_{IN}. \quad (119)$$

Konvertor će i u ovom slučaju biti rešen primenom aproksimacije linearne talasnosti struje kondenzatora ("linear ripple approximation"). Dobijeni izrazi za relevantne struje i napone su dati u tabeli 10, dok su odgovarajući vremenski dijagrami dati na slici 36.

U stanju sa slike 35, struja kalema je jednaka nuli na intervalu vremena, pa je

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} = 0. \quad (120)$$

Kao i kod ostalih konvertora, ovaj teorijski rezultat se ne poklapa sa eksperimentalnim rezultatima jer parazitne kapacitivnosti prekidača i diode uzrokuju oscilacije napona na kalemu. Zbog malih kapacitivnosti, ove oscilacije su vidljive u naponu, ali su varijacije struje neprimetne ili jedva primetne. Napon na kalemu, kao i svi naponi koji su u vezi sa njim, tokom ovog intervala neće odgovarati dijagramima prikazanim na slici 36.

Pošto se interval u kome je struja kalema jednaka nuli okončava uključanjem prekidača, početna struja kalema je

$$I_0 = 0 \quad (121)$$

što daje maksimalnu struju kalema

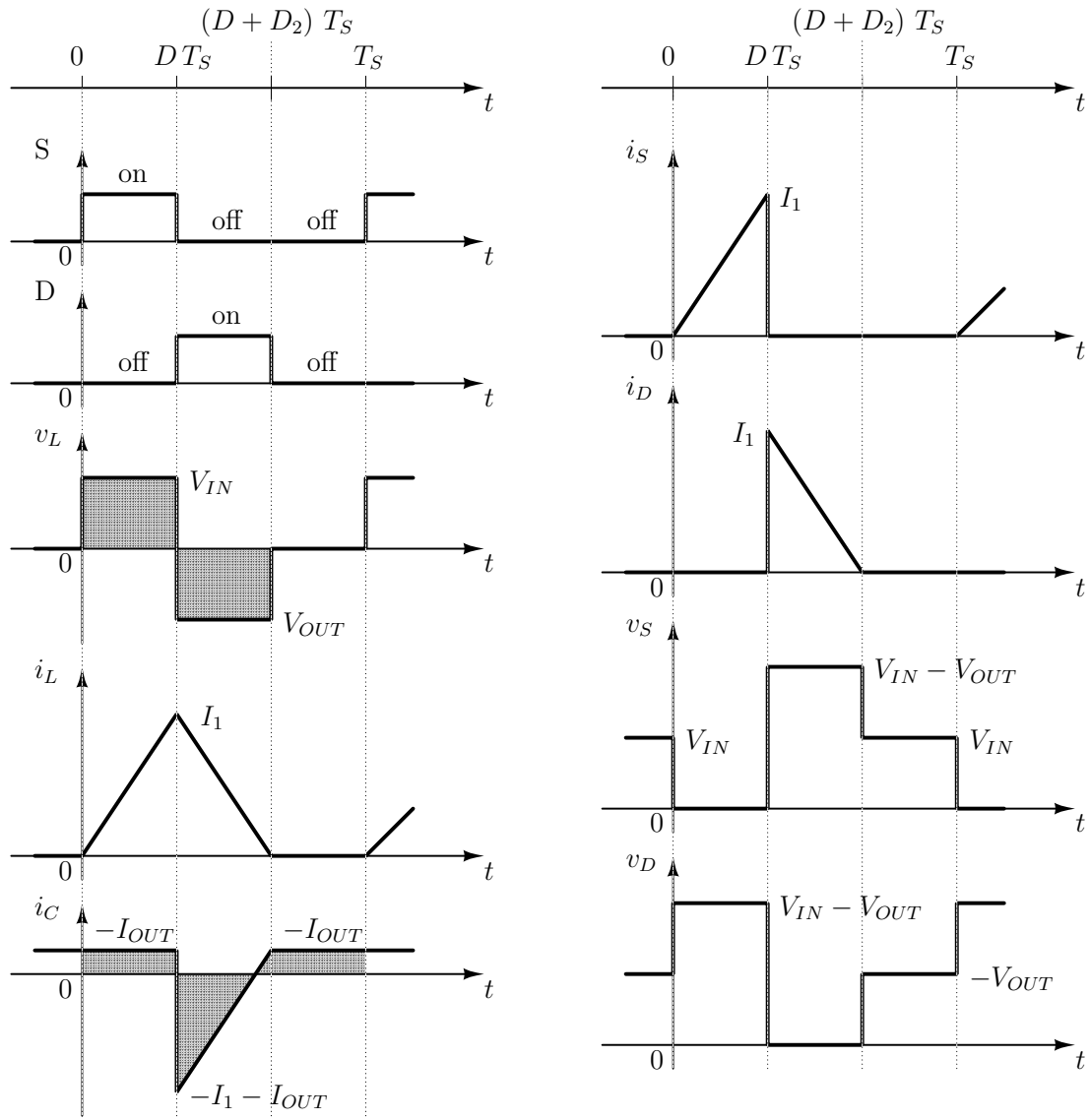
$$I_1 = \frac{V_{IN}}{L} D T_S \quad (122)$$

kako je prikazano na vremenskom dijagramu sa slike 36. Koristeći karakteristiku kalema u integralnoj formi, pošto je promena struje jednaka nuli i integral napona na kalemu je jednak nuli

$$D T_S V_{IN} + D_2 T_S V_{OUT} = 0 \quad (123)$$

odakle se može izračunati normalizovano trajanje intervala tokom koga vodi dioda

$$D_2 = -\frac{V_{IN}}{V_{OUT}} D. \quad (124)$$



Slika 36: Buck-boost konvertor u diskontinualnom režimu rada, vremenski dijagrami

Trajanje intervala tokom koga vodi dioda, a samim tim i intervala koji mu sledi, nije nezavisna funkcija vremena, već je funkcija napona u kolu.

Prema Kirhofovom zakonu za struje i argumentu naelektrisanja, izlazna struja konvertora je

$$I_{OUT} = -\overline{i_D} = -\langle i_D \rangle = -\frac{1}{T_S} \frac{1}{2} D_2 T_S I_1 = -\frac{1}{2} D_2 I_1 \quad (125)$$

i nakon zamene  $D_2$  i  $I_1$  se svodi na

$$I_{OUT} = \frac{D^2}{2 f_S L} \frac{V_{IN}^2}{V_{OUT}}. \quad (126)$$

Ova relacija daje izlaznu struju u funkciji izlaznog napona i ostalih parametara konvertora i važi bez obzira na karakteristiku potrošača. Izlazni napon konvertora se nalazi kao rešenje sistema koji čine ova jednačina i karakteristika potrošača. Ako je potrošač naponski izvor  $V_{OUT}$ , izlazna struja je direktno data gornjom jednačinom. Ako je struja potrošnje nezavisna od napona, izlazni napon je

$$V_{OUT} = \frac{D^2}{2 f_S L} \frac{V_{IN}^2}{I_{OUT}}. \quad (127)$$

Ako je potrošač linearni otpornik sa karakteristikom  $V_{OUT} = R I_{OUT}$ , jednačina po izlaznoj struji se transformiše u

$$\frac{V_{OUT}}{R} = \frac{D^2}{2 f_S L} \frac{V_{IN}^2}{V_{OUT}}. \quad (128)$$

U cilju pojednostavljenja notacije, kao i u prethodno razmatranim slučajevima buck i boost konvertora, povoljno je uvesti pomoćnu promenljivu  $k$  definisanu kao

$$k = \frac{2 f_S L}{R} \quad (129)$$

i prenosni odnos konvertora kao normalizovanu vrednost izlaznog napona

$$M = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}}. \quad (130)$$

Tada se jednačina po izlaznom naponu transformiše u mnogo jednostavniji oblik

$$M^2 - \frac{D^2}{k} = 0 \quad (131)$$

odakle se prenosni odnos konvertora dobija kao negativno rešenje gornje kvadratne jednačine

$$M(D, k) = -\frac{D}{\sqrt{k}}. \quad (132)$$

U diskontinualnom režimu rada kada je potrošač linearni otpornik prenosni odnos konvertora je funkcija  $D$  i  $k$ , odnosno izlazni napon konvertora je funkcija  $V_{IN}$ ,  $D$  i  $k$ . Kao i kod ostalih konvertora, preko promenljive  $k$  izlazni napon zavisi od  $L$ ,  $f_S$  i  $R$ , ali se ovi parametri ne pojavljuju nezavisno, već samo vezani u  $k$ .

Do sada izvedene analize ukazuju na srodnost sva tri razmatrana konvertora. Metodologija analize im je ista, jednačine koje ih karakterišu su slične, sva tri konvertora ispoljavaju i kontinualni i diskontinualni režim rada. Kasnije ćemo konvertore uporediti i uočiti dodatne sličnosti.

#### 4.4 Buck-boost konvertor kao emulator otpornosti

U diskontinualnom režimu kada je opterećen linearnim otpornikom buck-boost konvertor ima najjednostavnije rešenje od sva tri do sada razmatrana konvertora. Upravo će analiza tog rešenja dovesti do ideje da se definiše nov dvoportni element, nazvan „otpornik bez gubitaka“ (“loss-free resistor”) koji će kasnije naći mnoge korisne primene.

Kako je ranije izvedeno, srednja vrednost ulazne struje buck-boost konvertora u diskontinualnom režimu je data sa

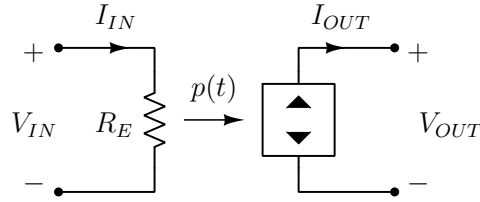
$$I_{IN} = \frac{D^2}{2 f_S L} V_{IN} \quad (133)$$

i pri konstantnim vrednostima ostalih parametara ( $D$ ,  $f_S$  i  $L$ ) je linearna funkcija ulaznog napona  $V_{IN}$ . Stoga je

$$\frac{V_{IN}}{I_{IN}} = R_E = \frac{2 f_S L}{D^2} \quad (134)$$

i pri konstantnim vrednostima  $D$ ,  $f_S$  i (podrazumevano)  $L$ , buck-boost konvertor se sa ulaznog porta za srednje vrednosti struja i napona vidi kao linearni otpornik otpornosti  $R_E$ . Ta otpornost se naziva „emulirana otpornost“ i ona nužno uzima neku snagu, linearni otpornik





Slika 37: Otpornik bez gubitaka.

apsorbuje električnu aktivnu snagu i nema reaktivnu snagu. Snaga koju emulirana otpornost uzima iz izvora  $V_{IN}$  je

$$P_{IN} = V_{IN} I_{IN} = \frac{D^2}{2 f_S L} V_{IN}^2. \quad (135)$$

Prema ranije izvedenom rezultatu za izlaznu struju buck-boost konvertora u diskontinualnom režimu rada

$$P_{OUT} = V_{OUT} I_{OUT} = \frac{D^2}{2 f_S L} V_{IN}^2 = P_{IN} \quad (136)$$

pa je celokupna snaga preuzeta na ulazu predata na izlazu, a koeficijent korisnog dejstva je  $\eta = 100\%$ . Ovo je očekivan rezultat pošto u samom kolu konvertora nema disipativnih elemenata. Dakle, celokupna snaga preuzeta na ulaznom portu koji emulira otpornost predaje se izlaznom portu. Ova činjenica je dala ideju za uvođenje novog elementa u teoriju električnih kola koji je nazvan otpornik bez gubitaka (“loss-free resistor”), a čiji simbol je prikazan na slici 37. Otpornik bez gubitaka je nelinearni rezistivni dvoportni element bez gubitaka koji na ulaznom portu emulira otpornost, dok na izlaznom portu predaje svu snagu koju je ulazni port preuzeo iz kola u koje je vezan. Stoga, izlazni port je modelovan kao izvor snage, element kod koga je definisana snaga, a ne ni napon ni struja pojedinačno. Upravo izvor konstantne snage na izlaznom portu čini otpornik bez gubitaka nelinearnim elementom.

Otpornik bez gubitaka je element koji osim teorijske ima i značajnu praktičnu vrednost. Kako ćemo videti, može biti koristan i kod modelovanja buck i boost konvertora u diskontinualnom režimu rada, a koristi se i kao model idealnog ispravljača. Buck-boost konvertor u diskontinualnom režimu rada, kao i flyback konvertor koji je izveden iz buck-boost konvertora i koji će biti kasnije razmatran, mogu da se koriste u ispravljačima sa visokim faktorom snage baš zbog činjenice da na ulaznom portu prirodno emuliraju otpornost i ne zahtevaju složenu regulaciju. Nedostatak ovakvog rešenja su velike kondukcione smetnje zbog prekidne ulazne struje, što će biti razmatrano kasnije.

## 5 Usrednjeni modeli osnovnih konvertora u diskontinualnom režimu rada

Karakteristika otpornika bez gubitaka, prikazanog na slici 37, kao dvoportnog elementa se sastoji iz dve jednačine,

$$V_{IN} = R_E I_{IN} \quad (137)$$

koja je linearna po naponima i strujama u kolu i

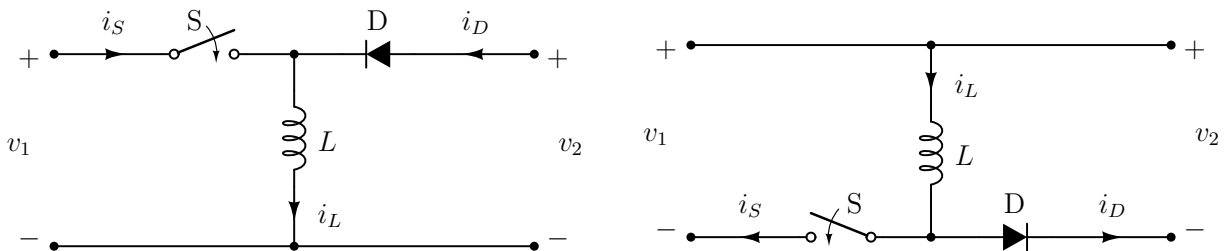
$$V_{OUT} I_{OUT} = \frac{V_{IN}^2}{R_E} \quad (138)$$

koja je nelinearna, pa je ukupno otpornik bez gubitaka nelinearan rezistivan element. U slučaju realizacije otpornika bez gubitaka primenom buck-boost konvertora, otpornost  $R_E$  je data sa

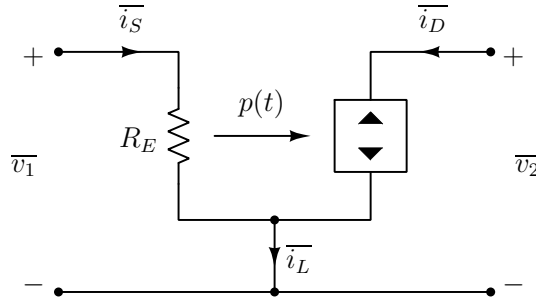
$$R_E = \frac{2 f_S L}{D^2}. \quad (139)$$

Uočava se da u jednačinama (137), (138) i (139) nigde ne figuriše kapacitivnost filterskog kondenzatora  $C$ , koja je ionako dinamički degenerisana pretpostavkom  $C \rightarrow \infty$ . Postavlja se pitanje koji minimalan skup elemenata može da realizuje karakteristiku elementa (137) i (138) na nivou srednjih vrednosti struja i napona? Posmatrajmo prekidačke ćelije (“switching cells”) prikazane na slici 38 pod pretpostavkom da su u okviru jedne periode prekidanja  $v_1 > 0$  i  $v_2 < 0$  konstantni naponi, da je to nekako obezbeđeno, a da struja kalema ima diskontinualan tok, da je  $i_L(0) = i_L(T_S) = 0$ . Vremenski oblici struja i napona u prekidačkoj ćeliji će biti nalik izvedenim za buck-boost konvertor, prikazanim na slici 36, gde prekidač i dioda prevezuju kalem sa ulaznog na izlazni napon, samo se u kolima sa slike 38 ti naponi nazivaju  $v_1$  i  $v_2$ . Analogno, model prekidačkih ćelija za srednje vrednosti u okviru periode prekidanja će biti otpornik bez gubitaka, prikazan na slici 39, kod koga je  $R_E$  dato sa (139). Ovde valja naglasiti da je ekvivalentni model za srednje vrednosti struja i napona isti za oba kola sa slike 38, pošto se isti naponi na kalemu smenjuju i iste su struje portova, različita je samo realizacija prekidačke mreže koja to obezbeđuje. Dakle, za kola sa slike 38 koja sadrže reaktivni element, kako je struja kalema na početku i na kraju periode prekidanja jednaka nuli ekvivalentni model za srednje vrednosti struja i napona je otpornik bez gubitaka (nelinearan rezistivan dvoportni element bez gubitaka). On je povezan u troterminalnu strukturu sa slike 39, pošto je realizacija takva da nema galvanskog razdvajanja.

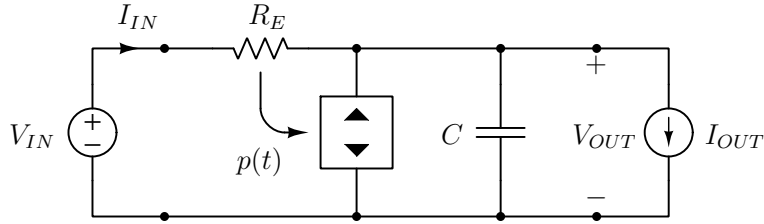
Koja je primena navedenog razmatranja troterminalnih prekidačkih ćelija koje se sastoje od prekidača, diode i kalema? One se mogu uočiti u sva tri osnovna prekidačka konvertora. Zamenom prekidačke ćelije u buck konvertoru dobija se ekvivalentni model buck konvertora za srednje vrednosti struja i napona prikazan na slici 40, na kojoj je kondenzator  $C \rightarrow \infty$  ostavljen da pokaže kako se obezbeđuje konstantan napon  $v_2$  u toku periode prekidanja, što će biti od koristi i prilikom izvođenja dinamičkog modela buck konvertora za diskontinualni režim rada



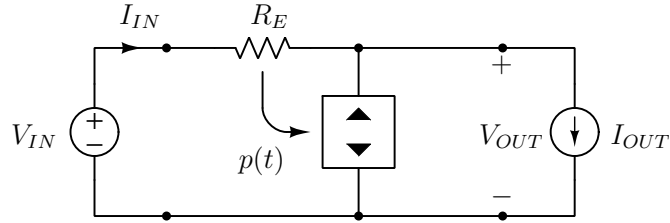
Slika 38: Prekidačke ćelije za diskontinualni režim rada.



Slika 39: Usrednjeni model prekidačke ćelije za diskontinualni režim rada.



Slika 40: Usrednjeni model buck konvertora za diskontinualni režim rada.



Slika 41: Usrednjeni model buck konvertora za diskontinualni režim rada u ustaljenom stanju.

koje će uslediti. Za ustaljeno stanje, srednja vrednost struje kondenzatora je jednaka nuli, pa se on može zameniti otvorenom vezom, kako je prikazano na slici 41.

Kolo sa slike 41 se može analizirati kao nelinearno rezistivno kolo. Ulazna snaga konvertora je jednaka izlaznoj snazi,  $P_{IN} = P_{OUT} = P$  i data je sa

$$P = V_{IN} I_{IN} = V_{IN} \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{R_E} \quad (140)$$

dok je izlazna struja

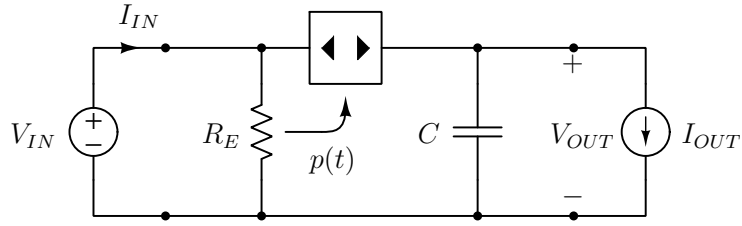
$$I_{OUT} = \frac{P}{V_{OUT}} = \frac{V_{IN}}{R_E} \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{V_{OUT}} \quad (141)$$

što je izraz identičan (45). Na taj način je analiza buck konvertora u diskontinualnom režimu svedena na primenu usrednjenog modela prekidačke ćelije za diskontinualni režim rada izvedene za buck-boost konvertor.

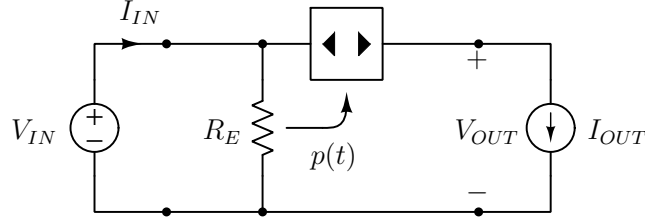
Na sličan način se može pristupiti analizi boost konvertora u diskontinualnom režimu rada. U šemi boost konvertora sa slike 19 identifikuje se troterminalna prekidačka ćelija za diskontinualni režim prikazana na slici 38 desno, sa  $v_1 = V_{IN}$  i  $v_2 = V_{IN} - V_{OUT}$ . Ekvivalentno kolo dobijeno zamenom prekidačke ćelije prikazano je na slici 42, a poseban slučaj koji se odnosi na ustaljeno stanje kada je kondenzator otvorena veza je prikazan na slici 43.

Isto kao i u slučaju analize buck konvertora, boost konvertor u diskontinualnom režimu rada se može analizirati preko ekvivalentnog kola sa slike 43. To kolo ima ulaznu i izlaznu snagu

$$P = V_{IN} I_{IN} = V_{IN} \left( \frac{V_{IN}}{R_E} + \frac{V_{IN}^2}{R_E} \frac{1}{V_{OUT} - V_{IN}} \right) = \frac{V_{IN}^2}{R_E} \frac{V_{OUT}}{V_{OUT} - V_{IN}} \quad (142)$$



Slika 42: Usrednjeni model boost konvertora za diskontinualni režim rada.



Slika 43: Usrednjeni model boost konvertora za diskontinualni režim rada u ustaljenom stanju.

i izlaznu struju

$$I_{OUT} = \frac{V_{IN}}{R_E} \frac{V_{IN}}{V_{OUT} - V_{IN}} \quad (143)$$

što je izraz identičan (87).

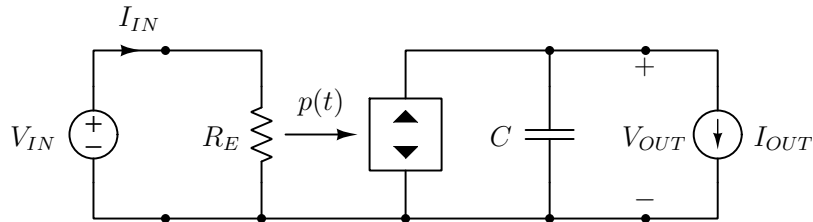
Kod buck-boost konvertora, gde je otpornik bez gubitaka prirodno uveden, analiza je suštinski već izvršena, ovde je navedena samo radi kompletnosti. Ekvivalentna šema konvertora za srednje vrednosti struja i napona na periodu prekidanja zasnovana na otporniku bez gubitaka je data na slici 33, dok je svedena verzija za analizu ustaljenog stanja data na slici 41.

Snaga koju model konvertora sa slike 41 procesira je

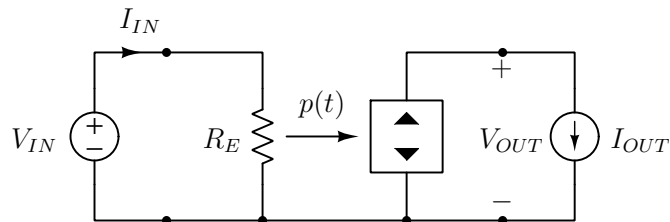
$$P = \frac{V_{IN}^2}{R_E} \quad (144)$$

dok je izlazna struja konvertora

$$I_{OUT} = \frac{V_{IN}}{R_E} \frac{V_{IN}}{V_{OUT}} \quad (145)$$



Slika 44: Usrednjeni model buck-boost konvertora za diskontinualni režim rada.



Slika 45: Usrednjeni model buck-boost konvertora za diskontinualni režim rada u ustaljenom stanju.

Tabela 11: Modeli osnovnih konvertora za diskontinualni režim rada dobijeni primenom otpornika bez gubitaka kao modela prekidačke ćelije

konvertor	buck	boost	buck-boost
$v_1$	$V_{IN} - V_{OUT}$	$V_{IN}$	$V_{IN}$
$v_2$	$-V_{OUT}$	$V_{IN} - V_{OUT}$	$V_{OUT}$
$P$	$\frac{V_{IN}^2}{R_E} \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{V_{IN}}$	$\frac{V_{IN}^2}{R_E} \frac{V_{OUT}}{V_{OUT} - V_{IN}}$	$\frac{V_{IN}^2}{R_E}$
$I_{OUT}$	$\frac{V_{IN}}{R_E} \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{V_{OUT}}$	$\frac{V_{IN}}{R_E} \frac{V_{IN}}{V_{OUT} - V_{IN}}$	$\frac{V_{IN}}{R_E} \frac{V_{IN}}{V_{OUT}}$
uslov	$V_{OUT} > D V_{IN}$	$V_{OUT} > \frac{1}{1-D} V_{IN}$	$V_{OUT} < -\frac{D}{1-D} V_{IN}$

što je identično izrazu (126).

Rezultati svođenja osnovnih prekidačkih konvertora na njihove modele za srednje vrednosti struja i napona na periodu prekidanja su rezimirani u tabeli 11. Rezultati su saglasni sa već izvedenim direktnim putem. Za sve konvertore je  $R_E$  definisano kao (139), a da bi model važio izlazna struja po modulu mora biti manja od kritične vrednosti,  $|I_{OUT}| < I_{crit}$ , gde je

$$I_{crit} = \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D (1 - D) \quad (146)$$

što je uslov sveden na formu koja je ista za sve konvertore. Alternativni kriterijum je da je

$$D v_1 < -(1 - D) v_2 \quad (147)$$

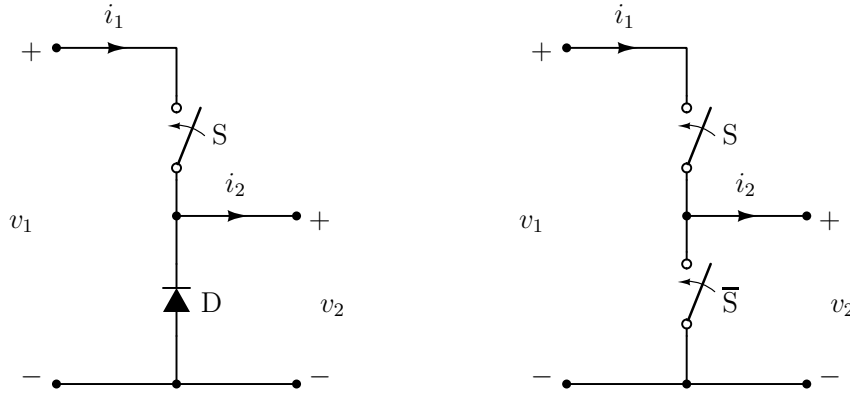
gde su  $v_1$  i  $v_2$  dati u tabeli 11 za svaki od konvertora. Takođe, u tabeli 11 su date nejednakosti koje su uslov za rad u diskontinualnom režimu dobijene zamenom vrednosti za  $v_1$  i  $v_2$  u (147) za svaki od konvertora.

Zaključak prikazane analize je da je moguće uspešno modelovati osnovne prekidačke konvertore u diskontinualnom režimu rada u ustaljenom stanju primenom usrednjenog modela prekidačke ćelije, što pojednostavljuje račun, mada smanjuje uvid u detalje rada konvertora. Glavna prednost ovog pristupa će se pokazati prilikom analize prelaznih procesa u konvertoru, što će biti razmatrano kasnije.

## 6 Usrednjeni modeli osnovnih konvertora u kontinualnom režimu rada

Nakon prikazane analize primene modela prekidačke ćelije za srednje vrednosti struja i napona u analizi diskontinualnog režima rada konvertora, nameće se pitanje da li je nešto slično moguće uraditi i u slučaju analize kontinualnog režima rada? Ovde treba uočiti da prekidačka ćelija koja je bila zamenjena otpornikom bez gubitaka kao svojim ekvivalentnim kolom za srednje vrednosti struja i napona predstavlja rezistivno kolo. Prisustvo kalema u kolu koje se za srednje vrednosti struja i napona predstavlja rezistivnim kolom je moguće jer je kalem na nivou srednjih vrednosti struja i napona u diskontinualnom režimu rada algebarski degenerisan: na početku i na kraju periode struja mu je jednaka nuli, ne postoji početni uslov koji se može zadati struji kalema. Kako će u analizi prelaznih procesa u konvertorima biti pokazano, usrednjavanje ne utiče na karakteristike linearnih elemenata, što uključuje i linearne reaktivne elemente koji nisu algebarski degenerisani. Stoga, osnovna prekidačka ćelija za kontinualni režim rada neće sadržati kalem, sastojaće se samo od prekidača i diode.

Kao i u slučaju prekidačkih ćelija za diskontinualni režim rada, i za kontinualni režim rada će postojati dva tipa prekidačke ćelije. Prvi tip prekidačke ćelije je naponom napajana strujom opterećena prekidačka ćelija prikazana na slici 46 levo. Podrazumevani kontinualni režim rada uslovljava da je stanje diode komplement stanja prekidača, pa se prekidačka ćelija može funkcionalno prikazati modelom sa slike 46 desno, koji ujedno odgovara i realizaciji prekidačke ćelije kod sinhronog ispravljanja, što će naknadno biti obrađeno. Naziv ćelije je posledica njenog povezivanja u kolo po kome napon  $v_1$  treba da bude „čvrst“, da potiče od idealnog naponskog izvora ili da bude vezan za kondenzator, takav da se može karakterisati malom zavisnošću napona od struje, dok napon  $v_2$  treba da bude fleksibilan, da se prilagođava stanju prekidačkih elemenata, pa  $i_2$  potiče ili od strujnog izvora ili od kalema, opterećenje treba da bude karakterisano visokom impedansom, odnosno malom zavisnošću struje od napona.



Slika 46: Naponom napajana prekidačka ćelija za kontinualni režim rada.

Pod navedenim uslovima, rad prekidačke ćelije je predstavljen u tabeli 12, a talasni oblici su prikazani na slici 47. Pod pretpostavkom da su  $v_1$  i  $i_2$  konstantni u toku jedne periode prekidanja, srednja vrednost napona na prekidaču u toku periode prekidanja je

$$\overline{v_S} = (1 - D) v_1 \quad (148)$$

srednja vrednost napona na diodi je

$$\overline{v_D} = D v_1 \quad (149)$$

dok je srednja vrednost struje prekidača

$$\overline{i_S} = D i_2 \quad (150)$$

Tabela 12: Naponi i struje naponom napajane strujom opterećene prekidačke ćelije

$t$	$0 \leq t < DT_S$	$DT_S \leq t < T_S$
$\frac{\Delta t}{T_S}$	$D$	$D' = 1 - D$
S	on	off
D	off	on
$v_2$	$v_1$	0
$i_1$	$i_2$	0
$v_S$	0	$v_1$
$v_D$	$v_1$	0
$i_S$	$i_2$	0
$i_D$	0	$i_2$

a srednja vrednost struje diode je

$$\overline{i_D} = (1 - D) i_2. \quad (151)$$

Treba uočiti da

$$\overline{v_S} + \overline{v_D} = v_1 \quad (152)$$

i da

$$\overline{i_S} + \overline{i_D} = i_2. \quad (153)$$

Dakle, prekidačka ćelija deli napon  $v_1$  na  $\overline{v_S} : \overline{v_D} = (1 - D) : D$  i struju  $i_2$  na  $\overline{i_S} : \overline{i_D} = D : (1 - D)$ . Takvu podelu struja i napona ostvaruje i idealni transformator prikazan na slici 48. Dakle, idealni transformator prenosnog odnosa  $D : (1 - D)$  se može koristiti kao model prekidačke ćelije za srednje vrednosti struja i napona i kontinualni režim rada. Namotaj sa prenosnim brojem  $1 - D$  zamenjuje prekidač, dok namotaj sa prenosnim brojem  $D$  zamenjuje diodu.

Drugi tip prekidačke ćelije je prikazan na slici 49 levo i to je strujom napajana naponom opterećena prekidačka ćelija, kakva se sreće u boost konvertoru. Kako u kontinualnom režimu rada stanje prekidača uslovljava stanje diode, ekvivalentno predstavljanje prekidačke ćelije gde diodu zamenjuje komplementarni prekidač je prikazano na slici 49 desno. Osim što modeluje prekidačku ćeliju sa diodom kada radi u kontinualnom režimu, slika 49 desno direktno predstavlja prekidačku ćeliju sa sinhronim ispravljanjem, o čemu će još biti reči. Prekidačke ćelije sa slika 46 i 49 desno su suštinski iste, samo sa zamenjenim mestima za S i  $\bar{S}$ , a razdvajanje na dva tipa prekidačke ćelije je uslovlila primena diode za realizaciju  $\bar{S}$ .

Rad strujom napajane naponom opterećene prekidačke ćelije se može opisati izrazima za struje i napone datim u tabeli 13. Vremenski dijagrami struja i napona su slični kao i u slučaju naponom napajane strujom opterećene ćelije i nema potrebe crtati ih ponovo, usrednjavanje je moguće uraditi na osnovu podataka iz tabele 13.

Na osnovu podataka iz tabele 13, srednje vrednosti struja kroz prekidač i diodu, pod pretpostavkom da je u okviru periode prekidanja  $i_1$  konstantna, su

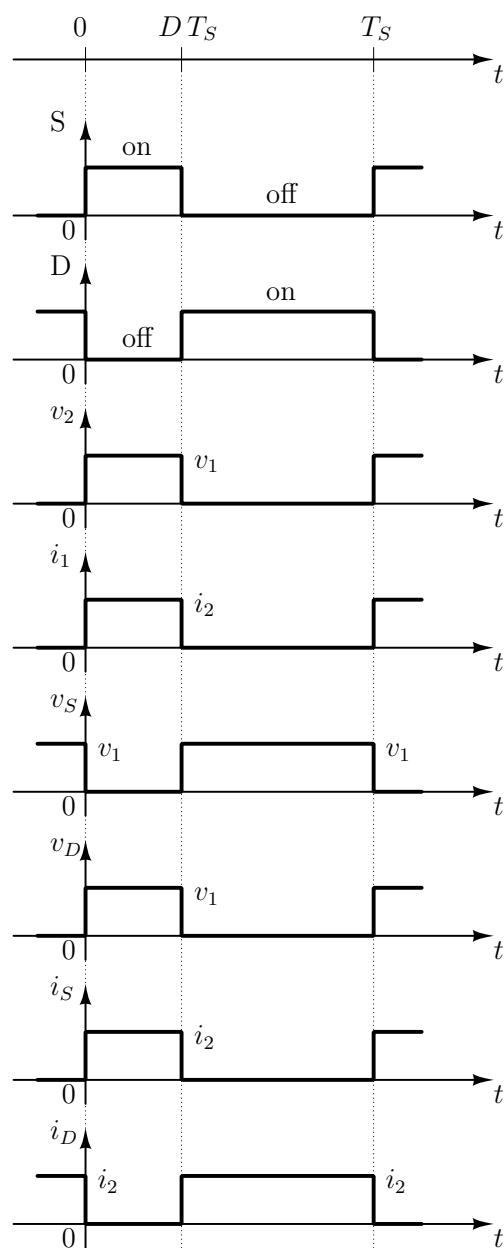
$$\overline{i_S} = D i_1 \quad (154)$$

i

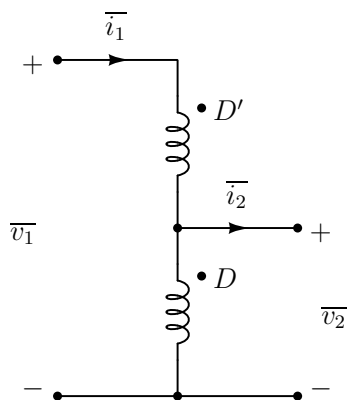
$$\overline{i_D} = (1 - D) i_1. \quad (155)$$

Pod pretpostavkom da je napon  $v_2$  u okviru periode prekidanja konstantan, srednje vrednosti napona na prekidaču i diodi su

$$\overline{v_S} = (1 - D) v_2 \quad (156)$$

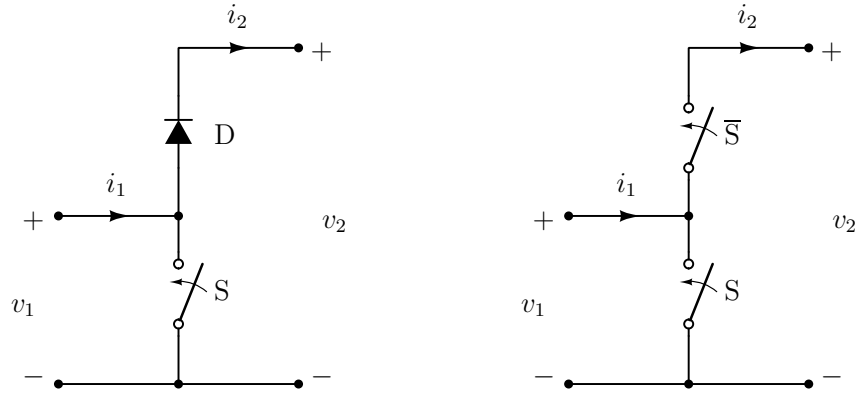


Slika 47: Naponi i struje naponom  $v_1$  napajane strujom  $i_2$  opterećene prekidačke ćelije za kontinualni režim rada.



Slika 48: Usrednjeni model naponom napajane prekidačke ćelije za kontinualni režim rada.





Slika 49: Strujom napajana prekidačka ćelija za kontinualni režim rada.

Tabela 13: Naponi i struje strujom napajane naponom opterećene prekidačke ćelije

$t$	$0 \leq t < DT_S$	$DT_S \leq t < T_S$
$\frac{\Delta t}{T_S}$	$D$	$D' = 1 - D$
S	on	off
D	off	on
$i_2$	0	$i_1$
$v_1$	0	$v_2$
$v_S$	0	$v_2$
$v_D$	$v_2$	0
$i_S$	$i_1$	0
$i_D$	0	$i_1$

i

$$\overline{v_D} = D v_2. \quad (157)$$

I u ovom slučaju treba uočiti da je

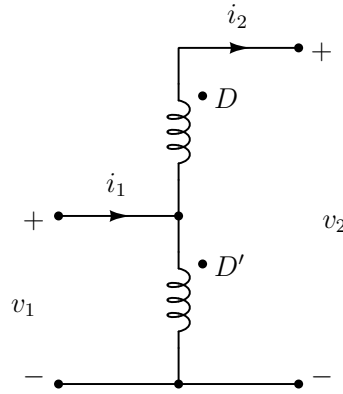
$$\overline{i_S} + \overline{i_D} = i_1 \quad (158)$$

i

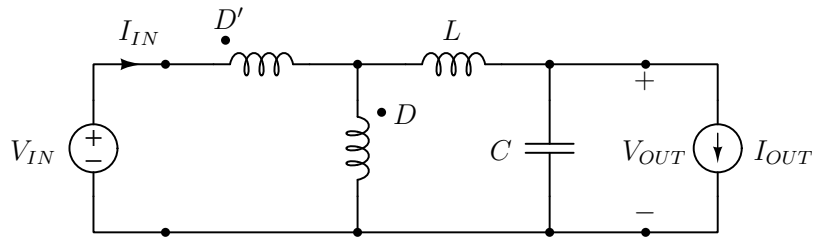
$$\overline{v_S} + \overline{v_D} = v_2. \quad (159)$$

Ovakvu podelu  $i_1$  i  $v_2$  na srednje vrednosti struja i napona obezbeđuje idealni transformator prikazan na slici 50. Kao i u slučaju naponom napajane strujom opterećene prekidačke ćelije, ekvivalentni model strujom napajane naponom opterećene prekidačke ćelije je idealni transformator. Obe ćelije suštinski imaju isti model: prekidač se modeluje namotajem sa prenosnim brojem  $1 - D$ , dok se dioda modeluje namotajem sa prenosnim brojem  $D$ . Namotaji se vezuju redno, „tačka na netačku“, međusobni spoj namotaja je strujni pristup, dok dva slobodna kraja čine naponski pristup. Dakle, za srednje vrednosti struja i napona moguće je sve konvertore u kontinualnom režimu rada analizirati jedinstvenim metodom primene modela prekidačke ćelije.

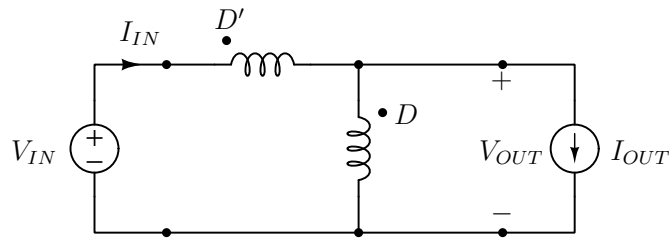
Usrednjeni model prekidačke ćelije za kontinualni režim rada obuhvata samo prekidač i diodu. Na karakteristike linearnih elemenata, bilo resistivnih, bilo akumulacionih, usrednjavanje ne utiče, detaljno izvođenje će biti dato prilikom razmatranja prelaznih procesa u konvertorima. Stoga, za dobijanje ekvivalentnog modela konvertora za srednje vrednosti struja i napona potrebno je samo prekidač i diodu zameniti modelom prekidačke ćelije. Na primeru buck konvertora se dobija usrednjeni model prikazan na slici 51. Taj model će biti od koristi prilikom analize prelaznih procesa u konvertoru, pošto obuhvata i reaktivne elemente. Kod analize



Slika 50: Usrednjeni model strujom napajane prekidačke ćelije za kontinualni režim rada.



Slika 51: Usrednjeni model buck konvertora za kontinualni režim rada.

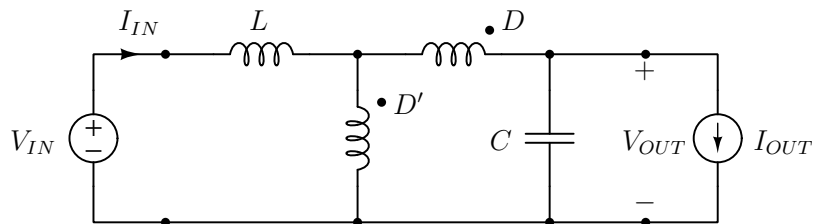


Slika 52: Usrednjeni model buck konvertora za kontinualni režim rada u ustaljenom stanju.

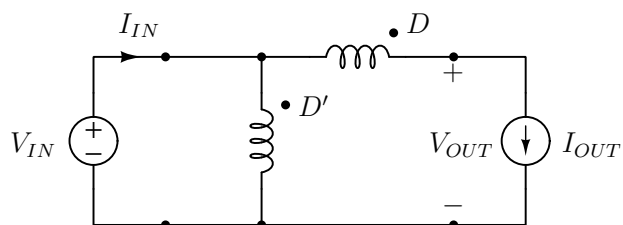
ustaljenog stanja, za srednje vrednosti napona i struja kalem je kratka veza, a kondenzator otvorena veza, što uslovljavaju volt sekund balans ( $\overline{v_L} = 0$ ) i amper sekund balans ( $\overline{i_C} = 0$ ). Ekvivalentno kolo sa slike 51 se tada redukuje na kolo sa slike 52 koje je ekvivalentno kolu 13.

U slučaju boost konvertora, može se identifikovati strujom napajana naponom opterećena prekidačka ćelija. Nakon zamene prekidačke ćelije ekvivalentnim modleom za srednje vrednosti struja i napona dobija se kolo sa slike 53. Redukovanjem interesovanja na ustaljeno stanje i zamenom kalema kratkom vezom, a kondenzatora otvorenim, dobija se ekvivalentno kolo sa slike 54 koje je ekvivalentno kolu sa slike 24.

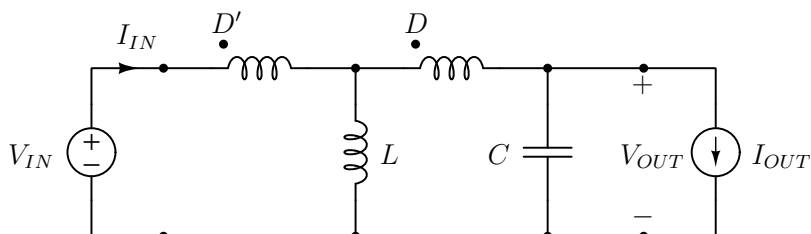
Naponom napajana strujom opterećena prekidačka ćelija se može uočiti i kod buck-boost konvertora. Zamenom prekidačke ćelije ekvivalentnim kolom za srednje vrednosti struja i na-



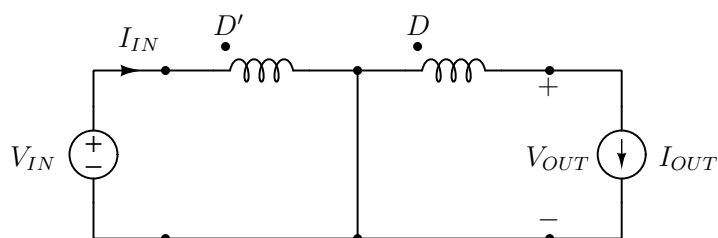
Slika 53: Usrednjeni model boost konvertora za kontinualni režim rada.



Slika 54: Usrednjeni model boost konvertora za kontinualni režim rada u ustaljenom stanju.



Slika 55: Usrednjeni model buck-boost konvertora za kontinualni režim rada.



Slika 56: Usrednjeni model buck-boost konvertora za kontinualni režim rada u ustaljenom stanju.

pona dobija se ekvivalentni model buck-boosk konvertora za srednje vrednosti struja i napona i dinamički režim, prikazan na slici 55. Model sa slike 55 se svodi na model za ustaljeno stanje zamenom kalema kratkom vezom i kondenzatora otvorenim vezom. Rezultujući model za ustaljeno stanje je dat na slici 56 i ekvivalentan je ranije dobijenom ekvivalentnom kolu prikazanom na slici 33.

Zaključak ove analize je da je moguće konvertore u kontinualnom režimu rada analizirati primenom ekvivalentnog modela prekidačke ćelije za srednje vrednosti struja i napona koja se svodi na idealni transformator prenosnog odnosa  $D : (1 - D)$ , gde prenosni broj  $1 - D$  odgovara grani sa prekidačem, a prenosni broj  $D$  grani sa diodom. Dobijeni ekvivalentni modeli se poklapaju sa modelima ranije dobijenim primenom aproksimacije male talasnosti i linearne talasnosti struje kalema, sva tri metoda daju isti rezultat. Metod svođenja konvertora na prekidačke ćelije će punu primenu dobiti kod izvođenja dinamičkih modela konvertora i kod analize kvazirezonantnih konvertora.

## 7 Uporedna analiza osnovnih konvertora

Dosadašnja analiza osnovnih prekidačkih konvertora pokazala je da svaki od njih ima dva režima rada:

**kontinualni (CCM, Continuous Conduction Mode)** u kome dioda provodi tokom celog intervala vremena kada je prekidač isključen i izlazni napon ne zavisi od izlazne struje

**diskontinualni (DCM, Discontinuous Conduction Mode)** u kome dioda provodi samo tokom dela intervala vremena kada je prekidač isključen, a tokom preostalog dela tog intervala ne vode ni prekidač ni dioda; izlazna struja se može izraziti u funkciji izlaznog napona, ulaznog napona, faktora ispunjenosti pobudnih impulsa prekidača  $D$  i parametara kola  $f_S$  i  $L$ .

Granica između kontinualnog i diskontinualnog režima provođenja određena je kritičnom vrednošću struje potrošača, koja je za sva tri osnovna konvertora data sa

$$I_{crit} = \frac{V_{IN}}{2 f_S L} D (1 - D). \quad (160)$$

Kod buck i boost konvertora izlazna struja je pozitivna i konvertor provodi u kontinualnom režimu ako je  $I_{OUT} > I_{crit}$ . U suprotnom, konvertor je u diskontinualnom režimu, za  $I_{OUT} < I_{crit}$ . Kod buck-boost konvertora, prema usvojenim referentnim smerovima izlazni napon i izlazna struja su negativni, pa je buck-boost konvertor u kontinualnom režimu za  $-I_{OUT} > I_{crit}$ , a u diskontinualnom za  $-I_{OUT} < I_{crit}$ . Kako bi za sva tri konvertora uslov koji određuje režim rada imao istu formu, povoljno je kriterijum izraziti u funkciji  $|I_{OUT}|$ , pa je tako konvertor (bilo koji od tri osnovna) u kontinualnom režimu za  $|I_{OUT}| > I_{crit}$ , a u diskontinualnom za  $|I_{OUT}| < I_{crit}$ . Na granici između dva režima važe jednačine i jednog i drugog režima rada, što je povoljno iskoristiti za proveru dobijenih jednačina.

Izrazi za izlazni napon u kontinualnom režimu i izlaznu struju u diskontinualnom režimu rada su za sva tri osnovna konvertora zbirno prikazani u tabeli 14.

Tabela 14: Izrazi za  $V_{OUT}$  u kontinualnom i  $I_{OUT}$  u diskontinualnom režimu rada

konvertor	CCM, $ I_{OUT}  > I_{crit}$ $V_{OUT}$	DCM, $ I_{OUT}  < I_{crit}$ $I_{OUT}$
buck	$D V_{IN}$	$\frac{D^2 V_{IN}}{2 f_S L} \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{V_{OUT}}$
boost	$\frac{1}{1 - D} V_{IN}$	$\frac{D^2 V_{IN}}{2 f_S L} \frac{V_{IN}}{V_{OUT} - V_{IN}}$
buck-boost	$-\frac{D}{1 - D} V_{IN}$	$\frac{D^2 V_{IN}}{2 f_S L} \frac{V_{IN}}{V_{OUT}}$

Iz izraza prikazanih u tabeli 14 se uočava da oni osim razlika imaju i puno sličnosti: izlazni napon je u svim slučajevima proizvod ulaznog napona i racionalne funkcije po  $D$ ; u diskontinualnom režimu rada izlazna struja je data kao proizvod  $D^2 V_{IN} / (2 f_S L)$  i racionalne funkcije po  $V_{IN}$  i  $V_{OUT}$  koja nema fizičku dimenziju. Ove činjenice otvaraju prostor da se izvrši normalizacija izraza kako bi se pojednostavila njihova forma i kasnija manipulacija.

## 7.1 Normalizacija

Normalizacija je postupak u kome se fizičke veličine u izrazima predstavljaju neimenovanim brojevima koji se dobijaju deljenjem određene fizičke veličine izabranom baznom (osnovnom) vrednošću (“base quantity”). Bazne vrednosti se biraju tako da imaju istu fizičku dimenziju kao i veličina koju normalizuju i da normalizacija ima neki smisao, npr. pojednostavljenje zapisa izraza. Za izraze date u tabeli 14 povoljno je napone normalizovati prema

$$M_X \triangleq \frac{V_X}{V_{IN}} \quad (161)$$

gde  $M_X$  predstavlja normalizovanu vrednost napona  $V_X$ . Struje je povoljno normalizovati sa

$$J_X \triangleq \frac{2 f_S L}{V_{IN}} I_X \quad (162)$$

gde  $J_X$  predstavlja normalizovanu vrednost struje  $I_X$ .

Kada se završi računanje sa normalizovanim veličinama, u fizičku realnost se dobijeni rezultati vraćaju postupkom denormalizacije koji je dat sa

$$V_X = M_X V_{IN} \quad (163)$$

za napone i

$$I_X = J_X \frac{V_{IN}}{2 f_S L} \quad (164)$$

za struje.

Osim normalizacije napona i struja, u energetskej elektronici se često normalizuje i vreme. Na primer, faktor ispunjenosti pobudnih impulsa prekidača  $D$  je normalizovano trajanje intervala vremena tokom koga je prekidač uključen u odnosu na periodu prekidanja:  $D \triangleq t_{Son}/T_S$ .

## 7.2 Normalizovani izrazi za izlazne promenljive

Uvođenjem normalizacije izlazni napon je predstavljen odnosom izlaznog i ulaznog napona

$$M = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} \quad (165)$$

koji se naziva još i prenosni odnos (“conversion ratio”). Izlazna struja se predstavlja sa

$$J_{OUT} = \frac{2 f_S L}{V_{IN}} I_{OUT} \quad (166)$$

dok se kritična izlazna struja pri kojoj konvertor menja režim provođenja predstavlja jednostavnim izrazom

$$J_{crit} = D (1 - D). \quad (167)$$

Normalizovani izrazi za izlazni napon u kontinualnom i izlaznu struju u diskontinualnom režimu rada za tri osnovna prekidačka konvertora su prikazani u tabeli 15 i po formi su jednostavniji od izraza iz tabele 14. Osim toga, broj promenljivih je smanjen: izrazi iz tabele 15 povezuju  $M$ ,  $D$  i  $J_{OUT}$ , dok su u izrazima u tabeli 14 učestvovali  $V_{IN}$ ,  $V_{OUT}$ ,  $D$ ,  $f_S$ ,  $L$  i  $I_{OUT}$ . Dakle, broj promenljivih je sa šest sveden na tri.

Tabela 15: Normalizovani izrazi za  $M$  u kontinualnom i  $J_{OUT}$  u diskontinualnom režimu rada

konvertor	CCM, $ J_{OUT}  > J_{crit}$ $M$	DCM, $ J_{OUT}  < J_{crit}$ $J_{OUT}$
buck	$D$	$D^2 \frac{1-M}{M}$
boost	$\frac{1}{1-D}$	$D^2 \frac{1}{M-1}$
buck-boost	$-\frac{D}{1-D}$	$D^2 \frac{1}{M}$

Tabela 16: Izrazi za  $M$  u kontinualnom i diskontinualnom režimu rada u zavisnosti od  $J_{OUT}$  i  $D$

konvertor	CCM, $ J_{OUT}  > J_{crit}$ $M_{CCM}$	DCM, $ J_{OUT}  < J_{crit}$ $M_{DCM}$
buck	$D$	$\frac{D^2}{D^2 + J_{OUT}}$
boost	$\frac{1}{1-D}$	$1 + \frac{D^2}{J_{OUT}}$
buck-boost	$-\frac{D}{1-D}$	$\frac{D^2}{J_{OUT}}$

### 7.3 Izrazi za izlazni napon u zavisnosti od izlazne struje i $D$

Normalizovani izrazi dati u tabeli 15 su povoljni za manipulaciju i analizu. Prva analiza koja će biti prikazana daje normalizovan izlazni napon u funkciji  $J_{OUT}$  i  $D$ . Rešavanjem izraza za  $J_{OUT}$  u diskontinualnom režimu po  $M$ , dobijaju se izrazi dati u tabeli 16. Izrazi omogućavaju direktno izračunavanje izlaznog napona konvertora ako su opterećenje  $J_{OUT}$  i upravljačka promenljiva  $D$  poznati.

Rezultati iz tabele 16 su predstavljeni na slikama 57, 58 i 59 kao parametarske familije krivih  $M(J_{OUT})$  sa  $D$  kao parametrom. Na slikama je prikazana i granica između kontinualnog i diskontinualnog režima rada kao kriva  $J_B(M_B)$  prikazana crvenom linijom u  $M(J_{OUT})$  ravni. Kriva se dobija izražavanjem  $D$  u  $J_{crit} = D(1-D)$  preko  $M$  prema izrazu za  $M(D)$  za odgovarajući konvertor u kontinualnom režimu rada, koji važi i na granici između dva režima, kako je već bilo napomenuto. Ovako su određene granice između režima rada u  $M(J_{OUT})$  ravni i to

$$J_B = M_B(1 - M_B) \quad (168)$$

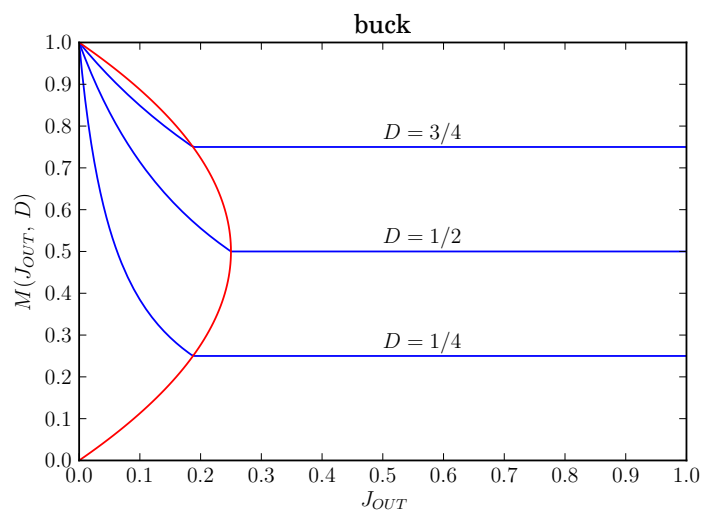
za buck konvertor,

$$J_B = \frac{M_B - 1}{M_B^2} \quad (169)$$

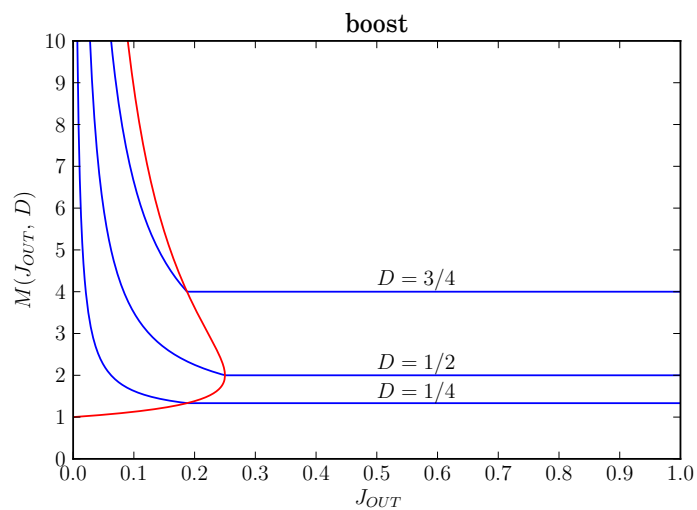
za boost konvertor, i

$$J_B = \frac{M_B}{(M_B - 1)^2} \quad (170)$$

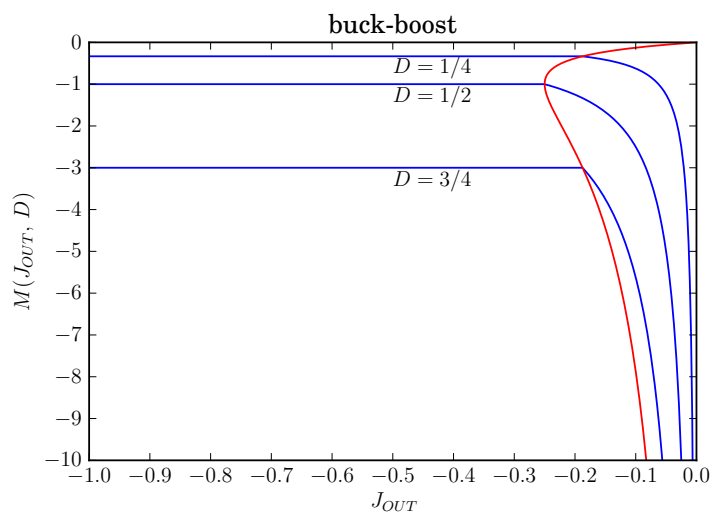
za buck-boost konvertor. Indeks  $B$  (boundary) je korišćen da označi da je reč o vrednostima na granici između dva režima rada.



Slika 57: Buck konvertor,  $M(J_{OUT}, D)$



Slika 58: Boost konvertor,  $M(J_{OUT}, D)$



Slika 59: Buck-boost konvertor,  $M(J_{OUT}, D)$

Prikazani rezultati opisuju uobičajena laboratorijska ispitivanja konvertora, kada se zadaje konstantna vrednost za  $D$ , a menja se izlazna struja. Vidi se da je kod buck konvertora za zadato  $D$  izlazni napon ograničen na  $V_{OUT} \leq V_{IN}$ , dok kod boost i buck-boost konvertora  $|V_{OUT}| \rightarrow \infty$  kada  $J_{OUT} \rightarrow 0$ , pa valja biti oprezan da pri upravljanju sa konstantnim  $D$  ne dođe do isključenja potrošača ( $I_{OUT} = 0$ ) i time uzrokovanim prenaponima u kolu koji mogu izazvati oštećenja.

## 7.4 Izrazi za $D$ u zavisnosti od izlazne struje i izlaznog napona

U odnosu na izraze prikazane u prethodnom odeljku, za praksu su mnogo značajniji izrazi u kojima se  $D$  daje u funkciji zadatog  $M$  i  $J_{OUT}$ , pošto se u praksi gotovo uvek zahteva da konvertor ima sistem automatskog upravljanja koji promenom  $D$  održava izlazni napon konstantnim, bez obzira na promene izlazne struje. Stoga je povoljno izraze za  $M$  i  $J_{OUT}$  iz tabele 15 rešiti po  $D$ . Ovakva transformacija izraza je prikazana u tabeli 17. Takođe, u tabeli su dati izrazi za  $J_{crit}$  pri kojoj se konvertor nalazi na granici između kontinualnog i diskontinualnog režima rada izraženi preko  $M$  za odgovarajući konvertor. Izrazi se dobijaju slično kao granična kriva  $J_B(M_B)$  u prethodnoj analizi, uz izuzetak znaka kod buck-boost konvertora, pošto je  $J_{crit}$  definisano tako da  $J_{crit} > 0$ .

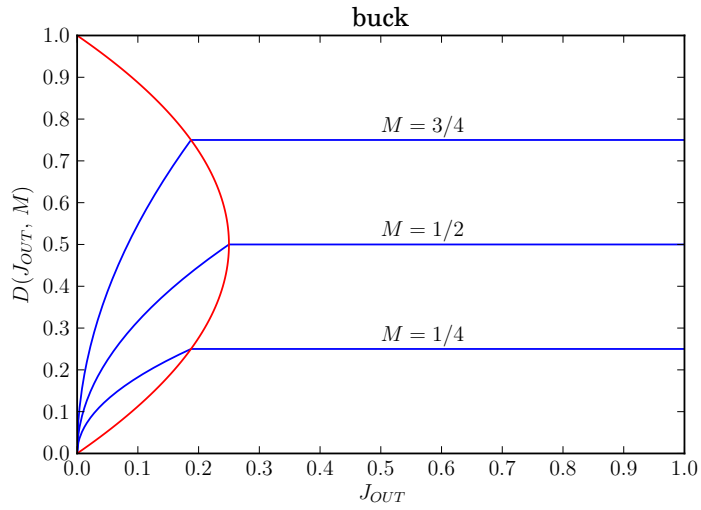
Iz izraza prikazanih u tabeli 17 se vidi da u kontinualnom režimu fiksiranoj vrednosti  $M$  odgovara fiksirana vrednost  $D$  (što u praksi nije sasvim tačno, zbog gubitaka će  $D$  malo zavistiti od  $J_{OUT}$ ), dok u diskontinualnom režimu za sva tri konvertora je  $D$  proporcionalno  $\sqrt{J_{OUT}}$ .

Na osnovu rezultata iz tabele 17 prikazana je zavisnost  $D(J_{OUT})$  kao parametarska familija krivih sa  $M$  kao parametrom za sva tri osnovna konvertora na slikama 60, 61 i 62. Na krivima je crvenom linijom ucrtana granica između kontinualnog i diskontinualnog režima rada  $J_B = D_B(1 - D_B)$  za buck i boost konvertor, odnosno  $J_B = -D_B(1 - D_B)$  za buck-boost konvertor. Krive su za sva tri konvertora po obliku veoma slične, ali odgovaraju veoma različitim vrednostima parametra  $M$  u zavisnosti od tipa konvertora.

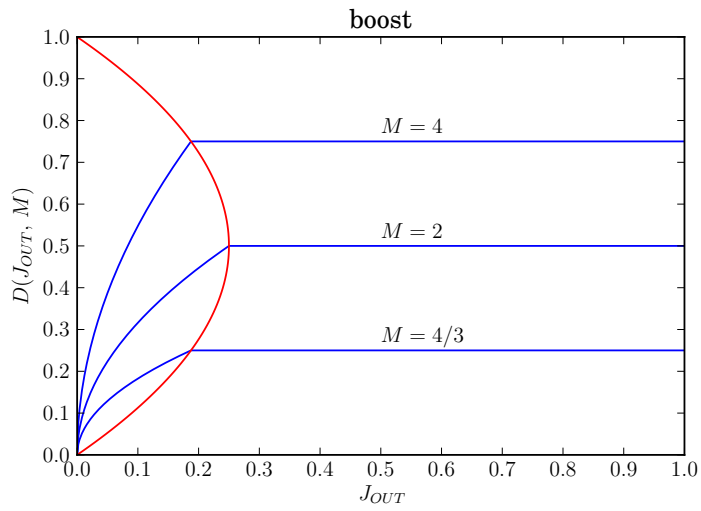
Tabela 17: Izrazi za  $D$  u kontinualnom i diskontinualnom režimu rada u zavisnosti od  $J_{OUT}$  i  $M$

konvertor	CCM, $ J_{OUT}  > J_{crit}$ $D_{CCM}$	DCM, $ J_{OUT}  < J_{crit}$ $D_{DCM}$	$J_{crit}$
buck	$M$	$\sqrt{\frac{M}{1-M}} J_{OUT}$	$M(1-M)$
boost	$\frac{M-1}{M}$	$\sqrt{(M-1) J_{OUT}}$	$\frac{M-1}{M^2}$
buck-boost	$-\frac{M}{M-1}$	$\sqrt{M J_{OUT}}$	$-\frac{M}{(M-1)^2}$

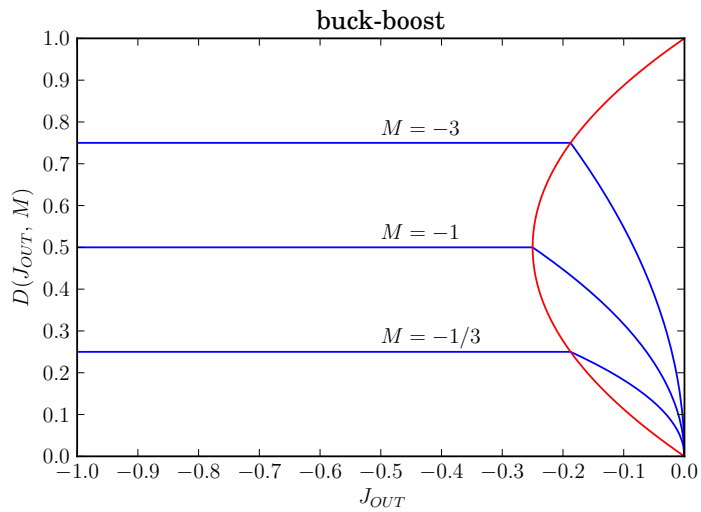




Slika 60: Buck konvertor,  $D(J_{OUT}, M)$



Slika 61: Boost konvertor,  $D(J_{OUT}, M)$



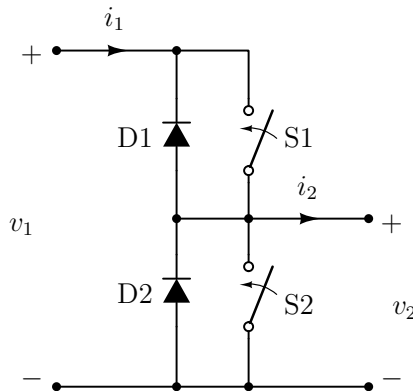
Slika 62: Buck-boost konvertor,  $D(J_{OUT}, M)$

## 8 Sinhrono ispravljanje

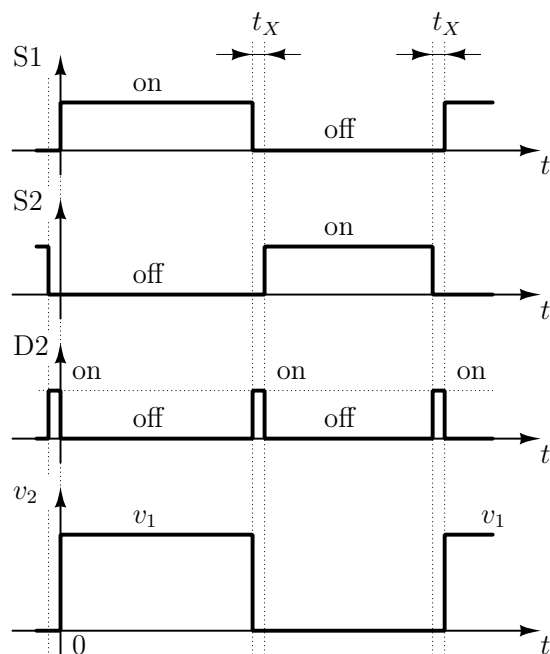
Konvertori energetske elektronike obezbeđuju energiju prema zahtevima svojih potrošača, a u slučaju digitalne elektronike ti zahtevi su karakterisani sve nižim naponima. Dugo je standard za napajanje logičkih kola bio 5 V, a sledili su standardi po kojima su naponi bivali sve niži: 3.3 V, 2.5 V, 1.8 V, 1.5 V, i 1.2 V. Ovako niski naponi su poredivi sa padom napona na diodi, pa konvertori koji koriste diode postaju izrazito energetski neefikasni na ovako niskim izlaznim naponima, imaju mali koeficijent korisnog dejstva. Za razliku od dioda, prekidački MOSFET nema konstantnu komponentu pada napona nezavisnu od struje (“forward voltage drop”), već se može karakterisati kao linearni otpornik otpornosti koja je reda veličine deset milioma. Stoga je energetski efikasnije umesto diode koristiti MOSFET koji treba učiniti provodnim onda kada bi dioda bila provodna. Ovo komplikuje strukturu konvertora, ali može značajno da popravi koeficijent korisnog dejstva pri niskim izlaznim naponima. U razmatranju koje sledi smatraćemo da MOSFET prati antiparalelna dioda, koja realno postoji kao parazitni element.

Kod sinhronog ispravljanja prekidačka ćelija je prikazana na slici 63, gde prekidači S1 i S2 predstavljaju MOSFET-ove, a D1 i D2 njihove antiparalelne diode. Prekidačka ćelija je podrazumevano napajana čvrstim naponom  $v_1$  (izvor niske unutrašnje impedanse), a opterećena strujom  $i_2$  (izvor visoke unutrašnje impedanse). Kako  $v_1$  ne bi bio kratko spojen, prekidači S1 i S2 nikada ne smeju biti istovremeno uključeni. U slučaju da su oba prekidača isključena, tok pozitivne struje  $i_2$  će obezbediti dioda D2, a tok negativne struje  $i_2$  će obezbediti dioda D1. Kako nije moguće obezbediti idealnu sinhronizaciju prekidača koja bi obezbedila  $S2 = \overline{S1}$ , u toku prelaznog procesa promene stanja prekidača tokom kratkog intervala vremena  $t_X$  se ostave oba prekidača isključena, kada je napon  $v_2$  određen smerom struje  $i_2$ , kako je prikazano na slici 64 u slučaju da je  $i_2 > 0$ . Tokom komutacije prekidača, kada su oba isključena, vodi dioda koja odgovara smeru struje  $i_2$ , a nakon tog intervala njeno provođenje preuzima antiparalelni prekidač, čime se značajno smanjuju gubici usled pada napona na direktno polarisanoj diodi.

Osim smanjenja gubitaka provođenja na diodi, sinhrono ispravljanje dovodi do izostanka diskontinualnog režima rada konvertora. Stanje prekidača S2 sa slike 63 je komplementarno prekidaču S1, a kako prekidački MOSFET ima simetričnu strukturu ako mu izuzmemo antiparalelnu diodu, ne postoji prepreka za proticanje negativne struje kalema. Ovo bitno utiče na rad konvertora pri malim strujama potrošnje, kao i na njegovu regulaciju, o čemu će biti reči kasnije. U cilju ilustrovanja odsustva diskontinualnog režima rada kod konvertora sa sinhronim ispravljanjem, razmotrićemo rad buck konvertora prikazanog na slici 65 u slučaju da je struja potrošača manja od kritične, u skladu sa nejednakošću (37), kada bi buck konvertor sa diodom radio u diskontinualnom režimu. Talasni oblici struja i napona konvertora sa slike 65 su prikazani na slici 66, na kojoj se vidi da struja kalema i struje prekidača na određenim intervalima vremena imaju negativne vrednosti. Ovo je tipično za sve konvertore sa sinhronim

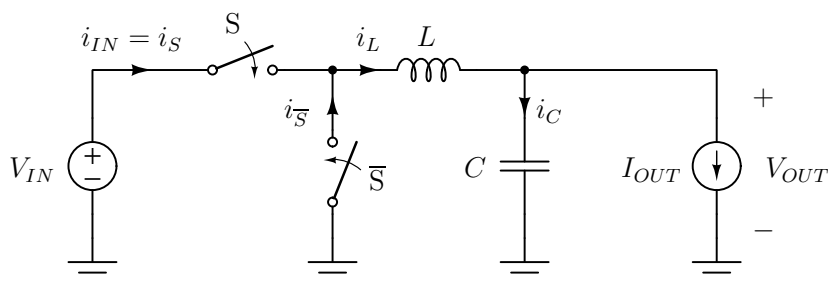


Slika 63: Prekidačka ćelija sa sinhronim ispravljanjem.

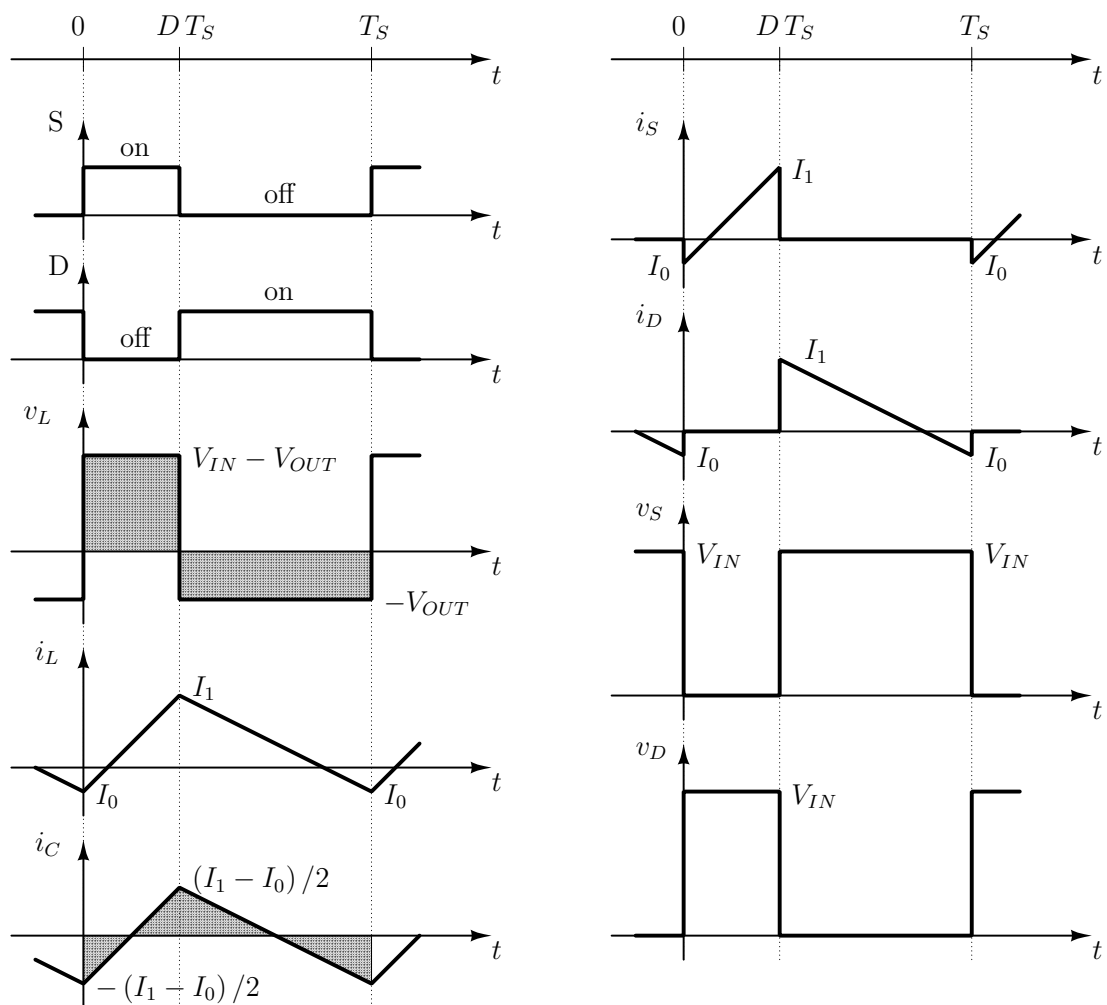


Slika 64: Upravljanje prekidačima u prekidačkoj ćeliji sa sinhronim ispravljanjem, slučaj  $i_2 > 0$ .

ispravljanjem. Ukoliko se iz nekog razloga zahteva rad u diskontinualnom režimu, onda je potrebno pratiti smer struje kalema ili prekidača S2 i isključivati prekidač S2 kada njegova struja dostigne nulu. Motivi za ovakav pristup su diskutabilni, ali se ponekad pojave takvi zahtevi i treba znati da je i sa sinhronim ispravljanjem moguće ostvariti diskontinualni režim rada, ali je pitanje da li se to isplati pošto rad u diskontinualnom režimu nije spontan, već mora da se aktivno nametne.



Slika 65: Buck konvertor sa sinhronim ispravljanjem.



Slika 66: Buck konvertor sa sinhronim ispravljanjem, talasni oblici struja i napona.

## 9 Zaključak

U ovom poglavlju su obrađena tri osnovna konvertora: buck, boost i buck-boost. Motiv za uvođenje ovih konvertora je povećanje koeficijenta korisnog dejstva kod linearnih stabilizatora napona, a osim toga konvertori omogućavaju i izlazne napone koji su viši od ulaznog napona ili su obrnutog polariteta. Nakon čitanja i razumevanja sadržaja ovog poglavlja, neki delovi uvoda koji u prvom čitanju nisu bili jasni bi trebalo da su postali jasni.

Sva tri razmatrana konvertora su kola drugog reda. Iako ih je moguće tako analizirati, neracionalno je, pošto se konvertori projektuju da imaju praktično konstantan izlazni napon, što praktično algebarski degeneriše izlazni kondenzator. Ovo omogućava aproksimativne metode analize kola, aproksimaciju male talasnosti u kojoj se svi reaktivni elementi degenerišu, kalemovi na strujni izvor, kondenzatori na naponski izvor, i aproksimaciju linearne talasnosti, kod koje se degeneriše samo kondenzator na izvor konstantnog napona. Analiza ovakvih kola je detaljno prikazana. Konvertori su u ovom poglavlju analizirani u ustaljenom stanju, za ustaljeni složenoperiodični režim, a odziv ustaljenog stanja je određen direktno, izjednačavanjem vrednosti promenljivih stanja na kraju periode sa odgovarajućim vrednostima na početku periode. Koliko je važno razumeti rad osnovnih prekidačkih konvertora, toliko je važno razumeti i metode njihove analize koji će se koristiti i u analizi svih kasnijih konvertora.

Dalje, u ovom poglavlju je pokazano da aproksimacija male talasnosti ne može da predvidi diskontinualni režim rada konvertora, dok aproksimacija linearne talasnosti to može. Analizom primenom aproksimacije linearne talasnosti je ustanovljena veza između izlazne struje i izlaznog napona konvertora koju uslovljava sam konvertor. Stvarni izlazni napon i izlazna struja se dobijaju uvrštavanjem veze koju među njima uslovljava potrošač. Razmatrani su potrošač konstantnog napona, potrošač konstantne struje i linearni otpornik kao potrošač.

Tokom analize buck-boost konvertora u diskontinualnom režimu rada uočena je prekidačka ćelija koja se sastoji iz prekidača, diode i kalema. Usled algebarske degeneracije kalema kome je početna i krajnja struja u svakoj periodi jednaka nuli, ta prekidačka ćelija se može modelovati dvoportnim nelinearnim rezistivnim elementom koji je nazvan „otpornik bez gubitaka“, pošto se snaga koju uzima port na kome se emulira otpornost vraća kroz port koji se ponaša kao izvor konstantne snage. Dobijeni model prekidačke ćelije za diskontinualni režim je iskorišćen za modelovanje svih osnovnih konvertora u diskontinualnom režimu i dobijeni su rezultati koji se poklapaju sa ranije dobijenim.

Logičan produžetak tehnike modelovanja prekidačke ćelije za diskontinualni režim rada je proširenje na kontinualni režim. U kontinualnom režimu kalem nije algebarski degenerisan, pa je izostavljen iz prekidačke ćelije koja se u ovom slučaju svodi samo na prekidač i diodu. Takođe, u kontinualnom režimu je stanje diode komplement stanja prekidača, što pojednostavljuje analizu. Izvedeni usrednjeni model se svodi na idealni transformator prenosnog odnosa  $(1 - D) : D$ . Usrednjeni model prekidačke ćelije za kontinualni režim rada je primenjen u analizi osnovnih konvertora, a svoj pun potencijal će pokazati prilikom analize prelaznih procesa u konvertorima, za koje je ovde postavljena osnova.

Rezltati analize osnovnih konvertora su rezimirani u odeljku koji se bavi njihovom uporednom analizom. Tu je uvedena normalizacija struja i napona u kolu i razmatrani su slučajevi kada je upravljačka promenljiva  $D$  konstantna, kao i kada se promenom  $D$  izlazni napon održava konstantnim. Sumirane su sličnosti i razlike među konvertorima.

Na kraju je analizirano sinhrono ispravljanje koje je zbog popravke koeficijenta korisnog dejstva danas jedino rešenje za napajanje digitalnih kola. Ukazano je na odsustvo diskontinualnog režima rada u ovom slučaju i razmatrana je komutacija prekidača koja rešava problem nemogućnosti idealne sinhronizacije.

Ovo poglavlje je od velike važnosti za razumevanje poglavlja koja slede, pošto će se tehnike analize uvedene ovde primenjivati u svim kasnijim slučajevima.