

Московский физико-технический университет
Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

Лабораторная работа № 3.2.4

Свободные колебания в электрическом контуре

Работу выполнил:
Шурыгин Антон
Б01-909

г. Долгопрудный

Цель работы: исследование свободных колебаний в электрическом контуре.

Оборудование: генератор импульсов, электронное реле, магазин сопротивлений, магазин емкостей, индуктивность, электронный осциллограф, мост.

1 Теоретическое введение

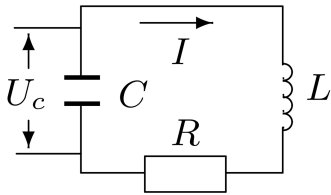


Рис. 1: Колебательный контур

Основное уравнение колебательного контура:

$$\ddot{I} + 2\gamma\dot{I} + \omega_0^2 I = 0 \quad (1)$$

Где $\gamma = \frac{R}{2L}$ — коэффициент затухания, $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ — собственная частота контура. Решением этого уравнения являются затухающие колебания:

$$I = Ae^{-\gamma t} \cos(\omega t - \theta) \quad (2)$$

Здесь $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$. Можно записать решение и для напряжения:

$$U_C = U_0 \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\gamma t} \cos(\omega t - \theta) \quad (3)$$

В контуре со слабым затуханием ($\omega \approx \omega_0$) верна **формула Томпсона** для периода:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \approx \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (4)$$

Режим работы контура, при котором $\gamma = \omega_0$, называется **критическим**. Его сопротивление равно

$$R_{kr} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5)$$

Потери затухающих колебаний принято характеризовать через **добротность** и **логарифмический декремент затухания**:

Добротность, потери энергии:

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (6)$$

Лог. декремент, потери амплитуды:

$$\Theta = \frac{1}{n} \gamma T = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}} \quad (7)$$

2 Экспериментальная установка

Исследуемый колебательный контур состоит из индуктивности L , ёмкости и резистора R (рис. 1). Конденсатор контура заряжается короткими одиночными импульсами, после каждого из которых в контуре возникают свободные затухающие колебания. Подав напряжение с конденсатора на осциллограф, можно по картине, возникающей на экране осциллографа, определить период колебаний в контуре, исследовать затухание колебаний и определить основные параметры колебательного контура.

Картину колебаний можно представить не только в координатах (U, t) , но и в координатах (U, \dot{U}) , или, как говорят, на фазовой плоскости. В этих координатах кривая незатухающих колебаний ($\gamma = 0$) имеет вид эллипса (или окружности - при одинаковых амплитудах U и \dot{U}), а картина реальных колебаний изображается сворачивающейся спиралью.

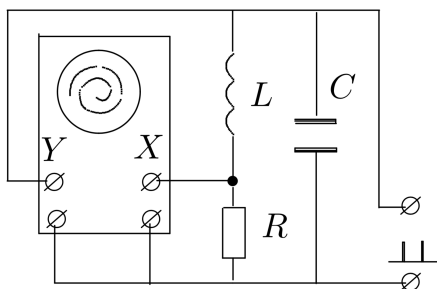


Рис. 2: Фазовый режим

Схема подключения осциллографа для изучения колебаний на фазовой плоскости представлена на рис. 2. На вертикальный вход осциллографа подаётся напряжение U_C с конденсатора, а на горизонтальный — напряжение с резистора U_R .

На рис. 3 приведена схема для исследования свободных колебаний в контуре типа рис. 1. Колебания наблюдаются на экране осциллографа.

Для периодического возбуждения колебаний в контуре используется генератор импульсов Г5-54. С выхода генератора по коаксиальному кабелю импульсы поступают на колебательный контур через электронное реле, смонтированное в отдельном блоке (или на выходе генератора). Реле содержит диодный тиристор D и ограничительный резистор R_1 . Импульсы заряжают конденсатор. После каждого импульса генератор отключается от колебательного контура, и в контуре возникают свободные затухающие колебания. Входное сопротивление осциллографа велико ($\simeq 1$ МОм), так что его влиянием на контур можно пренебречь.

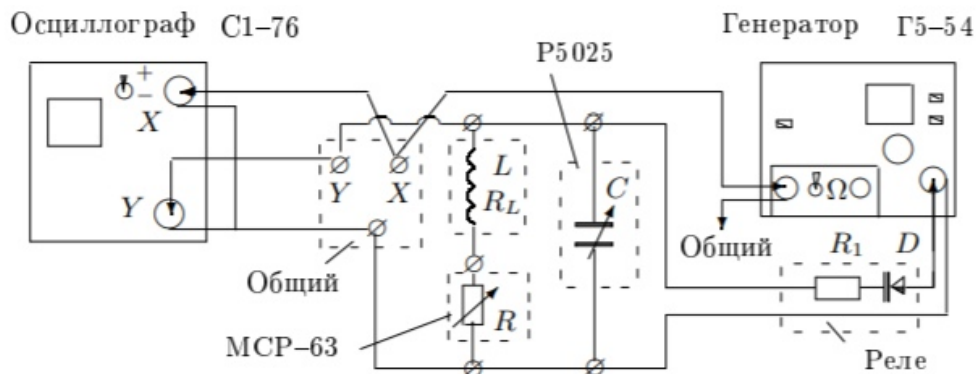


Рис. 3: Схема экспериментальной установки

Для получения устойчивой картины затухающих колебаний используется режим ждущей развёртки с синхронизацией внешними импульсами, поступающими с выхода «синхроимпульсы» генератора.

3 Ход работы

3.1 Измерение периодов

Проведем измерения при $R = 0$. Будем изменять емкость от 0,02 до 0,9 мкФ, проводя измерения периода по формуле:

$$T_{\text{exper}} = T_0 \frac{x}{nx_0} \quad (8)$$

где $T_0 = 0,01$ с, x_0 — длина одного импульса, x — длина n импульсов. Погрешность $\sigma_x = \sigma_{x_0} = 0,1$, $\sigma_{T_0} = 0,001$ с. Тогда

$$\sigma_{T_{\text{exper}}} = T_{\text{exper}} \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_0}}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{T_0}}{T_0}\right)^2} \quad (9)$$

А $T = 2\pi\sqrt{LC}$, где $L = 200$ мГн, $\sigma_L = 7$ мГн.

Тогда

$$\sigma_{T_{theor}} = \frac{1}{2} \cdot T_{theor} \frac{\sigma_L}{L} \quad (10)$$

Результаты сведем в таблицу 1 и построим график рис. 4.

Таблица 1: Результаты измерений

, мкФ	x	x_0	T_{exper} , мс	$\sigma_{T_{exper}}$, мс	T_{theor} , мс	$\sigma_{T_{theor}}$, мс
0.02	0.6	5.0	0.35	0.07	0.4	0.01
0.13	0.9	5.0	0.88	0.13	1.01	0.02
0.25	3.5	5.0	1.20	0.13	1.4	0.03
0.37	3.0	5.0	1.50	0.16	1.71	0.03
0.49	3.3	5.1	1.67	0.18	1.97	0.03
0.61	4.0	5.1	1.90	0.20	2.19	0.04
0.75	4.3	5.1	2.10	0.22	2.43	0.04
0.90	4.5	5.1	2.30	0.24	2.67	0.05

Воспользуемся формулами LS для коэффициентов оптимальной прямой $y = ax + b$:

$$b = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (11)$$

$$a = \langle y \rangle - b \langle x \rangle \quad (12)$$

$$\sigma_b = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle x \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - b^2} \quad (13)$$

$$\sigma_a = \sigma_b \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (14)$$

Таблица 2: Расчет аппроксимированной прямой $y = ax + b$

	Estimate	Error
b	-0.005	0.00025
a	1.162	0.005

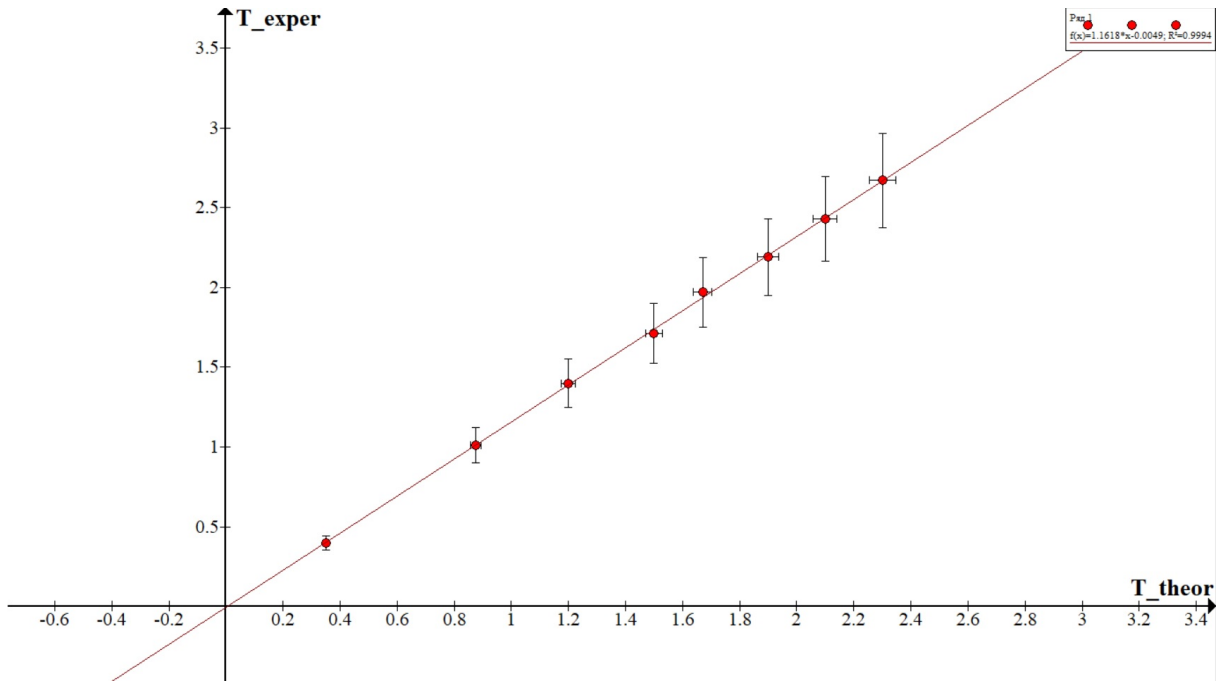


Рис. 4: Зависимость T_{theor} от T_{exper}

3.2 Критическое сопротивление и декремент затухания

Теперь, считая $L = 200$ мГн, вычислим частоту емкость, считая $\nu_0 = \frac{1}{LC} = 5$ кГц, $C = 5$ нФ. Тогда

$$R_{krit} \approx 12,6 k\Omega \quad (15)$$

Установим эту на магазине емкостей, будем наблюдать картину затухающих колебаний, изменяя R от $0,1R$ до R . Сопротивление магазина, при котором колебания переходят в апериодический, примерно равен критическому.

Физический смысл логорифмического декремента затухания: это величина, обратная числу периодов n , за которое амплитуда колебаний падает в e раз.

3.3 Добротность

Добротность контура показывает, во сколько раз запасенная в контуре энергия превосходит среднюю потерю энергии за время, в течение которого фаза колебаний изменится на один радиан.

4 Вывод

В этой работе мы изучили свободные колебания в электрическом контуре: сначала измеряли периоды при $\gamma \approx 0$. Затем, найдя по формуле (15) критическое сопротивление, постепенно увеличивали сопротивление в магазине до тех пор, пока не достигли R_{krit} .

Увидели картину аperiodических колебаний (т.е. $\gamma \gg \omega_0$). Так же увидели в координатах $j(u)$ спираль.