Mavzu: Modelni yaratish va tadbiq qilish bosqichlari

Reja:

1.Matematik modellarga qo‘yiladigan asosiy talablar.

2.Masalani kanday matematik ifodalash(modellashtirish) mumkin ?

3.Matematik modellarni qurishning asosiy bosqichlari.

4.Matematik modellarning klassifikatsiyasi.

Tayanch iboralar: *ob’ekt, parametr, omil, sistema, jarayon, sub’ekt, model, modelashtirish, matematik model, formallashtirish, abstraksiya, adekvatlilik, modellar ierarxiyasi, algoritm, dastur, xisoblash eksperimenti.*

1.Matematik modellarga qo‘yiladigan asosiy talablar.

Matematik modellashtirishdagi asosiy talablardan biri modelning **adekvatligi** xisoblanadi. Modelning adekvatliligi modellashtirish natijalari va ob’ekt bilan o‘tkazilgan tajriba natijalarining mos tushishini bildiradi. Bu erda shuni alohida ta’kidlaщ lozimki, real vaziyatni etarlicha to‘liq aks ettiruvchi modellar amaliy jixatdan kizikishga egadir. SHunday kilib, agar model ob’ekt(jarayon) ustida o‘tkazilgan real tajriba ma’lumotlarini to‘g‘ri aks ettira olsa, bunday model addekvat deyiladi.

Matematik modellashtirish jarayonining yana bir muxim belgisi shundaki, **model hodisa(ob’ekt, jarayon) uchun eng muhim xususiyatlarni aks ettirishi kerak**, ikkinchi darajali faktorlar(omillar) odatda xisobga olinmaydi. Demak, matematik model real vaziyatning soddalashtirilgan ifodasidir. Bunday soddalashtirish natijasida berilgan murakkab masala matematik taxlil qilina oladigan ideallashgan masalaga keltiriladi. Masalan, cho‘zilmas ipga bog‘langan og‘ir moddiy sharcha – fizik mayatnikning tebranishini o‘rganishda muhim tashqi faktorlarni ajratib ko‘rsatish karalayotgan real ob’ektning matematik ideallashtirilishi – matematik mayatnik tushunchasiga olib keladi.

Modellashtirish jarayonining xarakterli xususiyati **modelning soddaligi** hisoblanadi. Qurilgan modelning asosiy jixatlari amaliyotchi mutaxassislarga tushunarli bo‘lishi kerak. Matematik modellashtirishda birinchi kadam hodisaning bir šator eng muhim xossalarini aks ettiruvchi oddiy modelni tuzishdan iboratdir. Keyin bu oddiy model boshka tashki omillarni ќisobga olish mašsadida umulashtiriladi va bu jarayon «šabul šilish mumkin bo‘lgan» adekvatli echim topilguncha davom etadi.

YAna shuni xam aytish kerakki modellarning oddiyligiga intilish modelning real vaziyatga adekvatligiga nisbatan karama-karshilikga olib kelmasligi kerak. Boshqacha aytganda modelni qurish jarayonida uni ko‘llash soxasini to‘g‘ri baxolay bilish kerak. Matematik modellashtirishning bu jixatini quyidagi oddiy, ammo amaliyotga tadbiqi nuqtai nazaridan muhim ahamiyatga ega bo‘lgan misolni keltirish bilan tushuntirishga harakat qilamiz.

Boshlang‘ich vakt momenti $t=0$ da h balanlikda turgan jism boshlangich v_0 tezlik pastga xarakatlana boshlaydi. Jismning xarakatlanish qonunini topish, ya’ni berilgan masalani matematik tavsiflovchi va istalgan vakt momentida harakat parametrlarini aniklaydigan matematik modelni kurish talab etiladi.

Berilgan masalaning matematik modeli kabul kilingan farazlardan muhim bog‘liqlikga ega. Xususiy xolda, berilgan jism xavo zichligiga qaraganda ancha yukori bo‘lgan o‘rtacha zichlikga ega va u sharga yakin shaklga ega deb hisoblaymiz. Bunday xolda xavo karshiligini xisobga olmaslik va g tezlanishga ega erkin tushishni karash mumkin. h balandlik va v tezlik uchun istalgan t vaqt momentidagi mos munosabatlar fizika kursidan yaxshi ma’lum. Ular kuyidagi ko‘rinishga ega:

$$h = h_0 - v_0 t - \frac{gt_2}{2}, \quad v = v_0 + gt. \tag{1}$$

Bu formulalar jism erkin tushishining matematik modeli xisoblanadi. Bu modelning qo‘llanishi xavo karshiligi xisobga olinmaydigan xol bilan chegaralangan. Planeta atmosferasida jismning xarakati xakidagi ko‘pgina masalalarda (1) modeldan foydalanib bo‘lmaydi, chunki undan foydalanganda noto‘g‘ri natijalar olishimiz mumkin. Bunday masalalar qatoriga tomchi xarakati, kichik zichlikdagi jismning atmosferaga kirishi, parashyutda tushish haqidagi va boshkalarni ko‘rsatish mumkin. Bu erda xavoning karshiligini xisobga oladigan yanada aniqroq matematik modelni qurish kerak bo‘ladi. Agar $F(t)$ bilan m massali jismga ta’sir qiladigan qarshilik kuchini belgilasak, unda uning xarakatini kuyidagi tenglama orkali ifodalash mumkin:

$$m\frac{dv}{dt} = mg - F,\quad \frac{dh}{dt} = -v\,. \qquad (2)$$

Bu sistemaga $t=0$ dagi

$$v = v_0,\quad h = h_0\,. \qquad (3)$$

boshlang‘ich shartlarni qo‘shish kerak bo‘ladi.

(2) va (3) munosabatlar jismning atmosferadagi xarakati masalasi uchun matematik model hisoblanadi. SHunga o‘xshash masalalarning boshqa yanada murakkabroq modellari xam mavjud (masalan, planerning harakati va shu kabilar). SHuni ham qayd etish lozimki, (1) model (2) modeldan $F=0$ bo‘lganda hosil qilinadi.

Tabiat, texnika va inson faoliyatidagi murakkab jarayonlarning zamonaviy tadqiqotlarida matematik modellar ko‘p pog‘onali murakkab tuzilishga ega. Masalan, biror inshoatning, aytaylik daryo ustidan o‘tgan ko‘prik konstruksiyasining mustaxkamligini o‘rganishda ko‘prikning umumiy statik konfiguratsiyasidan tashkari uning alohida qism va elementlarining mustaxkamligini hisobga ola bilish lozimki, bu esa alohida elementlar uchun qattiq jismlar mexanikasi modelini zarur qilib qo‘yadi.

SHunday qilib, **matematik modellar ierarxiyasi** tushunchasi mavjud. Bu ierarxiya tamoyillariga ko‘ra, quyi pog‘onadagi model yukori pog‘onadagi modelga zid bo‘lmasligi kerak. Eng kuyi pog‘onada konkret jarayonlar va sodda hodisalarning matematik modeli turadi.

Murakkab ob’ektlarni(tizimlarni) modellashtirishda **makromodellashtirish** – tizimni yaxlit holda qismtizimlar darajasida modellashtirish va **mikromodellashtirish** – tizimni yoki qismtizimni tizim elementlari darajasida modellashtirish qaraladi.

Har kanday matematik model anik farazlar asosida ishlaydi. Ularning bajarilmasligi ob’ekt haqida noto‘g‘ri xulosalarga olib kelishi mumkin. SHuni ta’kidlash lozimki, turli modellarning robastlik xossasi, ya’ni farazlarning bajarilmasligiga nisbatan turg‘unligi turlichadir. Robastlik xossasiga ega modellar asosida olingan xulosa va tavsiyalar qilingan farazlardan uncha katta bo‘lmagan chetlanishlarda ham to‘g‘riligicha qolaveradi. Modelning robastligi matematik modellarga qo‘yiladigan eng muxim talablardan biridir. Robastlik xossasiga ega modellarga misollar sifatida dispersion va regression taxlil modellarini keltirish mumkin.

2. Masalani kanday matematik ifodalash(modellashtirish) mumkin?

Model xakidagi boshlangiya ma’lumotlardan bizga shu narsa ma’lum bo‘ldiki, matematik model real dunyodagi yoki biror tadqiqotlar predmet sohasidagi ob’ektlar(hodisalar)ning qandaydir xossalarini o‘rganish maqsadida ularning matematika tilida tavsiflanishidan iboratdir. Tadkikotchi sub’ekt tomonidan ob’ekt obrazini muayyan formal(matematik) tizimlar yordamida qurish jarayonini umumiy holda tushinib olish uchun quyidagi vaziyatni qaraymiz.

Faraz qilaylik Q ob’ekt bizni qiziqtiruvchi biror C_0 xossasaga ega. bo‘lsin. Bu xossani ifodalovchi matematik modelni hosil qilish uchun quyidagilar zarur:

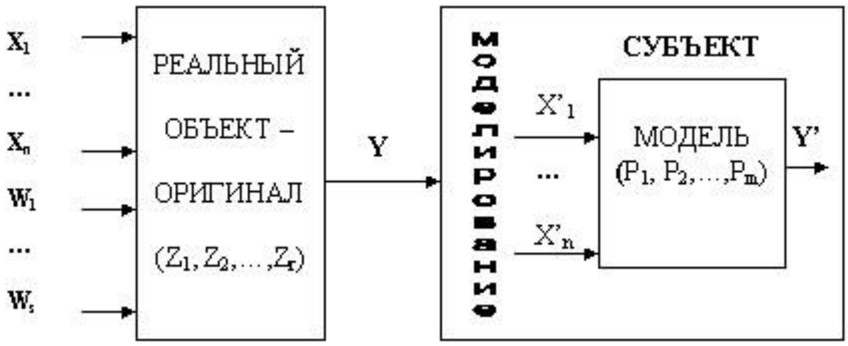
1. SHu xossa ko‘rsatkichini aniklash(ya’ni xossaning biror o‘lchamlartizimidagi o‘lchovini aniqlash).

2. S_0 xossa bilan qandaydir munosabatlar orqali bog‘langan $S_1,...,S_m$, xossalar ro‘yxatini aniklash(ular ob’ekning ichki xossalari va ob’ektga ta’sir ko‘rsatuvchi tashki muhit xossalari bo‘lishi mumkin).

3. Izlanayotgan Y ko‘rsatkichga ta’sir ko‘rsatadigan tashki muhit xossalarini tanlangan format tizimida $x_1,...,x_n$ ташqi faktorlar kabi, ob’ektning ichki xossalarini $z_1,...,z_r$ parametlar kabi ifodalash, xisobga olinmagan xossalarni esa xisobga olinmaydigan ($w_1,...,w_s$) faktorlar guruxiga kiritish kerak.

4. Mumkin bo‘lgan holda Y ko‘rsatkich bilan barcha xisobga olinadigan faktorlar va parametrlar orasidagi munosabatni aniklash, matematik modelni qurish.

Umumiy ko‘rinishda bunday modellashtirish sxemasi 1-rasmda ko‘rsatilgan.



1-rasm. Real ob’ektni sub’ektiv kursatish kabi modellashtirish.

1-rasmga ko‘rsatilgandek real ob’ekt uning xossalari ko‘rsatkichlari orasidagi kuyidagi funksional munosabat

$$Y=f(x_1,...,x_n,z_1,...,z_r,w_1,...,w_s). \qquad (4)$$

orkali xarakterlanadi. Ammo modelda ob’ekt-originalning faqat shunday faktor(omil) va parametrlari aks ettiriladiki, ular tadkik kilinayotgan muammoni hal etish uchun muhim ahamiyatga ega bo‘ladilar. Bundan tashkari o‘lchov asboblarining noaniqligi va ba’zi omillar to‘g‘risida ma’lumotlarning etishmasligi sababli muhim omil va parametrlarni aniqlashda albatta muayyan xatolikga yo‘l qo‘yiladi. SHu sababli matematik model o‘rganilayotgan ob’ekt xossalarining taqribiy ifodasi hisoblanadi. Matematik modelni o‘rganilayotgan **real mavjudlikning abstraksiyasi** sifatida aniklash ham mumkin.

Modellar odatda orginaldan o‘zining ichki parametrlari tabiati bilan farq kiladi. Bundagi o‘xshashlik esa model va orginalning $x_1,...x_n$ tashki faktorlar o‘zgarishiga ko‘rsatadigan Y reaksiyasining adekvatligida hisoblanadi. SHuning uchun umumiy holda matematik model quyidagi funksiya bilan tavsiflanadi:

$$Y' = f(x'_1,...,x'_n,p_1,...,p_m), \qquad (5)$$

bu erda $p_1,...,p_m$ – modelning ichki parametrlari bo‘lib, ular orginalning parametrlariga adekvatdir.

O‘rganilayotgan ob’ektni matematik tavsiflash usullarining qo‘llanishiga karab matematik modellar analitik, imitatsiyali, mantiqiy, grafikli, avtomatli va shunga o‘xshash boshqa shakllarda bo‘lishi mumkin.

Matematik modellashtirishning bosh masalasi shundaki, tuzilgan matematik model real ob’ektning hisobga olinadigan faktorlari, parametrlari va ba’holanayotgan xossasining Y ko‘rsatkichi orasidagi munosabatlarni qanchalik aniqlikda aks ettiradi, ya’ni (5) tenglama (4) tenglamaga qanchalik aniqlikda mos keladi.

Ba’zan (5) tenglama aniq ko‘rinishda olinishi mumkin. Masalan, differensial tenglamalar sistemasi ko‘rinishida yoki boshka aniq matematik munosabatlar ko‘rinishida hosil qilinishi mumkin.

Murakkabrok xollarda (4) tenglamaning ko‘rinishi noma’lum va tadkikotchining vazifasi avvalo bu tenglamani topishdan iborat. Bunda variatsiyalanuvchi $x'_1,...,x'_n$, parametrlar tarkibiga barcha xisobga olinadigan tashki faktorlar va o‘rganilayotgan ob’ektning paraametrlari kiradi, Izlanayotgan parametrlar hisobiga esa modelning $p_1,...,p_m$ ichki parametrlari kiradi. Bu parametrlar $x'_1,...,x'_n$, faktorlarni Y' ko‘rsatkich bilan haqiqatga eng yaqin munosabat orqali bog‘laydi.

Bu muammoni hal etish bilan tajriba(eksperiment) nazariyasi shug‘ullanadi. Bu nazariyaning mohiyati shundan iboratki, $x'_1,...,x'_n$ parametrlar va Y' ko‘rsatkichning tasodifiy tanlab olingan kiymatlariga asoslanib, (5) funksiya (4) real konuniyatni eng anik aks ettirishini ta’minlaydigan $p_1,...,p_m$, parametrlarni topish talab etiladi.

3. Matematik modellarni qurish va amaliy masalalarni hal etishdagi asosiy boskichlar

Amaliyotdan yaxshi ma’lumki, amaliy masalalarni echishda fakatgina matematik bilimlarga ega bo‘lish etarli emas, balki masalaning boshlang‘ich qo‘yilishini matematika tiliga o‘tkaza olish tajribasi ham zarurdir. Xuddi shu narsa matematik modellashtirish mahoratiga ega bo‘lish muammosi xisoblanadi.

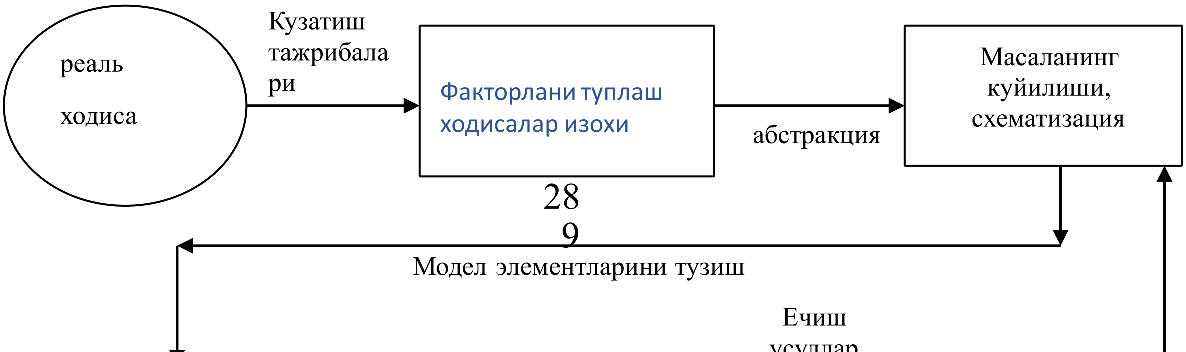
Modelni qurish nimadan boshlanadi? Matematik modellashtirish bo‘yicha ishlarni tashkillashtirishning asosiy bosqichlari nimalardan iborat?

Modellashtirishdagi boshlang‘ich nuqta, odatda, hodisaning biror bir empirik real tasviri – matematik bo‘lmagan real ob’ekt: tabiat xodisasi, fizik, biologik yoki ishlab chikarish jarayoni va shu kabilardir. Matematik ifodalash mumkin bo‘lgan masalani jumlalashtirish jarayoni ko‘pincha davomli bo‘ladi va bunda matematikning boshqa matematik bo‘lmagan mutaxassislar bilan maslahatlashishi zarur.

1–rasmda konkert amaliy masalani echish maksadida matematik modellashtirish jarayonni tashkillashtirish umumiy sxemasi keltirilgan. Matematik modellarni qurish va ularni tadqiq kilish bosqichlari sifatida qarash mumkin bo‘lgan bu sxema kadamlarini kiskacha izohlab o‘tamiz.

Avvalo modellashtirishning maksadi aniq ifodalanishi lozim. SHundan kelib chikib, boshlang‘ich bosqich (sxemaning 0–1 kadamlari) ma’lumotlar(faktlar) va ilmiy kuzatish natijalarini yig‘ishdan iborat. Bu erda tadqiq etilayotgan ob’ektga xos umumiy talablar, shartlar va cheklashlarni aniqlash maqsadga muvofiqdir.

Keyingi bosqichda (1–2 kadam) xodisani sxematik ifodalash va uni ideallashtirish jarayoni sodir bo‘ladi, ya’ni xodisaning muhim xususiyatlari ajratib ko‘rsatiladi. Har bir hodisada muhim va muhim bo‘lmagan xususiyatlarni ko‘rish mumkin. Masalaning qo‘yilishi uchun hal etuvchi uzgaruvchilar, parametrlar va cheklashlarni identifikatsiyalash(aniqlash) zarur. Bu kadam matematik ifodalash mumkin bo‘lgan masalaning qo‘yilishiga olib keladi.



Muhim omillar aniqlangandan keyingi bosqich (2-3 qadam) bizga kerakli ma’lumotlarni matematik tushunchalar va kattaliklar yordamida ifodalashdan iborat. Bunda xodisalarning aniqlovchi parametrlari sistemasini tuzish, kattaliklar va parametrlar orasidagi tenglama va munosabatlarni aniqlash kabilar bajariladi. Bu modellashtirish jarayonining eng murakkab boskichidir. Bu erda tadkikotchi ko‘p xollarda fundamental fizik konunlarga, masalan, massa va energiyaning saklanish konuniga, xarakat mikdorining o‘zgarishi, elektromagnetizm konunlariga, nurlanish nazariyasiga, extimollar nazariyasining prinsiplari va boshkalarga tayanishiga to‘g‘ri keladi. Model elementlarini tuzish natijasida masalaning matematik modelini yoki bunday modellarning ierarxiyasini hosil qilamiz.

Model qurilgandan keyin va uni qurish davomida modelning xodisaga adekvatligini va masala qo‘yilishining mantiqiy ziddiyatsizligi, korrektligini tekshirish kerak bo‘ladi (3-4 kadam). Modelning matematik asosi ziddiyatsiz bo‘lishi va matematik mantikning odatdagi barcha konunlariga buysunishi lozim. Qo‘yilgan matematik masala korrekt bo‘lishi, ya’ni boshlang‘ich va chegaraviy shartlardagi kichik o‘zgarishlarda turg‘un bo‘lgan yagona echimga ega bo‘lishi kerak.

Matematik model kurilgandan keyin, ya’ni masalaga matematik shakl berilgandan so‘ng biz uni o‘rganish uchun ma’lum bo‘lgan matematik usullardan foydalanishimiz yoki agar ulardan foydalanib bo‘lmasa, yangi usullarni ishlab chikish lozim bo‘ladi.

YAkunlovchi boskichlarda (4-5, 5-6 kadamlarda) modelning to‘g‘riligi bizning matematik modelimizga mos ravishda nazariy masalani echish natijalari bo‘yicha va ularni real xolat taqqoslash orqali tekshiriladi. SHuni aytib utish kerakki, masalani echish va olingan natijalarni real voq’elik bilan taqqoslash jarayonida model aniklashtirilib borilishi mumkin.

YUkorida keltirilgan sxemaga asosan amaliy masalani matematik modellashtirish usuli bilan tadkik kilish va echishning kuyidagi asosiy boskichlarini keltirish mumkin:

1) muammoni identifikatsiyalash(aniqlashtirish);

2) matematik modelni qurish;

3) modelni o‘rganish va matematik masalani echish usulini tanlash;

4) qo‘yilgan matematik masalani echish va olingan natijalar taxlili;

5) modelning adekvatligini va korrektligini tekshirish; 6) Olingan tadqiqot natijalarini realizatsiya qilish.

Matematik modelni kurish va tadkik kilish, amaliy masalani echish bo‘yicha barcha ishlarni tashkillashtirish murakkab jarayon xisoblanadi. Bu jarayon haqida yukorida aytilgan fikrlar fakatgina uning umumiy sxemasini aniklaydi.

Real ob’ektdan uning modeliga o‘tishni aniqlaydigan anik koidalar umumiy holda mavjud emas. Real ob’ekt holatini aniklovchi faktorlar to‘plamidan uncha ko‘p bo‘lmagan hal etuvchi faktorlarni ajratib olish va originaldan modelga o‘tish tadqiqotchining modellashtirish bo‘yicha qobilyatini aniklaydi. Qurilgan modelning real sistemaga adekvatlik darajasi va, natijada, qo‘yilgan masalani hal etishdagi muvafaqqiyat tadqiqotchilar guruxi a’zolarining ijodiy qobiliyati va amaliy tajribalariga ko‘p jixatdan bog‘liqdir.

Modellashtirish bosqichlarini to‘g‘ri va oqilona amalga oshirish matematikaning qo‘llanishi an’anaviy bo‘lgan nafakat fizika va mexanika, balki fanning boshka sohalari, jumladan kimyo, iktisodiyot, biologiya, geologiya, geografiya, psixologiya, tibbiyot va konkert texnika fanlariga oid turli masalalarni muvaffaqiyatli hal etish imkonini beradi.

4. Matematik modellarning klassifikatsiyasi.

Modellarni turli mezonlar buyicha klassifikatsiya qilish mumkin. Masalan, echiladigan muammolar xarakteriga karab, modellarni funksional va strukturaviy modellarga ajratish mumkin. Birinchi xolda xodisa yoki ob’ektni xarakterlaydigan barcha kattaliklar mikdoriy ifodalanadi.

Bunda ulardan ba’zilari erkin o‘zgaruvchilar, boshqalari esa shu miqdorlarning funksiyalari sifatida qaraladi. Matematik model, odatda, qaralayotgan kattaliklar o‘rtasida mikdoriy bog‘lanishlarni o‘rnatuvchi turli tipdagi tengalamalar sistemasini (differensial, algebraik va boshkalar) ifodalaydi.

Ikkinchi holda esa model o‘zaro bog‘langan aloxida qismlardan iborat bo‘lgan murakkab ob’ekt strukturasini xarakterlaydi. Odatda, qismlar orasidagi bog‘lanishlarni mikdoriy jihatdan o‘lchab bo‘lmaydi. Bunday modellarni qurish uchun graflar nazariyasidan foydalanish qulay hisoblanadi.

Matematik modellar klasifikatsiyasining muhim belgisi qaralayotgan matematik o‘zgaruvchilarning tabiati xisoblanadi. Bu o‘zgaruvchilar asosan ikki sinfga ajratiladi. Ulardan biriga ma’lum xarakteristikalar, ya’ni anik o‘lchash(hech bo‘lmaganda nazariy) va boshqarish mumkin bo‘lgan kattaliklar kiradi; ular *deterministik* o‘zgaruvchilar deyiladi. Ikkinchi sinfga noma’lum xarakteristikalar, ya’ni hech qachon aniq o‘lchab bo‘lmaydigan va tasodifiy xarakterga ega bo‘lgan kattaliklar kiradi; ular *stoxastik o‘*zgaruvchilar deyiladi. Modelni qurishda o‘zgaruvchilarning tabiati to‘g‘ri aniqlangan bo‘lishi juda muximdir.

Masalaning matematik qo‘yilishida foydalaniladigan kattaliklar deterministik yoki stoxastik xarakterda bo‘lishiga qarab modellarni *deterministik modellar* yoki *extimoliy – statik modellar* deb ataydilar. Birinchi tipdagi modellar asosida aniq, bir qiymatli natijalarni oldindan aytib berish mumkin. Ikkinchi tip modellari esa statik informatsiyaga asoslangan bo‘lib, ular orqali olinadigan natijalar ehtimoliy xarakterga ega.

Masalaning qo‘yilishiga karab matematik modellar asosan ikki guruxga bo‘linadi: *deskriptiv modellar* va *optimallashtirish modellari.*

Deskriptiv modellar odatda sistemaning mexanik yoki fizik holatini tavsiflaydi va ko‘pincha va differensial, differensial–ayirmali, integral tenglamalar, bunday tenglamalar uchun chegaraviy masalalar yordamida beriladi. Bunday modellarga misollar sifatida issikliq tarqalishining, elektr maydonining, kimyoviy kinetikaning, gidrodinamikaning modellarini olishimiz mumkin.

Deskriptiv modellar ob’ekt(jarayon, sistema) holatini ifodalash va bashorat qilish uchun xizmat qiladi. SHuning uchun bunday modellarni *bashorat modellari* (yoki *boshqaruvsiz hisoblash modellari*) deb ataydilar.

Ushbu modellarning asosiy qo‘llanish maqsadi: boshlang‘ich holatni va chegaraviy holat haqidagi informatsiyani bilgan holda sistemaning vaqt va fazodagi holati o‘zgarishini oldindan ayta bilish(bashorat qilish).

Deskriptiv modelni qurishga misol sifatida suv havzasi(masalan, ko‘l)dagi baliqlar populyasiyasining sonini bashorat qilish masalasini qaraymiz.

$x(t)$ – bu erda t vakt momentidagi baliqlar soni, $x(0)=x_0$ – boshlang‘ich vaqt momentidagi baliqlar soni bo‘lsin. Tabiiyki, dastlabki yillari har bir baliq uchun ozuqa va yashash maydoni etarlicha bo‘lgani uchun baliqlar sonining o‘sish tezligi ularning soni x ga proporsional, ya’ni $dx/dt=kx$ bo‘ladi, bu erda k – proporsionallik koeffitsienti. Bu esa baliklar soni kancha ko‘p bo‘lsa, birlik vakt davomida ular shuncha ko‘p nasl qoldirishini(ya’ni, populyasiyaning o‘sish tezligi kattaroq ekanligini) bildiradi.

Lekin x ning o‘sishi bilan ko‘ldagi baliklarning ko‘payib ketishi hisobiga baliklar sonining o‘sishi tezligiga cheklash paydo bo‘ladiki, biz buni soddalashgan holda uchraydigan baliklar soniga proporsional deb xisoblaymiz: $a\,x^2$, bu erda a – proporsionallik koeffitsienti. SHunday qilib quyidagi modelni

hosil qilish mumkin: $dx/dt = kx - ax^2$. Keltirilgan

tenglamaning echimi

$$x(t) = \frac{kx_0e^{kt}}{k - ax_0(1-e^{kt})}$$

ko‘rinishda bo‘ladi. Hosil qilingan modeldan muayyan vaqtdan so‘ng baliklar sonini qancha bo‘lishini oldindan aniklash uchun foydalanish mumkin.

Agar modellashtirishning maqsadi nafakat jarayonni tavsiflash va bashorat kilish, balki bu jarayonga optimal ta’sirlarni topish ham zarur bo‘lsa, unda modelning o‘rganilayotgan jarayonga ta’sir ko‘rsata oladigan parametrlaridan inson ta’sir eta oladigan parametrlari tanlanadi. Bular boshqaruv o‘zgaruvchilari deb ataluvchi (u) o‘zgaruvchilardir. Keyin qo‘yilgan masalaga bog‘liq holda sistemaning qaysi chiqish parametrlari tanlash va ularning qanday qiymatlarini olish kerakligi aniklanadi. Barcha chiqish parametrlarini shunday yagona $W(u)$ funksiyaga birlashtirish lozimki, u yordamida maqsadni ifodalash qulay bo‘lsin. Masalan, u boshqaruvchi ta’sirlarga optimal kiymatni tanlash evaziga W(u) ni maksimumlashtirish maqsadi. Ana shunday modellar optimallashtirish modellari deyiladi. Ammo ular ba’zan tavsiflovchi(deskriptiv) modellar asosida ham quriladi. Quyida optimallashtirish modellarning umumiy sxemasi keltirilgan:

$$u \; ® \boxed{\text{Sistema}} ® \; W(u)$$

Bu erda u – boshkaruvning kirish parametrlari (ularga ta’sir ko‘rsatish mumkin); $W(u)$ – maqsad funksiyasi.

Optimallashtirish modellarining asosiy maqsadi – ob’ektga(jarayonga) ko‘rsatiladigan optimal ta’sir qanday bo‘lishini aniqlashdan iborat.Har bir optimallashtirish modelida optimallik mezoni – berilgan cheklashlarda global ekstremumi izlanuvchi maqsad funksiyasi mavjuddir.Optimallashtirish modellari iktisodiyotdagi jarayonlarni tadqiq etishda ko‘p uchraydi.

Ko‘p o‘zgaruvchili funksiyaning turli cheklashlardagi ekstremumini topish usullariga ko‘pincha matematik dasturlash usullari deyiladi. Matematik dasturlash masalalari – muxim optimallashtirish masalalari sinflaridan birini tashkil etadi.

Matematik dasturlashda kuyidagi asosiy bo‘limlar mavjud:

- *CHizikli programmalashtirish*. Maqsad funksiyasi chizikli bo‘lib, shu funksiya ekstremumi izlanayotgan to‘plam chizikli tenglik va tengsizliklar orqali beriladi.
- *Nochizikli programmalash*. Maqsad funksiyasi chiziksiz va cheklashlar ham chiziqsiz.
- *Kavarik programmalash*. Maqsad funksiyasi qavariq va ekstremal masala echilayotgan to‘plam ham qavariq.
- *Kvadratik programmalashtirish*. Maqsad funksiyasi kvadratik, cheklashlar esa – chizikli tenglik va tengsizliklar bilan berilgan.

- *Ko‘p ekstremalli masalalar*. Maqsad funksiyasi bir necha lokal ekstremumlarga ega masalalar.

Butun sonli programmalashtirish. Bunday masalalarda o‘zgaruvchilarga butun son bo‘lish sharti qo‘yiladi.

Optimal boshkaruv nazariyasi modellari –optimallashtirish modellarining muxim bir sinfini tashkil etadi. Optimal boshkaruvning matematik nazariyasi jarayonlarni optimal boshkaruv uchun katta amaliy ahamiyatga ega bo‘lgan nazariya hisoblanadi.

Optimal boshkaruv nazariyasining uch xil ko‘rinishdagi matematik modellari mavjud. Birinchi xil modellarga optimal boshqaruvning diskret modellari kiradi. Bunday modellarga ko‘pincha *dinamik programmalashtirish modellari* ham deyiladi. Bellmanning dinamik programmalashtirish usuli keng tarkalgan.

Ikinchi xil ko‘rinishdagi modellarga oddiy differensial tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasi bilan ifodalanuvchi modellar kiradi. Ularni ko‘pincha *yig‘ilgan parametri sistemalarni optimal boshqarish modellari* deb ataydilar.

Uchinchi ko‘rinishdagi modellar oddiy differensial tenglamalar va xususiy hosilali tenglamalar uchun chegaraviy masalalar orqali ifodalanadi. Bunday modellar *taqsimlangan parametrli sistemalarni optimal boshkarish modellari* deyiladi.

Matematik modellarni klassifikatsiya kilish uchun yana bir qator belgilar, faktorlar(omillar) va mezonlar mavjud. Masalan vakt omili buyicha modellarni *statik* va *dinamik* modellarga ajratish mumkin. Statik modellar modellashtirish jarayonining vaktga bog‘liq emasligini bildiradi. Dinamik modellar esa shu jarayoning vaktga bog‘likligini bildiradi. Vaqtga bog‘liklik xarakteri buyicha dinamik modellar *diskret* va *uzluksiz* bo‘ladilar. *Aralash modellar* ham uchraydi.

Bundan tashqari modellar chiziqli va chiziksiz modellarga ham ajratiladi. Ular algebraik, integral va differensial tenglamalar, xususiy hosilali tenglamalar orqali ifodalanadilar. YAna matematik modellarni ularning turli fan sohalarida qo‘llanishi bo‘yicha ham farqlaydilar.

Eng maqbul(qulay) qaror kabul kilish masalalari bilan bog‘lik modellar matematik modellarning katta va muxim sinfini tashkil etadi. Ularga *operatsiyalarni tekshirish* (tadqiq qilish) modellari deyiladi.

Operatsiyani tekshirish modellari asosan optimallash usullari orqali tadkik kilinadi. Bunday modellarning o‘ziga xos xarakterli belgisi ma’lumotning matritsaviy va tarmoq ko‘rinishda tasvirlanishi hisoblanadi.

Optimal karor kabul qilish modellari parametrlar haqidagi ma’lumotlarning deterministik yoki extimoliy xarakterini va shuningdek tashki omillarning noanikligini va to‘liqsizligini hisobga olgan holda o‘rganiladi.

Mustaqil ishlash uchun savol va topshiriqlar.

1. Matematik modellarga qo‘yiladigan asosiy talablar.
2. Masalani kanday matematik ifodalash(modellashtirish) mumkin ?
3. Matematik modellarni qurishning asosiy bosqichlari.
4. Matematik modellarning klassifikatsiyasi

Matematik dasturlashda kanday asosiy bo‘limlar mavjud?