

13-amaliy mashg'ulot:

Mavzu: Splaynlar asosida interpolyatsiyalash masalalari

Reja

1. Amaliy mashg'ulot uchun kerakli jihozlar
2. Nazariy ma'lumotlar
3. Splaynlar nazaryasi
4. Kubik splaynlarga doir misollar
5. Amaliy qism
6. Amaliy topshiriqlar

Kerakli jihozlar. Matlab®/Simulink®dasturiy ta'minoti bilan ta'minlangan kompyuterlar va printerlar.

Nazariy ma'lumotlar

Splayn – funksiyalar bilan bir va ko'p o'lchovli singnallarni va tajriba malumotlarni qayta ishlash metodlari va ularning tahlili keltirilgan hamda splayn – funksiyalar asosidagi tiklash metodlarini tadbiq qilish uchun singnallarni raqamli qayta ishlash sinflari tahlil qilingan keyingi yillarda singnallarni tahlil qilish va tiklash masalalarining yechimini topish uchun splayn – funksiyalar metodlari va umumlashgan spektral usullar keng qo'llanilmoqda. Bazisli splaynlar va spektral usullar nazariyasi imkoniyatlarining birliga yo'qori samaradorlik va aniqlik talablariga javob bera oladigan, yangi singnalni qayta ishlash va tiklash algoritmlarni ishlab chiqish imkoniyatini beradi. Mavjud adabiyotlarning tahlili shuni ko'rsatadiki, yaqinlashtirish usuli bo'yicha interpolyatsion va siliqlovchi splaynlar, tasvirlash turi bo'yicha esa polynomial va bazisli splaynlar ishlatiladi.

Interpolyatsion splaynlar shunday splaynlarki, ular berilgan chegara shartlari to'plamlarini va funksiyaning aniqlanish sohasi ichki nuqtalaridagi shartlarni qanoatlantiradi, siliqlovchi splaynlar esa turli ko'rinishdagi funksiyalarning optimizasiya masalalarini yechish bilan bog'liqdir. Bu o'z navbatida ko'plab hisoblash resurslari sarfini talab qiladi hamda ular asosida olingan algoritmlar esa murrakkab hisoblanadi. Ushbu holatda bazisli splaynlar local yaqinlashtirishning samarali vositasi hisoblanadi, qachonki ular berilgan o'zgarma oraliqda qurilsa va faqat yaqinlashtiriladigan funksiyaning ushbu oraliqdagi qiymatlariga bog'liq bo'lsa. Kubik bazisli splaynlarning xususiyatlarini o'rganadigan bo'lsak kubik splaynlar juda katta matematik afzallikka ega.

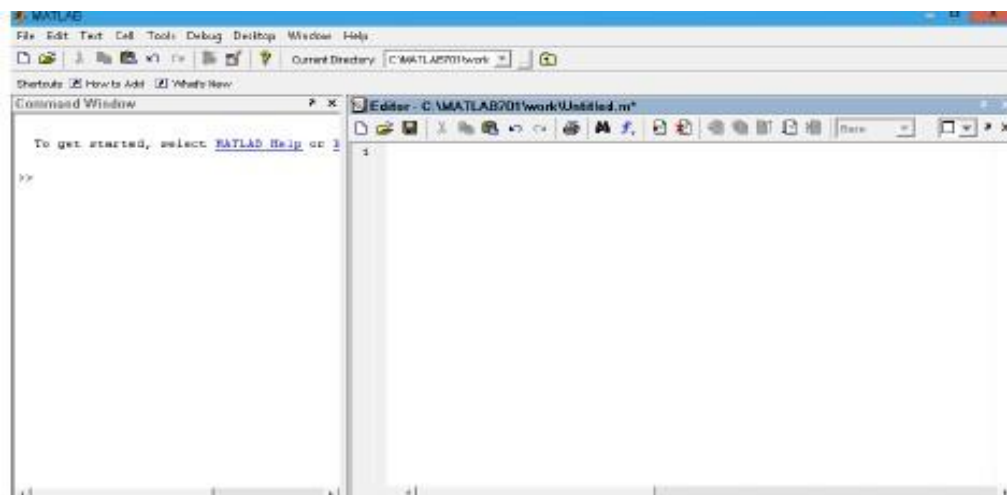
Ular berilgan nuqtalarni interpolyatsiyalovchi va kvadrat bilan integrallanuvchi ikkinchi hosilasi mavjud bo'lgan barcha funksiyalar ichida minimal yassilik xususiyatiga ega bo'lgan yagona funksiyadir. $d=1$ defektli kubik bazisli splaynlar dasturlarda ancha kengroq tarqalgan. Bunday splaynlar $[x_i, x_{i+1}]$ oraliqlarning har birida kubik ko'phadlar bilan mos keladi. $f(x)$ funksiyasini yaqinlashtirish uchun kubik bazisli splaynlar to'rtta juft ko'paytmalarning yig'indisi

ko'rinishida tasvirlanadi. Amaliyotda splaynfunksiyalar yordamida singnallarni tiklash uchun kubik bazisli splaynlar tizimidan foydalaniladi. Kubik bazisli splaynlar to'rtta bazisli splayndan tarkib topgan bo'lib, ular $B_{3,-1}(x), B_{3,0}(x), B_{3,1}(x), B_{3,2}(x)$. Aniqlanish sohasining $[0,1]$ intervalida har bir splayn qiymatlarining bir qismi joylashgan va bu qiymatlar qolgan intervallar uchun bazis bo'lib xisoblanadi. Splayn-funksiyalar asosidagi tiklash metodlarini joriy qilish uchun singnallarni raqamli qayta ishlash ham tahlil qilingan. Splayn-funksiyalari metodlari shunisi bilan qulayki, ular jamlovchi parallel ko'paytirish amallarini bajarishga asoslangan singnallarni tiklash va parrallellashtirish prinsplarini keng qo'llash imkoniyatini beradi. Splayn-funksiyalar metodlarining bu avzalliklari ularni singnallarni raqamli qayta ishlash masalalarida qo'llash imkoniyatini yaratadi.

Splayn-funksiyalar metodlari asosida singnallarni tiklash koefsentlarini hisoblanadi. Kubik splaynlar asosida tiklash koefsentlarini hisoblash modellari va algoritmlarini hamda kubik bazisli splayn asosida parallel hisoblash strukturasi ishlab chiqiladi. Signallarga raqamli ishlov berishning keng tarqalgan masalalaridan biri kiruvchi signalini matematik ifodasini olishdan iborat.

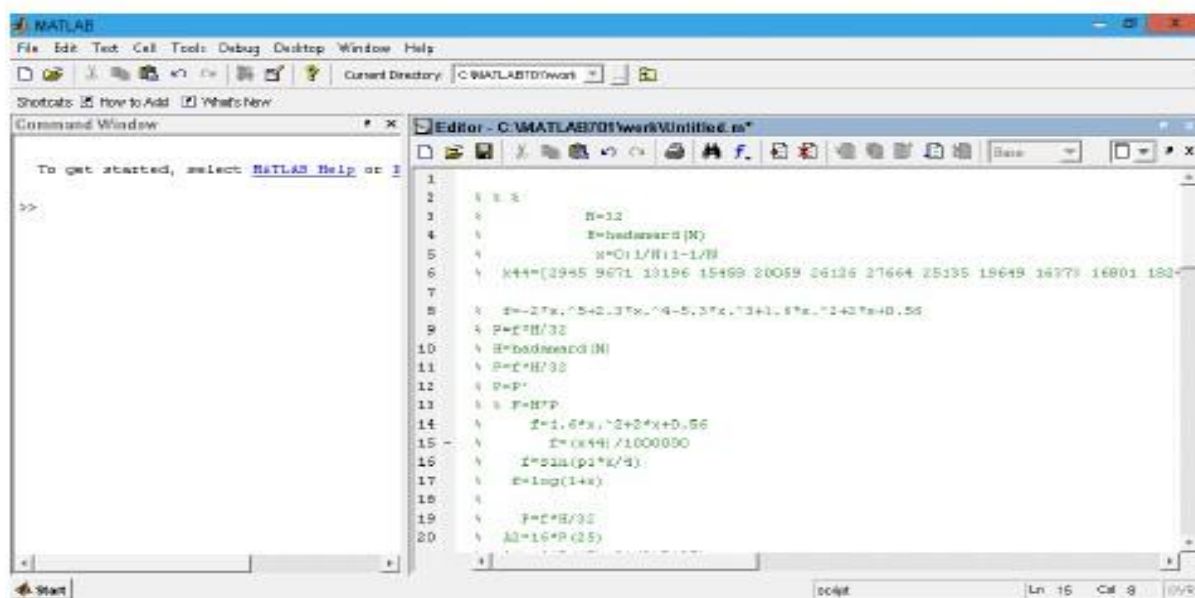
Axborot tizimlarida dinamik jarayonlarning o'zi emas, balki uning analitik tavsifi ko'rinishidagi kiruvchi signalingi matematik modeli ko'riladi. Shuning uchun gapni taxlil qilish, filtrlash, obrazlarni idrok etish, tasvirlarga ishlov berish, siqish masalalarini echish uchun unumli apparatli amalga oshirishni, talab qilingan tezlik va aniqlikni ta'minlovchi ishlov berishning algebraik usullardan foydalaniladi. Amaliyotda signalda shovqinli tashkil etuvchilar bo'lganida yoki jadval ko'rinishidagi qiymatlar berilganda algebraik usulli ishlov berish masalasi paydo bo'ladi.

Endi esa bu algoritmlarni ishlash jaroyonini ko'rib chiqamiz. Buning uchun matlab dasturidan foydalanamiz va matlab dasturining quydagi oynasini ochib olamiz.



1-rasm. Matlab dasturining daslabki ko'rinishi.

Keyin esa kerakli algoritmni Editor-Untitlet oynasiga tashlaymiz.



Ishchi oynasi

Kiruvchi signallarni identifikatsiyalashning aniq tugunlardagi Lagranj interpolatsiyalash formulasi yordamida amlaga oshirish qo'yidagi tartibda amalga oshiriladi:

1) Interpolatsiyalash oralig'i keltiriladi bunda biz bu oralig'ni qo'yidagichakeltiramiz; $a=0.0$; $b=1.0$;

2) Vektor interpolatsiyalash nuqtalarini aniqlaymiz buni biz Matlab tizimidaquyidagicha amalga oshiramiz.

$x=[0 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.3 \ 0.35 \ 0.6 \ 0.7 \ 0.9 \ 0.95 \ 1]$;

3) Funktsiya interpolatsiyasining qiymatlarini tasodifiy qiymatlari yordamidaqo'yidagicha aniqlaymiz. $y=[]$; *for* $i=1:length(x)$ $y=[y \ randn]$; *end*

3) Interpolatsiyalash oralig'ining qadimini keltiramiz.

$xv=a:0.01:b$;

4) Yaratilgan sikl yordamida Lagranj interpolatsiyasining qiymatlarinihisoblanadi.

for $i=1:length(xv)$

$yv(i)=lagrange(x,y,xv(i),a,b)$;

end

5) Quyidagi funksiya yordamida Lagranj polinomi chiziladi.

$plot(x,y,'*',xv,yv)$;

6) Quyida keltirilgan funksiya orqali Lagranj polinomining qiymatlarinihisoblanadi. *function* $yz=lagrange(x,y,xz,a,b)$ $L=0$;

for $i=1:length(x)$

$numerator=1.0$; $denominator=1.0$;

```

for j=1:length(x) if i~=j
    numerator=numerator*(xz-x(j));
    denominator=denominator*(x(i)-x(j));
end
end
L=L+(numerator/denominator)*y(i);
end yz=L;

```

Ilovadagi masalalar.

1. $P_3(x) = -8x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ ko'phadning $x=0.25$ dagi qiymatini toping?
2. $y = \sin_2(x)$ funksiyaning $[0.1; 3.5]$ oraliqda har xil qadam bilan 4-tartibli x ko'phad bilan interpolatsiyasini toping?
3. $y = -8x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ funksiyaning $[0.1; 4.5]$ oraliqda har xil qadam bilan 3-tartibli ko'phad bilan interpolatsiyasini toping?
4. $y = -6x^3 - 3x^2 + 2x - 6$ funksiyaning $[0.1; 4.5]$ oraliqda har xil qadam bilan 5-tartibli ko'phad bilan interpolatsiyasini toping?
5. $y = \frac{\cos(x)}{x} + \frac{\sin(x)}{x}$ funksiyaning bir xil qadam bilan kubik ko'phad va kubik x splayn asosida interpolatsiyasi.
6. $Y = \sin 2x + 1$ funksiyaning bir xil qadamdagi tugun nuqtalardagi qiymatlari asosida 5-tartibli ko'phad bilan approksimatsiya qilish.
7. $P_2(x) = 3x^2 - 5x + 8$ ko'phad ildizlarini topamiz.
8. $y = 5x^3 - 4x^2 + 2x - 1$ funksiyaning $[0.1; 4.5]$ oraliqda har xil qadam bilan 6-tartibli ko'phad bilan interpolatsiyasini toping?

Tekshirish uchun savollar:

- 1) Ko'phadlarning Matlabda berilishi?
- 2) Matlabda ko'phadlar ustida amallar?
- 3) Matlabda ko'phadlarning idizlarini topish funksiyasi? 4) Funksiyalarni approksimatsiyasi va interpolatsiyasi?
- 5) Bir o'lchovli funksiyalarni approksimatsiyalash funksiyalari?
Bir o'lchovli funksiyalar interpolatsiyasi?