

2-amaliy mashg'ulot.

Mavzu: Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari(OXKT) va ularni modellashtirish

Reja

1. Amaliy mashg'ulot uchun kerakli jihozlar
2. Nazariy ma'lumotlar
3. Hodisalar oqimi
4. Markov tasodifiy jarayonlari
5. Amaliy qism
6. Amaliy topshiriqlar

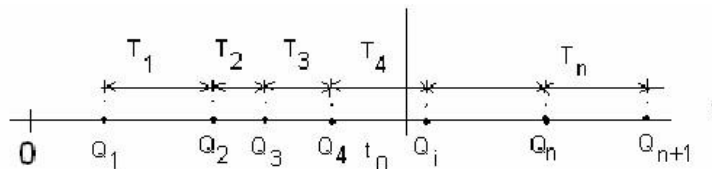
Kerakli jihozlar. Matlab®/Simulink®dasturiy ta'minoti bilan ta'minlangan kompyuterlar va printerlar.

Hodisalar oqimi

Hodisalar oqimi deb, turli vaqt momentlarida birin-ketin paydo bo'ladigan bir jinsli hodisalar ketma-ketligidir. Masalan: telefon stansiyasidagi qo'ng'iroqlar oqimi; EHM dagi uzilishlar oqimi; hisoblash markazidagi hisoblashlar uchun talablar oqimi va h.k.z.

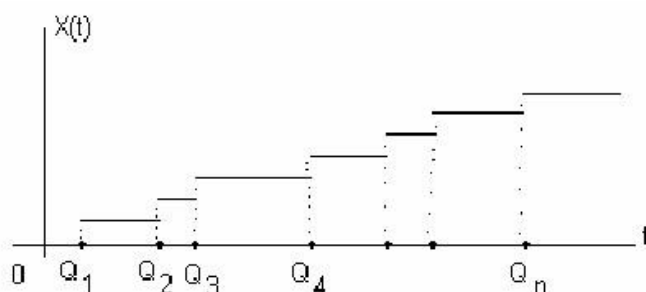
Hodisalar oqimi absissa o'qidagi $Q_1, Q_2, \dots, Q_n, \dots$ nuqtalar yonida ifodalanadi. (Rasm. 5.1) ular orasidagi intervallar bilan birga: T_1 q $Q_2 - Q_1, T_2$ q $Q_3 - Q_2, \dots, T_n$ q $Q_{n+1} - Q_n$. Hodisalar oqimini ehtimoliy izohlashda tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi sifatida ifodalanishi mumkin: $Q_1; Q_2$ q Q_1 q $T_1; Q_3$ q Q_1 q T_1 q T_2 ; va h.k.z. rasmda nuqtali qator sifatida hodisalar oqimi emas, balki uning bitta aniq tatbiqi ifodalangan.

Oldinroq hodisalar oqimi va ularning ba'zi xossalari keltirilgandi; bu yerda ularni kengroq qarab chiqamiz. Hodisalar oqimi statsionar deyiladi, agar uning tasodifiy tavsiflari hisob boshini tanlashga bog'liq bo'lmasa, aniqrog'i biror sonidagi hodisalarning biror vaqt oralig'iga tushishi faqatgina shu oraliq uzunligiga bog'liq bo'lsa va 0-t o'qning qayerida joylashganiga bog'liq bo'lmasa.



Rasm 2.1 – Hodisalar oqimi realizatsiyasi

Hodisalar oqimi ordinar deyiladi, agar elementer Δt vaqt oralig'iga ikki yoki undan ortiq hodisalar tushish ehtimoli bu oraliqqa bitta hodisaning tushishiga nisbatan yetarlicha kichik bo'lsa.



Rasm 2.2 – Hodisalar oqimi tasodifiy jarayon sifatida

Hodisalarning ordinar oqimini t vaqt momentigacha paydo bo‘ladigan $X(t)$ hodisalar oqimi tasodifiy jarayoni sifatida qarash mumkin. (rasm. 5.2).

$X(t)$ tasodifiy jarayon Q_1, Q_2, \dots, Q_n nuqtalarda sakrashsimon bir qiymatga oshadi.

Hodisalar oqimi asoratsiz deyiladi, agar ixtiyoriy τ vaqt oralig‘iga tushadigan hodisalar soni kesishmaydigan boshqa oraliqqa tushgan hodisalar soniga bog‘liq bo‘lmasa.

Amaliy jihatdan oqimda asoratlar bo‘lmasligi, oqim hosil qiluvchi hodisalar u yoki bu vaqt momentlarida paydo bo‘lishi bir-biriga bog‘liqligini bildiradi.

Hodisalar oqimi oddiy deyiladi, agar u statsionar, ordinar va asoratlarsiz bo‘lsa. Oddiy oqimdagi ikki qo‘shni hodisalar orasidagi T vaqt oralig‘i musbat taqsimotga ega

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (\text{при } t > 0)$$

Bu yerda λ q1G‘ $M[T]$ – T oraliq o‘rtacha qiymatiga teskari kattalik.

Asoratlarsiz hodisalarning ordinar oqimi Puasson oqimi deyiladi.

Oddiy oqim statsionar puasson oqimining hususiy holi hisoblanadi. Hodisalar oqimi intensivligi λ deb vaqt birligida kelib tushadigan hodisalarning o‘rtacha soniga aytiladi. Statsionar oqim uchun $\lambda q \text{ const}$; nostatsionar oqim uchun u vaqtga bog‘liq: $\lambda q \lambda(t)$.

Oqimning oniy intensivligi $\lambda(t)$ - $(t, t + \Delta t)$ vaqt oralig‘ida sodir bo‘ladigan hodisalarning o‘rtacha soni $\Delta t \rightarrow 0$ oraliq uzunligiga nisbatiga aytiladi. t_0 momentdan keyin keladigan τ vaqt oralig‘ida kelib tushadigan hodisalarning o‘rtacha soni teng (rasm. 5.1 ga qarang),

$$a(t_0, \tau) = \int_{t_0}^{t_0 + \tau} \lambda(t) dt.$$

Agar hodisalar oqimi statsionar bo‘lsa, u holda $a(t_0, \tau) = a(\tau) = \lambda \tau$.

Hodisalarning ordinar oqimi Palma oqimi (rekurrent oqim yoki chegaralangan asoratli oqim) deyiladi, agar hodisalar orasidagi T_1, T_2, \dots vaqt intervallari o‘zaro mustaqil, bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlarni ifodalaydi.

T_1, T_2, \dots taqsimotlarning bir xilligidan Palma oqimi har doim statsionardir. Oddiy oqim Palma oqimi xususiy xolidir; unda hodisalar orasidagi intervallar ko'rsatilgan qonun bo'yicha taqsimlangan (2.1), bu yerda λ – oqim intensivligi.

k-tartibli Erlang oqimi deb, shunday oqimga aytiladiki, bunda oddiy oqimdan k-nuqta(hodisa) saqlanib, boshqa oraliq nuqtalar tashlab yuboriladi. (rasm. 2.3 da oddiy oqimdan 4-tartibli Erlang oqimini olish ko'rsatilgan). k-tartibli Erlang oqimida ikki qo'shni hodisa orasidagi vaqt intervali λ parametr bilan ko'rgazmali taqsimotga ega k ta T_1, T_2, \dots, T_k mustaqil tasodifiy miqdorlar yig'indisini ifodalaydi:

$$T = \sum_{i=1}^k T_i.$$

T tasodifiy miqdor taqsimot qonuni k-tartibli Erlang qonuni deyiladi va quyidagi zichlikka ega

$$f_k(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\lambda t} \quad (\text{при } t > 0).$$

T tasodifiy miqdorning matematik kutilma, dispersiya va o'rtacha kvadratik chetlashishi mos ravishda quyidagilarga teng:

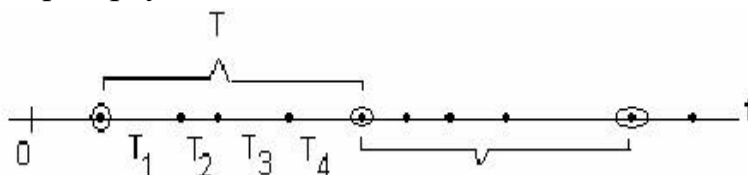
$$m_t = k / \lambda; \quad D_t = k / \lambda^2; \quad \sigma_t = \sqrt{k / \lambda}.$$

T tasodifiy miqdorning kovariatsiya koeffisienti:

$$U_t = \sigma_t / m_t = 1 / \sqrt{k}.$$

Erlang oqimi tartibi ortishi bilan hodisalar orasidagi tasodifiylik darajasi nolga intiladi.

Agar oddiy oqimni siyraklashtirish bilan birga 0-t o'qi masshtabini (k ga bo'li'h orqali) o'zgartirsak, intensivligi k ga bog'liq bo'lmagan normallangan ktartibli Erlang oqimi paydo bo'ladi.



Normallangan k-tartibli Erlang oqimidagi tasodifiy miqdorning sonli tavsiflari quyidagilarga teng:

$$M|\bar{T}| = 1/\lambda; \quad D|\bar{T}| = 1/k\lambda^2; \quad \bar{\sigma}_t = 1/(\lambda\sqrt{k}); \quad u_t = 1/\sqrt{k}.$$

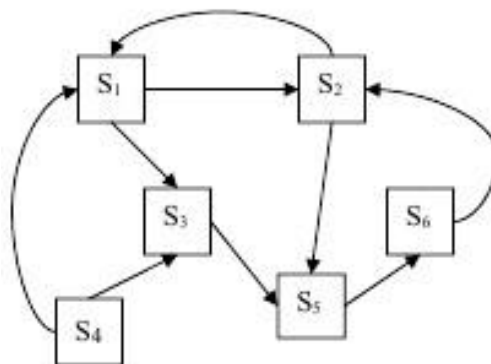
k ortishi bilan normallangan Erlang oqimi chegaralanmagan holda hodisalar orasidagi I q 1 G' λ o'zgarmas intervallic regulyar oqimga intiladi.

Markov tasodifiy jarayonlari

Tasodifiy jarayon Markov jarayoni deyiladi, agar u quyidagi xossalarga ega bo'lsa: ixtiyoriy t_0 vaqt momenti uchun tizimning keying ixtiyoriy holatlari

ehtimoli ($t > t_0$) uning hozirgi holatiga bog'liq ($t \leq t_0$) bo'lib tizimning bunday holatga qanday kelganligiga bog'liq bo'lmasa.

Bu bobda faqat S_1, S_2, \dots, S_n diskret holatli markov jarayonlarini qarab chiqamiz. Bunday jarayonlarni holatlar grafi orqali ko'rsatish qulayroq. (rasm. 15.4), bu yerda to'rtburchaklar S_1, S_2, \dots, S_n tizim holatlari, strelkalar holatdan holatga mumkin bo'lgan o'tishlar.



Rasm 2.4 – Tasodifiy jarayon holatlar grafi

Ba'zan holatlar grafida nafaqat mumkin bo'lgan o'tishlar, balki oldingi holatlardagi kutilishlar ham ifodalanadi;

Diskret vaqtli va diskret holatli markov tasodifiy jarayoni markov zanjiri deyiladi. Bunday jarayon uchun S tizim o'z holatini o'zgartiradigan t_1, t_2, \dots momentlarni jarayonning ketma-ket qadamlari sifatida qarash qulay, jarayon bog'liq bo'lgan argument sifatida t vaqtni emas, balki qadam raqami olinadi: $1, 2, \dots, k, \dots$. Tasodifiy jarayon bu holda holatlar ketma-ketligi bilan tavsiflanadi.

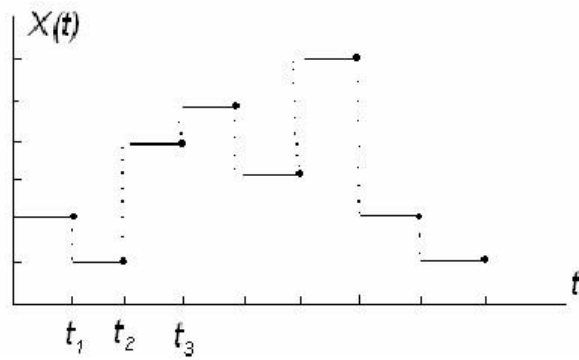
$$S(0), S(1), S(2), \dots, S(k),$$

agar $S(0)$ — tizim boshlang'ich holati (birinchi qadamdan oldin); $S(1)$ — birinchi qadamdan keying tizim holati; \dots ; $S(k)$ — k -qadamdan keying tizim holati....

S_i , ($i = 1, 2, \dots$) hodisa tasodifiy hisoblanadi, shuning uchun holatlar ketmaketligini tasodifiy hodisalar ketma-ketligi sifatida qarash mumkin. Boshlang'ich $S(0)$ holat oldindan berilgan yoki tasodifiy bo'lishi mumkin. Yuqoridagi hodisalar ketma-ketligi markov jarayonlarini tashkil etadi. n ta mumkin bo'lgan S_1, S_2, \dots, S_n holatli jarayonni qaraymiz. Agar $X(t)$

orqali t momentdagi S tizim holati raqamini belgilasak, u holda jarayon qiymatlari

$1, 2, \dots, n$ ga teng butun sonli tasodifiy funksiya $X(t) > 0$ orqali ifodalanadi. Bu funksiya berilgan t_1, t_2, \dots vaqt momentlarida bir butun qiymatdan boshqa butun qiymatga sakrashni amalga oshiradi va chapdan uzluksizdir.



Rasm 2.5 – Tasodifiy jarayon grafigi

$X(t)$ tasodifiy funksiya bir o'lchovli taqsimot qonunini qaraymiz. $P_i(k)$ orqali k qadamdan keyin $[$ va $(kQ1)$ qadamgacha] S tizim S_i ($i=1,2,\dots,n$) holatda bo'lish ehtimoli. $P_i(k)$ ehtimolni markov zanjiri holatlari ehtimoli deyiladi. Ixtiyoriy k uchun

$$\sum_{i=1}^n p_i(k) = 1$$

Jarayon boshida holatlar ehtimollarini taqsimlash

$$p_1(0), p_2(0), \dots, p_i(0), \dots, p_n(0)$$

Markov jarayonlari ehtimollarini boshlang'ich taqsimlash deyiladi. Xususan, agar S tizim boshlang'ich holati $S(0)$ aniq ma'lum bo'lsa, masalan $S(0)=S_i$, u holda boshlang'ich ehtimol $P_i(0)=1$, qolgan barchasi nolga teng bo'ladi.

k qadamda S_i holatdan S_j holatga o'tish ehtimoli $k-1$ qadamdan keyin S_i holatda bo'lganligi va k – qadamda S_j holatga o'tishining shartli ehtimolidir. Bunday ehtimollar o'tish ehtimollari deb nomlanadi.

Markov zanjiri bir jinsli deyiladi, agar o'tish ehtimollari qadam raqamiga bog'liq bo'lmasdan, faqat qaysi holatdan qaysiga o'tishiga bog'liq bo'lsa:

$$P\{S(k) = S_j \mid S(k-1) = S_i\} = P_{ij}$$

P_{ij} bir jinsli markov zanjiri o'tish ehtimollari $n \times n$ o'lchovli kvadrat matritsani tashkil qiladi:

$$\|P_{ij}\| = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1j} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2j} & \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{i1} & P_{i2} & \dots & P_{ij} & \dots & P_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nj} & \dots & P_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\sum_{j=1}^n P_{ij} = 1 \quad (i=1, \dots, n)$$

Shartni qanoatlantiruvchi matritsa stoxastik deyiladi.

R_{ij} ehtimol tizimning S_j holati keying qadamda ham qolishi ehtimolidir.

Agar bir jinsli markov zanjiri uchun ehtimollarning boshlang'ich taqsimoti va o'tish ehtimollari matritsasi berilgan bo'lsa, u holda tizim holatlari ehtimollari $p_i(k)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) rekurrent formula orqali aniqlanadi.

$$p_i(k) = \sum_{j=1}^n p_j(k-1)P_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Bir jinslimas markov zanjiri uchun matritsa va formulada o'tish ehtimollari k qadam raqamiga bog'liq.

Bir jinsli markov zanjiri uchun barcha holatlar o'rinli va chekli bo'lsa,

tenglamalar tizimi orqali aniqlanadiga limit $\lim_{u \rightarrow \infty} P_i(u) = P_i$ mavjud.

$P_i = \sum_{j=1}^n P_j P_{ji}$ va $\sum_{i=1}^n P_i = 1$. tenglamalar tizimi orqali aniqlanadigan.

Matritsa ixtiyoriy satridagi o'tish ehtimollari yig'indisi birga teng.

Formula bo'yicha hisoblashlarda barcha S_j holatlarni hisobga olish shart emas, balki faqat o'tish ehtimollari noldan farqli bo'lganlarini olish kerak.

Amaliy qism: Inson faoliyati ko'pgina sohalarida bir xil masalalarni ko'p martalab amalga oshiruvchi maxsus turdagi tizimlar asosiy o'rin egallaydi. Bunday tizimlar **Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari** (OXKT) deb ataladi.

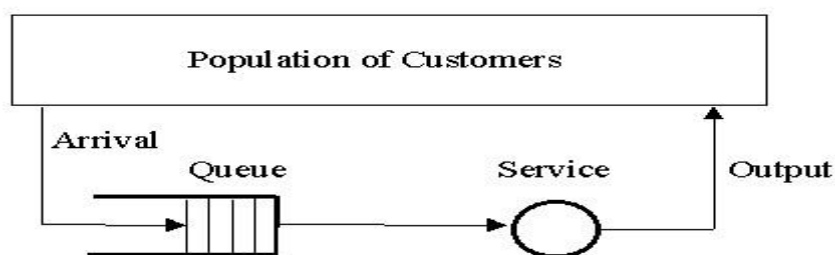


Figure 1

OXKT bir kanalli (ko'p qavatli uylardagi lift) va ko'p kanalli (bir nechta kassadan iborat do'kon, web-server) bo'ladi.

Hodisalar oqimi deb turli vaqtlarda birin-ketin paydo bo'ladigan bir jinsli hodisalar ketma-ketligiga aytiladi.

Masalan: telefon stantsiyasidagi qo'ng'iroqlar oqimi; EHM dagi uzilish(xatolik)lar oqimi; hisoblash markazida hisob-kitoblar o'tkazish uchun talablar oqimi va hokazo.

Oqim I intensivlik ya'ni OXKT ga bir vaqt birligida kelib tushadigan hodisalar soni bilan tavsiflanadi.

Masala. ATS k ta aloqa liniyasiga ega. Qo'ng'iroqlar oqimi – daqiqasiga λ . So'zlashuvlarning o'rtacha daqiqasi t minutni tashkil etadi.

a) barcha aloqa liniyalari band bo'lishi ehtimolini;

b) ATS ning nisbatan va absolyut o'tkazish qobiliyatini;

v) band liniyalari o'rtacha sonini toping. Berilgan:

k q 5; λ q 0.6; t q 3.5, α q 0.04.

Yechish: Ko'p kanalli OXKT xizmat ko'rsatish ko'rsatkichlarini hisoblaymiz:

Xizmat ko'rsatish oqimi intensivligi:

μ q $1G'3.5$ q 0.29 **Yuklama intensivligi** ρ q $\lambda \cdot t_{xiz}$ q $0.6 \cdot 3.5$ q 2.1 ρ q 2.1 - bu xizmat ko'rsatish kanali kirish va chiqish talablari oqimi kelishilganligi darajasini ko'rsatadi va OXKT chidamliligini aniqlaydi.

$$p_0 = \frac{1}{1 + \frac{2.1^1}{1!} + \frac{2.1^2}{2!} + \frac{2.1^3}{3!} + \frac{2.1^4}{4!} + \frac{2.1^5}{5!}} = 0.13$$

Kanal bo'sh bo'lishi ehtimoli

bundan bir soatning 13% da kanal bo'sh bo'ladi, kanal $t_{bo'sh}$ q 7.5 min. band bo'maydi.

1 ta kanalning xizmat ko'rsatish bilan band bo'lishi ehtimoli:

p_1 q $\rho^1 G'1! \cdot p_0$ q $2.1^1 G'1! \cdot 0.13$ q 0.26 2 ta kanal band:

p_2 q $\rho^2 G'2! \cdot p_0$ q $2.1^2 G'2! \cdot 0.13$ q 0.28 3

ta kanal band:

p_3 q $\rho^3 G'3! \cdot p_0$ q $2.1^3 G'3! \cdot 0.13$ q 0.19 4

ta kanal band:

p_4 q $\rho^4 G'4! \cdot p_0$ q $2.1^4 G'4! \cdot 0.13$ q 0.1 5

ta kanal band:

p_5 q $\rho^5 G'5! \cdot p_0$ q $2.1^5 G'5! \cdot 0.13$ q 0.0425 (barcha kanallarning band bo'lish ehtimoli)

Xizmat ko'rsatilmasdan qaytarilgan talablar hissasi

$$p_{omn} = \frac{\rho^n}{n!} p_0 = \frac{2.1^5}{5!} 0.13 = 0.0425$$

Demak, kelib tushgan talablarning 4% ga xizmat ko'rsatilmaydi. **Kelib tushayotgan talablarga xizmat ko'rsatish ehtimoli.** Bunday tizimlarda xizmat ko'rsatish va xizmat ko'rsatilmasdan qaytarilish hodisalari hodisalarning to'liq guruhini tashkil etadi, shuning uchun: p_{qay} q p_{xiz} q 1 Nisbatan o'tkazish qobiliyati: Q q p_{xiz} p_{xiz} q $1 - p_{qay}$ q $1 - 0.0425$ q 0.96 Bundan, 96% talablarga xizmat ko'rsatiladi.

Xizmat ko'rsatish darajasi 90% dan yuqori bo'lishi kerak.

Band aloqa liniyalari o'rtacha soni

n_{band} q $\rho \cdot p_{xiz}$ q $2.1 \cdot 0.96$ q 2.01 liniya.

Bo'sh aloqa liniyalari o'rtacha soni. $n_{bo'sh}$

q $n - n_{band}$ q $5 - 2.01$ q 3 liniya. **Kanallar**

bandligi koeffisienti. k_{band} q $n_{band} G'n$ q

2.01G‘5 q 0.4 Tizim 40% xizmat ko‘rsatish bilan band.

Absolyut o‘tkazish qobiliyati.

A q $p_{xiz} \cdot \lambda$ q 0.96 • 0.6 q 0.57 talabG‘daq.

OXKT o‘rtacha bo‘sh vaqti. $t_{bo'sh}$ q

$p_{qay} \cdot t_{xiz}$ q 0.0425 • 3.5 q 0.15 daq.

Xizmat ko‘rsatilayotgan talablar o‘rtacha soni.

l_{xiz} q $\rho \cdot Q$ q 2.1 • 0.96 q 2.01 . Talablarning qaytarilish ehtimoli 0.04 dan

oshmasligi uchun yetarli bo‘lgan aloqa liniyalari optimal

sonini topishda $p_{omax} = \frac{\rho^n}{n!} p_0$ quyidagi formuladan foydalanamiz:

bizning qiymatlar uchun: bu yerda $0.04 = \frac{2.1^n}{n!} p_0$ aloqa liniyalarini tanlab, kq6, p_{qay} q 0.0147 < 0.04, p_0 q

$$p_0 = \left[\sum_{k=0}^s \frac{\rho^k}{k!} \right]^{-1} \quad 0.12$$

Masalaning Matlab dasturidagi yechimi:

```
>> kq5;
```

```
>> lq0.6;
```

```
>> tq3.5;
```

```
>> mq1G‘t;
```

```
>> rql*t;
```

```
>>
```

```
p0qlG‘(1QrG‘1Qr*rG‘prod(2)Qr*r*rG‘prod(3)Qr^4G‘prod(4)Qr^5G‘prod(5));
```

```
>> p1qr^1G‘prod(1)*p0;
```

```
>> p2qr^2G‘prod(2)*p0;
```

```
>> p3qr^3G‘prod(3)*p0;
```

```
>> p4qr^4G‘prod(4)*p0;
```

```
>>
```

```
p5qr^5G‘prod(5)*p0;
```

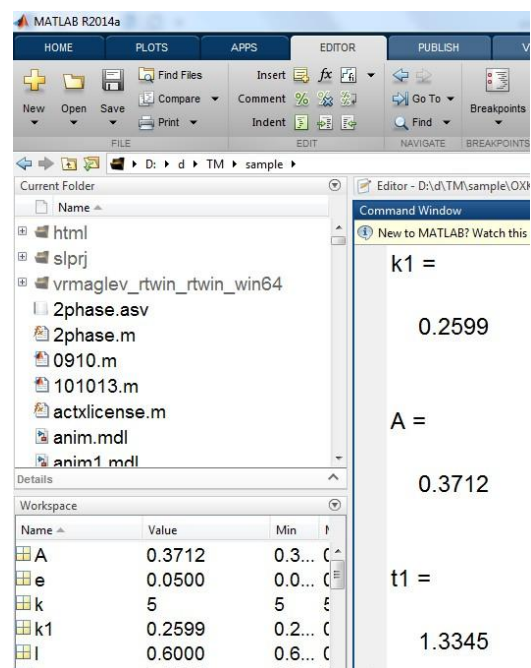
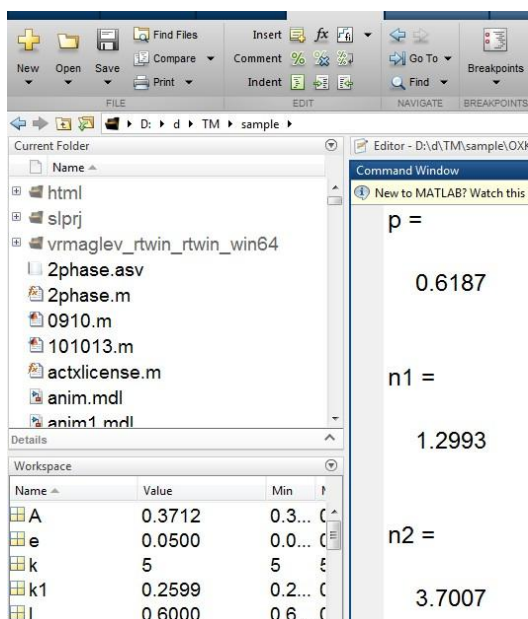
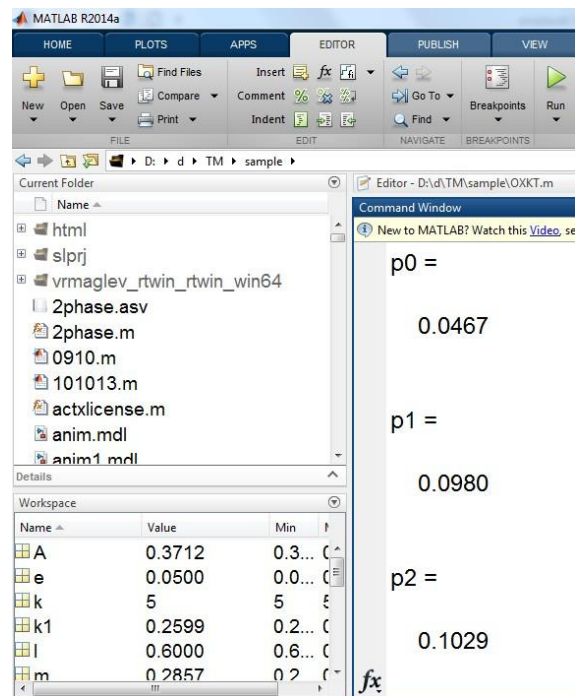
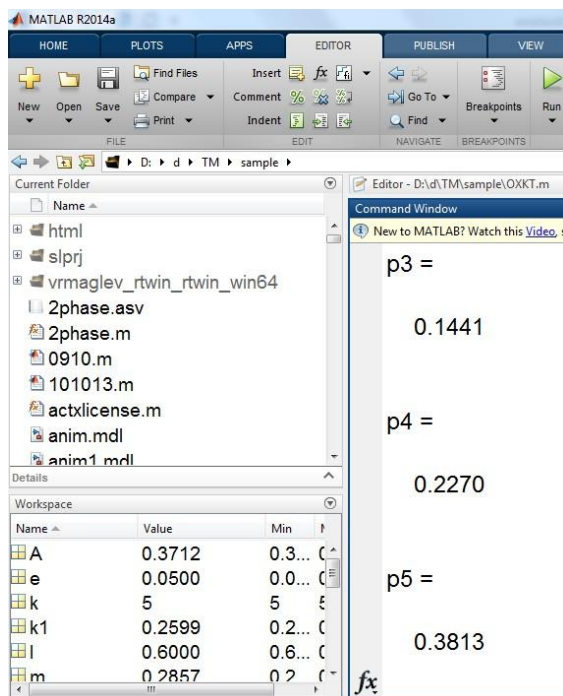
```
>> pql-p5; >> n1qr*p;
```

```
>> n2qk-n1;
```

```
>> k1qn1G‘k;
```

```
>> Aqp*1;
```

```
>> t1qp5*t;
```

Talabalar mavzuni mukammal o'zlashtirishlari uchun bajaradigan topshiriqlar:

1. Tijorat firmasi avtomobil sotish bilan shug'ullanadi, kelishuvlarning bir qismi 3 ta telefon liniyalari orqali amalga oshiriladi. 1 soatda o'rtacha 75 ta qo'ng'iroq kelib tushadi. So'zlashuvlarning o'rtacha vaqti 2 daqiqa.

Masalani yechish uchun tavsiyalar:

Bu yerda n q 3; λ q 75 dona\ soat; t q 2 daqiqa yoki μ q 30 dona\ soat.

2. Uy remont qilish punkti 2 guruhdan iborat. Talablar oqimi intensivligi λ , punktning ishlash unumdorligi μ . 2 ta kanal bo'shligi, bitta kanal bo'shligi 2 ta kanal bandligi ehtimoli, qaytarish ehtimoli, nisbatan va absolyut o'tkazuvchanlik qobiliyatini, band guruhlarining o'rtacha sonini hisoblab toping.

Masalani yechish uchun tavsiyalar: n q 2;

λ q 1.5 dona/soat; μ q 1.8 dona/soat

Nazorat savollar

1. Hodisalar oqimiga misollar keltiring?
2. Markov tasodifiy jarayonini misollarda tushuntiring?
3. Navbat haqida masala qanday yechiladi?