

中国科学技术大学

2017—2018 学年第二学期考试试卷

考试科目 原子物理学 得分

学生所在系 姓名 学号

答题要求: 答案全部写在试卷上。如正面空间不够, 可写在试卷背面。

物理学常数:

电子电荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{C}$, 电子质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{kg} = 0.511 \text{MeV}/c^2$

Planck 常数 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{J}\cdot\text{s}$, 真空光速 $c = 3.00 \times 10^8 \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

真空磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{N}\cdot\text{A}^{-2}$, 真空介电常数 $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2\cdot\text{J}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$

Rydberg 常数 $R_\infty = 10973731 \text{m}^{-1}$, 原子质量单位 $u = 1.66 \times 10^{-27} \text{kg} = 931 \text{MeV}/c^2$

玻尔半径 $a_1 = 0.529 \times 10^{-10} \text{m}$, 阿伏伽德罗常数 $N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{mol}^{-1}$

玻尔兹曼常数 $k = 8.62 \times 10^{-5} \text{eV}\cdot\text{K}^{-1}$ 精细结构常数 $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137.036}$

Bohr 磁子 $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 0.927 \times 10^{-23} \text{J}\cdot\text{T}^{-1} = 5.788 \times 10^{-5} \text{eV}\cdot\text{T}^{-1}$

组合常数:

$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1.44 \text{nm}\cdot\text{eV}$, $m_e c^2 = 0.511 \text{MeV}$, $hc = 1.24 \text{nm}\cdot\text{keV}$

一. 选择题 (每题 3 分, 共 30 分, 请将答案填入下表中)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	B	A	C	B	B	C	A	D

- 卢瑟福根据 α 粒子散射实验的结果提出了原子的核式结构模型, 否定了“葡萄干布丁模型”, 主要依据是
 - α 粒子很容易穿透金属箔
 - 实验中应用了盖革计数器
 - 只有集中在很小空间范围内的正电荷才能使 α 粒子产生大角散射
 - 只有在金属箔中经过多次散射的 α 粒子才可能有大于 90° 的散射角

2. 根据玻尔模型, 氢原子中的核外电子在 $n=2$ 的轨道时
 A. 发出赖曼线 B. 不发光 C. 发出紫外光 D. 发出 H_{α} 线
3. 根据玻尔模型, 若记氦 (He) 的里的伯常数为 R_A , 则正一价氦离子 (He^+) 从第一激发态向基态跃迁, 发出的光谱线的波长为
 A. $\frac{4}{3R_A}$ B. $\frac{1}{3R_A}$ C. $\frac{1}{2R_A}$ D. $\frac{1}{R_A}$
4. 根据玻尔模型, 正三价锂离子的电子在 $n = 3$ 的轨道, 其角动量为
 A. $3\hbar$ B. \hbar C. $\frac{\hbar}{3}$ D. $\frac{\hbar}{9}$
5. 弗兰克-赫兹实验中, 当加速电压为 4.9V 时, 回路中的电流强度显著下降, 这时若做光谱测量, 能够测得光谱线的波长为
 A. 184.9nm B. 120.9nm C. 253.7nm D. 108.6nm
6. 在斯特恩-格拉赫实验中, 若使 1 束具有相同速度的基态的氦原子通过有梯度的磁场 (原子速度方向与磁场梯度方向垂直), 会发现通过磁场的原子
 A. 均匀散开 B. 仍为 1 束 C. 分为 2 束 D. 分为 3 束
7. Li (锂) 原子能量最低的两个能级的原子态为
 A. $^1S_0, ^1P_1$ B. $^2S_{1/2}, ^2P_{1/2}$ C. $^2S_{1/2}, ^2P_{3/2}$ D. $^1S_0, ^3P_2$
8. Pb (铅) 原子的 6p7s 电子组态按照 jj 耦合的方式所形成的原子态为
 A. $(1,0)_{1,0}, (1,1)_{2,1}$ B. $(0,1)_{\frac{1}{2},1}, (0,1)_{\frac{1}{2},2}$
 C. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})_{1,0}, (\frac{1}{2}, \frac{3}{2})_{2,1}$ D. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})_1, (\frac{1}{2}, \frac{3}{2})_2$
9. 氢原子电子的波函数为 $\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{54\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{a_1}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a_1}\right)^2 e^{-\frac{r}{3a_1}} \sin^2 \theta e^{i2\varphi}$, 式中 a_1 为第一玻尔半径. 则该电子的轨道角动量在 z 方向的分量为
 A. $2\hbar$ B. $\sqrt{6}\hbar$ C. \hbar D. $\sqrt{2}\hbar$
10. X 射线的线状谱 (标识谱) 产生的微观机制是
 (A) 原子中价电子被激发 (B) 原子中价电子被电离
 (C) 加速电子的韧致辐射 (D) 原子中内壳层电子被电离

二. 填空题 (每空 3 分, 共 24 分, 请将答案直接填在本试卷中)

1. 基态碳原子, 核外电子组态为 $1s^2s^22p^2$, 其中的电子进行 LS 耦合, 所能够形成的原子态用符号表示为 $2^1S_0, 2^3P_{2,1,0}, 2^1D_2$.
2. 考虑能级的精细结构, 氢原子的核外电子在 $n = 3$ 的壳层, 所形成的原子态为 $3^2S_{1/2}, 3^2P_{1/2}, 3^2P_{3/2}, 3^2D_{3/2}, 3^2D_{5/2},$; 在 $n = 2$ 的壳层, 所形成的原子态为 $2^2S_{1/2}, 2^2P_{1/2}, 2^2P_{3/2}$. 若不考虑兰姆移位, 电子从 $n = 3$

的壳层向 $n = 2$ 的壳层跃迁，能够发出的波长不同的光谱线的数目为 5。

3. 电子自旋的朗德因子 $g_s = \underline{2}$ ，轨道的朗德因子 $g_l = \underline{1}$ 。
 4. 若 X 射线管的电压为 10kV，其所发出的 X 射线的短波限为 0.124 nm，管中电子的 de Broglie (德布罗意) 波长最短为 0.0123 nm. (不考虑相对论效应)

三、计算题 (共 40 分)

1. (10 分) 钍 (Po) 放射的一种 α 粒子的速度为 $1.597 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ，正面垂直射向厚度为 10^{-7} m 的金箔，试求所有散射角 $\theta (60^\circ \sim 180^\circ)$ 的 α 粒子的百分比。已知金的密度为 $\rho = 19.32 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ，原子量为 $A = 197$ ，原子序数 $Z = 79$ 。 (阿伏伽德罗常数为 6.02×10^{23})

$$\frac{dn}{n} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Z^2 e^2}{4E} \right)^2 Nt \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} d\Omega$$

$$d\Omega = 4\pi \sin(\theta/2) \cos(\theta/2) d\theta$$

$$Nt = \frac{\rho N_A}{A} t = 5.9 \times 10^{21} \text{ m}^{-2}$$

$$E = \frac{1}{2} mv^2 = 8.467 \times 10^{-13} \text{ J}$$

$$P = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Z^2 e^2}{4E} \right)^2 Nt 4\pi \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{1}{\sin^3(\theta/2)} \cos(\theta/2) d\theta$$

$$= 5.153 \times 10^{-5}$$

2. (10 分) 某粒子的波函数为 $\Psi = N \exp\left[-\frac{|x|}{2a} - \frac{|y|}{2b} - \frac{|z|}{2c}\right]$ ，求：

- 1) 归一化因子 N ；
- 2) 粒子的 x 坐标在 $(0, a)$ 间的几率；

3) 粒子的 y 坐标在 $(-b, b)$, 同时 z 坐标在 $(-c, c)$ 范围的几率。

1)

2)

3)

3. (8 分) 分别以 **LS** 耦合和 **jj** 耦合写出 **2p** 和 **3d** 电子的合成状态, 并证明他们具有相同的状态数。

$$n_1 = 2 \quad l_1 = 1 \quad s_1 = 1/2 \quad n_2 = 3 \quad l_2 = 2 \quad s_2 = 1/2$$

$$\text{LS耦合} \quad S = \vec{s}_1 + \vec{s}_2 = 1, 0 \quad L = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 = 3, 2, 1$$

每一个L和每一个S都形成一个J

$$L=1 \quad S=0 \Rightarrow J=1 \Rightarrow (1,0)1$$

$$L=1 \quad S=1 \Rightarrow J=2, 1, 0 \Rightarrow (1, 1)2, 1, 0$$

$$L=2 \quad S=0 \Rightarrow J=2 \Rightarrow (2, 0)2$$

$$L=2 \quad S=1 \Rightarrow J=3, 2, 1 \Rightarrow (2, 1)3, 2, 1$$

$$L=3 \quad S=0 \Rightarrow J=3 \Rightarrow (3, 0)3$$

$$L=3 \quad S=1 \Rightarrow J=4, 3, 2 \Rightarrow (3, 1)4, 3, 2$$

共有 12 种状态

$$\text{JJ 耦合} \quad P = N^2 \int_0^a \exp\left[-\frac{|x|}{a}\right] dx \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{|y|}{b}\right] dy \int_{-\infty}^c \exp\left[-\frac{|z|}{c}\right] dz$$

$$= \frac{e-1}{2e} = 0.316$$

$$P = N^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{|x|}{a}\right] da \int_{-b}^b \exp\left[-\frac{|y|}{b}\right] dy \int_{-c}^c \exp\left[-\frac{|z|}{c}\right] dz$$

$$= \left(\frac{e-1}{e}\right)^2 = 0.400$$

$$l_1 = 1 \quad s_1 = 1/2 \quad j_1 = l_1 + s, l_1 - s = 1/2, 3/2$$

$$l_2 = 2 \quad s_2 = 1/2 \quad j_2 = l_2 + s, l_2 - s = 3/2, 5/2$$

j 耦合所形成的原子态的共有12种：

$$j_1 = 3/2 \quad j_2 = 5/2 \Rightarrow J = 4, 3, 2, 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)_{4,3,2,1}$$

$$j_1 = 3/2 \quad j_2 = 3/2 \Rightarrow J = 3, 2, 1, 0 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)_{3,2,1,0}$$

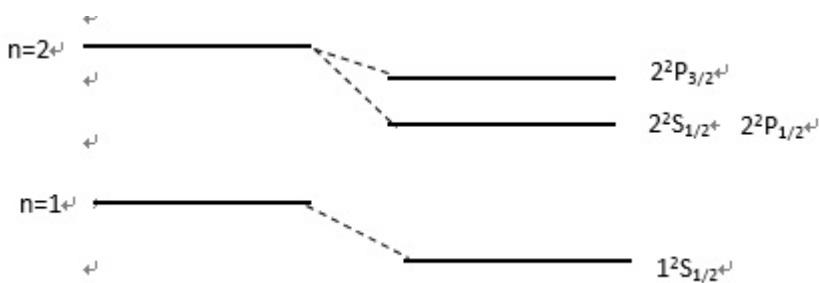
$$j_1 = 1/2 \quad j_2 = 5/2 \Rightarrow J = 3, 2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)_{3,2}$$

$$j_1 = 1/2 \quad j_2 = 3/2 \Rightarrow J = 2, 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)_{2,1}$$

4. (12分) 考虑氢原子基态和 $n=2$ 的激发态：

- 1) 不考虑精细结构，画出他们的能级图；
- 2) 考虑相对论效应后，画出新能级且表明其光谱符号；
- 3) 计算相对论修正引起的能级移动和双层能级间隔
- 4) 考虑兰姆位移后对能级会有哪些影响？

1),2)



(3) 能级移动: $n=2$,

$$\Delta E_n = -\frac{\alpha^2 Z^2}{n^2} E_n \left(\frac{3}{4} - \frac{n}{j+1/2} \right)$$

$$n=2, j=3/2: \quad \Delta E'_{2,1} = -1.13 \times 10^{-5} eV$$

$$n=2, j=1/2: \quad \Delta E'_{2,0} = -5.66 \times 10^{-5} eV$$

$$n=1, j=1/2: \quad \Delta E'_{1,0} = -1.81 \times 10^{-4} eV$$

双层能级 ($^2P_{3/2}$, $^2P_{1/2}$) 之间的间隔为 $4.5 \times 10^{-5} eV$;

(4) 考虑到兰姆移位后, $^2S_{1/2}$ 的能级要比 $2^2P_{1/2}$ 的能级高。

四、简答题 (6 分)

1、(3 分) 为什么卢瑟福散射公式在小角度处与实验结果有较大偏离。

原因一: 小角散射对应于较大的瞄准距离 b

原因二: 靶原子之间不再互不遮蔽, 小角度散射必定是多次散射的结果

2、(3 分) 什么叫空间量子化? 为什么说施特恩-格拉赫实验证明了原子具有空间量子化?

答: 空间量子化是指电子在原子内部, 分布在某些特定的不连续的能级上。电子只会在这些能级之间跃迁, 而不会出现在别的地方。

斯特恩-盖拉赫实验结果是分离的, 这证明了轨道磁矩只能取到几个分立的值, 从而说明了

原子的磁矩在磁场中只能有几个离散的不连续的取向，证实了空间量子化。