

设一个无限循环小数有如下形式：  
0. abcdefg..... (小数点后为循环)

不妨设不循环的部分长度为c, 循环部分长度为k, 则这个小数的结构如下：

0. abcdefg.....  
不循环部分长度为c      循环部分长度为k

设这个无限循环小数可以化成两个数的商a/b

则 $10^{(k+c)} * a/b$ 等于如下结果：

abcdefg..... (粗点为小数点)

$10^c * a/b$ 等于如下结果：

abcd.efg..... (粗点为小数点)

两式相减得

$$10^{(k+c)} * a/b - 10^c * a/b = abcdefg - abcd$$

设abcdefg为all, abcd为num, 化简上述等式, 可以得到：

$$\frac{a}{b} = \frac{all - num}{10^c * (10^k - 1)}$$

因此, 只需要计算出等式右边的分子分母进行约分就是a和b的值..

## 循环小数化为分数：

- 纯循环小数化分数：循环节的数字除以循环节的位数个9组成的整数。例如：

$$0.3333..... = 3/9 = 1/3$$

$$0.285714285714..... = 285714/999999 = 2/7$$

- 混循环小数：（例如：0.24333333.....）不循环部分和循环节构成的数减去不循环部分的差，再除以循环节位数个9添上不循环部分的位数个0。例如：

$$0.24333333..... = (243-24) / 900 = 73/300$$

$$0.9545454..... = (954-9) / 990 = 945/990 = 21/22$$