Homework 3

2022 年 9 月 19、23 日布置 2022 年 9 月 26 日交

1 协变,逆变矢量

证明若 V_{α} 是协变矢量,则 $V^{\alpha} = \eta^{\alpha\beta}V_{\beta}$ 为逆变矢量

2 守恒流

四维流矢量

$$J^{\alpha} = \sum_{n} e_n \delta^3(\vec{x} - \vec{x}_n(t)) \frac{dx_n^{\alpha}(t)}{dt}$$

证明 $\partial J^{\alpha}(x)/\partial x^{\alpha}=0$

3 Maxwell 方程

证明:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

可以写成

$$\varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}\frac{\partial}{\partial x^\beta}F_{\gamma\delta}\,=0$$

或

$$\frac{\partial}{\partial x^{\alpha}}F_{\beta\gamma}\,+\frac{\partial}{\partial x^{\beta}}F_{\gamma\alpha}\,+\frac{\partial}{\partial x^{\gamma}}F_{\alpha\beta}\,=0$$

其中 $F_{\gamma\delta} = \eta_{\gamma\alpha}\eta_{\delta\beta}F^{\alpha\beta}$

4

在考虑电磁场时, $T^{lphaeta}+T_{
m em}^{lphaeta}$ 是守恒量,利用 $\frac{\partial T^{lphaeta}}{\partial x^eta}=G^lpha$ 来证明这一点,这时 G^lpha 中的 f^lpha 取电磁力

5 理想流体能动张量

证明在任意 Σ' 系中, 理想流体的能动张量为

$$T^{\alpha\beta} = \Lambda^{\alpha}_{\ \gamma} \Lambda^{\beta}_{\ \delta} (-\vec{v}) \tilde{T}^{\gamma\delta} = p \eta^{\alpha\beta} + (p+\rho) U^{\alpha} U^{\beta}$$

Cong Zhou Page 1 of 1