

Московский физико-технический университет  
Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

Лабораторная работа № 3.2.4

## **Свободные колебания в электрическом контуре**

Работу выполнил:  
Шурыгин Антон  
Б01-909

г. Долгопрудный  
2020 год

**Цель работы:** исследование свободных колебаний в электрическом контуре.

**Оборудование:** генератор импульсов, электронное реле, магазин сопротивлений, магазин емкостей, индуктивность, электронный осциллограф, мост.

## 1 Теоретическое введение

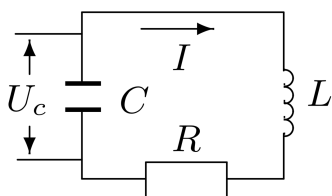


Рис. 1: Колебательный контур

Основное уравнение колебательного контура:

$$\ddot{I} + 2\gamma\dot{I} + \omega_0^2 I = 0 \quad (1)$$

Где  $\gamma = \frac{R}{2L}$  — коэффициент затухания,  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$  — собственная частота контура. Решением этого уравнения являются затухающие колебания:

$$I = Ae^{-\gamma t} \cos(\omega t - \theta) \quad (2)$$

Здесь  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ . Можно записать решение и для напряжения:

$$U_C = U_0 \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\gamma t} \cos(\omega t - \theta) \quad (3)$$

В контуре со слабым затуханием ( $\omega \approx \omega_0$ ) верна **формула Томпсона** для периода:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \approx \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (4)$$

Режим работы контура, при котором  $\gamma = \omega_0$ , называется **критическим**. Его сопротивление равно

$$R_{kr} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5)$$

Потери затухающих колебаний принято характеризовать через **добротность и логарифмический декремент затухания**:

Добротность, потери энергии:

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (6)$$

Лог. декремент, потери амплитуды:

$$\Theta = \frac{1}{n} \gamma T = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}} \quad (7)$$

## 2 Экспериментальная установка

Исследуемый колебательный контур состоит из индуктивности  $L$ , ёмкости и резистора  $R$  (рис. 1). Конденсатор контура заряжается короткими одиночными импульсами, после каждого из которых в контуре возникают свободные затухающие колебания. Подав напряжение с конденсатора на осциллограф, можно по картине, возникающей на экране осциллографа, определить период колебаний в контуре, исследовать затухание колебаний и определить основные параметры колебательного контура.

Картину колебаний можно представить не только в координатах  $(U, t)$ , но и в координатах  $(U, \dot{U})$ , или, как говорят, на фазовой плоскости. В этих координатах кривая незатухающих колебаний ( $\gamma = 0$ ) имеет вид эллипса (или окружности - при одинаковых амплитудах  $U$  и  $\dot{U}$ ), а картина реальных колебаний изображается сворачивающейся спиралью.

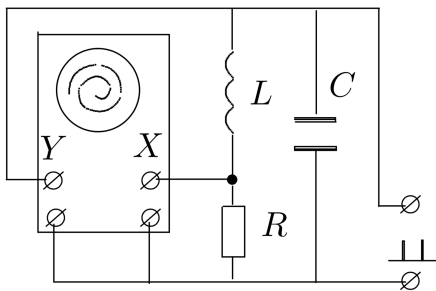


Рис. 2: Фазовый режим

Схема подключения осциллографа для изучения колебаний на фазовой плоскости представлена на рис. 2. На вертикальный вход осциллографа подаётся напряжение  $U_C$  с конденсатора, а на горизонтальный — напряжение с резистора  $U_R$ .

На рис. 3 приведена схема для исследования свободных колебаний в контуре типа рис. 1. Колебания наблюдаются на экране осциллографа.

Для периодического возбуждения колебаний в контуре используется генератор импульсов Г5-54. С выхода генератора по коаксиальному кабелю импульсы поступают на колебательный контур через электронное реле, смонтированное в отдельном блоке (или на выходе генератора). Реле содержит диодный тиристор  $D$  и ограничительный резистор  $R_1$ . Импульсы заряжают конденсатор. После каждого импульса генератор отключается от колебательного контура, и в контуре возникают свободные затухающие колебания. Входное сопротивление осциллографа велико (1 МОм), так что его влиянием на контур можно пренебречь.

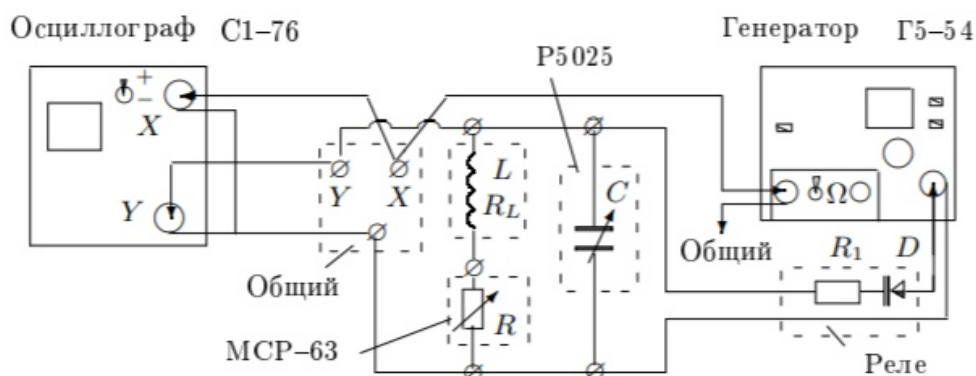


Рис. 3: Схема экспериментальной установки

Для получения устойчивой картины затухающих колебаний используется режим ждущей развёртки с синхронизацией внешними импульсами, поступающими с выхода «синхроимпульсы» генератора.

### 3 Ход работы

#### 3.1 Измерение периодов

Проведем измерения при  $R = 0$ . Будем изменять емкость от 0,02 до 0,9 мкФ, проводя измерения периода по формуле:

$$T_{\text{exper}} = T_0 \frac{x}{nx_0} \quad (8)$$

где  $T_0 = 0,01$  с,  $x_0$  — длина одного импульса,  $x$  — длина  $n$  импульсов. Погрешность  $\sigma_x = \sigma_{x_0} = 0,1$ ,  $\sigma_{T_0} = 0,001$ с. Тогда

$$\sigma_{T_{exper}} = T_{exper} \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_0}}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{T_0}}{T_0}\right)^2} \quad (9)$$

А  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ , где  $L = 200$  мГн,  $\sigma_L = 7$  мГн.

Тогда

$$\sigma_{T_{theor}} = \frac{1}{2} \cdot T_{theor} \frac{\sigma_L}{L} \quad (10)$$

Результаты сведем в таблицу 1 и построим график рис. 4.

Таблица 1: Результаты измерений

С, мкФ	х	х <sub>0</sub>	T <sub>exper</sub> ,	σ <sub>T<sub>exper</sub></sub> , мс	T <sub>theor</sub> ,	σ <sub>T<sub>theor</sub></sub> , мс
0.02	0.6	5.0	0.35	0.07	0.4	0.01
0.13	0.9	5.0	0.88	0.13	1.01	0.02
0.25	3.5	5.0	1.20	0.13	1.4	0.03
0.37	3.0	5.0	1.50	0.16	1.71	0.03
0.49	3.3	5.1	1.67	0.18	1.97	0.03
0.61	4.0	5.1	1.90	0.20	2.19	0.04
0.75	4.3	5.1	2.10	0.22	2.43	0.04
0.90	4.5	5.1	2.30	0.24	2.67	0.05

Воспользуемся формулами LS для коэффициентов оптимальной прямой  $y = ax + b$ :

$$b = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (11)$$

$$a = \langle y \rangle - b \langle x \rangle \quad (12)$$

$$\sigma_b = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle x \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - b^2} \quad (13)$$

$$\sigma_a = \sigma_b \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (14)$$

Таблица 2: Расчет аппроксимированной прямой  $y = ax + b$

	Estimate	Error
b	-0.005	0.00025
a	1.162	0.005

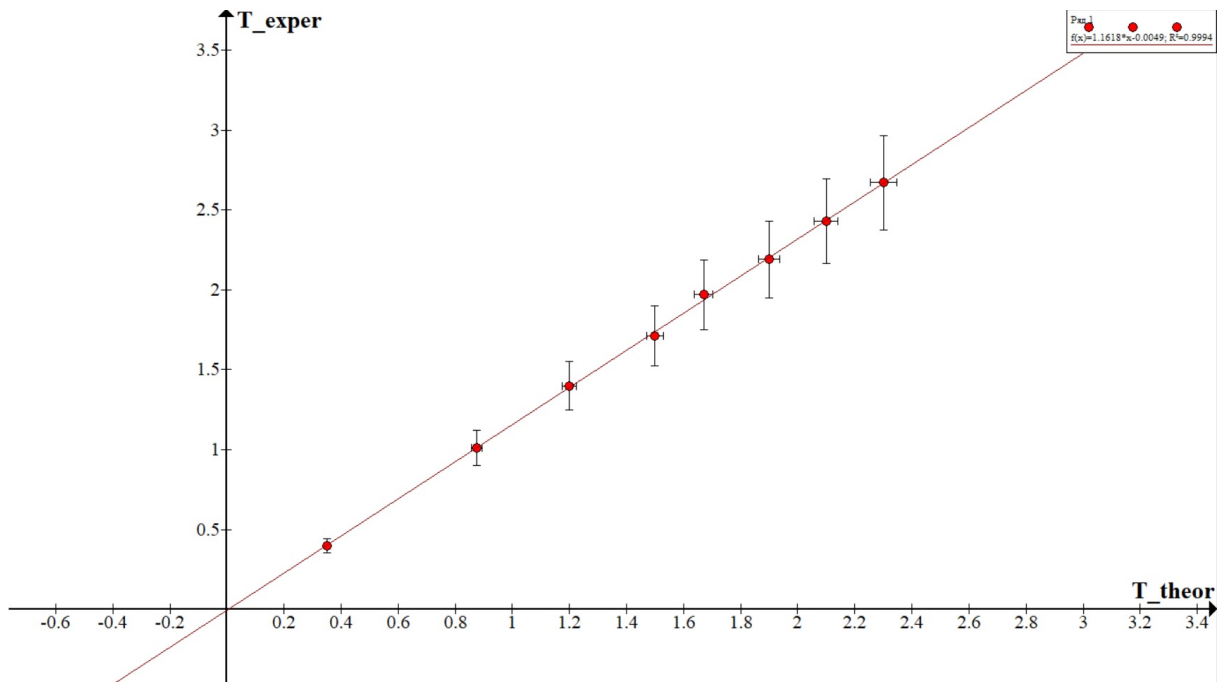


Рис. 4: Зависимость  $T_{theor}$  от  $T_{exper}$

### 3.2 Критическое сопротивление и декремент затухания

Теперь, считая  $L = 200$  мГн, вычислим частоту емкость, считая  $\nu_0 = \frac{1}{LC} = 5$  кГц  $C = 5$  нФ. Тогда

$$R_{krit} \approx 12,6 k\Omega \quad (15)$$

Установим эту на магазине емкостей, будем наблюдать картину затухающих колебаний, изменяя  $R$  от  $0,1R$  до  $R$ . Сопротивление магазина, при котором колебания переходят в апериодический, примерно равен критическому.

Физический смысл логорифмического декремента затухания: это величина, обратная числу периодов  $n$ , за которое амплитуда колебаний падает в  $e$  раз.

### 3.3 Добротность

Добротность контура показывает, во сколько раз запасенная в контуре энергия превосходит среднюю потерю энергии за время, в течение кото-

рого фаза колебаний изменится на один радиан.

## 4 Вывод

В этой работе мы изучили свободные колебания в электрическом контуре: сначала измеряли периоды при  $\gamma \approx 0$ . Затем, найдя по формуле (15) критическое сопротивление, постепенно увеличивали сопротивление в магазине до тех пор, пока не достигли  $R_{krit}$ .

Увидели картину апериодических колебаний (т.е.  $\gamma \gg \omega_0$ ). Так же увидели в координатах  $j(u)$  спираль.