

中国科学技术大学物理学院
2020~2021 学年第 2 学期考试试卷

课程名称: 热力学与统计物理 (A) 课程代码: _____

开课院系: 物理学院 考试形式: 闭卷

姓名: _____ 学号: _____ 专业: _____

题 号	一	二	三	四	五	总 分
得 分						
阅卷人						

一、 把 CO_2 和空气当成两种不同的理想气体，由 N_1 摩尔 CO_2 和 N_2 摩尔的空气组成的混合气体的 Gibbs 自由能为

$$G(T, p, N_1, N_2) = N[x_1\mu_1(T, p, x_1) + x_2\mu_2(T, p, x_2)],$$

其中 $N = N_1 + N_2$ 为混合气体的总摩尔数， $x_i = N_i/N$ 和 μ_i 分别是混合后第 i 种气体的摩尔比例和化学势，

$$\mu_i(T, p, x_i) = \phi_i(T) + RT \ln p + RT \ln x_i,$$

ϕ_i 为只依赖于温度的函数。保持温度和压强不变，通过某种方法把 CO_2 和空气分离出来。

1. 求分离前后总体积的改变。
2. 求分离前后熵改变量。
3. 求分离前后 Gibbs 自由能的改变量。
4. 判断这种分离是否可以自发实现。

二、 1 摩尔 van der Waals 气体的状态方程为

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

其中 p, V, T 分别是压强、体积、温度, a, b 则是两个大于零的常数, R 为理想气体常数。

1. 某理想 Carnot 热机此气体为工作物质, 工作于 T_1 热源和 T_2 的冷源之间。请在 $p - V$ 图上大体画出工作过程。
2. 同上, 在和 T_1 热源接触时, 气体体积从 V_1 膨胀到 V_2 , 求这一过程吸热 Q_1 。
3. 求每经过一个循环的热机做功 W 。

三、 黑体辐射可以看成是处于平衡态下的光子气体。

1. 从电动力学可以得到黑体辐射能量 $U(T, V) = u(T)V$, 并且压强 $p = u(T)/3$ 。其中 T 为温度, $u(T)$ 为能量密度, 只和温度有关。利用热力学关系求 $u(T)$ 的表达式。
2. 从统计力学可以推导处平衡态下平均光子数目为 $N = bVT^3$, 其中 b 为常数。根据某些模型宇宙大爆炸380000 年后, 宇宙温度降低到 $3000K$ 以下。在此温度以下光子和物质脱耦合, 宇宙的背景光子数基本保持不变。请证明这等价于光子气的熵保持不变, 因此对于背景辐射来说, 在这之后的宇宙膨胀可以等价于绝热膨胀。
3. 目前宇宙背景辐射温度大约为 $3 K$, 估计从大爆炸 380000 年后到现在宇宙体积膨胀几倍?

四、考虑非简谐效应后，温度为 T 时一摩尔晶体的压强可近似为

$$p(T, V) = f(V) + T g(V),$$

其中 $f(V)$ 和 $g(V)$ 为两个只依赖于体积 V 的函数。假设晶体的等容热容服从 Dulong-Pettit 定律， $C_V \equiv 3R$ ， R 为理想气体常数。

1. 把 $g(V)$ 用可观测量，例如热容、等压膨胀系数 $\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$ 和等温压缩系数 $\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$ 等，表示出来。
2. 以温度和体积为自变量，写出晶体的内能 $U(T, V)$ 。
3. 体积、压强和温度分别从为 V 、 p 和 T 的晶体受到剧烈冲击后体积变为 V_s ，并且受冲击后内能 U_s 相对于冲击前的内能 U 的改变量满足如下 Hugoniot 条件

$$U_s - U = \frac{1}{2}(V_s - V)(p_s + p)。$$

请用 V, p, T 和 V_s 表示出受冲击后的压强 p_s 。

五、水具有很多和其它物质不同的性质。

1. 一个大气压附近水的密度为 ρ_W , 冰的密度为 ρ_I , 冰融化为水的潜热为 L , 求压强从 p 变成 $p + \Delta p$ 后, 水的熔点分别改变多少?
2. 一般的液体凝固后密度变大, 这会导致温度略低于熔点时, 全部液体都会凝固变为固体。请解释这个现象。
3. 由于冰的密度低于水的密度, 这样地球表面的温度略低于冰的熔点时, 达到热力学平衡后, 水并不会全部变成冰。请解释这种现象。
4. 已知重力加速度为 g , 计算温度降低 ΔT 后浮在水面上冰的厚度。