

21.2-3 假设每次结点更新和查询的实际代价为 1，而支付的代价为 2。

对于 MAKE-SET 操作，创建一个新对象支付代价为 1，剩余信用总是不小于 0，所以 n 个 MAKE-SET 操作总的摊还代价为 $O(2n)$ ，即平均摊还代价为 $O(1)$ 。

对于 FIND-SET 操作，查询一个元素代价为 1，剩余信用总是不小于 0，所以 n 个 FIND-SET 操作总的摊还代价为 $O(2n)$ ，即平均摊还代价为 $O(1)$ 。

对于 UNION 操作，对每个结点最多 $\lg n$ 次更新，更新一次代价为 1，UNION 查询需要 2 次，查询实际代价为 2，UNION 操作最多 $n-1$ 次，注意到剩余信用总是不小于 0，总摊还代价为 $O(2n \lg n) + O(2(n-1)) = O(2n \lg n + 2(n-1))$ ，平均摊还代价为 $O(2n \lg n + 2(n-1)) / (n-1) = O(\lg n)$ 。

21.3-2

FIND-SET(x) :

```
    Tp = x
    While Tp != Tp.p :
        Tp = Tp.p
    P = x
    While P != P.p
        Temp = P.p
        P.p = Tp
        P = Temp
    Return Tp
```

21.2-5

- a. 直接证明 $u.d$ 是源 s 到 u 的最短距离即可，设路径 L_1 满足 $L_1(s, u) = d_1$ ，更短距离 L_2 满足 $L_2(s, u) = d_2 < d_1$ ，此时距离更短的点必然会先进队列，同时也先出队列，即 $u.d_1$ 会把 $u.d$ 先赋值，等到 d_2 希望赋值 $u.d$ 的时候 u 已经染成黑色。所以由上必然有最短距离先将 $u.d$ 赋值。即 $u.d$ 即为 $\text{dist}(s, u)$ 。而邻接表的一个链表顺序变化不影响图结构，所以 $u.d$ 不受影响。
- b. 在 22.3 图中，当程序迭代到将 t 与 x 纳入队列时，如果两者在 w 对应的链表中位置不同，结点 u 是广度树中的父节点会发生变化，如果 t 在 x 前则 u 的父节点会先指向 t ，否则 u 的父节点会指向 x 。

22.3-8 考虑两颗以 A, B 为根有向树（不妨两者深度都为 3），树中的边只能从父节点指向孩子结点，两个树根之间存在有向边 AB ，则两颗有向树和有向边 AB 构成有向图 G ，考虑以 B 为根的树深度为 3 的一个结点 C ，易知从 A 到 C 一定存在一条有向路径，且我们发现从 A 开始深度搜索时， $A.d < C.d$ ，所以题中条件满足，然而易知图 G 此时生成的深度搜索森林恰好为以 A, B 为根有向树（不包括边 AB ），所以 C 并不是 A 的后代。

23.1-3 反证，假设 (u, v) 边不是横跨图 G 的某个切割的一条轻量级边，则把生成树去掉边 (u, v) ，换成关于 (u, v) 的切割的轻量级边，可知生成树依然是生成树，然而树的总权重减少，这与原来生成树是最小生成树矛盾。所以原命题成立。

23.2-8 成立，对算法中划分的两个点集合 A, B ，任意一个图 G 的生成树由这两个点集合 A, B 的生成树、一条横跨 AB 的边组成，为了使得图 G 的生成树总权重最小，即要求 A 中的生成树权重最小、 B 中生成树权重最小、且横跨边权重也是最小，所以算法由递归得到的解是最优的解。