

11-amaliy mashg'ulot

Mavzu: Bir va ikki o'lchovli funksiyalar qiymatlarini interpolyatsiyalash.

Reja

1. Amaliy mashg'ulot uchun kerakli jihozlar
2. Nazariy ma'lumotlar
3. Interpolyatsiyalash metodlari
4. Kubik splaynlarga doir misollar
5. Amaliy qism
6. Amaliy topshiriqlar

Kerakli jihozlar. Matlab®/Simulink® dasturiy ta'minoti bilan ta'minlangan kompyuterlar va printerlar.

Nazariy ma'lumotlar

Interpolyatsiyalash metodlari

Interpolyatsiya deganda bir funksiyaning kam sonli tugun nuqtalari (interpolyatsiya tugunlari)da berilgan qiymatlardan foydalanib, qiymatlari berilgan funksiyaning tugun nuqtalardagi qiymatlari bilan ustma-ust tushuvchi va tugun nuqtalar orasidagi ixtiyoriy nuqtada funksiyaning qiymatlarini hisoblashga imkon beruvchi yaqinlashuvchi polinom bilan almashtirish tushuniladi.

1. n – tartibli ko'phad quyidagicha ifodalanadi: $P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ (1), n – ko'phad tartibi, $n \in \mathbb{Z}^+ \setminus \{0\}$. Agar $n \in \mathbb{Z}$ bo'lsa, ya'ni $Z = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ u holda $P_n(x)$ funksiya ratsional funksiya deyiladi. Ikki ko'phadning nisbati natijasida kasr-ratsional funksiya hosil bo'ladi.
2. Matlabda (1) ko'phad koeffitsiyentlari darajalari kamayib borish tartibida joylashtirilgan vektor ko'rinishida ifodalanadi. Masalan:

$P_3(x) = 5x^3 - 4x^2 + 2x - 1$ ko'phadni Matlabda berilishi:

```
Command Window
Using Toolbox Path Cache. Type "help toolbox_path_cache" for more info.

To get started, select "MATLAB Help" from the Help menu.

>> P3=[5 -4 2 -1]

P3 =

     5     -4      2     -1

>> |
```

3. Ikki m – va n – tartibli ko'phadlarni ko'paytirish operatsiyasi konvolyutsiya deyiladi va quyidagi komanda orqali amalga oshiriladi: **c=conv(a,b)**, bu yerda, b – uzunliklari $(m+1)$ va $(n+1)$ bo'lgan va ko'paytirilayotgan ko'phadlar koeffitsiyentlaridan iborat vektorlar.

Misol: 1) $P_1 = [-2 \ 3 \ 1]$ va $P_2 = [3 \ -4 \ 5 \ 2]$ ko'phadlarni Matlabda ko'paytirish.

```
Command Window
>> P1=[-2 3 1];
>> P2=[3 -4 5 2];
>> C=conv(P1,P2)

C =

    -6    17   -19     7    11     2

>> |
```

4. Matlabda ko'phadlarni bo'lish operatsiyasi quyidagi funksiya asosida amalga oshiriladi: **[a,b]=deconv(p,q)**, bu yerda p,q –bo'linuvchi va bo'luvchi ko'phadlar koeffitsiyentlaridan tashkil topgan vektorlar, a va b –bo'linma va qoldiq ko'phad koeffitsiyentlari. Agar p_1, p_2 ko'phadlar bo'lsa, ularni bo'lish quyidagicha amalga oshiriladi: $[a,b]=deconv(p_1,p_2)$, bunda, $m \geq n$ bo'lsa, a va b vektorlar uzunliklari mos ravishda $[(m+1)-(n+1)+1]$ va $(m+1)$ ga teng, $m < n$ bo'lsa, a ning uzunligi 0 ga, b ning uzunligi $(m+1)$ ga teng (a – bo'linma, b – qoldiq ko'phad koeffitsiyentlari).
5. Ko'phadning ildizlari **c=roots(p)** funksiyasi orqali topiladi, bu yerda p – ko'phad koeffitsiyentlari vektori, uzunligi $(n+1)$ ga teng; c ko'phad ildizlari, uzunligi n ga teng vektor-ustun. **Misol:** $P_2(x) = x^2 - 5x + 6$ ko'phad ildizlarini topamiz.

```
Command Window
>> P=[1 -5 6]

P =

     1     -5      6

>> c=roots(P)

c =

    3.0000
    2.0000

>>
```

6. Ko'phad ildizlarini topishga teskari protsedura, ya'ni ko'phadlarni tiklash, **p=poly(c)** funksiyasi asosida amalga oshiriladi, bu yerda c – ko'phad ildizlari vektor-ustun; p – ko'phad koeffitsiyentlari.
7. Ko'phad qiymatlari $y=polyval(p,x)$ funksiyasi asosida hisoblanadi; bu yerda, p – ko'phad koeffitsiyentlari vektori; x – skalyarvektor yoki matritsa; y –

ko'phadning berilgan x ga mos qiymati. Misol: $P_3(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$
 ko'phadning $x=0.75$ dagi qiymatini toping.

```
Command Window
>> p=[4 -3 2 -1]

p =

     4     -3      2     -1

>> x=0.75

x =

    0.7500

>> y=polyval(p,x)

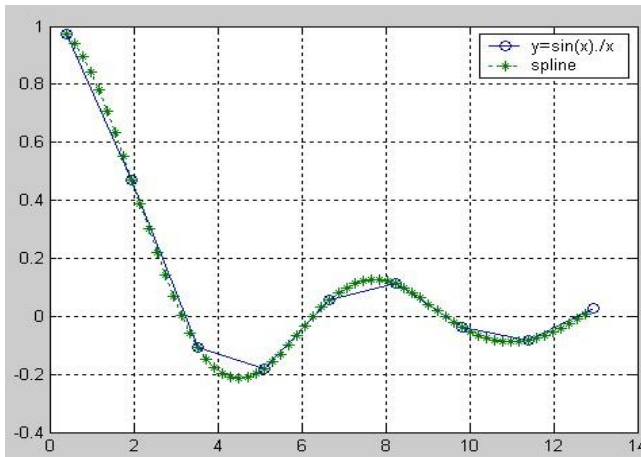
y =

    0.5000

>>
```

8. Ko'phadning hosilasi **dp=polyval(p)** funksiyasi yordamida topiladi, bu yerda p –berilgan ko'phad koeffitsiyentlari vektori; dp – ko'phad hosilasi koeffitsiyentlari vektori.
9. Bir o'zgaruvchili funksiyalarni interpolatsiyalash $f_i = \text{interp1}(x, y, x_i, 'method')$ funksiyasi orqali amalga oshiriladi, bu yerda: x – interpolatsiya tugunlari (teng qadamli, tengmas qadamli); y –interpolatsiya qilinuvchi funksiya; x_i –tugun va oraliq nuqtalar;
 <metod> interpolatsiyalovchi funksiyalar:
 - 'nearest' – 0-tartibli ko'phad;
 - 'linear' – 1-tartibli ko'phad;
 - 'cubic' – 3-tartibli ko'phad;
 - 'spline' –kubik splayn; f_i - interpolatsiyalovchi funksiya qiymatlari.
10. $y = \frac{\sin(x)}{x}$ funksiyaning bir xil qadam bilan kubik ko'phad va kubik splayn x asosida interpolatsiyasi.
 $x=\pi/8:\pi/2:(4*\pi+\pi/2); y=\sin(x)./x;$
 $xi=\pi/8:\pi/16:(4*\pi+\pi/16);$
 $fi1=\text{interp1}(x,y,xi,'cubic');$ plot(x,y,'-o',xi,fi1,':'), grid, hold on
 legend('y=sin(x)./x','cubic') figure
 $fi2=\text{interp1}(x,y,xi,'spline');$ plot(x,y,'-

```
o',xi,fi2,'*'),grid, hold on
legend('y=sin(x)./x','spline')
```



Пример (интерполяция функции косинуса):

```
x=0:10;y=cos(x); xi=0:0.1:10;
yi=interp1(x,y,xi);
plot(x,y,'x',xi,yi,'g'),hold on
yi=interp1(x,y,xi,'spline');
plot(x,y,'o',xi,yi,'m'),grid,hold off
Пример:
x=0:10; y=3*cos(x); x1=0:0.1:11;
y1=spline(x,y,x1);
plot(x,y,'o',x1,y1,'—') 2-misol.
```

$$2x + y - 5z + t = 8$$

$$X - 3y - 6t = 9$$

$$2y - z + 2t = -5X$$

+ 4y - 7z + 6t = 0 Tenglamalar

sistemasini yeching.

Yechish.

```
>> A=[2 1-5 1;1-3 0 -6; 0 2 -1 2;1 4 -7 6]; %sistemaning
matritsasi
```

```
>> B=[8;9;-5;0];
```

%o'ng tomonning ustun vektori

```
>> A1=[A,B];
```

%sistemaning kengaytirilgan matritsasi

```
>> ifand(rank(A)==(A1),rank(A)==4)
```

%matritsa rangini tekshirish

```
Disp (Sistema yagona yechimga ega);
```

```
X=A\B;
```

% teskari slesh yoki chapdan bo'luv – chizig'li sistemani....

%Gauss usuli bilan yechish

X1=x';

End x1

x1=

3.0000 -4.0000 -1.000 1.0000

>>nx=A^(-1)*B; x2=x' %A\B

yozuvning uchunchi variant x3 =

3.0000 -4.0000 -1.0000 1.0000

Berilgan sistemaning enh kichik kvadratlar usuli bilan yechish

>> A=[21 -5 1;1 -3 0 -6;0 2 -1 2;1 4 -7 6];

% sistemaning matrisa

>> B=[8;9;-5;0]

%o'ng tomonlarining ustun vektori

>> x=lsqr(A,B)

% chiziqli sistemani yechish uchun % biriktirilgan funksiya (eng kichik kvadratlar usuli)

x =

3.0000 -4.0000 -1.0000 1.0000 Misol:

$$2 < \frac{x-2}{x+3}$$

Tenglikni yeching Yechish:

>>maple('solve','{(x-2)/(x+3)>2}',x)

ans =

{-8 < x , x < -3 }

Tengsizlikni yechimi -

8 < x < -3.

3-misol

$$\frac{x-2}{x+3} \leq 51, \quad \sqrt{x} - 1 < 10.69 \leq 10x^2 + 4x$$

Tengsizlik sistemasini yeching Yechish:

>>maple('solve','{(x-2)/(x+3)<=51, sqrt(x)

*(sqrt(x)-1) <10,10*x^2+4*x>=69}',x) ans =

{-1/5+1/10*694^(1/2)<= x, x < 21/2+1/2*41^(1/2)}

```
>> vpa(ans,4)
ans =
{2.434 <= x, x < 13.70 }
```

Topshiriqlar:

- Variant asosida funksiyalar interpolyatsiyasini topish; -
Yaratilgan grafiklarni rasmiylashtirish.

Variantlar:

№	1	2	3	4	5	6	7
X	Y	Y	Y	Y	y	y	Y
0.25	0.778	2.284	0.247	0.552	1.031	0.444	0.255
0.31	0.758	2.363	0.285	0.615	1.048	0.530	0.320
0.36	0.717	2.433	0.362	0.667	1.066	0.645	0.376
0.39	0.677	2.477	0.390	0.740	1.107	0.771	0.411
0.43	0.650	2.537	0.416	0.642	1.194	0.640	0.458
0.47	0.625	2.100	0.352	0.587	1.233	0.538	0.508
0.52	0.644	1.982	0.339	0.543	1.138	0.477	0.572
0.56	0.661	1.851	0.331	0.589	1.061	0.508	0.626
0.64	0.717	1.896	0.397	0.684	1.021	0.564	0.544
0.66	0.714	1.935	0.513	0.709	1.122	0.578	0.476
0.71	0.691	2.034	0.651	0.771	1.256	0.610	0.559

№	8	9	10	11	12	13	14
X	Y	Y	y	Y	y	y	y
0.24	0.335	1.274	0.586	0.242	1.002	0.544	0.237
0.26	0.254	1.297	0.571	0.262	1.103	0.566	0.257
0.27	0.263	1.310	0.663	0.273	1.203	0.576	0.266
0.29	0.384	1.436	0.648	0.294	1.204	0.598	0.286
0.30	0.491	1.535	0.540	0.304	1.304	0.509	0.295
0.32	0.509	1.437	0.526	0.325	1.255	0.431	0.234
0.37	0.454	1.344	0.590	0.308	1.316	0.387	0.161
0.38	0.363	1.146	0.683	0.289	1.377	0.399	0.170
0.42	0.397	1.252	0.657	0.232	1.409	0.446	0.247
0.49	0.455	1.363	0.612	0.309	1.412	0.533	0.247
0.59	0.533	1.380	0.554	0.324	1.357	0.669	0.206

Ilovadagi masalalar.

1. $P_3(x) = -8x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ ko'phadning $x=0.25$ dagi qiymatini toping?
2. $y = \sin_2(x)$ funksiyaning $[0.1; 3.5]$ oraliqda har xil qadam bilan 4-tartibli x ko'phad bilan interpolatsiyasini toping?
3. $y = -8x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ funksiyaning $[0.1; 4.5]$ oraliqda har xil qadam bilan 3-tartibli ko'phad bilan interpolatsiyasini toping?

4. $y = -6x^3 - 3x^2 + 2x - 6$ funksiyaning $[0.1; 4.5]$ oraliqda har xil qadam bilan 5-tartibli ko'phad bilan interpolatsiyasini toping?
5. $y = \frac{\cos(x)}{x} + \frac{\sin(x)}{x}$ funksiyaning bir xil qadam bilan kubik ko'phad va kubik xil splayn asosida interpolatsiyasi.
6. $Y = \sin 2x + 1$ funksiyaning bir xil qadamdagi tugun nuqtalardagi qiymatlari asosida 5-tartibli ko'phad bilan approksimatsiya qilish.
7. $P_2(x) = 3x^2 - 5x + 8$ ko'phad ildizlarini topamiz.
8. $y = 5x^3 - 4x^2 + 2x - 1$ funksiyaning $[0.1; 4.5]$ oraliqda har xil qadam bilan 6-tartibli ko'phad bilan interpolatsiyasini toping?
9. Tenglamalar sistemasini eng kichik kvadratlar usuli bilan yeching.

$$\begin{aligned} 2x + 2y - 5z + t &= 8 \\ 3x - 3y - 6t &= 19 \\ 2y - 4z + 2t &= -5 \\ x + 4y - 7z + 6t &= 0 \end{aligned}$$
10. Tenglamalar sistemasini eng kichik kvadratlar usuli bilan yeching.

$$\begin{aligned} x + 2y - 5z + t &= 9 \\ 3x - 3y - 6t &= 19 \\ 2y - 6z + 2t &= -5 \end{aligned}$$
11. Tenglamalar sistemasini eng kichik kvadratlar usuli bilan yeching.

$$\begin{aligned} 2x - 3y - 6t &= 19 \\ 2y - 2z + 2t &= 8 \\ x + 4y - 7z + 6t &= 12 \end{aligned}$$
12. $8 < \text{---}$ Tenglikni yeching.