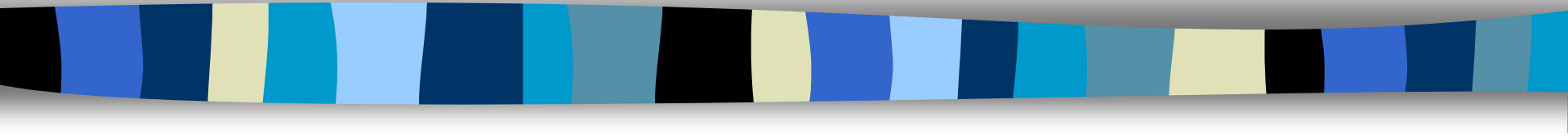


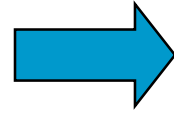
Traitement d'Images



Samir BELFKIH

Introduction

Contexte



Plusieurs applications basées sur le traitement d'images



Reconstruction 3D, **imagerie médicale**, surveillance....

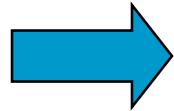


Segmentation d'image

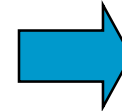


Détection des: coins, **contours**, régions, textures,...

Caractérisation

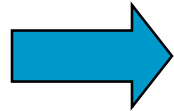


Module du gradient élevé



Dérivée seconde nulle

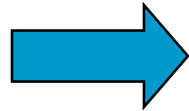
Problème



Présence du bruit et du flou dans l'image



Solution



Filtrage, Lissage

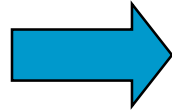
Contrainte



Supprimer le bruit sans faire bouger les contours

Imagerie Multimodales

Définition



Fusionner deux types d'images

Image Fonctionnelle

Image descriptive



visualiser la structure anatomique

localiser l'emplacement



EEG, TEP,...

IRM, TDM, CT..

Doctrine classique

- Filtrage par convolution
- Filtres optimaux en détection de contours:
 - Filtre de Canny
 - Filtre de Deriche

Traitement Classique

- Filtrage par convolution: Prewitt, Sobel....

$$\frac{\partial}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ c & 0 & -c \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial y} = \begin{bmatrix} 1 & c & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -c & -1 \end{bmatrix}$$

Prewitt : $c = 1$

Sobel : $c = 2$

- Filtres optimaux en détection de contours: Canny

$$x(t) = AH(t) + n(t)$$

Amplitude du saut

Fonction de Heaviside

Bruit blanc gaussien

DoctrinE Classique: Filtre de Canny

Le filtre recherché doit vérifier:

Optimisation :

- Rapport signal sur bruit
- Localisation
- Réponse unique (contour unique)

Approximation :
dérivée première d'une gaussienne

$$C(t) = a t e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

Doctrine Classique: Quelques résultats



Image originale



Segmentation de Prewitt



Gradient gaussien



Gradient de Deriche

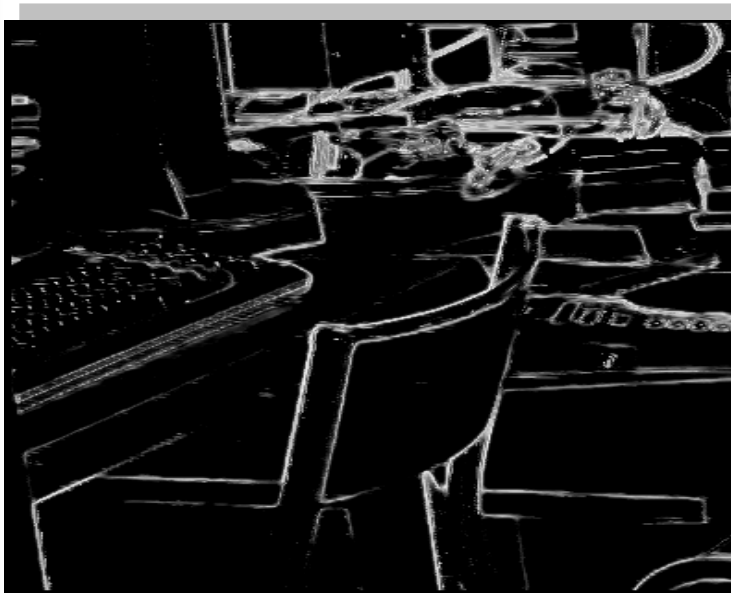
Nouvelle approche: Comparaison et résultats



Image réelle



Gradient gaussien



Modèle de Susan



Notre modèle

Nouvelle approche: Comparaison et résultats

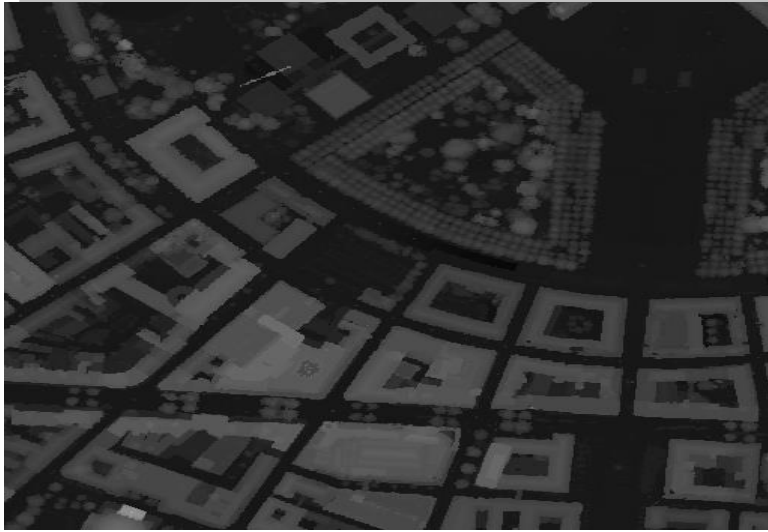
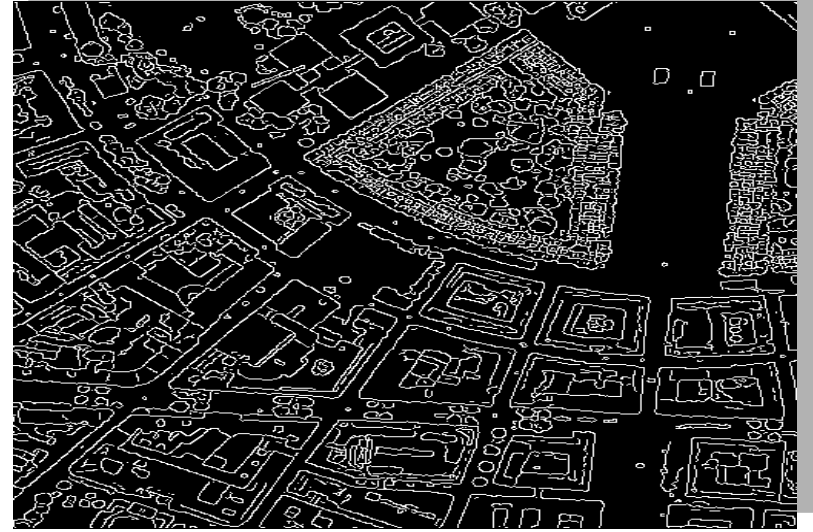
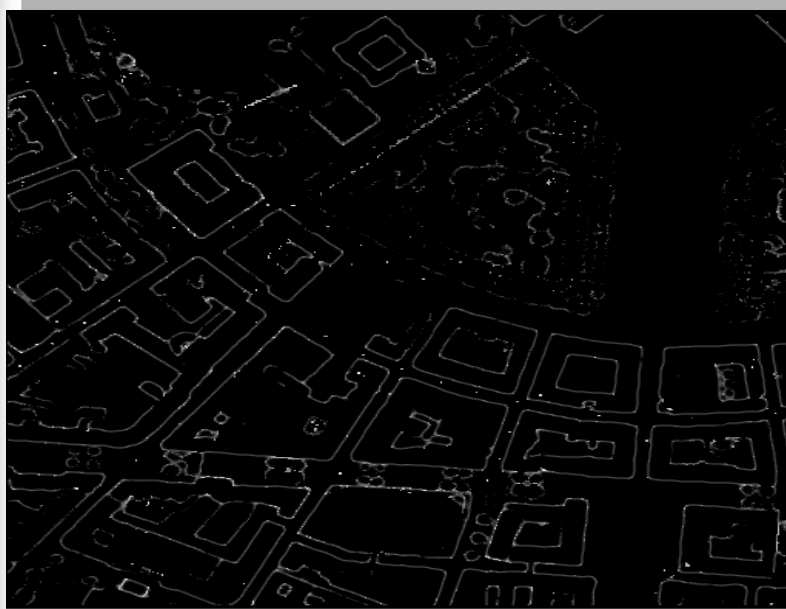


Image aérienne



Détecteur gaussien



Détecteur de Susan



Notre détecteur

Approche variationnelle: Quelques résultats

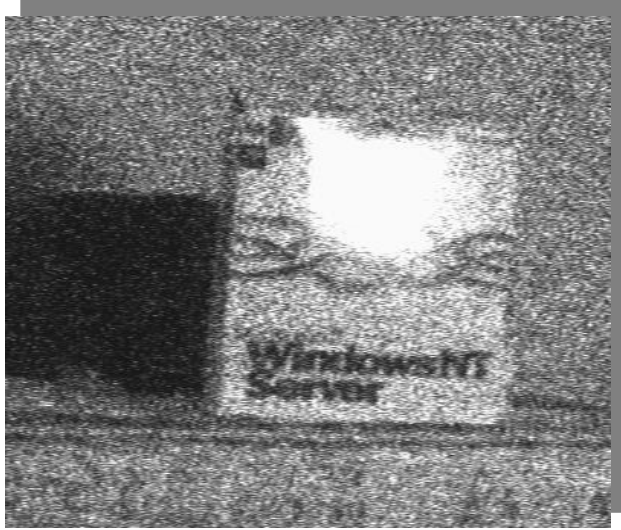


Image bruitée



Restauration de Malik et Perona



Image floue



Filtre de choc

Approche variationnelle: Quelques résultats

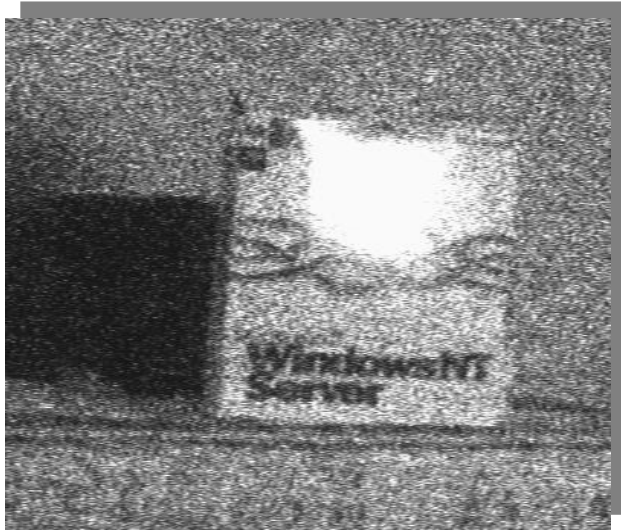
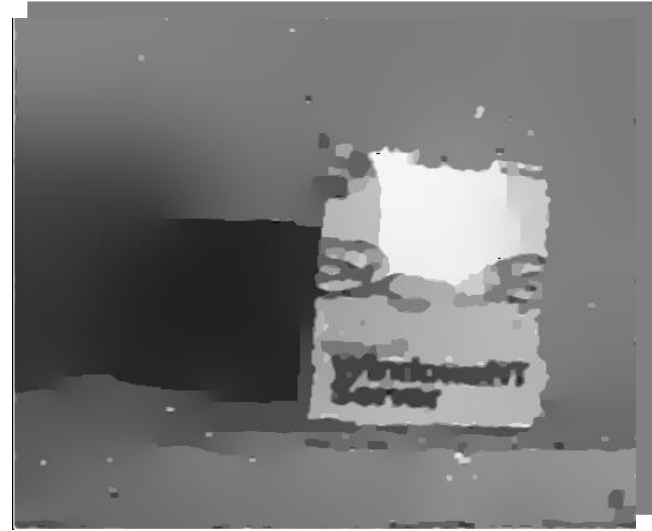


Image bruitée



Restauration de Malik et Perona



Image floue



Filtre de choc

Analyse Multi-échelles et diffusion anisotrope

- Définition d'une analyse Multi-échelle(AME).
- Stabilité de l'AME.
- Classification et équations au dérivées partielles.

Analyse Multi-échelles: Définition

Image :

$$\begin{array}{ccc} I : R^2 & \longrightarrow & R \\ (x, y) & \longrightarrow & I(x, y) \end{array}$$

Opérateur :

$$\begin{array}{ccc} T_t : V & \longrightarrow & V \\ I_0(x, y) & \longrightarrow & I(x, y, t) = T_t(I_0(x, y)) \end{array}$$

Image initiale

Suite continue d'images dans le temps

Analyse Multi-échelles: Stabilité et EDP

Causalité



Structure Pyramidale



Comparaison locale



Régularité

Théorème

Si une analyse Multi-échelle $T_t(I)$ est causale

alors $I(x, y, t) = T_t(I)(x, y)$

est une solution de viscosité de l'EDP suivante :

$$\frac{\partial I}{\partial t} = F(H(I), \nabla I, I, x, y, t)$$

avec $I(x, y, 0) = I_0(x, y)$ et F une fonction non décroissante.

Axiomes architecturaux

Structure Pyramidale :

Les grandes échelles ne doivent pas influencer sur les basses échelles.

L'image à une échelle $t+h$ peut être obtenue directement à partir de l'image à l'échelle t sans passer par l'image initiale.

$$\forall s \leq t, \exists T_{s,t} / T_t = T_{s,t} \circ T_s$$

Axiomes architecturaux

Comparaison locale:

Si une image U est plus claire qu'une autre image V , alors cet ordre doit être respecté au cours de l'analyse.

Si $I(m) \geq J(m) \forall m \in V(m_0) \Rightarrow T(I(m)) \geq T(J(m)) \forall m \in V(m_0)$

Axiomes architecturaux

Régularité:

L'évolution d'une image régulière (forme quadratique par exemple) doit se faire d'une façon régulière.

Si I est une forme quadratique au voisinage d'un point m_0

$$I(m) = a + p^t (m - m_0) + \frac{1}{2} (m - m_0)^t A (m - m_0)$$

lorsque $h \rightarrow 0$ alors $T_{t,t+h}(I)(m)$ ne doit dépendre que des valeurs de a , p et A .

Théorème fondamental

Si une analyse multi-échelle $T_t(I)$ vérifie les axiomes :

- architecture pyramidale
- comparaison locale
- régularité

alors $I(x, y, t) = T_t(I)(x, y)$

est une solution de viscosité de l'EDP suivante :

$$\frac{\partial I}{\partial t} = F(H(I), \nabla I, I, x, y, t)$$

avec $I(x, y, 0) = I_0(x, y)$ et F une fonction non décroissante.

Classification

invariance morphologique:

L'analyse doit commuter avec tout changement de contraste (fonction croissante).

→ Seule la notion d'isophote est importante.

$$T_{t,t+h}(g \circ I) = g \circ T_{t,t+h}(I) \quad \forall g \text{ fonction croissante}$$

Classification

Invariance euclidienne ou affine:

L'analyse doit être invariante pour toute transformation

$$F_{A,B} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \text{ définie par } F_{A,B}$$

où A est une matrice non singulière de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^2
et B est un vecteur de \mathbb{R}^2 .

$$T_{t,t+h}(I) \circ F_{A,B} = T_{t,t+h}(I \circ F_{A,B})$$

Classification

Linéarité:

L'opérateur est linéaire par rapport a ses arguments

$$T_{t,t+h}(a I + b J) = a T_{t,t+h}(I) + b T_{t,t+h}(J)$$

EDP (1)

Si une analyse multi-échelle vérifie les axiomes de :

- linéarité
- invariance euclidienne
- structure pyramidale
- comparaison locale

alors

$$I(x, y, t) = T_t(I)(x, y)$$

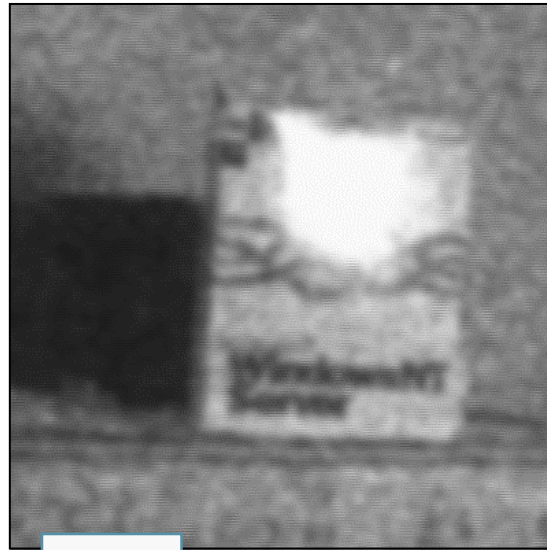
est solution de l'équation de la chaleur

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} &= \Delta I \\ I(x, y, 0) &= I_0(x, y) \end{cases}$$

Equation de la chaleur : $dt = 0.5$



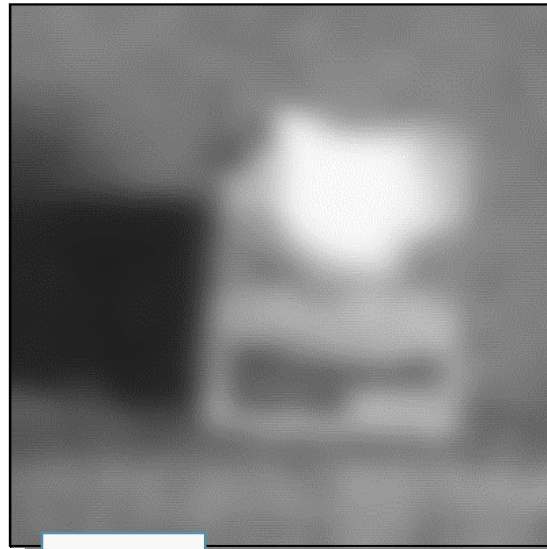
T=0



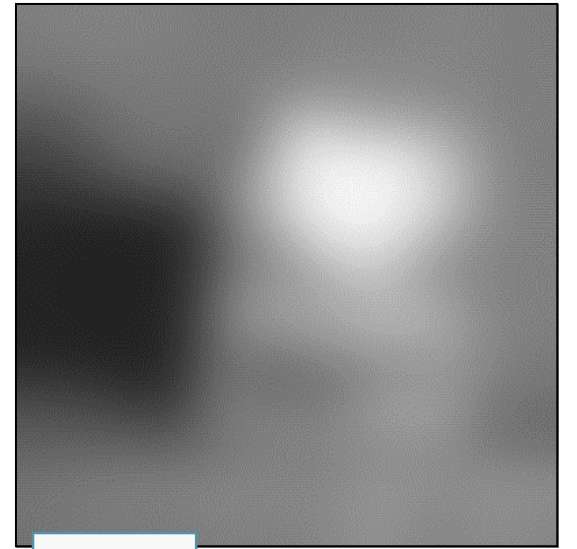
T=10



T=20



T=100



T=500

EDP (2)

Si une analyse multi-échelle vérifie les axiomes architecturaux et :

- invariance euclidienne et morphologique

alors la solution

est solution de viscosité de l'EDP suivante : (EMSS)

$$I(x, y, t) = T_t(I)(x, y)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} &= |\nabla I| G \left(\operatorname{div} \left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right), t \right) \\ I(x, y, 0) &= I_0(x, y) \end{cases}$$

G : fonction non décroissante par rapport à la première variable

EDP (3)

Un cas particulier intéressant : $G(s,t) = s.t$

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} &= t|\nabla I| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) \\ I(x,y,0) &= I_0(x,y) \end{cases}$$

Avec :

$$\operatorname{div} \left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) = \frac{I_y^2 I_{xx} - 2I_x I_y I_{xy} + I_x^2 I_{yy}}{|\nabla I|^3}$$

→ *Diffusion anisotrope selon les isophotes : MCM*

FMSS : $dt = 0.5$



T=0



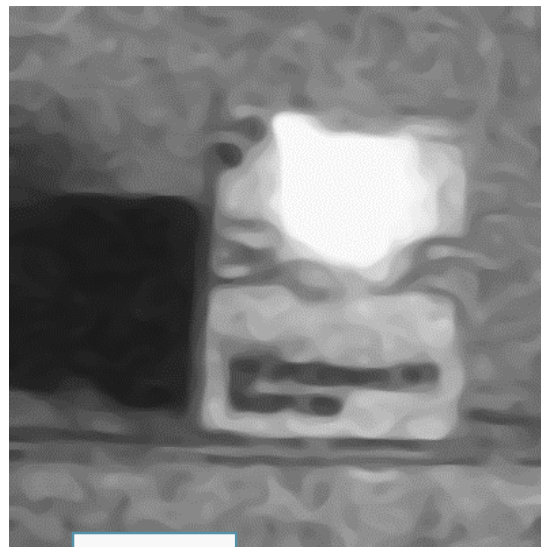
T=10



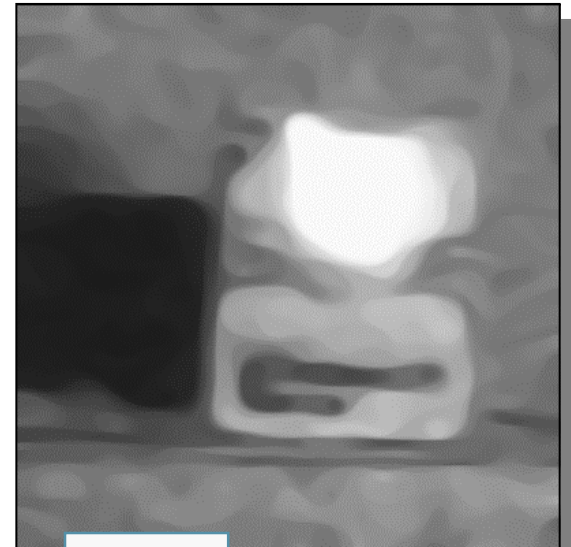
T=20



T=50



T=200



T=500

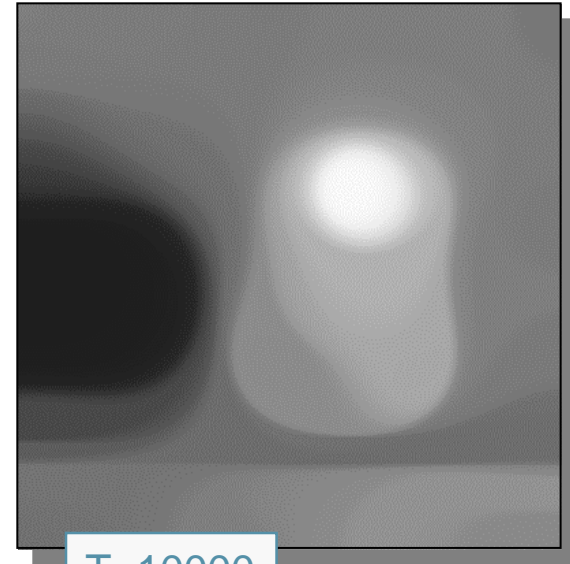
EMSS : $dt = 0.5$



T=500



T=1000



T=10000



Formes circulaires

EDP (4)

Il existe une seule analyse multi-échelle vérifiant les axiomes architecturaux et :

- invariance affine et morphologique.

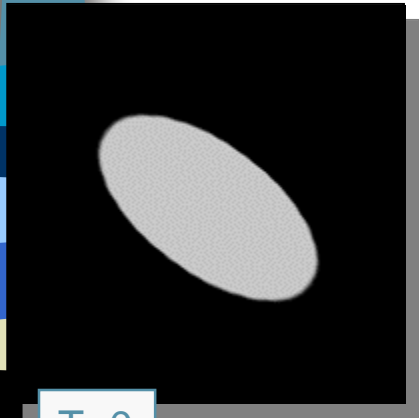
$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} &= |\nabla I| \left(t \operatorname{div} \left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) \right)^{1/3} \\ I(x, y, 0) &= I_0(x, y) \end{cases}$$

Qui peut être réécrite de la manière suivante :

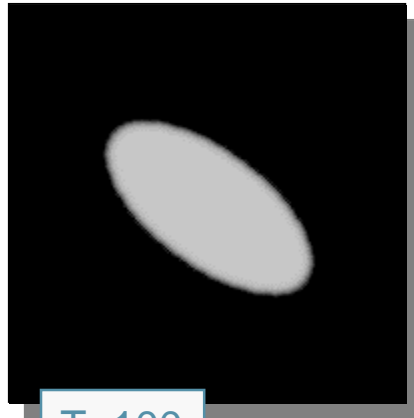
$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} &= t^{1/3} \left(I_y^2 I_{xx} - 2 I_x I_y I_{xy} + I_x^2 I_{yy} \right) \\ I(x, y, 0) &= I_0(x, y) \end{cases}$$

Evolution invariante affine des isophotes

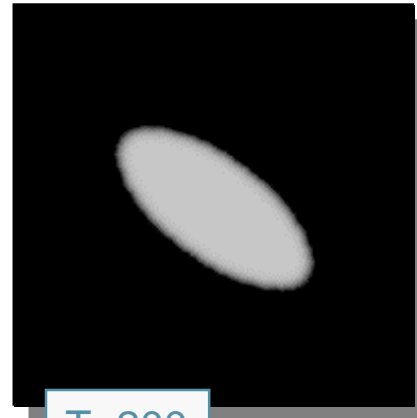
AMSS : $dt = 0.05$



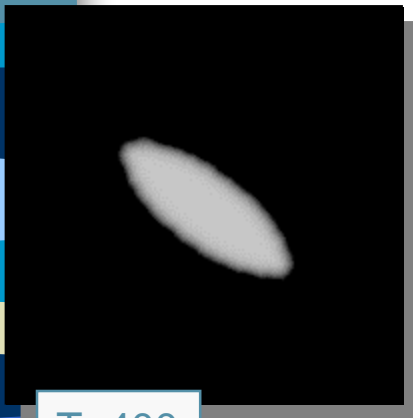
T=0



T=100



T=200



T=400



Formes elliptiques

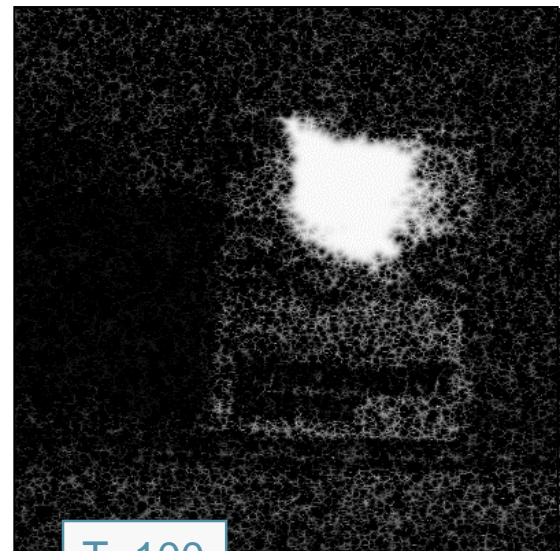
AMSS : $dt = 0.05$



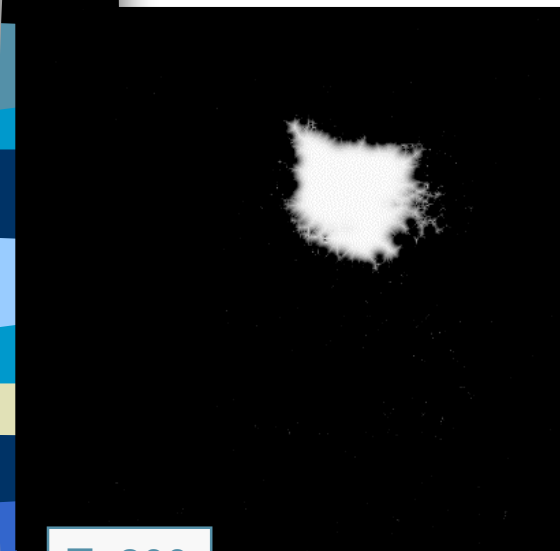
T=0



T=50



T=100



T=200



T=400

Formes elliptiques

Cas Couleur

Une Image couleur est définie par:

$$I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$(x, y) \mapsto I(x, y) = (R(x, y), V(x, y), B(x, y))$$

- On ne peut pas étendre l'axiome de comparaison locale au cas couleur car il n'y a pas de relation d'ordre dans \mathbb{R}^3
- On ne peut pas étendre l'axiome d'invariance morphologique au cas couleur: il n'y a pas d'interprétation perceptuelle.

Cas Couleur

Il faut définir les trois axiomes d'invariances correspondantes aux trois plans caractérisant la couleur: **Teinte**, **Saturation** et **Luminance** (HSI).

- Invariance **Teinte**.
- Invariance **Saturation**.
- Invariance **Luminance**.

Approche Variationnelle

Soit I une image bruitée donnée par:

$$I = P I_0 + \nu$$

Avec :

- I est l'image bruitée.
- I_0 est l'image originale.
- P un opérateur de dégradation linéaire(en général une convolution) représentant le flou de l'image.
- ν Un bruit gaussien.

Approche Variationnelle

Retrouver I_0 à partir de I revient à minimiser l'énergie E définie par:

$$E(I) = \frac{1}{2} \| I - P I_0 \|^2 + \lambda \int_{\Omega} \Phi(|\nabla I|) d\Omega$$

Avec Φ est une fonction de régularisation à choisir et λ un nombre strictement positif.

Approche Variationnelle

L'équation d'Euler Lagrange associée à la minimisation de E s'écrit sous la forme:

$$P^*(I - P I_0) + \lambda \operatorname{div} \left(\Phi'(|\nabla I|) \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) = 0$$

ou encore:

$$P^*(I - P I_0) + \lambda \left(\Phi''(|\nabla I|) I_{\zeta\zeta} + \Phi'(|\nabla I|) \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) I_{\eta\eta} = 0$$

avec:

- P^* est l'opérateur adjoint de P .
- Div est l'opérateur divergence.

Diffusion Anisotrope

L'équation précédente peut s'écrire sous la forme:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = c_{\zeta} I_{\zeta\zeta} + c_{\eta} I_{\eta\eta}$$

avec:

$$c_{\zeta} = \Phi''(|\nabla I|) \quad \text{et} \quad c_{\eta} = \frac{\Phi'(|\nabla I|)}{|\nabla I|}$$

$$\eta = \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \quad \text{et} \quad \zeta \perp \eta$$

\Rightarrow Direction de diffusion dépend du choix de la fonction de régularisation Φ

Diffusion Anisotrope

Modèle I: Malik & Perona

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \operatorname{div}(g(|\nabla I|)\nabla u)$$
$$I(o) = I_0$$

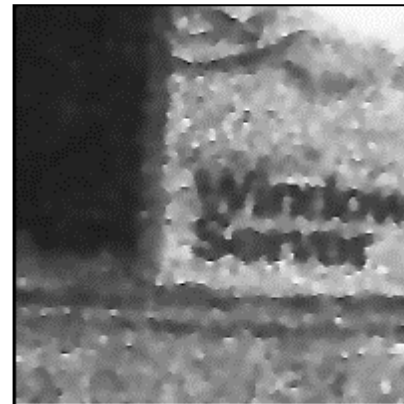
* g : fonction de seuillage régulière, telle que $g(0)=1$, $g(x) \geq 0$ et $g(x)$ tend vers 0 lorsque x tend vers l'infini.

* Difficulté: - Inhibition de la diffusion pour les vrais arrêtes,
et aussi pour les fausses dues au bruit.
- Théorie mathématique insuffisante.

Restoration : Perona



1400 itérations



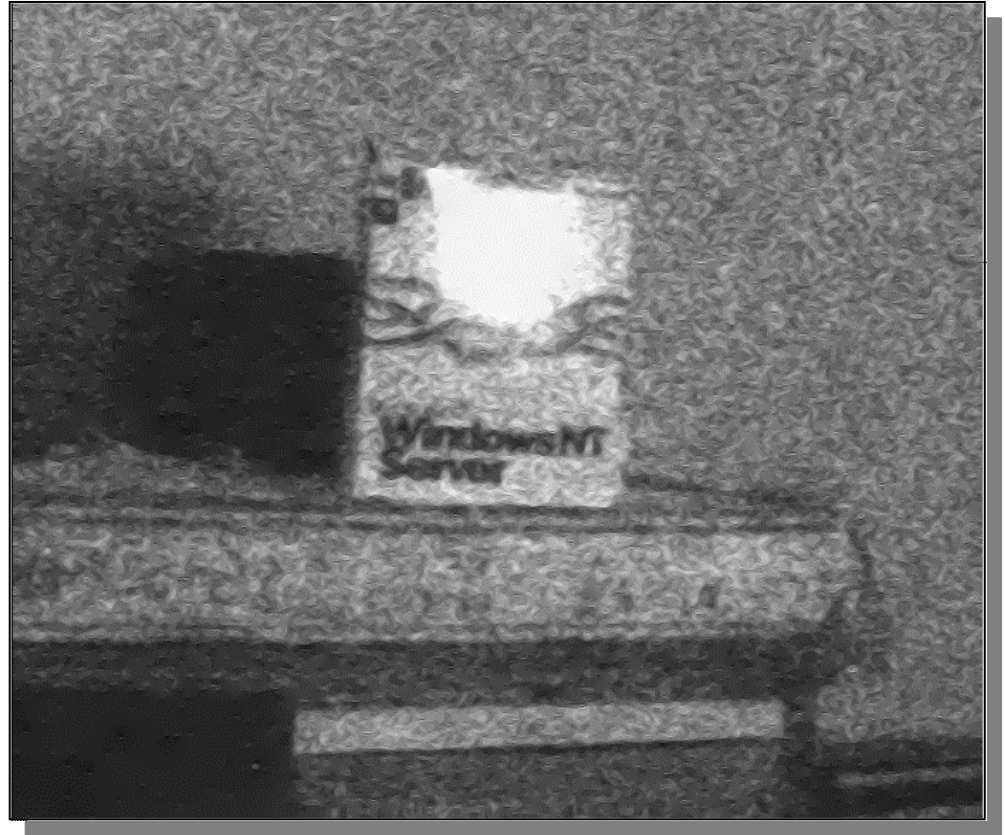
Diffusion Anisotrope

Modèle d 'Alvarez & Morel:

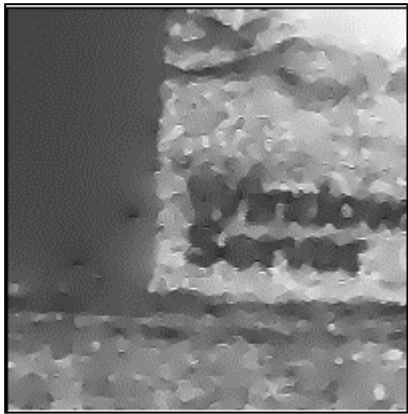
$$\frac{\partial u}{\partial t} = g(u * DG_{\sigma}) \left[(1 - h(|Du|) \Delta u + h(|Du|) |Du| \operatorname{div} \left(\frac{Du}{|Du|} \right) \right]$$

- * Méthode donne de très bons résultats visuels.
- * Méthode limite parmi les méthodes de régularisation sélectives de l'image.
- * Interprétation géométrique.

Restoration : Alvarez



2000 itérations



10000 itérations

Diffusion Anisotrope

Modèle d ' Osher & Rudin pour les images floues:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = - \operatorname{sign}(I_{\eta\eta}) \cdot |\nabla I|$$

$$I(o) = I_0$$

avec *sign* est la fonction définie par:

$$\begin{aligned} \operatorname{sign}(x) &= 1 \quad \text{si } x \geq 0 \\ &= -1 \quad \text{si } x < 0 \end{aligned}$$

Restauration : Filtre de chocs (marginal)



Restauration des Images Couleurs

Soit I une image couleur bruitée définie par:

$$I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$(x, y) \mapsto I(x, y) = (R(x, y), V(x, y), B(x, y))$$

Pour restaurer l'image I on peut soit:

- Traiter les trois plans R , V , B séparément comme dans le cas scalaire.
- Prendre en compte la corrélation entre les trois plans, i.e:
 - * Définir la norme et l'orientation du gradient couleur.
 - * Définir la direction de diffusion associée à la couleur.

Restauration des Images Couleurs

Analyse de Di 'Zenzo:

Di 'Zenzo considère une image comme une surface tel que:

$$dI = \frac{\partial I}{\partial x} dx + \frac{\partial I}{\partial y} dy$$

Soit :

$$\|dI\|^2 = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{12} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}$$

avec :

$$g_{ij} = \frac{\partial I}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial I}{\partial x_j}$$

Restauration des Images Couleurs

La norme et l'orientation du gradient couleur sont donnés par:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\pm} = \frac{g_{11} + g_{22} \pm \sqrt{(g_{11} - g_{22})^2 + 4g_{12}^2}}{2} \\ \eta = \arctan \frac{\lambda_{+} - g_{11}}{g_{12}} \\ \xi = \eta + \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

Avec:

- λ montre la valeur de la plus grande et la plus petite variation de l'intensité lumineuse.
- η montre l'orientation de la variation de l'image couleur.

Restauration des Images Couleurs

Pour Di 'Zenzo:

$$|\nabla I| = \sqrt{\lambda_+}$$

$$\nabla I = (\cos \eta, \sin \eta)$$

Pour Sapiro:

$$|\nabla I| = \sqrt{\lambda_+ - \lambda_-}$$

$$\nabla I = (\cos \eta, \sin \eta)$$

Restauration des Images Couleurs

Restauration de Sapiro :

$$\frac{\partial I}{\partial t}(x, y) = g(N(x, y)) I_{\xi\xi}$$

I.e:

$$\begin{cases} R_t = g(N(x, y)) R_{\xi\xi} \\ G_t = g(N(x, y)) G_{\xi\xi} \\ B_t = g(N(x, y)) B_{\xi\xi} \end{cases}$$

Avec :

$$N(x, y) = \sqrt{\Lambda_+ - \Lambda_-}$$

$g(.)$ est une fonction positive décroissante.

Restauration des Images Couleurs

Restauration de Deriche :

$$\frac{\partial I}{\partial t}(x, y) = g(N(x, y)) I_{\eta\eta} + I_{\xi\xi}$$

i.e :

$$\begin{cases} R_t = g(N(x, y)) R_{\eta\eta} + R_{\xi\xi} \\ G_t = g(N(x, y)) G_{\eta\eta} + G_{\xi\xi} \\ B_t = g(N(x, y)) B_{\eta\eta} + B_{\xi\xi} \end{cases}$$

avec :

$$N(x, y) = \sqrt{\Lambda_+}$$

$g(.)$ est une fonction positive décroissante.

Restauration des Images Couleurs

Diffusion de Blomgren (La Variation Totale):

$$\frac{\partial I^i}{\partial t}(x, y) = \frac{C^i}{[\beta + \|\nabla I^i\|]} I_{\xi\xi}^i$$

Avec : $I^i \in \{R, V, B\}$

$$C^i = \frac{TV_{n,1}(I^i)}{TV_{n,m}(I^i)}$$

et :

$$TV_{n,m}(I) = [\sum_{i=1}^m TV_{n,1}(I^i)^2]^{1/2}$$

$$TV_{n,1}(I) = \int_{\omega} \|\nabla I\| dx$$

La norme de Blomgren ne peut pas être comparée avec celles Sapiro et Di 'Zenzo car elle est calculée sur toute l'image.

Résultats

Image Synthétique:

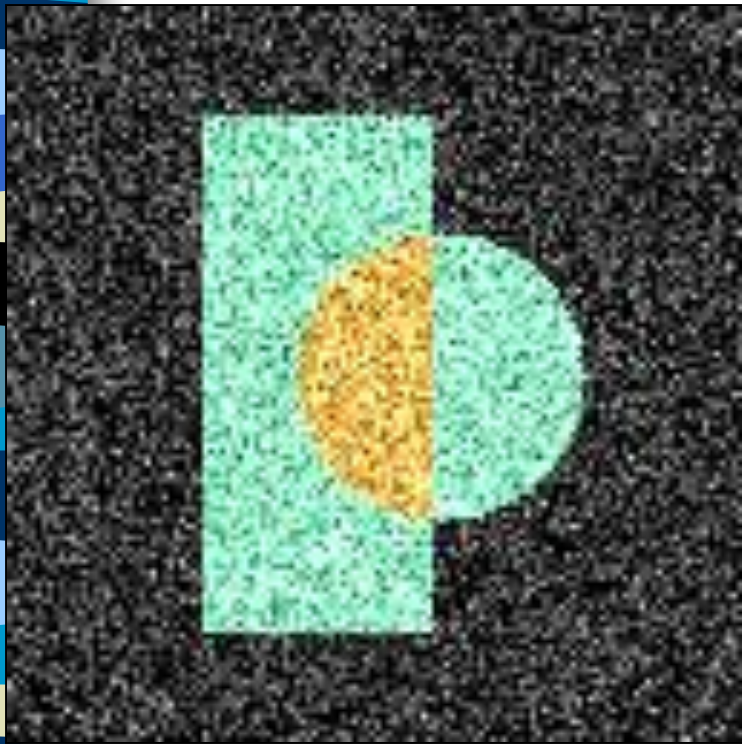
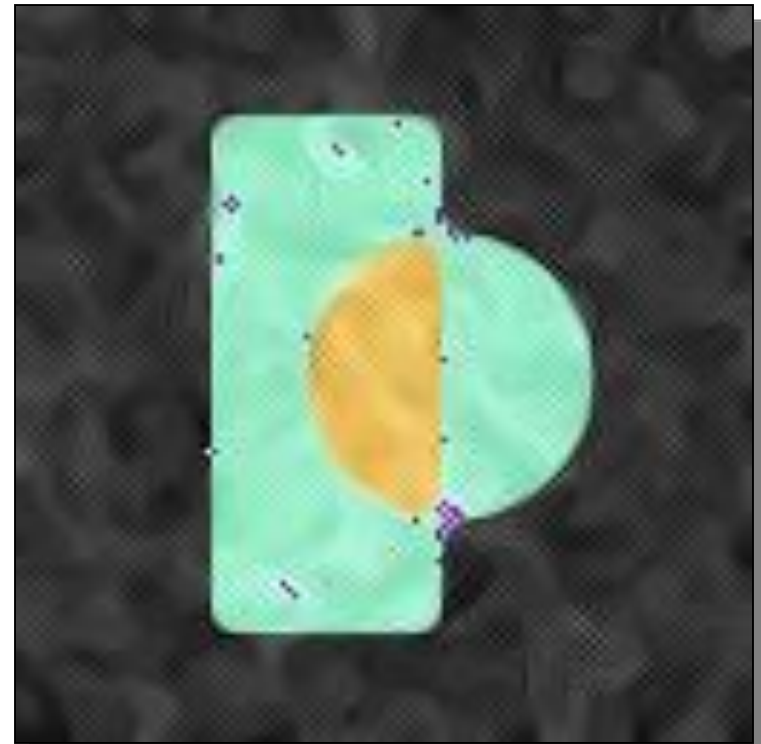


Image Originale

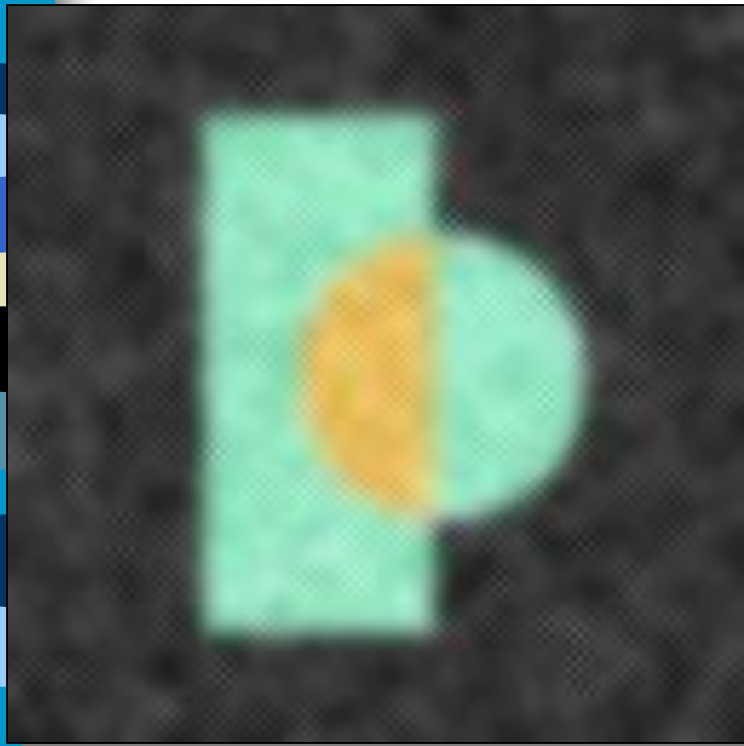
200 itérations



Restauration de Sapiro

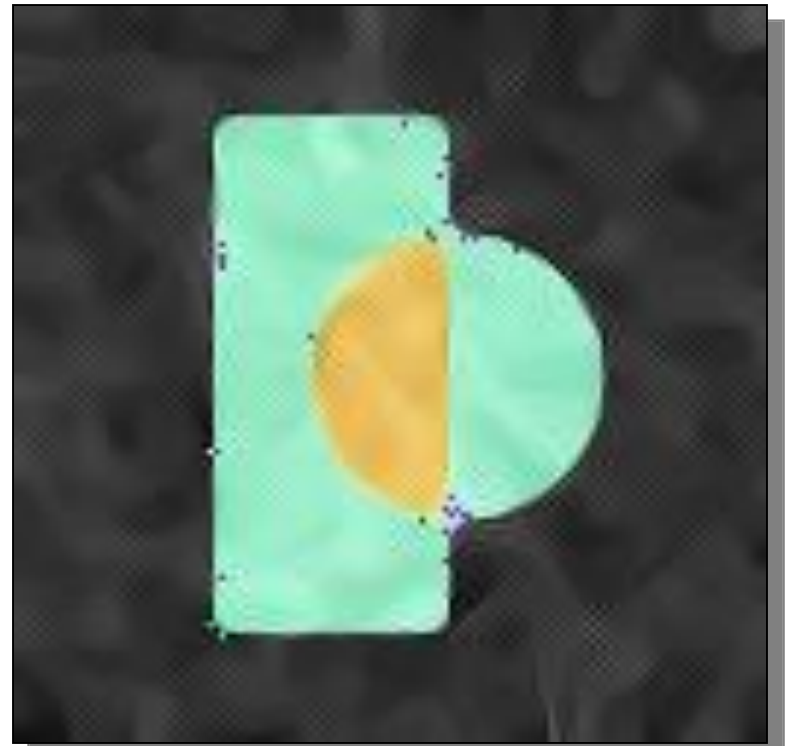
Résultats

200 itérations



Restoration de Deriche

500 itérations



Notre Modèle

Analyse Multi-échelles et diffusion anisotrope

- Définition d'une analyse Multi-échelle(AME).
- Stabilité de l'AME.
- Classification et équations au dérivées partielles.

Analyse Multi-échelles: Définition

Image :

$$\begin{array}{ccc} I : R^2 & \longrightarrow & R \\ (x, y) & \longrightarrow & I(x, y) \end{array}$$

Opérateur :

$$\begin{array}{ccc} T_t : V & \longrightarrow & V \\ I_0(x, y) & \longrightarrow & I(x, y, t) = T_t(I_0(x, y)) \end{array}$$

Image initiale

Suite continue d'images dans le temps

Analyse Multi-échelles: Stabilité et EDP

Causalité



Structure Pyramidale



Comparaison locale



Régularité

Théorème

Si une analyse Multi-échelle $T_t(I)$ est causale

alors $I(x, y, t) = T_t(I)(x, y)$

est une solution de viscosité de l'EDP suivante :

$$\frac{\partial I}{\partial t} = F(H(I), \nabla I, I, x, y, t)$$

avec $I(x, y, 0) = I_0(x, y)$ et F une fonction non décroissante.

Analyse Multi-échelles: Classification

Classification



Linéarité



Invariance morphologique



Invariance euclidienne / affine

Exemple(1): équation de la chaleur

Si une analyse Multi-échelle est **causale** et invariante par toute transformation **euclidienne**, alors

$I(x, y, t) = T_t(I)(x, y)$ est solution de l'équation de la chaleur

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} &= \Delta I \\ I(x, y, 0) &= I_0(x, y) \end{cases}$$

Cas Couleur

Une Image couleur est définie par:

$$I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$(x, y) \mapsto I(x, y) = (R(x, y), V(x, y), B(x, y))$$

- On ne peut pas étendre l'axiome de comparaison locale au cas couleur car il n'y a pas de relation d'ordre dans \mathbb{R}^3
- On ne peut pas étendre l'axiome d'invariance morphologique au cas couleur: il n'y a pas d'interprétation perceptuelle.

Cas Couleur

Il faut définir les trois axiomes d'invariances correspondantes aux trois plans caractérisant la couleur: **Teinte**, **Saturation** et **Luminance** (HSI).

- Invariance **Teinte**.
- Invariance **Saturation**.
- Invariance **Luminance**.

Approche variationnelle et diffusion anisotrope

- Principe et Diffusion anisotrope.
- Quelques modèles représentatifs à base d'EDP pour la restauration d'images

Approche Variationnelle

Soit I une image bruitée donnée par:

$$I = P I_0 + \nu$$

Avec :

- I est l'image bruitée.
- I_0 est l'image originale.
- P un opérateur de dégradation linéaire(en général une convolution) représentant le flou de l'image.
- ν Un bruit gaussien.

Diffusion Anisotrope

L'équation précédente peut s'écrire sous la forme:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = c_{\zeta} I_{\zeta\zeta} + c_{\eta} I_{\eta\eta}$$

avec:

$$c_{\zeta} = \Phi''(|\nabla I|) \quad \text{et} \quad c_{\eta} = \frac{\Phi'(|\nabla I|)}{|\nabla I|}$$

$$\eta = \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \quad \text{et} \quad \zeta \perp \eta$$

\Rightarrow Direction de diffusion dépend du choix de la fonction de régularisation Φ

Diffusion Anisotrope

Modèle I: Malik & Perona

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \operatorname{div}(g(|\nabla I|)\nabla u)$$
$$I(o) = I_0$$

* g : fonction de seuillage régulière, telle que $g(0)=1$, $g(x) \geq 0$ et $g(x)$ tend vers 0 lorsque x tend vers l'infini.

* Difficulté: - Inhibition de la diffusion pour les vrais arrêtes,
et aussi pour les fausses dues au bruit.
- Théorie mathématique insuffisante.

Diffusion Anisotrope

Modèle d 'Alvarez & Morel:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g(u * DG_{\sigma}) \left[(1 - h(|Du|) \Delta u + h(|Du|) |Du| \operatorname{div} \left(\frac{Du}{|Du|} \right) \right]$$

- * Méthode donne de très bons résultats visuels.
- * Méthode limite parmi les méthodes de régularisation sélectives de l'image.
- * Interprétation géométrique.

Diffusion Anisotrope

Modèle d ' Osher & Rudin pour les images floues:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = - \operatorname{sign}(I_{\eta\eta}) \cdot |\nabla I|$$

$$I(o) = I_0$$

avec *sign* est la fonction définie par:

$$\begin{aligned} \operatorname{sign}(x) &= 1 \quad \text{si } x \geq 0 \\ &= -1 \quad \text{si } x < 0 \end{aligned}$$

Approche variationnelle: Quelques résultats

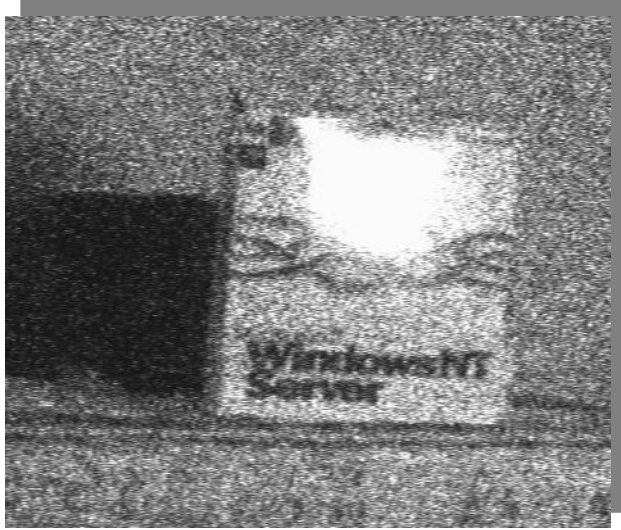
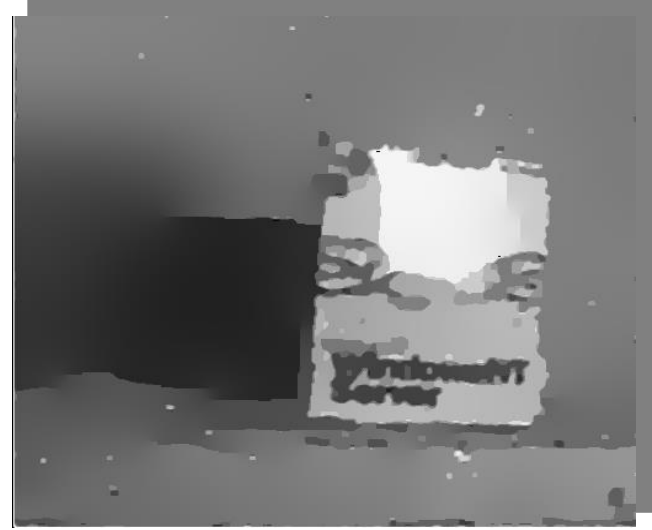


Image bruitée



Restauration de Malik et Perona



Image floue



Filtre de choc

Diffusion Anisotrope

Modèle d ' Osher & Rudin pour les images floues:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = - \operatorname{sign}(I_{\eta\eta}) \cdot |\nabla I|$$

$$I(o) = I_0$$

avec *sign* est la fonction définie par:

$$\begin{aligned} \operatorname{sign}(x) &= 1 \quad \text{si } x \geq 0 \\ &= -1 \quad \text{si } x < 0 \end{aligned}$$

Restauration : Filtre de chocs (marginal)



Nouvelle EDP pour la restauration d'images couleurs

■ Analyse vectorielle:

- Est ce qu'il existe une analyse Multi-échelles couleur?
- Normes vectorielles et directions de diffusion

■ Quelques modèles de restauration d'images couleur:

- Modèle de Sapiro, Blomgren et Tchumpérlé-Deriche
- Critiques

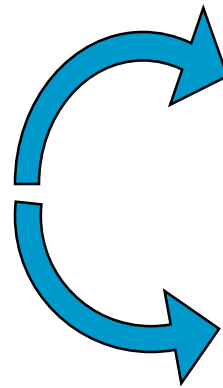
Restauration couleur: Analyse vectorielle

Soit I une image couleur bruitée définie par:

$$I: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$(x, y) \mapsto I(x, y) = (R(x, y), V(x, y), B(x, y))$$

Restaurer une image couleur



1- Traitement scalaire: plan par plan

2- Traitement vectoriel: prise en compte de l'information vectorielle

1- Définir la norme et l'orientation du gradient couleur.

2- Définir la direction de diffusion associée à la couleur.

Restauration couleur: Analyse vectorielle

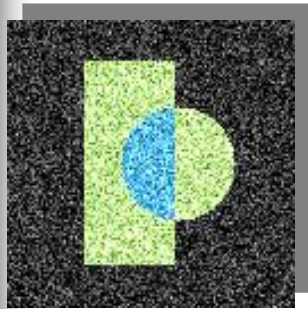
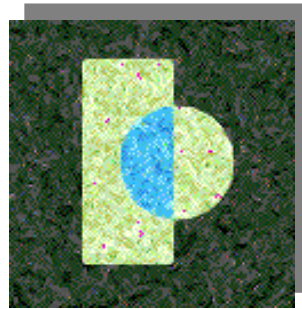


Image initiale



MCM scalaire

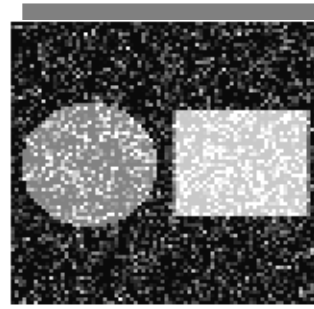
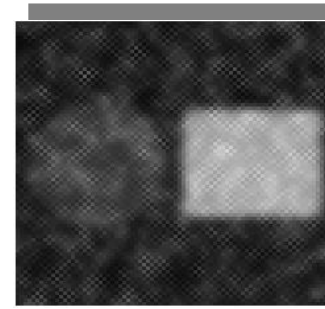
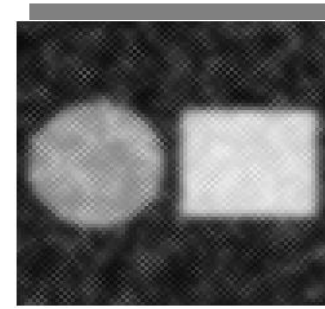


Image initiale



Diffusion scalaire



Diffusion vectorielle

Analyse de Di'Zenzo:

$$\begin{cases} \lambda_{\pm} = \frac{g_{11} + g_{22} \pm \sqrt{(g_{11} - g_{22})^2 + 4g_{12}^2}}{2} \\ \eta = \arctan \frac{\lambda_+ - g_{11}}{g_{12}} \\ \xi = \eta + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

avec:

$$g_{ij} = \frac{\partial I}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial I}{\partial x_j}$$

Quelques normes vectorielles:

Pour Di 'Zenzo:



$$|\nabla I| = \sqrt{\lambda_+}$$

$$\nabla I = (\cos \eta, \sin \eta)$$

Pour Sapiro:



$$|\nabla I| = \sqrt{\lambda_+ - \lambda_-}$$

$$\nabla I = (\cos \eta, \sin \eta)$$

Restauration couleur: critiques(1)

1) Les trois modèles diffusent toujours dans la direction ξ

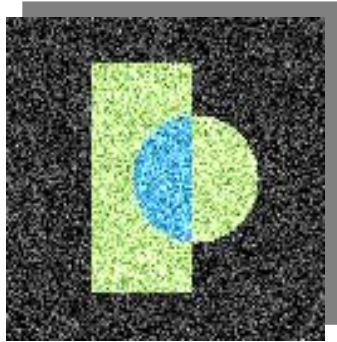
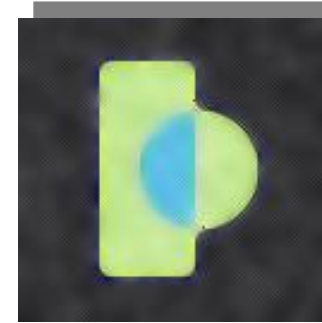
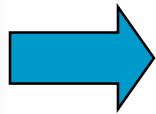


Image initiale



Problème au voisinage
des coins



Contrôle n'est pas suffisant au voisinage des coins

2) Les trois modèles utilisent un gradient vectoriel au voisinage des contours

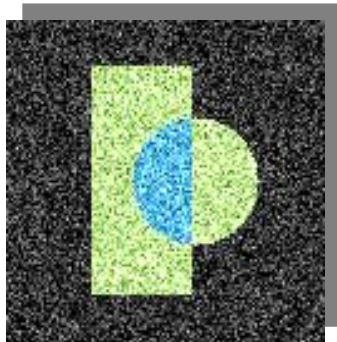
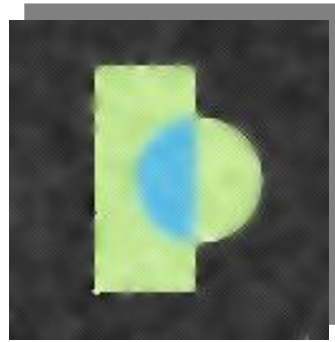
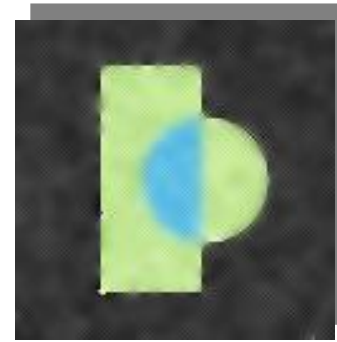


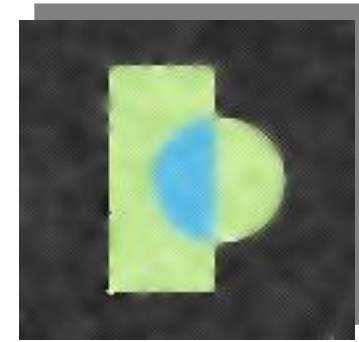
Image initiale



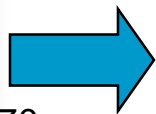
Gradient de DiZenko



Gradient de Sapiro



Norme de Blomgren



Contrôle n'est pas performant au voisinage des contours

Restauration couleur:

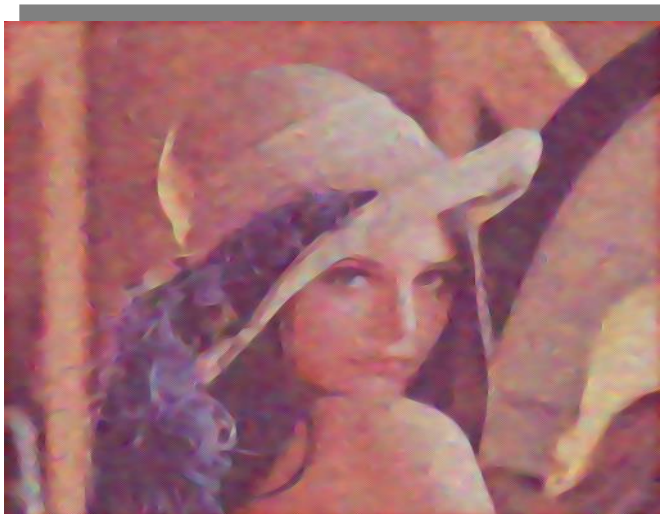
Résultats



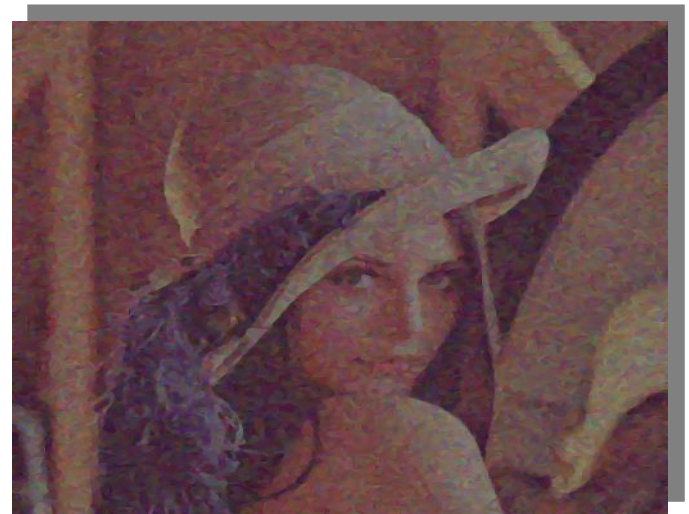
Image bruitée



Restauration de Sapiro



Restauration de Tch-Deri



Restauration de Blomgren

Restauration couleur: Résultats



Image bruitée



Notre modèle

