

Mavzu: Kirish. Fan maqsadi, vazifasi va dolzarbligi. Modellashtirish nazariyasining asosiy tushunchalari va modellashtirish turlari. Reja:

- 1. Kompyuterli modellashtirishning maqsadi. Fanning predmeti va ob'ekti**
- 2. Modellar va modellashtirish ko'rinishlari**
- 3. Matematik model va uning turlari**

Modellashtirish deb, original-ob'ektning eng muhim xossalari hakida ma'lumot olish uchun uni ob'ekt-model bilan almashtirishga aytiladi. Bunday almashtirish originalning xossalarini o'rganishni soddalashtirish, arzonlashtirish, tezlashtirish maqsadida amalga oshiriladi. Agar originalning uni tadkik qilishga to'sqinlik qiladigan xususiyatlari(belgilari) modelda mavjud bo'lmasagina modellashtirish maqsadga muvofiqdir.

Modellashtirish – original-ob'ektlar xossalarini ob'ekt-modellarining mos xossalarini tadkik qilish vositasida o'rganish usulidan iborat jarayondir. Modellashtirish ilmiy astraksiyaning muxim quroli xisoblanadi. U ob'ektlarning bajarilayotgan tadqiqot uchun muhim bo'lgan xususiyatlari(belgilari) – xossalar, o'zaro alokalar, strukturaviy va funksional parametrlarni aniqlash, asoslash va taxlil qilish imkonini beradi.

Original ob'ektni model ob'ekt bilan almashtirish va ob'ektlar xossalarini ularning modellari yordamida tadkik qilishga **modellashtirish nazariyasi** deyiladi. Modellashtirish nazariyasi–modellarni qurishdagi o'zaro bog'langan tamoyillar, ta'riflar, usullar va vositalar majmuasidan iborat. Modellar esa modellashtirish nazariyasining predmetini tashkil etadi.

Modellashtirish nazariyasi sistemalarning umumiy nazariyasi – sistemologiyaning asosini tashkil etadi.

Ilmiy tadkikotlar tarixida dastlabki modellashtirish usullaridan biri **o'xshashlik usulidir**. Uning ma'nosi shundagi o'rganilayotgan jarayon tajribaviy sharoitlarda boshqa «kichik mashstabda» amalga oshiriladi. Bunga misol sifatida samolyot qanotlarining xavo oqimini kesib o'tish jarayonini o'rganishni keltirish mumkin. SHu maqsadda kanotning kichiklashtirilgan nusxasi yaratiladi va

aerodinamik quvurga joylashtiriladi. Xavo oqimini o'tkazish yo'li bilan qanotning kerakli xarakteristikalarini tajribada aniqlanadi.

Ob'ekt bilan bevosita tajriba o'tkazish qimmatga tushadigan, yoki uni o'tkazish mumkin bo'lmaydigan, yoxud bunday tajriba kutilmagan natijalarga olib keladigan hollar (sog'liq va ekologiya muammolari, tabiiy ofatlar) modellashtirish jarayonida alohida ahamiyatga ega. Real mavjud bo'lmagan ob'ektlarni ham modellashtiradilar. Bunga misol sifatida texnik konstruksiyalar, uchuvchi apparatlarni keltirish mumkin. Bunday hollarda modelni yaratish uchun zamonaviy matematika metodlari va hisoblash vositalarini jalb qilgan holda ilmiy tadqiqotlar o'tkazish albatta zarur bo'ladi.

Modellashtirish jarayoni uchta elementni o'z ichiga oladi: 1) sub'ekt(tadkikotchi); 2) tadkikot ob'ekti; 3) o'rganayotgan sub'ekt va o'rganilayotgan ob'ekt orasidagi munosabatni o'rnatuvchi model.

Biror A ob'ekt mavjud yoki uni qurish zarur bo'lsin. Biz shu ob'ektni modellashtirish jarayonida boshqa biror ob'ektni (moddiy yoki fikran) konstruksiyalaymiz yoki real dunyoda A ob'ektning modeli sifatida boshqa bir V ob'ektni topamiz. Modelni qurishning dastlabki bosqichida original-ob'ekt haqida muayyan bilimlar talab qilinadi. Model asosida bilish imkoniyatlari shunga tayanadiki, model original-ob'ektning qandaydir muhim tomonlarini aks ettiradi. Original va modelning etarlicha o'xshashligi va umuman modelning zarurligi masalasi har bir vaziyat uchun alohida taxlilni talab etadi.

Shunday kilib, modellashtirilayotgan ob'ektning biror tomonini o'rganish uning boshqa tomonlarini aks ettirishdan voz kechish evaziga amalga oshiriladi. SHuning uchun istalgan model originalni faqat qat'iy cheklangan ma'noda almashtirishi mumkin. Bunday kelib chikadiki, aynan bitta ob'ekt uchun bir kancha «maxsus» modellar yaratilishi mumkinki, ular tadqiq qilinayotgan ob'ektning muayyan tomoniga e'tiborni jalb etishi yoki ob'ektni turli darajada aniqlashtirilgan holda tavsiflashi mumkin.

Modellashtirish jarayonining ikkinchi bosqichida model mustaqil tadqiq ob'ekti sifatida ishtirok etadi. Bunday tadqiqning ko'rinishlaridan biri «modeli»

eksperiment olib borishdir. Bunda berilgan model faoliyati uchun zarur shartlar o'zgartiriladi va shunga mos holda modeldagi o'zgarishlar kuzatiladi. Bu bosqich natijasi model haqida to'planadigan bilimlar xisoblanadi.

Uchinchi bosqichda to'plangan bilimlar modeldan originalga kuchiriladi va ob'ekt haqida bilimlar to'plami hosil qilinadi. Bu jarayon muayyan koidalar asosida amalga oshiriladi.

Model xakidagi bilimlar original-ob'ektning modelda aks etmagan yoki modelni qurishda o'zgartirilgan xususiyatlarini hisobga olgan holda aniqlashtirilishi lozim. Biz etarlicha ishonch bilan qandaydir natijani modeldan originalga o'tkaza olishimiz uchun bu natija original va modelning o'xshashlik belgilari bilan bog'liq bo'lishi kerak.

To'rtinchi bosqichda modellar yordamida olinadigan bilimlarni amaliy tekshiruvdan o'tkazish va ularni ob'ektning umumlashgan nazariyasini qurish, uni o'zgartirish yoki boshqarishda qo'llash amalga oshiriladi.

Modellashtirish–siklik jarayondirdir. Bu shuni anglatadiki, dastlabki to'rt bosqichli sikldan so'ng ikkinchi va uchinchi sikllar kelishi mumkin. Bunda tadqiq qilinayotgan ob'ekt haqidagi bilim doirasi kengaytiriladi va aniklashtiriladi, berilgan model esa borgan sari mukammallashib boradi. Ob'ekt haqidagi bilimning etarli emasligi va modelni qurishdagi xatolar sababli kelib chiquvchi kamchiliklar birinchi sikldan so'ng aniklansa, ular keyingi siklda to'g'rilanishi mumkin. SHunday qilib modellashtirish metodologiyasida o'z-o'zini rivojlantirishning katta imkoniyatlari mavjud.

2. Modellar va modellashtirish ko'rinishlari

Modellar qandaydir fizik ob'ektlar yordamida realizatsiya qilinishi – **fizik modellardan** iborat bo'lishi va biror formallashgan tilda ifodalanuvchi abstrakt ob'ektlar – **abstrakt modellar** sifatida berilishi mumkin.

Fizik model deb, odatda, originalga ekvivalent yoki o'xshash, ammo boshqa fizik tabiatga ega sistemaga ataladi.

Abstrakt modellar jumlasiga modellashtirish ob'ektining tavsiflaydigan matematik ifodalar kiritilishi mumkin. Ular matematik modellar sinfiga tegishli.

Matematik model – berilgan ob’ektning muayyan xossalarini o’rganish maksadida uning tadqiqotchi-sub’ekt tomonidan qandaydir formal (matematik) sistema yordamida quriladigan obrazidir.

Sistemani abstrakt ifodalash vositalariga kimyoviy formulalar, sxemalar, chizmalar, xaritalar, diagrammalar va shu kabilar tilini kiritish mumkin.

Fizik modellarning ko‘rinishlari: a) natural; b) kvazinatural; v) masshtabli; g) analogli.

Natural modellar — bu real (moddiy) tadqiq etilayotgan sistemalar(maketlar, tajriba nusxalar). Ular orginal bilan to‘liq adekvatlik(moslik) xususiyatiga ega, ammo qimmat.

Kvazinatural modellar — natural va matematik modellar majmuasidan iborat. Bunday ko‘rinishdagi modellardan sistema kismining modelini, uning tavsifi murakkab bo‘lgani uchun, matematik ifodalab bo‘lmagan holda(inson operator modeli) yoki sistemaning bir qismi boshka qismlari bilan o‘zaro bog‘lanishda tadkik kilinishi kerak bo‘lib, ammo ular hali mavjud emas yoki ularni qo‘llash kimmatga tushadigan xolda foydanaliladi (xisoblash poligonlari, boshkaruvning avtomatlashtirilgan tizimi).

Masshtabli modellar — fizik tabiati orginal kabi bo‘lgan, lekin undan masshtabi bilan farklanadigan sistemalar(kichiklashtirilgan ob’ektlar, ob’ektlarning harakatlanuvchi modellari). Masshtabli modellashtirishning metodologik asosini o‘xshashlik nazariyasi tashkil etadi.

Analogli modellar deb orginaldan farq qiladigan fizik tabiatga ega bo‘lgan, lekin faoliyat jarayoni bilan orginalga o‘xshash sistemalar aytiladi. Analogik modelni hosil qilish uchun o‘rganilayotgan sistemaning matematik tavsifi kerak. Analogik modellar sifatida mexanik, gidravlik, pnevmatik va elektrik sistemalar qo‘llaniladi.

3. Matematik model va uning turlari

Matematik model – bu tadqiq qilinayotgan ob’ekt-original xossalarining matematika tilida ifodalanishidir. Masalan, maktab matematika kursidan yaxshi ma’lum Pifagor teoremasi to‘g‘ri burchakli uchburchak tomonlarining metrik

xossasini tavsiflaydi, shuning uchun uni shunday uchburchakning matematik modeli sifatida qarash mumkin.

Matematik modelni qurish uchun barcha matematik vositalar – algebraik, differensial, integral tenglamalar, to‘plamlar nazariyasi, algoritmlar nazariyasi va shu kabilarni ko‘llanishi mumkin. Umuman olganda, matematika fanini ob’ekt va jarayonlarning modellarini qurish va tadqiq qilishdan iborat ilmiy faoliyat natijasi deb hisoblash mumkin.

Matematik modellar quyidagi uch xil yo‘l bilan hosil qilinadi:

- Real ob’ekt yoki jarayonni to‘g‘ridan-to‘g‘ri o‘rganish natijasida.
- Deduksiya jarayoni natijasida. Yangi model biror umumiy modelning xususiy holi sifatida paydo bo‘ladi.
- Induksiya jarayoni natijasida. Yangi model elementar modellarning umumlashmasi sifatida paydo bo‘ladi.

Modellarni turli mezonlar buyicha klassifikatsiya qilish mumkin. Masalan, echiladigan muammolar xarakteriga karab, modellarni funksional va strukturaviy modellarga ajratish mumkin. Birinchi xolda xodisa yoki ob’ektni xarakterlaydigan barcha kattaliklar mikdoriy ifodalanadi.

Bunda ulardan ba’zilari erkin o‘zgaruvchilar, boshqalari esa shu miqdorlarning funksiyalari sifatida qaraladi. Matematik model, odatda, qaralayotgan kattaliklar o‘rtasida mikdoriy bog‘lanishlarni o‘rnatuvchi turli tipdagi tenglamalar sistemasini (differensial, algebraik va boshkalar) ifodalaydi.

Ikkinchi holda esa model o‘zaro bog‘langan aloxida qismlardan iborat bo‘lgan murakkab ob’ekt strukturasini xarakterlaydi. Odatda, qismlar orasidagi bog‘lanishlarni mikdoriy jihatdan o‘lchab bo‘lmaydi. Bunday modellarni qurish uchun graflar nazariyasidan foydalanish qulay hisoblanadi.

Matematik modellar klasifikatsiyasining muhim belgisi qaralayotgan matematik o‘zgaruvchilarning tabiati xisoblanadi. Bu o‘zgaruvchilar asosan ikki sinfga ajratiladi. Ulardan biriga ma’lum xarakteristikalar, ya’ni anik o‘lchash (hech bo‘lmaganda nazariy) va boshqarish mumkin bo‘lgan kattaliklar kiradi; ular

deterministik o'zgaruvchilar deyiladi. Ikkinchi sinfga noma'lum xarakteristikalar, ya'ni hech qachon aniq o'lchab bo'lmaydigan va tasodifiy xarakterga ega bo'lgan kattaliklar kiradi; ular *stoxastik* o'zgaruvchilar deyiladi. Modelni qurishda o'zgaruvchilarning tabiati to'g'ri aniqlangan bo'lishi juda muximdir.

Masalaning matematik qo'yilishida foydalaniladigan kattaliklar deterministik yoki stoxastik xarakterda bo'lishiga qarab modellarni *deterministik modellar* yoki *extimoliy – statik modellar* deb ataydilar. Birinchi tipdagi modellar asosida aniq, bir qiymatli natijalarni oldindan aytib berish mumkin. Ikkinchi tip modellari esa statik informatsiyaga asoslangan bo'lib, ular orqali olinadigan natijalar ehtimoliy xarakterga ega.

Masalaning qo'yilishiga karab matematik modellar asosan ikki guruxga bo'linadi: *deskriptiv modellar* va *optimallashtirish modellari*.

Deskriptiv modellar odatda sistemaning mexanik yoki fizik holatini tavsiflaydi va ko'pincha va differensial, differensial–ayirmali, integral tenglamalar, bunday tenglamalar uchun chegaraviy masalalar yordamida beriladi. Bunday modellarga misollar sifatida issiklik tarqalishining, elektr maydonining, kimyoviy kinetikaning, gidrodinamikaning modellari olishimiz mumkin.

Deskriptiv modellar ob'ekt(jarayon, sistema) holatini ifodalash va bashorat qilish uchun xizmat qiladi. SHuning uchun bunday modellarni *bashorat modellari* (yoki *boshqaruvsiz hisoblash modellari*) deb ataydilar.

Ushbu modellarning asosiy qo'llanish maqsadi: boshlang'ich holatni va chegaraviy holat haqidagi informatsiyani bilgan holda sistemaning vaqt va fazodagi holati o'zgarishini oldindan ayta bilish(bashorat qilish).

Deskriptiv modelni qurishga misol sifatida suv havzasi(masalan, ko'l)dagi baliqlar populyasiyasining sonini bashorat qilish masalasini qaraymiz.

$x(t)$ – bu erda t vakt momentidagi baliqlar soni, $x(0)=x_0$ – boshlang'ich vaqt momentidagi baliqlar soni bo'lsin. Tabiiyki, dastlabki yillari har bir baliq uchun ozuqa va yashash maydoni etarlicha bo'lgani uchun baliqlar sonining o'sish tezligi ularning soni x ga proporsional, ya'ni $dx/dt=kx$ bo'ladi, bu erda k – proporsionallik koeffitsienti. Bu esa baliklar soni kancha ko'p bo'lsa, birlik vakt davomida ular

shuncha ko'p nasl qoldirishini(ya'ni, populyasiyaning o'sish tezligi kattaroq ekanligini) bildiradi.

Lekin x ning o'sishi bilan ko'ldagi baliklarning ko'payib ketishi hisobiga baliklar sonining o'sishi tezligiga cheklash paydo bo'ladiki, biz buni soddalashtirilgan holda uchraydigan baliklar soniga proporsional deb xisoblaymiz: ax^2 , bu erda a –proporsionallik koeffitsienti. SHunday qilib quyidagi modelni hosil qilish mumkin: $dx/dt = kx - ax^2$.

Keltirilgan tenglamaning echimi

$$x(t) = \frac{kx_0 e^{kt}}{k - ax_0(1 - e^{-kt})}$$

ko'rinishda bo'ladi. Hosil qilingan modeldan muayyan vaqtdan so'ng baliklar sonini qancha bo'lishini oldindan aniklash uchun foydalanish mumkin.

Agar modellashtirishning maqsadi nafakat jarayonni tavsiflash va bashorat qilish, balki bu jarayonga optimal ta'sirlarni topish ham zarur bo'lsa, unda modelning o'rganilayotgan jarayonga ta'sir ko'rsata oladigan parametrlaridan inson ta'sir eta oladigan parametrlari tanlanadi. Bular boshqaruv o'zgaruvchilari deb ataluvchi (u) o'zgaruvchilardir. Keyin qo'yilgan masalaga bog'liq holda sistemaning qaysi chiqish parametrlari tanlash va ularning qanday qiymatlarini olish kerakligi aniklanadi. Barcha chiqish parametrlarini shunday yagona $W(u)$ funksiyaga birlashtirish lozimki, u yordamida maqsadni ifodalash qulay bo'lsin. Masalan, u boshqaruvchi ta'sirlarga optimal kiymatni tanlash evaziga $W(u)$ ni maksimumlashtirish maqsadi. Ana shunday modellar optimallashtirish modellari deyiladi. Ammo ular ba'zan tavsiflovchi(deskriptiv) modellar asosida ham quriladi. Quyida optimallashtirish modellarning umumiy sxemasi keltirilgan:

$$u \in \text{Sistema} \rightarrow W(u)$$

Bu erda u – boshqaruvning kirish parametrlari (ularga ta'sir ko'rsatish mumkin); $W(u)$ – maqsad funksiyasi.

Optimallashtirish modellarining asosiy maqsadi – ob'ektga(jarayonga) ko'rsatiladigan optimal ta'sir qanday bo'lishini aniqlashdan iborat. Har bir

optimallashtirish modelida optimallik mezoni – berilgan cheklashlarda global ekstremumi izlanuvchi maqsad funksiyasi mavjuddir. Optimallashtirish modellari iktisodiyotdagi jarayonlarni tadqiq etishda ko‘p uchraydi.

Ko‘p o‘zgaruvchili funktsiyaning turli cheklashlardagi ekstremumini topish usullariga ko‘pincha matematik dasturlash usullari deyiladi. Matematik dasturlash masalalari – muxim optimallashtirish masalalari sinflaridan birini tashkil etadi.

Matematik dasturlashda quyidagi asosiy bo‘limlar mavjud:

- *Chizikli programmashtirish*. Maqsad funksiyasi chizikli bo‘lib, shu funktsiya ekstremumi izlanayotgan to‘plam chizikli tenglik va tengsizliklar orqali beriladi.

- *Nochizikli programmashtirish*. Maqsad funksiyasi chiziksiz va cheklashlar ham chiziqsiz.

- *Kavariq programmashtirish*. Maqsad funksiyasi qavariq va ekstremal masala echilayotgan to‘plam ham qavariq.

- *Kvadratik programmashtirish*. Maqsad funksiyasi kvadratik, cheklashlar esa – chizikli tenglik va tengsizliklar bilan berilgan.

- *Ko‘p ekstremalli masalalar*. Maqsad funksiyasi bir necha lokal ekstremumlarga ega masalalar.

Butun sonli programmashtirish. Bunday masalalarda o‘zgaruvchilarga butun son bo‘lish sharti qo‘yiladi.

Optimal boshkaruv nazariyasi modellari – optimallashtirish modellarining muxim bir sinfini tashkil etadi. Optimal boshkaruvning matematik nazariyasi jarayonlarni optimal boshkaruv uchun katta amaliy ahamiyatga ega bo‘lgan nazariya hisoblanadi.

Optimal boshkaruv nazariyasining uch xil ko‘rinishdagi matematik modellari mavjud. Birinchi xil modellarga optimal boshqaruvning diskret modellari kiradi. Bunday modellarga ko‘pincha *dinamik programmashtirish modellari* ham deyiladi. Bellmanning dinamik programmashtirish usuli keng tarkalgan.

Ikinchi xil ko‘rinishdagi modellarga oddiy differensial tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasi bilan ifodalanuvchi modellar kiradi. Ularni ko‘pincha *yig‘ilgan parametri sistemalarni optimal boshqarish modellari* deb ataydilar.

Uchinchi ko‘rinishdagi modellar oddiy differensial tenglamalar va xususiy hosilali tenglamalar uchun chegaraviy masalalar orqali ifodalanadi. Bunday modellar *taqsimlangan parametrli sistemalarni optimal boshqarish modellari* deyiladi.

Matematik modellarni klassifikatsiya qilish uchun yana bir qator belgilar, faktorlar(omillar) va mezonlar mavjud. Masalan vakt omili buyicha modellarni *statik* va *dinamik* modellarga ajratish mumkin. Statik modellar modellashtirish jarayonining vaktga bog‘liq emasligini bildiradi. Dinamik modellar esa shu jarayonning vaktga bog‘likligini bildiradi. Vaktga bog‘liklik xarakteri buyicha dinamik modellar *diskret* va *uzluksiz* bo‘ladilar. *Aralash modellar* ham uchraydi.

Bundan tashqari modellar chiziqli va chiziksiz modellarga ham ajratiladi. Ular algebralik, integral va differensial tenglamalar, xususiy hosilali tenglamalar orqali ifodalanadilar. Yana matematik modellarni ularning turli fan sohalarida qo‘llanishi bo‘yicha ham farqlaydilar.

Eng maqbul(qulay) qaror kabul qilish masalalari bilan bog‘lik modellar matematik modellarning katta va muxim sinfini tashkil etadi. Ularga *operatsiyalarni tekshirish* (tadqiq qilish) modellari deyiladi.

Operatsiyani tekshirish modellari asosan optimallashtirish usullari orqali tadqiq kilinadi. Bunday modellarning o‘ziga xos xarakterli belgisi ma’lumotning matritsaviy va tarmoq ko‘rinishda tasvirlanishi hisoblanadi.

Optimal qaror kabul qilish modellari parametrlar haqidagi ma’lumotlarning deterministik yoki extimoliy xarakterini va shuningdek tashki omillarning noanikligini va to‘liqsizligini hisobga olgan holda o‘rganiladi.

Nazorat savollari

1. Kompyuterli modellashtirish tushunchasini ayting?
2. Modellashtirish ko‘rinishlari aytib bering?

3. Matematik model nimani tushunasiz?
4. Imitatsion modellashtirishni predmeti nimadan iborat?
5. Murakkab tizimlarni tadqiq etish uchun qanday foydalaniladi?
6. Modellashtirish vositalari deyilganda nimani tushunasiz va uni qandayturlarini bilasiz?
7. Modelni adekvatligini tekshirish deyilganda nimani tushunasiz?
8. Model bilan tajribalarni rejalashtirish nimani anglatadi?
9. Modellar ko'rinishlari aytib bering?

Fizik va abstrakt modellar?