

中国科学技术大学

2014--2015 学年第二学期考试试卷

考试科目: 电动力学

得分: _____

学生所在系: _____ 姓名: _____ 学号: _____

一、填空与简答题 (共 20 分)

1. (4 分) 写出真空中的 Maxwell 方程组。

2. (2 分) 真空中的光速 c 可以通过测量真空的电导率 ϵ_0 和磁导率 μ_0 求得, 写出该公式并写出 c 的数值(一位有效数字)。

4. (2 分) 列出两个支持狭义相对论的实验证据。

5. (2分) 当电磁波从介质1向介质2入射时, 倘若介质1的介电常数大于介质2的介电常数 ($\epsilon_1 > \epsilon_2$), 则有可能发生全反射现象。请写出发生全反射现象时电磁波入射角 θ 的表达式: _____

6. (2分) 辐射电磁场区别于静电场或者静磁场的一个重要特点是：场强矢量与场点到场源距离的_____次幂成反比。

7. (4 分) 某惯性观测者测得两个作匀速直线运动的质点的速度分别为 $\vec{v}_1 = 0.8c\hat{x}$ 和 $\vec{v}_2 = -0.8c\hat{x}$ ，请问两个质点的相对速度是多少？如果 $\vec{v}_1 = 0.8c\hat{x}$ 和 $\vec{v}_2 = -0.8c\hat{y}$ ，请问两个质点的相对速度又是多少？

8. (4 分) 已知在参考系 Σ 中，空间某点的电场与磁场分别为 $\vec{E} = E\hat{x}$ 和 $\vec{B} = B\hat{y}$ ，并且 $E > cB$ ，其中 c 为真空中光速，可否找到这样一个参考系，使得该点处电场为零？若可以，请说明该参考系与 Σ 的关系，若不行，请说明理由；可否找到这样一个参考系，使得该点处磁场为零？若可以，请说明该参考系与 Σ 的关系，若不行，请说明理由。

二、计算题：本大题共 4 题，每题 20 分。请在题后空处写出必要的推理计算过程。

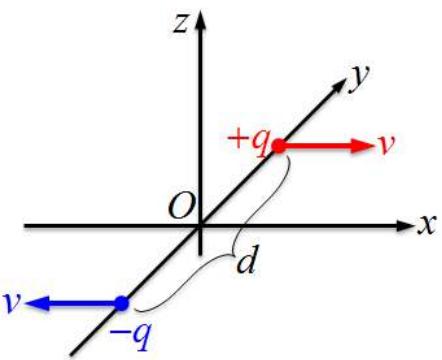
1. 求出频率为 $f = 3\sqrt{2} \times 10^{10}$ Hz 的时谐电磁波在横截面为 $0.6 \text{ cm} \times 0.4 \text{ cm}$ 的矩形波导管中传播的模式。

2. Lorentz规范中，磁偶极辐射场的推迟势可在球坐标系里写作：

$$\vec{A}(r, \theta, \phi, t) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{ik e^{ik(r-ct)}}{r} \vec{m} \times \hat{r}$$

请分别计算辐射区辐射电磁场的磁感应强度矢量、电场强度矢量以及平均能流密度矢量，并求出辐射总功率的表达式。假设辐射区不存在非零的电荷、电流分布。

3. 在参考系 Σ 中, 两个点电荷 $+q$ 和 $-q$ 沿着平行直线(相距 d)以相同的速度 v 、沿着相反方向做匀速运动(如图)。试确定 $+q$ 和 $-q$ 处于图示位置时的以下各物理量。



	参考系 Σ	参考系 Σ' ($+q$ 静止)	参考系 Σ'' ($-q$ 静止)
$-q$ 在 $+q$ 处产生的 \vec{E}			
$-q$ 在 $+q$ 处产生的 \vec{B}			
$-q$ 对 $+q$ 的作用力 \vec{F}			

4. 半径为 R 的非均匀介质球具有如下分布的介电常数

$$\varepsilon(r) = \begin{cases} \varepsilon_0(R/r)^2 & \text{if } r < R \\ \varepsilon_0 & \text{if } r > R \end{cases}$$

该介质球置于均匀外电场 $\bar{E} = E_0 \hat{z}$ 中。

(1) 证明电势 $\varphi(\bar{r})$ 满足微分方程

$$\nabla^2 \varphi + \frac{d \ln \varepsilon}{dr} \frac{\partial V}{\partial r} = 0$$

(2) 试解释电势的解可以写为如下形式

$$\varphi(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(r) P_n(\cos \theta)$$

其中， $P_n(\cos \theta)$ 为 Legendre 多项式。（你在此处的答案应该只依赖于一般的数学原理，而不应与你将在下面两问中得到的严格解有关。）

(3) 分别在区域 $r < R$ 和 $r > R$ 内，给出 $\varphi_n(r)$ 所满足的常微分方程并在每一个区域给出两个独立解。**提示：**解为 r 的幂次，你可能会用到关系

$$\frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dP_n(\cos \theta)}{d\theta} \right) = -n(n+1) \sin \theta P_n(\cos \theta)$$

(4) 利用合适的边值关系和渐近条件求区域 $r < R$ 和 $r > R$ 内的电势 $\varphi(r, \theta)$ 。

(5) 介质球的总电偶极矩等于多大？

