

# 程序作业三：基于 Loop 细分曲面格式的提升小波变换

陈泽高 PB20000302

2023 年 6 月 25 日

## 1 实验介绍（摘要）

本次实验使用 Matlab 实现了 Loop 细分曲面以及基于 Loop 细分曲面格式的提升小波变换，并由此实现了网格平滑。

具有 Loop 细分格式的网格  $S$  可以分为若干层，每层分为顶点和边点两部分：

$$S = X_0 \bigcup_{j=0}^{m-1} E_j$$

$$V_k = X_0 \bigcup_{j=0}^{k-1} E_j$$

每一层的提升过程是如下两部分系数之间的转换：

$$V_K \leftrightarrow V_{k-1} \ \& \ E_{k-1}$$

## 2 算法与实现

### 2.1 Loop 曲面细分

为了获得具有细分格式的网格，我们采取对简单网格进行 Loop 细分的方式，具体算法如下：

1. 设顶点集为  $V$ ，增加边点  $E$ ，对于新增边点  $e$ ，其位置设定为与之相邻的四个顶点（所在边端点  $v_0, v_1$  以及所在三角形的对点  $v_2, v_3$ ）的线性组合

$$e = \frac{3}{8}(v_0 + v_1) + \frac{1}{8}(v_2 + v_3)$$

2. 更新原顶点集的位置，对于顶点  $v$ ，设其 1-邻域为  $\{v_i\}_{i=1}^n$

$$v = \alpha_n v + \beta_n \sum_i v_i$$

其中

$$\alpha_n = \frac{3}{8} + \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{n}\right)^2, \beta_n = \frac{1 - \alpha_n}{n}$$

由此可以得到细分后的网格  $V_{new} = V \cup E$ ，还可以根据需要进行多层分解。为了便于后续的提升算法，需要保留  $V$  和  $E$  的划分，这样就自动获得了细分网格的分层信息。

## 2.2 提升算法

基于用上一算法获取的 Loop 细分网格，对网格层由细到粗进行分解：

1. 预测： $e$  表示顶点  $v$  周围的边点， $n$  表示顶点  $v$  的度

$$v = \frac{1}{\gamma_n}(v - \delta_n \sum e)$$

2. 更新：边点  $e$  所在边端点  $v_0, v_1$  以及所在三角形的对点  $v_2, v_3$

$$e = e - \frac{3}{8}(v_0 + v_1) - \frac{1}{8}(v_2 + v_3)$$

将上述过程反过来可以得到重构算法：

1.  $e = e + \frac{3}{8}(v_0 + v_1) + \frac{1}{8}(v_2 + v_3)$
2.  $v = \gamma_n v$
3.  $v = v + \delta_n e$

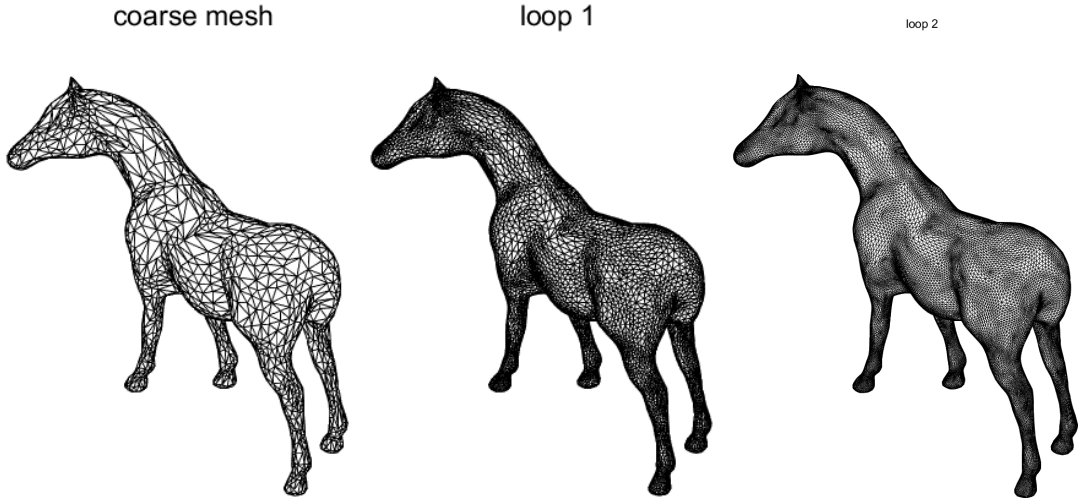
为了实现网格的光滑化，将分解得到的小波系数小于一定阈值的置零，再进行重构即可。

## 3 结果展示与分析

### 3.1 Loop 曲面细分

如图1，对原网格（外形是一匹马）进行两次 Loop 细分

图 1: Loop 细分曲面，从左到右依次为：原曲面，细分一次曲面，细分两次曲面



### 3.2 提升小波变换去噪

如图所示2 3，在上一步的细分曲面中添加噪声，然后应用提升小波进行去噪。不难看出，分解层数越多，得到的曲面更光滑。同时，本次实验使用的尺度函数是基于自然结构的，缺乏正交性，可以看到多分辨率分析的逼近效果不是很理想 4。

图 2: 提升小波去噪, 从左到右依次为: 噪声网格, 分解一层重构, 分解两层重构

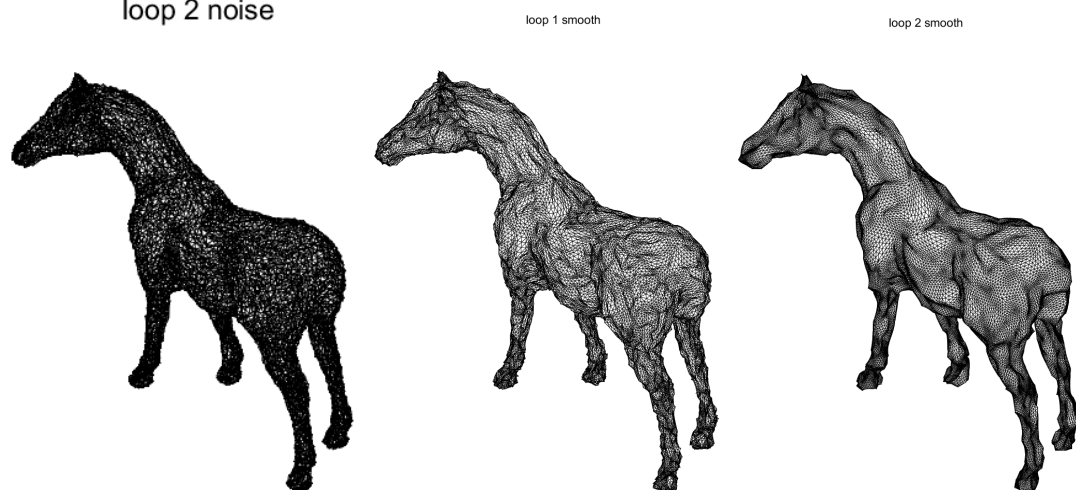
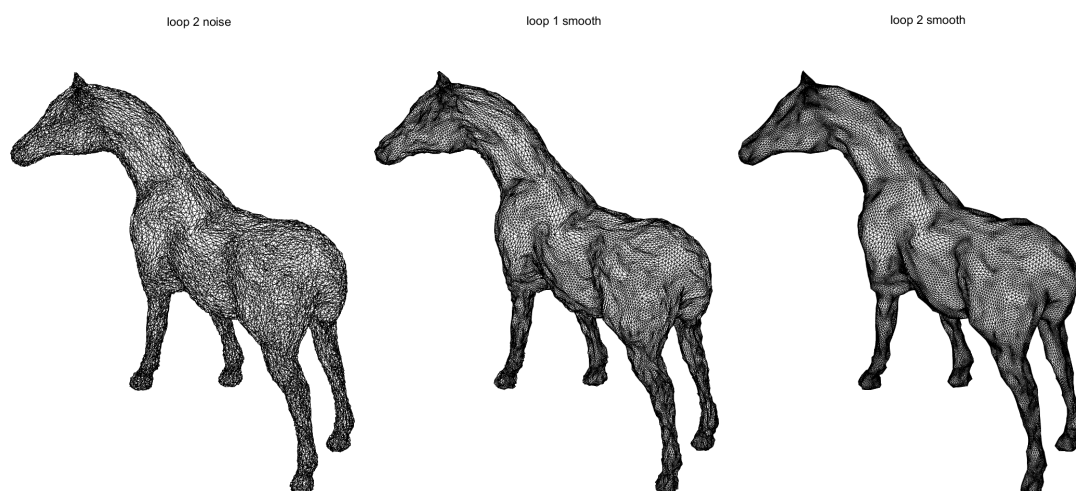


图 3: 提升小波去噪 (噪声较小)。从左到右依次为: 噪声网格, 分解一层重构, 分解两层重构



## 4 附件内容

本次作业用 matlab 实现, 需要安装'Wavelet ToolBox', 其中两个 main 文件可以直接在 matlab2022a 下运行。

作业附件为:

- 1 'main\_loop.m' Loop 细分示例
- 2 'main\_smooth.m' Loop 细分和网格光滑示例
- 3 'loop.m' Loop 细分的实现
- 4 'readObj.m' 用于读取网格的函数
- 5 'smooth\_loop.m' 根据loop 细分结构进行网格光滑

图 4: 提升小波去噪效果。从左到右依次为: 细分两次网格, 光滑结果 1, 光滑结果 2

