

# 2020 年力学 A 期中试题 PHYS1001A.01

## 回忆版

向守平教授（主讲）丁桂军教授（习题课）

2020 年 12 月 12 日 19:00-21:05

### 1 漏水的桶

对于一质量为  $M$  的桶，中间装有质量为  $m$  的水，桶的底部有一个面积为  $S$  的小孔，桶内的水以相对于桶的恒定速率  $u$  流出，令水的密度为  $\rho$ ，在  $t = 0$  时人以  $F$  大小的恒力去提静止的桶，求  $t$  时刻的桶的速率  $v$ 。

### 2 爪巴的人

对于两个经同一根绳子挂在同一个光滑且质量不计的滑轮两边的人，他们的质量分别为  $m_1, m_2$ ，且  $m_1 < m_2$ ，他们距离滑轮的距离相同且均为  $h$ ，已知在  $t$  时间内质量为  $m_1$  的人爬到了滑轮处，求另一个人下降到什么高度。

### 3 弹簧和物块

已知在光滑地面上有两质量为  $m_1, m_2$  的滑块，一滑块靠在光滑墙面上，两滑块间用原长为  $l$ ，劲度系数为  $k$  的弹簧连接，弹簧压缩量为  $\frac{l}{2}$ ，现在

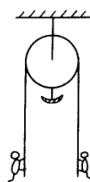


图 1: 爪巴的人

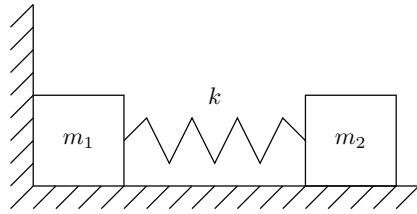


图 2: 弹簧和滑块

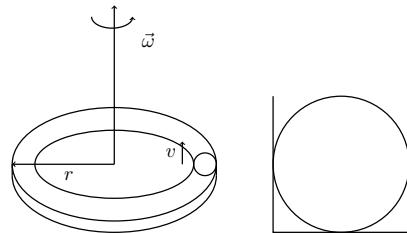


图 3: 卷到晕的球球—俯视图和横切图

$t = 0$  时刻释放  $m_2$ , 求:

- (1) 质心的加速度和时间的关系式。
- (2) 质心速度的最大值。

#### 4 卷到晕的球球

已知在如图所示的以角速度为  $\omega$  旋转, 半径为  $r$  的圆盘中, 有一沿外圆环的圆形滑槽, 滑槽的底部与侧壁均有摩擦, 且摩擦系数为  $\mu$ , 一小球以相对圆盘为  $v$  的速度运动, 滑槽的宽度略大于小球的直径, 求:

- (1) 小球的运动方程 (不要求解出, 只需列式)。
- (2) 假如将圆形滑槽改为从圆心发出, 沿圆盘半径方向的直型滑槽, 小球的运动条件不变, 分别写出在实验室参考系和圆盘参考系下的小球径向加速度。

#### 5 动感二体球

如图所示, 有两个质量为  $m$  的球, 一个球在光滑桌面上运动, 两个球之间由一根不可伸长的细绳连接, 细绳穿过桌面上的一孔, 已知初始状态下绳在桌面上的长度为  $R$ , 且在桌面上运动的球具有垂直于绳方向的初速度  $\frac{3}{2}\sqrt{2gR}$ , 另一球静止, 求此后运动中绳子在桌面上的最大长度和最小长度。

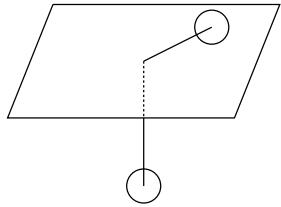


图 4: 动感二体球

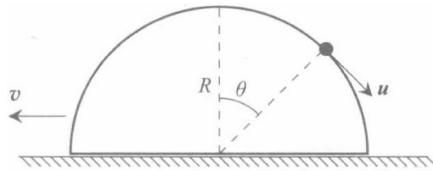


图 5: 想躺平的球

## 6 想躺平的球

已知在光滑水平地面上有一质量为  $M$ , 半径为  $R$  的半球, 在其顶端放置一个质量为  $m$  的小球(体积很小可视为质点), 小球在收到微扰后从顶端滑下, 已知重力加速度为  $g$ , 试求:

- (1) 设小球与半球圆心与竖直方向上的夹角为  $\theta$ , 求小球与半球的相对速度  $u$ 。
- (2) 如果在  $\theta = 45^\circ$  时小球和半球分离, 求小球和半球的质量比  $\frac{m}{M}$ 。

## 7 上天的正确方法

已知火星, 地球, 太阳的关系如下图所示, 且火日距离与地日距离之比为 3:2, 现从地球发射一个飞船, 沿如图所示轨道飞到火星, 设地日距离为  $R$ , 地球公转周期为  $T$ , 地球表面重力加速度为  $g$ , 地球半径为  $R_e$ 。求:

- (1) 飞船飞行轨道方程。
- (2) 飞船飞行时间。
- (3) 飞船的最小发射速度是多少, 在这种发射速度下应当怎么发射。

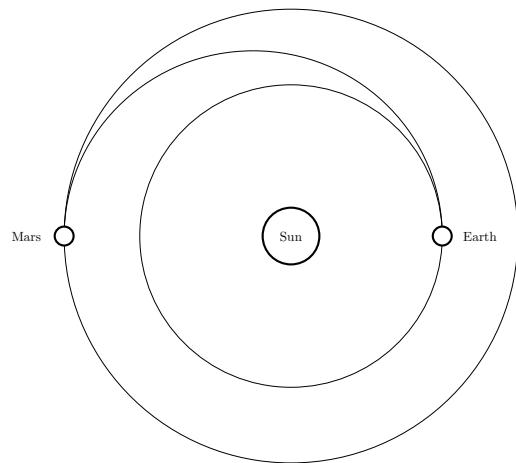


图 6: 上天的正确方法

## 8 提示

第一题. (类似物理学大题典力学 (上册) 2018 版 P499 6.5.18) 个人考试的时候感觉有一点问题就是没有分类讨论  $F$  的范围, 即可能零时刻桶提不上来的情况。另外本题可能的一个注意点就是水流尽后的运动, 分段处理。

第二题. (类似物理学大题典力学 (上册) 2018 版 P63 2.1.28) 这是我在考试中最后做出来的题, 虽然考试前几天才看过, 注意只需要基本的牛顿定律, 向老师在讲评试题时批评了一些同学假设匀加速条件做出答案的错误解法。

第三题: 这也是某本习题书上的原题改编, 只是我忘记在哪里了。本题用到的简谐运动方程是在上课时专门讲过的, 虽然不在正常的期中考试前的学习范围 (所以上课要认真听  $qwg$ )。本题需要注意弹簧释放后  $m_1$  速度为零, 动能转换量全在  $m_2$  身上

第四题: 属于难度略大的一题, 向老师的解法是完全把极坐标运动方程按各个非惯性力代入, 注意这里的相对速度  $v$  的含义, 即在非惯性系下合力为向心力

第五题: 本题模型和日常作业中的很相似, 用角动量定理和能量守恒即可, 千万不要去在考试时求运动方程, 太浪费时间了。同时注意一元三次方程解的合理性, 即哪个解是最大值, 哪个解是最小值, 我就是在这里脑抽翻车的 ~~ 呜呜呜

第六题: (类似物理学大题典力学 (上册) 2018 版 P464 6.3.10) 简单的动量守恒, 能量守恒。注意相对速度考虑全面

第七题: 轨道方程直接代入引力轨道的极坐标表达式, 并且注意借鉴第三宇宙速度的求法寻找最佳发射方式, 当然物理学难题集萃上册 P136 题 12 有相似思路。其实考试的时候有几个字母是没有给出的, 向老师让自己觉得什么数据需要就写什么