

1. 对谐振子, 定义 $S(r) = \exp(\frac{1}{2}r(a^2 + (a^\dagger)^2))$, 证明其为标度变换, 即 $S^\dagger(r)XS(r)$ 正比于 X , 而 $S^\dagger(r)PS(r)$ 正比于 P , 比例系数互为倒数。

2. 考虑 $H = \frac{P^2}{2m} - \gamma X$ 。

(1) 写出相互作用绘景下的态矢量 $|\tilde{\psi}(t)\rangle$ 和时间演化算符 $\tilde{U}(t)$ 满足的微分方程。

(2) 已知 $\tilde{U}(t) = \exp(-\frac{i\alpha(t)}{\hbar})\exp(\frac{i\gamma Pt^2}{2m\hbar})\exp(\frac{i\gamma Xt}{\hbar})$, 请确定 $\alpha(t)$ 并给出 Schrodinger 绘景中的时间演化算符 $U(t)$ 。

3. 氢原子在 z 方向匀强磁场中, 比原先哈密顿量多出 $J_z + S_z$, 给定初态, 问演化后在某能级的概率。(具体忘了, C.S.C.O 中是 J^2 和 J_z 而非 L_z 和 S_z , 应该是用 Clebsch-Gordan 系数换表象做?)

4. 2024 秋最后一题, 先问严格解再问微扰, 并比较。

5. 若时间反演算符 Θ 满足 $\Theta|z+\rangle = e^{i\alpha_+}|z-\rangle$ 且 $\Theta|z-\rangle = e^{i\alpha_-}|z+\rangle$, 我们希望 $\Theta|n\pm\rangle \propto |n\mp\rangle$, 给出 α_\pm 应该满足的关系。

6. 定义平移算子 $\mathbf{K} = \mathbf{P} - q\mathbf{A} + q\mathbf{B} \times \mathbf{R}$, 且 $\mathbf{A} = \frac{1}{2}\mathbf{B} \times \mathbf{R}$, $q < 0$, $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$, 求 K_i 与 K_j 的对易关系, 并证明 $U(\mathbf{a}) = \exp(-\frac{i\mathbf{a}\cdot\mathbf{K}}{\hbar})$ 之间并不一定对易, 具体地有 $U(\mathbf{a})U(\mathbf{b}) = U(\mathbf{b})U(\mathbf{a})\exp(-\frac{i(\mathbf{a}\times\mathbf{b})_z}{l^2})$, 其中 $l = \sqrt{-\frac{\hbar}{qB}}$ 。