

中国科学技术大学  
2014 学年第二学期考试试卷

考试科目: 电动力学 得分: \_\_\_\_\_

学生所在系: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_

一、简答题 (共 40 分)

1. (4 分) 写出真空中的 Maxwell 方程组。

2. (1 分) 写出真空中的光速(一位有效数字)。

3. (4 分) Einstein 由那两条假设导出了狭义相对论?

4. (6 分) 列出三个支持狭义相对论的实验证据。

5. (4 分) 某人宣称位于时空点  $(t_1, \vec{r}_1)$  的电荷对于时空点  $(t_2, \vec{r}_2)$  的空气压力的贡献为

$A \sin \left[ B \left( |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2 - c^2 |t_2 - t_1|^2 \right) \right]$ , 其中 A 和 B 都是常数。

(a) 该效应在 Galileo 变换下是否是不变的?

(b) 该效应在 Lorentz 变换下是否是不变的?

5. (3 分) 电偶极、磁偶极以及电四极辐射场的场强矢量对于场点与辐射源之间距离  $r$  的依赖关系分别是什么?

6. (2 分) 推迟势的物理意义是什么?

7. (6 分) 引入规范势描写电磁场的理论依据是什么? 设  $(\varphi, \vec{A})$  与  $(\varphi', \vec{A}')$  是描写同一电磁场的两组合格的规范势, 请写出它们之间可能的联系。对于任一给定的合格规范势, 是否总可以找到一种规范使得新的标量势等于零? 是否总可以找到一种规范使得新的矢量势等于零? (不必说明原因。)

8. (4 分) 某惯性观测者测得两个作匀速直线运动的质点的速度分别为  $\vec{v}_1 = 0.8c\hat{x}$  和  $\vec{v}_2 = -0.8c\hat{x}$ , 请问两个质点的相对速度是多少? 如果  $\vec{v}_1 = 0.8c\hat{x}$  和  $\vec{v}_2 = -0.8c\hat{y}$ , 请问两个质点的相对速度又是多少?

9. (6 分) 考虑由某一作匀速直线运动的带电粒子所激发的电磁场, 可否找到这样一个惯性系, 此电磁场在其中表现为纯磁场? 可否找到这样一个惯性系, 此电磁场在其中表现为纯电场? 若不行, 请说明理由, 若可以, 请找出相应的惯性系。

## 二、推迟势 (20 分)

假设(电中性)yz平面上载有随时间变化的均匀面电流  $K(t)\hat{z}$ 。

1. 利用推迟势计算yz平面上方高度为x处的电磁场:

情形1: 
$$K(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ K_0, & t > 0 \end{cases}$$

情形2: 
$$K(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ at, & t > 0 \end{cases}$$

2. 证明: 在一般情形下推迟矢量势可以表示为如下形式

$$\bar{A}(x, t) = \hat{z} \frac{\mu_0 c}{2} \int_0^\infty K\left(t - \frac{x}{c} - u\right) du$$

由此关系确定在条件  $K(-\infty) = 0$  下的  $\vec{E}$  和  $\vec{B}$ ;

3. 由(2)的结论证明: 单位面积电流的辐射功率为  $\frac{\mu_0 c}{2} [K(t)]^2$ 。



### 三、辐射 (20 分)

点电荷  $Q$  在  $xy$  平面上做逆时针匀速率圆周运动，轨道半径为  $a$ ，角速度为  $\omega$ 。

1. 写出点电荷的电荷体密度；
2. 求点电荷的电偶极矩矢量并证明其可写为复数形式  $\bar{p} = Qa(\hat{x} + i\hat{y})e^{-i\omega t}$ ，这里  $\hat{x}$  和  $\hat{y}$  分别是  $x$  轴与  $y$  轴方向的单位矢量；
3. 计算此点电荷激发的电偶极辐射场的电场强度和磁感应强度；
4. 求平均能流密度矢量和辐射功率。

提示：已知球坐标系与直角坐标系的单位矢量之间的关系如下

$$\begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\theta \cos\phi & \cos\theta \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\theta \sin\phi & \cos\theta \sin\phi & \cos\phi \\ \cos\theta & -\sin\theta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{r} \\ \hat{\theta} \\ \hat{\phi} \end{pmatrix}$$



#### 四、电磁场变换 (20 分)

在参考系  $S$  中，观测到角频率为  $\omega$ 、在  $y$  轴方向偏振的平面电磁波沿着  $x$  轴正方向在真空中传播，电场强度的振幅为  $E_0$ 。

- 写出电场强度  $\bar{E}(x, y, z, t)$  和磁感应强度  $\bar{B}(x, y, z, t)$  的表达式；(利用  $\omega$ 、 $E_0$  以及真空中的光速  $c$  定义一些辅助量以简化你的表达式)
- 写出在另一个参考系  $S'$  中观测到的该电磁波的电场强度  $\bar{E}'(x', y', z', t')$  和磁感应强度  $\bar{B}'(x', y', z', t')$  的表达式，设  $S'$  相对于  $S$  以速度  $v$  沿着  $x$  轴正方向运动。(定义若干辅助量以简化你的表达式，务必把  $\bar{E}'$  和  $\bar{B}'$  表示为  $S'$  中坐标的函数)
- 电磁波在  $S'$  中的角频率  $\omega'$  等于多少？试解释你的结果；在  $S'$  中的波长  $\lambda'$  等于多少？由  $\omega'$  和  $\lambda'$  确定电磁波在  $S'$  中的传播速度，该结果是否与你的预期一致？
- 电磁波在  $S'$  中与  $S$  中的强度之比等于多少？当  $v$  趋近于光速  $c$  时，电磁波在  $S'$  中的角频率、波长以及强度有何特点？

## 五、附加题（5分）

你认为在本课程的整个教学过程中，最需要改进的是什么？

（任何批评和建议都是欢迎的。）