

中国科学技术大学
2021-2022 学年第一学期期末考试试卷(A 卷)
参考答案与评分标准

课程名称: 《光学》 课程编号: PHYS1003A

姓名: _____ 学号: _____ 得分: _____

*说明: 所有计算结果最多保留 3 位有效数字

一、选择或填空题 (每小题 4 分, 共 40 分)

1、等厚干涉的同级条纹对应于 (D)

- (A) 同方向的入射光线 (B) 同方向的出射光线
(C) 波长相同的光线 (D) 经过相同膜厚处的光线

2、夫琅和费单缝衍射实验中, 如果衍射屏在自身平面内移动, 则衍射条纹 (B)

- (A) 向反方向移动 (B) 不动 (C) 条纹间距增大 (D) 条纹间距减小

3、迈克耳逊干涉仪的两反射镜相互垂直且与分束镜严格成 45° , 干涉条纹形状为 (D)

- (A) 等间隔平行直条纹 (B) 不等间隔平行直条纹
(C) 等间隔同心圆环 (D) 不等间隔同心圆环

4、单色光通过尼科耳棱镜 N_1 成为线偏振光后, 照射到双缝屏上 (双缝的宽度完全相同), 为使观察屏上干涉条纹的对比度最大, 光场的偏振方向与狭缝取向的夹角应为 (A)

- (A) 0° (B) 45° (C) 90° (D) 任意角

5、已知光栅的宽度 3cm, 刻线密度 600 线/mm。利用光栅的二级衍射光进行光谱测量, 在 540nm 波长附近可以分辨的最小波长间隔是 0.03nm。540nm 的激光垂直入射到光栅上, 其衍射角是 40.4°。
0.015nm

6、波长 590nm 的左旋圆偏振光透过石英波片后变成了右旋圆偏振光, 石英的主轴折射率分别是 $n_o = 1.5443$ 和 $n_e = 1.5534$, 该石英波片的最小厚度是 32.4μm。

7、当自然光以 56° 入射到某透明玻璃的表面时, 其反射光为线偏振光。利用该玻璃制成全反射棱镜, 其全反射临界角是 42.4°。

8、在空气中的杨氏干涉装置，观察到接收屏上亮条纹间距为 2.69mm，如在屏与双缝间充满水，水的折射率为 1.33，则条纹间距变为 2.02mm。

9、已知太阳表面温度约 6000K，太阳光谱的峰值波长为 480nm。假设太阳辐射和人体辐射都近似看作是黑体辐射，请估算平均体表温度为 34°C 的人体向外辐射的峰值波长是 9.38μm

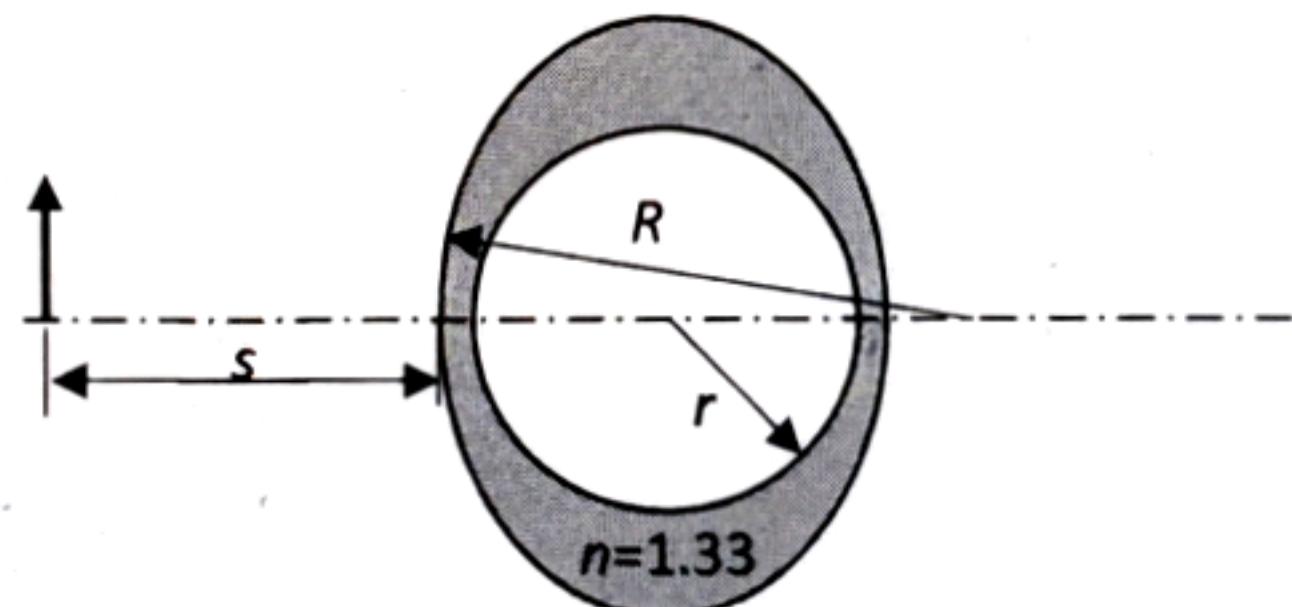
10、由于空气分子的吸收作用，激光在空气中传播 1km 后功率衰减一半。请问 100mW 的激光被 1km 外的反射镜反射（反射镜的光强反射率为 90%），返回到出发位置的光功率是 22.5mW

二、计算题（每小题 12 分，共 60 分）

11、（12 分）2021 年 12 月 9 日中国空间站的太空授课中，航天员展示了太空水滴的光学实验：在一个悬浮的水滴中心注入一个空气泡，从而构成一个成像光学系统。如图，假设空心水球的最薄处足够薄，水滴在光轴附近的半径 $R=10\text{cm}$ ，球形空气泡的半径 $r=5\text{cm}$ ，航天员到水球的距离 $s=15\text{cm}$ ，水的折射率 $n=1.33$ 。请计算航天员经过该太空光学系统所成像的位置？像的放大倍数？判断像的虚实，以及正立还是倒立？

解：水滴和球形空气泡构成的光学系统可以近似看成两个相同的凹透镜级联而成的成像系统。按照题目的参数，水滴和空气泡形成的凹透镜可以当作薄透镜，根据磨镜者公式，

$$f = \frac{1}{(n-1)(\frac{1}{R} - \frac{1}{r})} = -30\text{ cm}$$



（3 分）

对于第一凹透镜成像，物距 $s_1=s=15\text{cm}$ ，根据成像公式，（2 分）

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{15} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{-30} \Rightarrow s'_1 = -10\text{ cm}$$

对于第二凹透镜成像，物距 $s_2=-s'_1-2r=20\text{ cm}$ ，成像公式，（2 分）

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{20} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{-30} \Rightarrow s'_2 = -12\text{ cm}$$

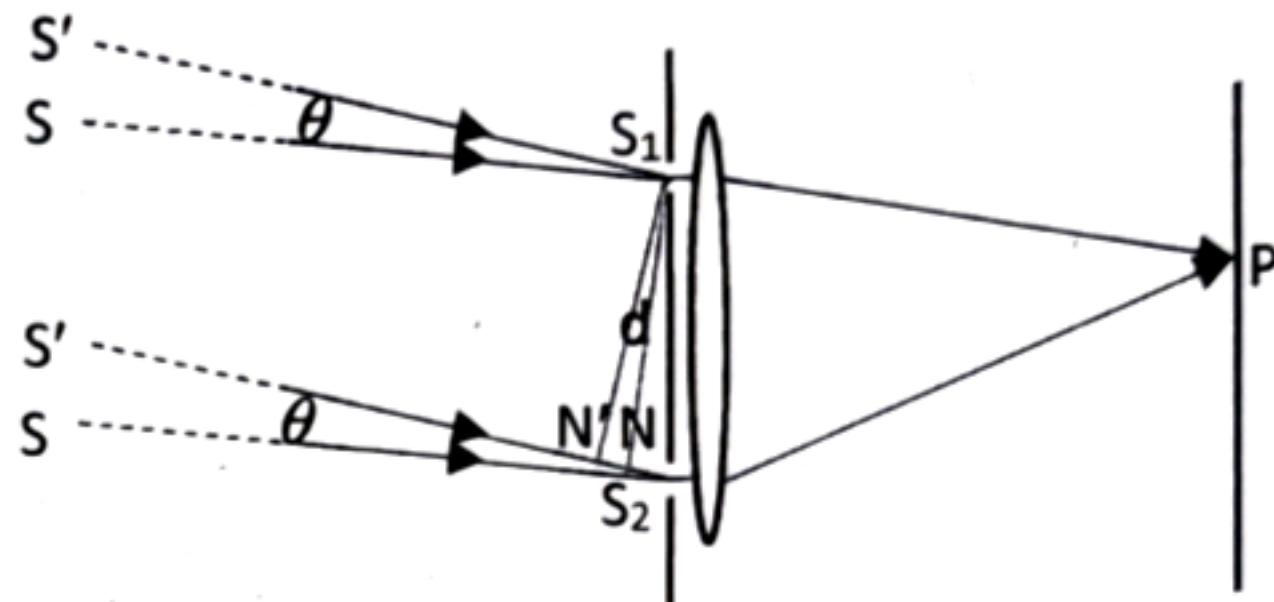
成像位置：在空气泡中心左侧 6 cm 处（出射水膜表面左侧 12cm 处）（2 分）

成像放大率：（2 分）

$$V = \frac{s'_1}{s_1} \cdot \frac{s'_2}{s_2} = \frac{-10}{15} \times \frac{-12}{20} = 0.4$$

正立虚像（1 分）

12、(12分) 下图是迈克尔逊测星干涉仪的原理示意图，在望远镜前加上一个双孔光阑来观察两个遥远的星体（准单色光源 S 和 S' ），光阑上的两个小孔 S_1 和 S_2 大小形状相同，间距是 d ，光阑到观察屏的距离是 L ，两星体的发光波长都是 λ ，两星体到小孔的角间距是 θ ，(1) 请计算观察屏上的光强分布函数和干涉条纹可见度的表达式；(2) 假设望远镜的口径是 6.1 米，观测波长 $\lambda=550\text{nm}$ ，根据测星干涉仪的测量原理，该装置可以测量的最小角间距 θ 是多少？



解：(1)，遥远的星体 S 和 S' 可看作两个独立的准单色光，它们分别通过小孔屏和望远镜（图中的透镜）在观察屏上形成独立的干涉条纹

如图，过 S_1 做 $S'S_2(SS_2)$ 的垂线，垂足为 $N'(N)$ ，对星体 S' 发出的光在观察点 P 的光程差为

$$\Delta L' = S'N'S_2P - S'S_1P = N'S_2 + (S_2P - S_1P) = N'S_2 + \frac{xd}{L}$$

S' 发出的光在观察屏上的干涉光强， (2 分)

$$I'(x) = I'_0 [1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L'\right)]$$

过 S_1 做 SS_2 的垂线，垂足为 N ，对星体 S 发出的光在观察点 P 的光程差为

$$\Delta L = SNS_2P - SS_1P = NS_2 + (S_2P - S_1P) = NS_2 + \frac{xd}{L}$$

S 发出的光在观察屏上的干涉光强， (2 分)

$$I(x) = I_0 [1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L\right)]$$

忽略两个星体之间的光强差异，两个星光的干涉光强做非相干叠加得到观察屏上的总光强

$$\begin{aligned} I(x) &= I_0 \left[2 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L'\right) \right] \\ &= 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{(\Delta L' - \Delta L)}{2}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{(\Delta L' + \Delta L)}{2}\right) \right] \\ &= 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{(N'S_2 - NS_2)}{2}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{xd}{L}\right) \right] \end{aligned}$$

考虑到 θ 一般很小，光程差 $NS_2(N'S_2)$ 远小于 $\frac{xd}{L}$

由图可知，光程差 $N'S_2 - NS_2 = d\theta$ ，所以 (2 分)

$$I(x) = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi d \cdot \theta}{\lambda} \frac{1}{2}\right) \cos\left(\frac{2\pi xd}{\lambda L}\right) \right]$$

条纹可见度， $V = |\cos\left(\frac{2\pi d \cdot \theta}{\lambda} \frac{1}{2}\right)|$ (2 分)

(2) 测星干涉仪的测量原理：从零开始逐渐增减双缝的间距，观察干涉条纹的可见度，当条

纹可见度第一次为0时，记录当时的双缝的间距 d ，从而计算出两星体到小孔的角间距是 θ ，
(2分)

从前面的计算知道，条纹可见度第一次为0时的条件为

$$\frac{2\pi d \cdot \theta}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\lambda}{2d}$$

依题意，装置可以测量的最小角间距 (2分)

$$\theta = \frac{\lambda}{2d} = \frac{550\text{nm}}{2 \times 6.1\text{m}} \approx 9 \times 10^{-8} (\text{度}) = 3.24 \times 10^{-4} (\text{秒})$$

13、(12分) 法布里-珀罗干涉仪的腔长为 h ，其中介质的折射率为 n 。入射光包含波长相近的两条谱线，中心波长为 λ ，波长差为 $\delta\lambda$ ，(1) 证明两谱线同级别的条纹的角距离 δi 与相邻两级的角距离(即条纹间距) Δi 之比为

$$\frac{\delta i}{\Delta i} = \frac{2nh \cos i}{\lambda^2} \delta\lambda$$
；(2) 如果 $\lambda = 500\text{nm}$, $h = 2.5\text{mm}$, 腔中介质为空气，在靠近中心部分，上述两谱线的同级条纹错开了 $1/20$ 个条纹间距。假如使用刻线数为 $1000/\text{mm}$ 的光栅的二级光谱来分辨这两条谱线，请问光栅的宽度至少应为多少？

解：(1), FP 干涉仪中相邻光线的光程差为 $\Delta = 2nh \cos i$
 透射条纹极大的条件为 $2nh \cos i = m\lambda$ (1)

近邻光谱线导致的条纹角间距 δi 满足条件，

$$2nhsini \cdot \delta i = m \cdot \delta\lambda \Rightarrow \delta i = \frac{m \cdot \delta\lambda}{2nhsini} \quad 2 \quad (2)$$

相邻两级条纹的角间距 Δi ，满足条件，

$$2nhsini \cdot \Delta i = \Delta m \cdot \lambda = \lambda \quad 2 \quad (3)$$

由公式 (2) (3) 得出，

$$\frac{\delta i}{\Delta i} = \frac{m \cdot \delta\lambda}{\lambda}$$

带入公式 (1) 消去 m 得到，

$$\frac{\delta i}{\Delta i} = \frac{2nh \cos i}{\lambda^2} \delta\lambda$$

证毕# (6分)

$$(2) \text{ 依题意, } n=1, h=2.5\text{mm}, \lambda=500\text{nm}, i \approx 0, \frac{\delta i}{\Delta i} = \frac{1}{20}, \quad 1 \quad \frac{\delta i}{\Delta i} = \frac{1}{20} = \frac{2nh}{\lambda^2} \delta\lambda.$$

代入上面证明的结果，得到谱线间隔为，

$$\delta\lambda = \frac{1}{20} \times \frac{(500\text{nm})^2}{2 \times 1 \times 2.5\text{mm}} = \underline{0.0025\text{nm}} \quad 2 \quad (-2)$$

为分辨该光谱，需要光栅的分辨本领至少为 $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{500}{0.025} = 20000$ 1

假设光栅的宽度为 D 毫米，对二级光谱，

$$R = kN = 2 \times D \times 1000 = 20000 \Rightarrow D = \underline{10\text{mm}} \quad 9, 2 \quad (-1)$$

(6分)

$$\frac{\lambda k N}{D \sin \theta} = \frac{\lambda^2}{\delta\lambda}$$

10cm

14、(12分) 菲涅耳圆孔衍射中，强度为 I_0 、波长 $\lambda=600nm$ 的平行光正入射，圆孔半径 $\rho=9mm$ ，P 点在另一侧轴上，距圆孔 $L=15m$ 。

- (1) P 点是亮点还是暗点？光强为多少？
- (2) 如果将该圆孔做成菲涅耳波带片，主焦点为 P，工作波长为 $\lambda=600nm$ ，各个环带如何划分焦点光最强？P 点光强为多少？
- (3) 如果将(2)中波带片不透光的环带以折射率为 $n=1.5$ 的透明膜代替，并使 P 点光强显著增大，薄膜厚度至少是多少？此时焦点 P 的光强为多少？(不考虑薄膜对光的吸收)

解：(1) (4分) 由题意知， $\rho=9mm$, $\lambda=600nm$, $L=15m$,

$$\frac{\sqrt{(9mm)^2 + (15m)^2} - 15m}{\lambda} \cong \frac{(9mm)^2}{2 \times 15m \times 600nm} = 4.5$$

圆孔可以划分成 9 个半波带（奇数个），

因此，P 点是亮点，且光强为 $4I_0$

(2) (4分) 以 P 为主焦点，工作波长为 $\lambda=600nm$ ，那环带的划分满足下式的条件

$$\frac{(\rho_m)^2}{2L} = m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots, 9.$$

为得到最强的焦点，m 为奇数的环带透光，偶数环带不透光，共 5 个半波带透光。

所以 P 点光强为

$$5^2 \times 4I_0 = 100I_0$$

(3) (4分) 透明膜的引起额外半波长光程时，焦点光强能显著增强，

因此，薄膜厚度至少是

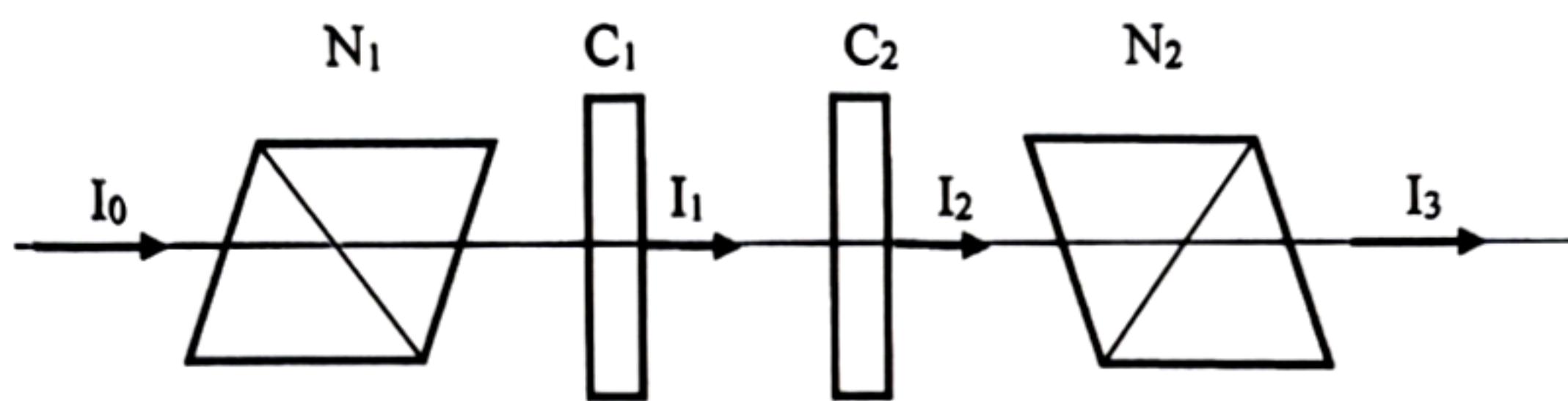
$$d = \frac{\lambda/2}{n-1} = \frac{600nm/2}{1.5-1} = 600nm$$

此时，P 点的光强是

$$9^2 \times 4I_0 = 324I_0$$

15、(12分) 如图为偏振光的干涉装置，其中 N_1 、 N_2 为尼科耳 (Nicol) 棱镜， C_1 、 C_2 为石英晶体，其光轴与表面平行，厚度 $d_1=0.0179mm$, $d_2=0.0358mm$ 。 N_1 的主截面平行于纸面， N_1 、 N_2 的主截面相互垂直。 C_1 、 C_2 的光轴相互平行，且与 N_1 主截面间有 45° 夹角（主截面逆时针旋转到光轴方向的角）。对于波长为 $\lambda=650nm$ 的光， $n_e=1.5533$, $n_o=1.5442$ 。强度为 I_0 的平行自然光正入射，问：

- (1) C_1 、 C_2 分别是怎样的波晶片？
- (2) 在 C_1 和 C_2 后，光的偏振态和强度各怎样？
- (3) N_2 后光的偏振态和强度各怎样？



解：(1) (4 分)

$$\frac{(n_e - n_o)d_1}{\lambda} = \frac{(1.5533 - 1.5442) \times 0.0179\text{mm}}{650\text{nm}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{(n_e - n_o)d_1}{\lambda} = \frac{(1.5533 - 1.5442) \times 0.0358\text{mm}}{650\text{nm}} = \frac{1}{2}$$

所以，C1 是四分之一波片；C2 是二分之一波片。

(2) (4 分) C1 后是左旋圆偏振光，光强 $I_1 = \frac{1}{2}I_0$ ；C2 后是右旋圆偏振光，光强 $I_2 = \frac{1}{2}I_0$

(3) (4 分) N2 后是线偏振光，偏振方向垂直于纸面；光强 $I_3 = \frac{1}{4}I_0$