Livrable 2 : Etude de la réponse fréquentielle et filtrage

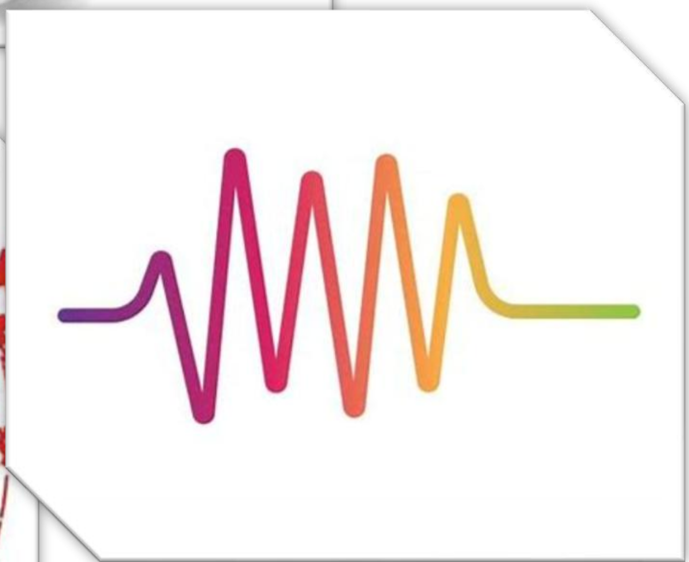


Table des matières

Contexte :

La solution retenue pour aller plus loin dans l'étude de faisabilité consiste à utiliser les hautes fréquences pour véhiculer le message de l'agent. Ce signal non audible permettrait de transmettre des informations en toute discrétion. Après avoir généré des ondes sonores à différentes fréquences, et en veillant à respecter les caractéristiques techniques d'un microphone, on a pu conclure sur une plage de fréquence adaptée pour transmettre votre signal.

Problématique :

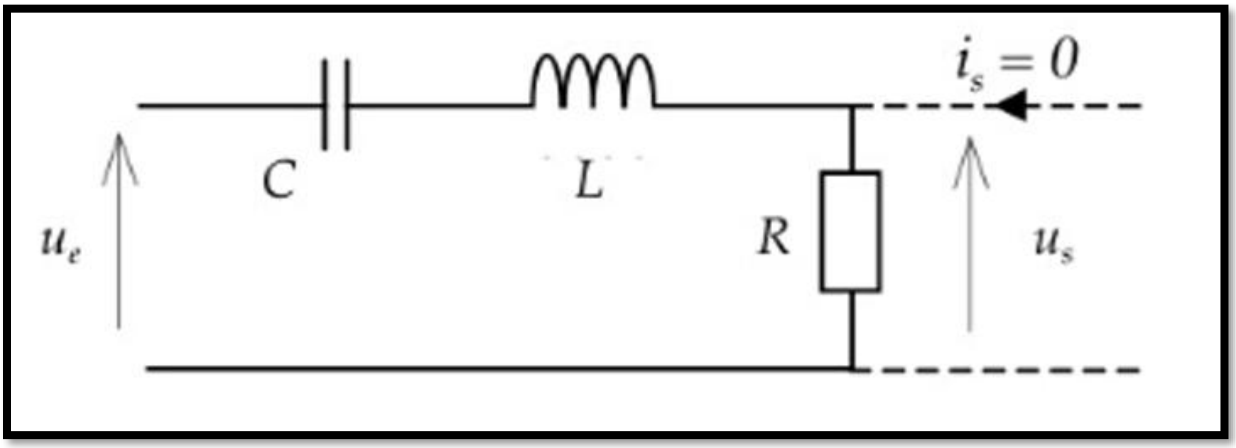
On admet qu'on peut générer notre signal sonore par-dessus les communications captées par le micro, comment extraire le message caché du signal final ?

Le but du livrable 2 :

- On doit proposer un schéma de filtre à base de composants simples permettant de récupérer le signal non audible à partir du signal reçu, selon la fréquence d'émission préalablement choisie par nos soins et on doit justifier le choix de ce filtre par rapport au besoin, un ordre 2 est demandé.
- On doit donner la fonction de transfert du circuit proposé et étudier les variations de son module en fonction de ω (pulsation) et de déduire la fréquence de résonance du circuit et son facteur de qualité Q.
- On doit justifier le dimensionnement (valeurs) des composants pour une meilleure détection du signal non audible.
- On doit donner la fonction de transfert T(ω) du filtre proposé (ω étant la pulsation) et étudier le comportement de T(ω) en fonction de la fréquence. Puis de déduire le Gain_dB (en décibels) et l'argument (phase) de cette fonction de transfert T(ω).
- Tracer le digramme de Bode de cette fonction de transfert grâce a la simulation sur LT Spice en implantant le schéma du circuit enfin de faire varier les grandeurs des composants et comparer avec l'étude théorique.

I. Première étape :

Le schéma :



Notre schéma de filtre est composé de composants simples permettant de récupérer un signal non audible à partir d'un signal reçu.

En effet notre schéma de filtre est composé de :

- Un condensateur (C)
- Une bobine (L)
- Une résistance
- Une tension d'entrée et une tension de sortie

En examinant le schéma, on remarque qu'on a choisi de mettre la bobine et le condensateur en série, et la résistance en dérivation. Puisque, cela permet de créer un circuit résonant série, où la réactance combinée avec le condensateur et l'inductance pourra s'annuler à une fréquence de résonance, qu'on étudiera dans l'étape 2. Cela va donc permettre de filtrer et d'amplifier certaines fréquences spécifiques dans un signal électronique. Ce qui est pertinent dans notre contexte puisque nous voulions des fréquences non audibles à l'oreille humaine.

C'est pourquoi nous voulions une fréquence d'émission de 22 000Hz sachant que l'oreille humaine peut entendre entre 20Hz et 20000Hz, prendre une marge au-dessus est le mieux à faire pour notre contexte.

Car nous voulions que les ondes sonores traversent les murs, cependant prendre des hausses fréquences perturbent la transmission à travers les murs comparé aux basses fréquences qui auront eux plus de facilité à traverser les murs.

De plus, nous voulions prendre un schéma de filtre spécifié « passe bande » car contrairement passe-bas et passe-haut, les fréquences coupées sont soient des hausses ou des basse fréquences alors que le passe bande va permettre de viser une plage de valeurs de fréquences qu'on veut étudier, donc ici entre 20 000Hz et 25 000Hz.

Enfin, notre schéma de filtre correspond bien à un ordre 2 car il y a un condensateur et une inductance relié dans le même circuit. Ce sont des composants couramment utilisés pour le filtrage des fréquences.

II. Deuxième étape :

La fonction de transfert est une modélisation ou une équation mathématique qui décrit comment un système réagit à une entrée. Dans notre contexte, la fonction de transfert est le rapport entre la tension de sortie et la tension d'entrée.

Elle se note :

$H(jw) = Us / Ue$

On rappelle qu'on étudie ses expressions mathématiques dans les « complexes »

Où :

- j est le nombre imaginaire
- w la fréquence angulaire (en rad / s)
- Us et Ue sont les tensions de sortie et d'entrée (en V)

De plus la fonction de transfert est directement liée aux impédances. En effet, les impédances est une mesure « complexe » de la résistance d'un composant au passage du courant alternatif, donc ce que nous sommes en train d'étudier. Elle comprend à la fois la résistance réelle (R) et la réactance(X), cette dernière englobe l'inductance(L) et le condensateur(C).

On rappelle que la réactance est un peu comme une résistance elle fonctionne un peu de la même manière. Mais la réactance sera pour des éléments spécifiques d'un circuit électrique comme des bobines et des condensateurs. Elle va réagir différemment selon la fréquence du courant électrique.

Il y a 2 types de réactances pour notre cas étudié :

- Réactance inductive (L) : On imagine la bobine comme un ressort, plus la fréquence est rapide plus le ressort résiste au mouvement => Elle va augmenter la fréquence du courant
Réactance capacitive (C) : On imagine un condensateur comme un réservoir, plus la fréquence est lente plus le réservoir peut stocker du courant sans opposition => Elle va diminuer la fréquence du courant

C'est-à-dire, que chaque composant du circuit possède donc une impédance :

- Résistance : $Zr = R$
- Capacité (C) : $Zc = -j / wC$
- Inductance (L) : $Zl = jwL$

Après avoir vu ces impédances, il faut maintenant se concentrer sur le schéma du filtre qu'on a proposé.

On a utilisé le pont de diviseur de tension et dans l'espace des complexes, on a :

$Us = (Zr / (Zc + Zr + Zl))*Ue$

On sait que la fonction de transfert est le rapport entre la tension de sortie et la tension d'entrée, donc on divise tout par Ue :

$Us / Ue = Zr / (Zc + Zr + Zl)$

On substitue :

$Us/Ue = R / ((1/jwC) + R + jLw)$

On divise par jwC pour simplifier, on a donc :

$H(jw) = Us/Ue = jRCw / (1 - LCw^2 + jRCw)$

Après avoir trouver la fonction de transfert, il faut maintenant étudier les variations de son module en fonction de w (pulsation) :

On sait que le module d'un quotient équivaut au module du numérateur au dénominateur.

Il se note :

$\sqrt{}$ (Partie réelle) ^{2} + (Partie imaginaire) ^{2}

Donc le module : $| H(jw_0) | = |jRCw| / |(1 - LCw^2 + jRCw)|$

$| H(jw_0) | = \sqrt{0^2 + (RCw)^2} / \sqrt{(1 - LCw^2)^2 + (RCw)^2}$
$| H(jw_0) | = jRCw / \sqrt{(1 - LCw^2)^2 + (RCw)^2}$

Après avoir trouvé le module, il faut maintenant déduire notre fréquence de résonance et son facteur de qualité Q

La fréquence de résonance est la fréquence à laquelle la réactance capacitive ($Xc = 1/wC$) et la réactance inductive ($XL = \omega L$) s'annulent exactement. Cela signifie que l'impédance totale du circuit devient minimale (dans un circuit série) ou maximale (dans un circuit parallèle).

Se note à partir de l'expression obtenue :

On pose $w_0 = 1 / \sqrt{LC}$ donc si on veut la fréquence propre du filtre on a :

$f_0 = w_0 / 2pi = 1 / (2 * pi * \sqrt{LC})$
$Q = 1 / RCw_0$

On rappelle que Q est une mesure de la "qualité" ou de l'efficacité d'un circuit résonant (comme un circuit RLC série ou parallèle) à stocker de l'énergie par rapport à la dissipation d'énergie. C'est une grandeur sans unité utilisée pour caractériser la résonance d'un circuit.

Elle peut se noter :

$Q = w_0 L / R$ (en série)
$Q = R / w_0 R$ (en parallèle)

Cependant elle peut se calculer autrement en bande passante, ce qui plus pertinent dans notre contexte :

$Q = f_0 / \Delta f$

Où :

Δf correspond à la différence entre la plage de fréquence qu'on veut étudier, elle se calcule par : $f_2 - f_1$

III. Troisième étape :

Il faut maintenant justifier nos valeurs des composants pour une meilleure détection d'un signal non audible

- On a choisi une fréquence de résonance de 22 000Hz qu'on a justifié précédemment dans l'étape 1.

- On a $w_0 = 2*pi * f_0 = 2 * pi * 22\ 000 = 69\ 115$ rad / s

- On a $\Delta f = f_2 - f_1$: 25 000 – 20 000 = 5 000 Hz, on a pris 25 000 – 20 000 car c'est la plage de valeurs de fréquence qui se rapproche de notre fréquence de résonance.

- Pour calculer le facteur de qualité on a besoin de $\Delta w = 2*pi * \Delta f_0 = 2 * pi * 5000 = 15\ 708$ rad/s

- $Q = w_0 / \Delta w = 69\ 115 / 15\ 708 = 4.4$

- Pour trouver les valeurs de l'inductance et du condensateur, on pas d'autres choix que de choisir les valeurs :

- On a pris donc pour L = 10mH car c'est une valeur assez typique dans les circuits électriques pour le filtrage audio mais aussi pour laisser passer les hausses fréquences

- $R = wL / Q = 69\ 115 * 10 * 10^{-3} / 4.4 = 157$ Ohm

- $C = 1 / (R * Q * w_0) = 1 / 157 * 4.4 * 69\ 115 = 2.1 * 10^{-8}$ F

IV. Quatrième étape :

Pour trouver la fonction de transfert propre au filtre il faut déjà partir de notre fonction de transfert de base :

$H(jw) = jRCw / (1 - LCw^2 + jRCw)$

Puis pour simplifier on sait que :

- $w_0 = 1 / \sqrt{LC}$

- $Q = w_0 * L / R$

On a donc :

- $LC = 1 / w_0^2$
- $RC = 1 / Qw_0$
- $LCw^2 = w^2 / w_0^2$

Ce qui nous donne :

$H(jw) = (j * (w / Q * w_0) / (1 - (w / w_0)^2 + j * (w / Q * w_0))$

Puis il faut déduire l'expression le Gain_DB (en décibel)

Il faut maintenant faire son module :

$| H(jw) | = w / Qw_0) / \sqrt{} ((1 - (w / w_0)^2)^2 + (w / Qw_0)^2$

Conversion en décibel consiste à appliquer :

$G_{dB} = 20 * \log_{10}$ (Numérateur)-10 * $\log_{10}$(Dénominateur)

- Au numérateur :

- $20 * \log_{10}(w / Qw_0)$

- Au dénominateur :

- $20 * \log_{10}((1 - (w / w_0)^2)^2 + (w / Qw_0)^2)$ en utilisant la règle des logarithmes pour une racine carrée

On a donc :

$G_{dB} = 20*\log(\omega/Q\omega_0) - 10\log([1-(\omega/\omega 0)^2]^2 + (\omega/Q\omega_0)^2)$

Enfin il faut déduire l'argument donc la phase donnée par :

$\varphi = arg(H(\omega)) = arg(Numérateur) - arg(Dénominateur)$

- Au numérateur :

- $arg(j*(w/Qw_0)) = 2\pi$

- Au dénominateur :

- $arg(1-(\omega/ \omega 0)^2 + j*(\omega /Q\omega_0)$

On a donc :

- $\varphi = arg(j*(\omega/ Q\omega_0) - arg(1-(\omega /\omega_0)^2 + j*(\omega/Q\omega_0))$

Pour trouver l'argument complexe on utilise la formule générale de l'argument :

$arg(a+jb) = arctan(a/b)$

Ici, $a = 1-(\omega /\omega_0)^2$ et $b = \omega/Q\omega_0$ donc :

- $arg(1-(\omega /\omega_0)^2 + j*(\omega/Q\omega_0)) = arctan((w/Qw_0)/(1-(w/w_0)^2))$

C'est-à-dire :

- $\varphi = \pi/2 - arctan((w/Qw_0)/(1-(w/w_0)^2))$

Il faut maintenant étudier le comportement en fonction de la fréquence :

- Gain dB

Si $\omega << \omega_0$, $\omega/\omega_0 << 1$ alors $G_{dB} \rightarrow 20log(\omega/\omega_0) - 20logQ$

Si $w = w_0$, alors $G_{dB} = 0$

Si $w >> w_0$, $w/w_0 >> 1$ alors $G_{dB} \rightarrow -20log(\omega/\omega_0) - 20logQ$

- Phase

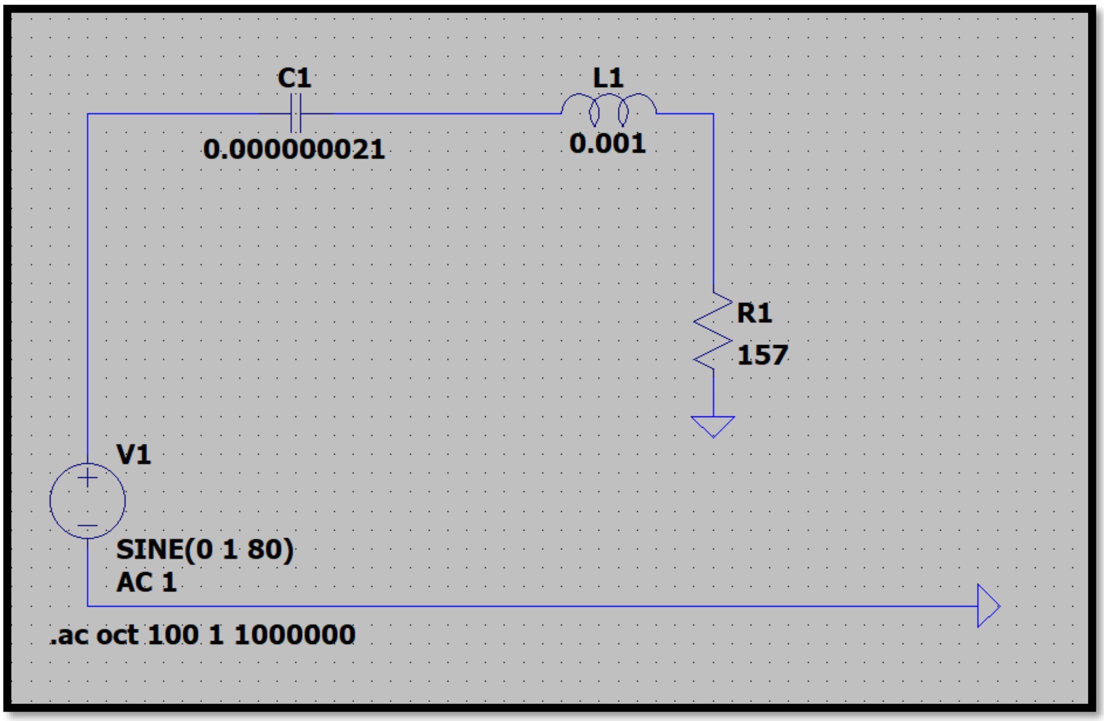
Si $\omega << \omega_0$, $\omega/\omega_0 << 1$ alors $\varphi \rightarrow$ pi / 2

Si $w = w_0$, alors $\varphi = 0$

Si $w >> w_0$, $w/w_0 >> 1$ alors $\varphi \rightarrow$ -pi / 2

V. Cinquième étape :

Reproduction du schéma du filtre sur LTspice :



Après avoir reproduit exactement le schéma nous avons ensuite mis les valeurs de nos composants que nous avions trouvés précédemment :

-Résistance : 157 Ohm

-Générateur : -fréquence :80Hz

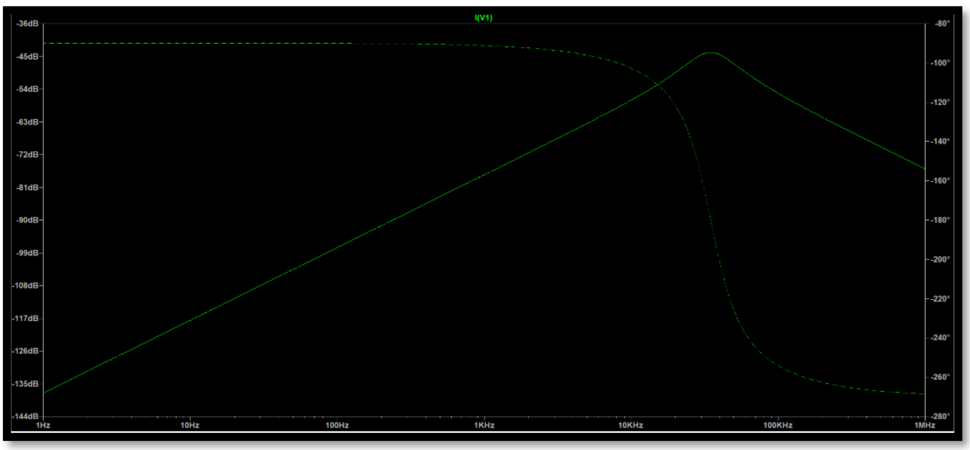
-Amplitude : 1

-Tension : 5V

-Capacité : 0.000000021 F

-Inductance : 0.001 H

Puis nous avons lancé la simulation pour tracer le diagramme de Bode



Après avoir lancé la simulation, une courbe en forme de pyramide est apparue, on voit ici que la courbe augmente à partir de 1Hz jusqu'à environ 50 kHz, en effet, le son passe de -135 dB environ à -40dB environ, oui le nombre de décibels est en dessous de 0 car le son est en ultrason donc inaudible pour un humain, puis enfin la courbe diminue passant de -40dB à environ -75dB.

Les résultats obtenus par simulation sont semblables à ceux obtenus lors de l'étude théorique. Nous avons bien ici un filtre passe-bande. Il laisse passer une bande de fréquences.