

265A

محل امضای:

نام:

نام خانوادگی:

عصر پنجم شنبه  
۹۶/۲/۷



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»  
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

### آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد نایپوسته داخل – سال ۱۳۹۶

### مجموعه علوم کامپیوتر – کد ۱۲۰۹

مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه

تعداد سوال: ۲۴۰

#### عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	عنوان مواد امتحانی	تعداد سوال	نام شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۳۰	۱
۲	دروس بابه ۱ (ریاضیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال)	۴۵	۲۱
۳	دروس تخصصی ۱ (مبانی ترکیبات، ساختمن داده‌ها و الگوریتم‌ها، مبانی نظریه محاسبه، مبانی عطف و نظریه مجموعه‌ها)	۶۰	۷۶
۴	دروس بابه ۲ (ریاضیات عمومی، مبانی آنالیز عددی، مبانی احتمال، مبانی کامپیوتر، ریاضیات گسینه)	۴۵	۱۳۶
۵	دروس تخصصی ۲ (ساختمن داده‌ها و الگوریتم‌ها، مبانی نظریه محاسبه، تحقیق در عملیات (۱))	۶۰	۱۸۱

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق جاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای نهاد انتخاب حیفی و خوبی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

**PART A: Vocabulary**

**Directions:** Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.

- 1- By signing these papers, I agree to not ----- any of my company's financial records to anyone outside of my firm.  
 1) authorize      2) articulate      3) divulge      4) victimize
- 2- Without an antidote to treat the patient, the poisonous snakebite would prove -----.  
 1) vulnerable      2) fatal      3) massive      4) extreme
- 3- Stifling a yawn, Jackie covered her mouth as she listened to one of her mother's ----- stories about her childhood.  
 1) interminable      2) credible      3) widespread      4) literal
- 4- After learning the lawyer accepted a bribe, the committee decided to ----- him and suspend his license.  
 1) encounter      2) retaliate      3) underestimate      4) rebuke
- 5- The government will ----- any property that has been purchased with money earned through illegal means.  
 1) resist      2) seize      3) eliminate      4) avoid
- 6- Now that I have got another offer of employment, which sounds as good as the earlier one, I am in a ----- as to which one to choose.  
 1) necessity      2) comparison      3) postponement      4) dilemma
- 7- Since there is a huge ----- between the results of the first and second experiment, the laboratory team will conduct a third test.  
 1) discrepancy      2) autonomy      3) randomness      4) opposition
- 8- To get a good grade on the research project, you must ----- your report with provable facts.  
 1) inform      2) outline      3) substantiate      4) interfere
- 9- We thought that the power cuts were temporary and would end but we have now realized that this is a ----- problem and will never end.  
 1) chaotic      2) perennial      3) fragile      4) memorable
- 10- If a ----- answer can provide the information requested, there is no reason to bore a person with a long response.  
 1) boundless      2) conceptual      3) concise      4) logical

**PART B: Cloze Passage**

**Directions:** Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

It is very easy to lead someone's memory astray. For example, if I witness a traffic accident and (11) ----- whether the car stopped before or after the tree, I am much more likely to "insert" a tree into my memory of the scene, (12) ----- no tree was actually present. This occurrence reflects the fact that when we retrieve a memory, we also re-encode it and during that process it is (13) ----- errors.

Elizabeth Loftus at the University of California, Irvine, and colleagues have shown that this “misinformation effect” can have huge implications for the court room, with experiments (14) ----- that eyewitness testimonies can be adversely influenced by misleading questioning. Fortunately, these findings also suggest ways for police, lawyers and judges to frame the questions (15) ----- they ask in a way that makes reliable answers more likely.

- |     |                                     |                 |                              |                |
|-----|-------------------------------------|-----------------|------------------------------|----------------|
| 11- | 1) I am later asked                 | 2) later asking | 3) to be asked later         | 4) later asked |
| 12- | 1) even then                        | 2) so even      | 3) as if even                | 4) even if     |
| 13- | 1) a possibility implanting         |                 | 2) possible to implant       |                |
|     | 3) possibly to implant              |                 | 4) possibility of implanting |                |
| 14- | 1) are repeatedly demonstrated      |                 | 2) repeatedly demonstrating  |                |
|     | 3) that are demonstrated repeatedly |                 | 4) to demonstrate repeatedly |                |
| 15- | 1) that                             | 2) when         | 3) because                   | 4) even though |

### PART C: Reading Comprehension:

**Directions:** Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.

#### PASSAGE 1:

Hot potato (deflection) routing schemes. In networks where storage space at each node is limited, it may be important to modify the routing algorithm so as to minimize buffer overflow and the attendant loss of packets. The idea here is for nodes to get rid of their stored packets as quickly as possible, transmitting them on whatever link happens to be idle—not necessarily one that brings them closer to their destination.

To provide an example of such a scheme, let us assume that all links of the communication network can be used simultaneously and in both directions, and that each packet carries a destination address and requires unit transmission time on every link. Assume also that packets are transmitted in slots of unit time duration, and that slots are synchronized so that their start and end are simultaneous at all links. In a typical routing scheme, each node, upon reception of a packet destined for a different node, uses table lookup to determine the next link on which the packet should be transmitted; we refer to this link as the *assigned link of the packet*. It is possible that more than one packet with the same assigned link is received by a node during a slot; then at most one of these packets can be transmitted by the node in the subsequent slot, and the remaining packets must be stored by the node in a queue. The storage requirement can be eliminated by modifying the routing scheme so that all these packets are transmitted in the next slot; one of them is transmitted on its assigned link, and the others are transmitted on some other links chosen, possibly at random, from the set of links that are not assigned to any packet received in the previous slot. It can be seen that with this modification, at any node with  $d$  incident links, there can be at most  $d$  packets received in any one slot, and out of these packets, the ones that are transient (are not destined for the node) will be transmitted along some link (not necessarily their assigned one) in the next slot. Therefore, assuming that at most  $d-k$

new packets are generated at node in a slot where  $k$  transient packets are to be transmitted, there will be no queueing, and the storage space at the node need not exceed  $2d$  packets. A scheme of this type is used in the Connection Machine, a massively parallel computing system. A variation is obtained when storage space for more than  $2d$  packets is provided, and the transmission of packets on links other than the ones assigned to them is allowed only when the available storage space falls below a certain threshold.

- 16- In networks, stored packets in a node may be sent through any available link -----.
  - 1) that has the fastest transmission rate
  - 2) that incurs the lowest cost of transmission
  - 3) only if they are taken closer to their destination
  - 4) even if they may be driven farther away from their destination
- 17- Which of the following is closest in meaning to the word "synchronized" in paragraph 2?
  - 1) Coupled
  - 2) Crossed
  - 3) Deviated
  - 4) Regulated
- 18- Which element of a network is responsible for sending a packet towards its destination?
  - 1) The receiving node of the packet.
  - 2) The link on which a packet lies.
  - 3) A central overlooking system.
  - 4) The destination node.
- 19- What does the word "transient" in paragraph 2 mean?
  - 1) Arbitrary
  - 2) Permanent
  - 3) Passing through
  - 4) Still
- 20- If more than one packet with the same assigned link is received by a node, then in the next slot -----.
  - 1) all packets are kept in a queue
  - 2) at least one packet is stored at the node
  - 3) all packets are transmitted through other links
  - 4) all packets are distributed to various nodes randomly

#### **PASSAGE 2:**

This phenomenon is not due to numerical effects; it is actually inherent in the polynomial interpolation process. Suppose we are given a finite arc of a smooth curve  $c$ . We can then sample the curve at parameter values  $t_i$  and pass the interpolating polynomial through those points. If we increase the number of points on the curve, thus producing interpolants of higher and higher degree, one would expect the corresponding interpolants to converge to the sampled curve  $c$ . This, however, is not generally true: there exist smooth curves for which this sequence of interpolants diverges. This fact is dealt with in numerical analysis, where it is known by the name of its discoverer: it is called the "Runge phenomenon".

As a second consideration, let us examine the cost of polynomial interpolation, i.e., the number of operations necessary to construct and then evaluate the interpolant. Solving the Vandermonde system requires roughly  $n^3$  operations; subsequent computation of a point on the curve requires  $n$  operations. The operation count for the construction of the interpolant is much smaller for other schemes, as is the cost of evaluations (here piecewise schemes are far superior). This latter cost is the more

important one, of course: construction of the interpolant happens once, but it may be evaluated thousands of times!

- 21- If the number of points on the curve chosen for the interpolating polynomial increases, then the polynomial ----- the sampled curve.
- 1) approaches
  - 2) coincides with
  - 3) gets closer to
  - 4) may not be a good approximation of
- 22- The so-called "Runge phenomenon" -----.
- 1) serves as a basis for numerical analysis
  - 2) shows that interpolants are numerically ineffective
  - 3) refers to a numerical difficulty arising in polynomial interpolation
  - 4) gives an indication of convergence for polynomial interpolation
- 23- Which of the following is closest in meaning to the word "diverges" in paragraph 1?
- 1) Arrives at
  - 2) Departs
  - 3) Gets closer
  - 4) Coincides
- 24- Solving the Vandermonde system may require ----- operations.
- 1) approximately  $n^3$
  - 2) much more than  $n^3$
  - 3) almost n
  - 4) much less than  $n^3$
- 25- Piecewise interpolating polynomials are preferred because of their -----.
- 1) lower costs for both construction and evaluation
  - 2) lower costs for evaluation at the presence of higher costs for construction
  - 3) low costs for construction at the expense of higher costs for evaluation
  - 4) convenience of use while having higher costs for both construction and evaluation

### PASSAGE 3:

During the past twenty years mathematics and engineering have been increasingly directed towards problems of decision making in physical or organizational systems. This trend has been inspired primarily by the significant economic benefits which often result from a proper decision concerning the distribution of expensive resources, and by the repeated demonstration that such problems can be realistically formulated and mathematically analyzed to obtain good decisions.

The arrival of high-speed digital computers has also played a major role in the development of the science of decision making. Computers have inspired the development of larger systems and the coupling of previously separate systems, thereby resulting in decision and control problems of correspondingly increased complexity. At the same time, however, computers have revolutionized applied mathematics and solved many of the complex problems they generated.

It is perhaps natural that the concept of best or optimal decisions should emerge as the fundamental approach for formulating decision problems. In this approach a single real quantity, summarizing the performance or value of a decision, is isolated and optimized (i.e., either maximized or minimized depending on the situation) by proper selection among available alternatives. The resulting optimal decision is taken as the solution to the decision problem. This approach to decision problems has the virtues of simplicity, precision, elegance, and, in many cases, mathematical tractability. It also has obvious limitations due to the necessity of selecting a single objective by which to measure results. But optimization has proved its utility as a mode of analysis and is firmly entrenched in the field of decision making.

- 26- Which of the following is closest in meaning to the word "tractability" in paragraph 3?
- 1) Precision
  - 2) Unattractiveness
  - 3) Easily manageable
  - 4) Hardness
- 27- Decision making has found more applicability by -----.
- 1) the development of computers
  - 2) large instances of physical or organizational systems
  - 3) precision offered through applied mathematics
  - 4) parallelism offered by modern computers
- 28- Which of the following statements is true about computers?
- 1) They became more complicated over time to be useful for decision making.
  - 2) They were a major cause for the development of applied mathematics.
  - 3) They have advanced at a higher rate than advancement in decision making.
  - 4) They incurred new complications in decision and control problems.
- 29- Optimization, benefiting from both computers and mathematics, ----- decision making.
- 1) has restructured
  - 2) has appeared to be a strong tool for
  - 3) has an insignificant utility for
  - 4) utilized analytical techniques in
- 30- The concept of best decision -----.
- 1) serves to isolate decision making
  - 2) is not necessarily useful for decision making
  - 3) does not necessarily have the same meaning as the concept of optimal decision
  - 4) serves as a basis in decision making

دروس پایه ۱ (ریاضیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\frac{1}{e^n}}{n^2 + \frac{1}{n}} + \frac{\frac{2}{e^n}}{n^2 + \frac{2}{n}} + \dots + \frac{\frac{n}{e^n}}{n^2 + \frac{n}{n}} \right) \quad -\text{۳۱} \quad \text{مقدار}$$

◦ (۱)

e (۲)

۱ (۳)

e-1 (۴)

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \frac{g(y) \ln(\ln y)}{\ln y} \quad -\text{۳۲} \quad \text{اگر تابع } g \text{ وارون تابع } y = x^x \text{ باشد آنگاه مقدار حد}$$

◦ (۱)

۱ (۲)

∞ (۳)

(۴) وجود ندارد.

- ۳۳ - مقدار  $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \int_{\alpha}^{r\alpha} \frac{e^{-x}}{x} dx$  کدام است؟

(۱)

(۲)  $\frac{1}{e}$ (۳)  $\ln r$ (۴)  $e$ 

- ۳۴ - اگر  $\alpha > 0$  مقدار  $\int_0^{\infty} x^r e^{-\alpha x^r} dx$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4\alpha} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ (۲)  $\frac{1}{2\alpha} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ (۳)  $\frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ (۴)  $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ 

- ۳۵ - هرگاه  $p$  و  $q$  اعداد حقیقی و مثبت و  $p \leq q$  آنگاه  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^p + x^q}$  همگرا است اگر و تنها اگر ...

(۱)  $p > 1, q > 1$ (۲)  $p \leq 1 < q$ (۳)  $p < 1, q < 1$ (۴)  $p < 1 < q$ 

- ۳۶ - مقدار ماکزیمم تابع  $f(x, y, z) = xy^r z^s$  بر رویه  $x > 0, y > 0, x + y + z = r$  کدام است؟

(۱) ۱۰۶

(۲) ۱۰۸

(۳) ۱۰۹

(۴) ۱۱۰

- ۳۷ - مساحت رویه حاصل از دوران منحنی قطبی  $r = 1 + \cos \theta$  حول محور  $x$  ها کدام است؟

(۱)  $\frac{64\pi}{5}$ (۲)  $\frac{32\pi}{5}$ (۳)  $\frac{16\pi}{5}$ (۴)  $\frac{8\pi}{5}$

- ۳۸- اگر  $x$  و  $y$  متغیرهای مستقل از هم و همجنین  $u$  و  $v$  نسبت به هم مستقل باشند و  $x = u + v$  و  $y = uv^T$ , آنگاه

$$\frac{\partial v}{\partial x} \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{v}{3v+2x} \quad (1)$$

$$\frac{3v}{v-2x} \quad (2)$$

$$\frac{3v}{v+2x} \quad (3)$$

$$\frac{v}{3v-2x} \quad (4)$$

- ۳۹- اگر  $\vec{F} = (z^T - x)\vec{i} + xy\vec{j} + 3z\vec{k}$  یک میدان برداری و سطح  $S$  قسمتی از رویه،  $z \geq 0$ ,  $z = 4 - y^T$ ,  $x = 0$ , بین صفحات

$\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} d\sigma$  قائم یکه رویه بالای  $S$  (در جهت مثبت محور  $z$  ها) باشد، مقدار انتگرال سطح

کدام است؟

۱۴۴ (۱)

۱۴۳ (۲)

۱۴۵ (۳)

۱۴۶ (۴)

- ۴۰- فرض کنیم  $A$  مجموعه تمام زیرمجموعه‌های متناهی  $\mathbb{Q}$  باشد ( $\mathbb{Q}$  مجموعه اعداد گویا). در این صورت:

$A$  متناهی است. (۱)

$A$  شمارای نامتناهی است. (۲)

- ۴۱- توابع  $Y \rightarrow Z$  و  $f: Y \rightarrow X$  را در نظر بگیرید. فرض کنید  $fog$  تابعی دوسویی باشد. کدام گزینه صحیح است؟

$f$  پوشای  $g$  یک به یک است. (۱)

$f$  یک به یک و  $g$  پوشای است. (۲)

- ۴۲- در مجموعه مرتب جزئی  $(A, \preceq)$ , فرض کنید  $a \prec b$  به مفهوم  $b \preceq a$  و  $a \neq b$  باشد، کدام گزینه درست است؟

$$a \preceq b \Rightarrow a \prec b \quad (1)$$

$$\sim(a \prec b) \Rightarrow b \preceq a \quad (2)$$

$$\sim(a \preceq b) \Rightarrow b \prec a \quad (3)$$

$$a \prec b \Rightarrow \sim(b \preceq a) \quad (4)$$

- ۴۳- کدام گزینه صحیح نیست؟

$$A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta (A \cap C) \quad (1)$$

$$A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C) \quad (2)$$

$$A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C) \quad (3)$$

$$A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (A \cup C) \quad (4)$$

- ۴۴- فرض کنید  $p, q, r$  گزاره باشند. کدام گزینه درست است؟

$$(((p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)) \wedge \sim (q \wedge r)) \Rightarrow \sim p \quad (1)$$

$$((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r) \wedge \sim (q \wedge r)) \Rightarrow \sim p \quad (2)$$

$$((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \wedge r)) \quad (3)$$

$$((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)) \Rightarrow (q \wedge r) \quad (4)$$

- ۴۵- نقیض گزاره زیر کدام است؟

هر مجموعه‌ای از اعداد حقیقی زیرمجموعه‌ای دارد که شامل هیچ عدد گویایی نیست.  $\mathbb{R}$  نمایش مجموعه اعداد حقیقی و  $\mathbb{Q}$  نمایش مجموعه اعداد گویا است.

$$\exists A (A \subseteq \mathbb{R} \wedge \forall B (B \subseteq A \Rightarrow \exists x (x \in \mathbb{Q} \cap B))) \quad (1)$$

$$\exists A (A \subseteq \mathbb{R} \wedge \forall B (B \subseteq A \Rightarrow \exists x (x \in \mathbb{Q} \Rightarrow x \in B))) \quad (2)$$

$$\exists A (A \subseteq \mathbb{R} \Rightarrow \forall B (B \subseteq A \Rightarrow \exists x (x \in \mathbb{Q} \cap B))) \quad (3)$$

$$\exists A (A \subseteq \mathbb{R} \wedge \forall B (B \subseteq A \wedge \exists x (x \in \mathbb{Q} \cap B))) \quad (4)$$

- ۴۶- ماتریس‌های  $B = \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 114 & 48 \\ 48 & 86 \end{bmatrix}$  و  $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -2 & d \end{bmatrix}$  دارای مقادیر ویژه یکسانی هستند. در این صورت  $a + d$  کدام است؟

۲ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)

-۴۷ - فرض کنیم  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{bmatrix}$  دترمینان  $A$  برابر کدام گزینه است؟

۶ (۱)

۱۲ (۲)

۱۸ (۳)

۲۴ (۴)

-۴۸ - فرض کنید  $A^T - A^T$  مقدار  $\text{Tr}(A^T - A^T) . A = vv^T$  کدام گزینه است؟

$$\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

۱۶ (۱)

۲۲ (۲)

۴۰ (۳)

۴۸ (۴)

-۴۹ - اگر  $\alpha = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 + \lambda_4^2$  مقادیر ویژه  $A$  باشند، مقدار  $\alpha$  کدام باشد، مقدار  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  است؟

۴۶ (۱)

۴۸ (۲)

۵۰ (۳)

۵۴ (۴)

-۵۰ - فرض کنید  $A$  یک ماتریس  $5 \times 5$  وارون پذیر با درایه‌های حقیقی مثبت باشد. در این صورت  $A^{-1}$  حداقل می‌تواند چند درایه صفر داشته باشد؟

۱۸ (۱)

۱۷ (۲)

۱۵ (۳)

۱۶ (۴)

-۵۱ اگر  $D$  و  $B$  و  $C$  و  $A$  ماتریس‌های  $n \times n$  با درایه‌های حقیقی باشند که  $A$  و  $D$  وارون پذیر هستند و  $B$  و  $C$  وارون پذیر نباشند، کدام گزینه در مورد  $M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$  صحیح است؟

وارون پذیر است.  $M$  (۲)

$\text{rank } M > \text{rank } A$  (۱)

وارون پذیر نیست.  $M$  (۴)

$\text{rank } M = \text{rank } A$  (۳)

-۵۲ فرض کنید تابع غیرتابت  $f: (\circ, \infty) \rightarrow (1, \infty)$  مشتق پذیر باشد و  $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) + f'(x)) = \ell \neq \circ$ . کدام گزینه درست است؟

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = \circ, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \ell \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = \frac{\ell}{\circ} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \circ, \lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = \ell \quad (3)$$

(۴) ممکن است حداقل یکی از حدود  $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x), \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  موجود نباشد.

-۵۳ تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} ; x \in \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{100} \right\} \\ 2\sqrt{2}x ; \end{cases}$  را با ضابطه  $[0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  در نظر بگیرید. کدام گزینه درست در غیر این صورت است؟

$$\int_0^1 f(x) dx = \ln(2) \quad (1)$$

$$\int_0^1 f(x) dx = \sqrt{2} \quad (2)$$

$$\int_0^1 f(x) dx = \ln(2) \quad (3)$$

$$\int_0^1 f(x) dx = \sqrt{2} \quad (4)$$

-۵۴ کدام گزینه در مورد دنباله  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  درست نیست؟

(۱) اگر  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  دنباله‌ای از اعداد صحیح و همگرا باشد آنگاه حد آن عدد صحیح است.

(۲) اگر  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  دنباله‌ای از اعداد صحیح و همگرا باشد آنگاه از مرتبه‌ای به بعد دنباله ثابت است.

(۳) اگر دنباله  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  از اعداد گویا که  $(p_n, q_n) = 1, p_n, q_n \in \mathbb{Z}, q_n \neq \circ$  به عددی اصم همگرا باشد آنگاه  $q_n \rightarrow \infty$

(۴) اگر دنباله  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  از اعداد گویا که  $(p_n, q_n) = 1, p_n, q_n \in \mathbb{Z}, q_n \neq \circ$  به عددی گویا همگرا باشد آنگاه  $q_n \rightarrow \infty$

-۵۵ - آنگاه  $\text{Sup } B$  کدام است؟  
 $A = \left\{ \frac{1}{a(1-a)} \mid 0 < a < 1 \right\}$

(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

-۵۶ - تابع غیرثابت  $f$  بر  $(1, +\infty)$  مشتق پذیر است. کدام گزینه نادرست است؟

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \ell \quad \text{آنگاه} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = \ell > 0 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty \quad \text{آنگاه} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{آنگاه} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0 \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{آنگاه} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty \quad (4)$$

-۵۷ - فرض کنید  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی پیوسته باشد. در کدام حالت گوشی بودن دنباله  $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$  در  $A$ , گوشی بودن

$\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty}$  را نتیجه می‌دهد؟

 $A = (-\infty, a]$  (۱) $A = (a, b)$  (۲) $A = (a, +\infty)$  (۳) $A = (a, b]$  (۴)

-۵۸ - کدام گزینه در مورد تابع  $f(x) = \cos \frac{1}{x}$  درست است؟

(۱) تابع  $f$  بر  $(-\frac{1}{2}, 1)$  پیوسته یکنواخت نیست.

(۲) تابع  $f$  بر  $(-\frac{1}{2}, 0)$  پیوسته یکنواخت است.

(۳) تابع  $f$  بر  $(1, \infty)$  پیوسته یکنواخت است.

(۴) تابع  $f$  بر هیچ زیر بازه‌ای کران پیوسته یکنواخت نیست.

-۵۹ - آنگر  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$ , مقدار  $\lim_{x \rightarrow 0} f\left(x\left(\frac{1}{x} - \left[\frac{1}{x}\right]\right)\right) = \circ$  کدام است؟

 $\circ$  (۱) $f(\circ)$  (۲) $f(1)$  (۳)

(۴) می‌تواند موجود نباشد.

- ۶۰ فرض کنید  $a > 0$ ، در این صورت سری  $\sum_{n=1}^{\infty} a^{\ln n}$  همگراست اگر و تنها اگر ...

$$a < 1 \quad (1)$$

$$a < \frac{1}{e} \quad (2)$$

$$a < e \quad (3)$$

$(4)$  به ازای هیچ مقدار  $a$  همگرا نیست.

- ۶۱ کدام مجموعه نمیتواند مجموعه نقاط حدی یک مجموعه باشد؟

$$\{1, 2, 3, \dots\} \quad (1)$$

$$\left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots \right\} \quad (2)$$

$$\left\{ 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \right\} \quad (3)$$

$$\{-1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}, \sqrt{4}, \dots\} \quad (4)$$

- ۶۲ فرض کنید  $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$  دنباله‌ای با جملات متمایز در  $A$  باشد. کدام گزینه درست است؟

$$\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ واگراست.} \quad (1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{\pi}{\pi} \quad (2)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty \quad (3)$$

$$\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ میتواند همگرا یا واگرا باشد.} \quad (4)$$

- ۶۳ حد بالایی دنباله  $\left\{ \sin \frac{\pi}{n} + (-1)^n + \cos n \right\}_{n=1}^{\infty}$  برابر است با:

$$0 \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{1+\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (4)$$

- ۶۴- فرض کنید  $\hat{a}$  عدد حقیقی و غیر صفر و  $a$  گرد شده  $\hat{a}$  به نزدیکترین عدد ماشین در یک دستگاه ممیز شناور در مبنای  $\beta$  با طول ماتریس  $t$  است. اگر  $e$  نمای  $\beta$  در نمایش  $a$  در این دستگاه باشد، آنگاه  $(a, \delta, e)$ ، یعنی خطای نسبی  $a$  در کدام نامساوی صدق می‌کند؟

$$\delta(a) \leq \frac{1}{2} \beta^{1-t} \quad (1)$$

$$\delta(a) \leq \frac{1}{2} \beta^{e-t} \quad (2)$$

$$\delta(a) > \frac{1}{2} \beta^{1-t} \quad (3)$$

$$\delta(a) > \frac{1}{2} \beta^{e-t} \quad (4)$$

- ۶۵- فرض کنید  $f(\alpha) = g(x) = x - f(x)f'(x)$  و  $x_n$  تحت چه شرایطی همگرایی دنباله  $\{x_n\}$  با ضابطه

$$[f \in C^3(\mathbb{R}) \text{ به } \alpha \text{ از مرتبه دست کم ۳ است?}] \text{ فرض کنید } (f'')$$

$$f'''(\alpha) = 3f''(\alpha) \text{ و } f''''(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$f'''(\alpha) = 2f''(\alpha) \text{ و } f''''(\alpha) = 1 \quad (2)$$

$$f''(\alpha) = 2f'(\alpha) \text{ و } f'(\alpha) = 1 \quad (3)$$

$$f''(\alpha) = 0 \text{ و } f''''(\alpha) = 1 \quad (4)$$

- ۶۶- تقریب  $x\sqrt{x}$  در بازه  $[1, 2]$  با قطعه‌های خطی درون یاب را در نظر بگیرید. بازه  $[1, 2]$  دست کم به چند زیر بازه

برابر تقسیم شود تا کوان بالای خطای برشی برای درون یاب های خطی روی هر زیر بازه بیش از  $2^{-7} \times 3^{-3}$  نباشد؟

۲ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۱۰ (۴)

- ۶۷- فرض کنید  $(x_j)_j$  برای  $j=0, 1, \dots, n$  چند جمله‌ای‌های لاگرانژ مبتنی بر نقاط متمایز  $x_0, x_1, \dots, x_n$  هستند با  $n \geq 1$  کدام گزینه صحیح است؟

$$\sum_{j=0}^n |l_j(x)| = 1 \quad (1)$$

$$\sum_{j=0}^n l_j(x) = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{j=0}^n x_j l_j(x) = x^n \quad (3)$$

$$\sum_{j=0}^n x_j^n l_j(x) = x^n \quad (4)$$

۶۸- فرمول  $\frac{4f(x+h) - 8f(x + \frac{h}{2}) + 4f(x)}{h^2}$  یک تخمین برای ..... است. (فرض کنید  $f \in C^2(\mathbb{R})$ )

(۱)  $O(h^2)$  با خطای برشی

(۲)  $O(h)$  با خطای برشی

(۳)  $O(h^2)$  با خطای برشی

(۴)  $O(h^2)$  با خطای برشی

۶۹- اگر برای محاسبه تخمین  $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$  الگوریتم رامبرگ را با گام  $h = \frac{1}{2}$  و تا دقت از مرتبه  $O(h^4)$  به کار ببریم آن‌گاه مقدار تقریبی انتگرال کدام است؟

(۱)  $\frac{15}{36}$

(۲)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{25}{36}$

(۴)  $\frac{15}{24}$

۷۰- دستگاه مقابل چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15 \end{cases}$$

(۱) ۲۶۰

(۲) ۲۷۰

(۳) ۲۸۰

(۴) ۲۹۰

۷۱- فرض کنید سکه‌ای سالم را ۱۲ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه تعداد شیرها دو برابر تعداد خطها باشد کدام است؟

(۱)  $\frac{924}{2^{12}}$

(۲)  $\frac{495}{2^{12}}$

(۳)  $\frac{55}{2^{10}}$

(۴)  $\frac{33}{2^{11}}$

۷۲- فرض کنید  $A_1, A_2, \dots, A_n$  پیشامدهای مستقلی باشند به طوری که برای هر  $i = 1, \dots, n$  داشته باشیم  $P(A_i) = \frac{1}{2}$

احتمال اینکه حداقل یکی از  $A_i$  ها رخداد کدام است؟

$$\frac{n-1}{2^n} \quad (1)$$

$$\frac{n}{2^n} \quad (2)$$

$$\frac{n-2}{2^n} \quad (3)$$

$$\frac{n+1}{2^n} \quad (4)$$

۷۳- احتمال انتخاب یک متنه سالم  $p$  می‌باشد.  $A$  و  $B$  به ترتیب آنقدر متنه آزمایش می‌کنند تا یک متنه سالم بدست آید.

احتمال اینکه  $A$  قبل از  $B$  موفق شود چقدر است؟

$$\frac{1}{2-p} \quad (1)$$

$$\frac{2}{p-2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{p+2} \quad (3)$$

$$\frac{p}{2} \quad (4)$$

۷۴- احتمال اینکه استاد درس در هر جلسه کوئیز بگیرد  $\frac{3}{5}$  است. اگر یک دانشجو در دو جلسه کلاس غایب شود.

احتمال اینکه حداقل یکی از کوئیزها را از دست داده باشد، کدام است؟

$$\frac{21}{25} \quad (1)$$

$$\frac{16}{25} \quad (2)$$

$$\frac{9}{25} \quad (3)$$

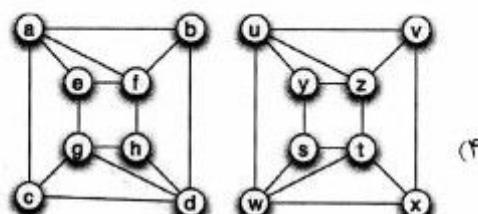
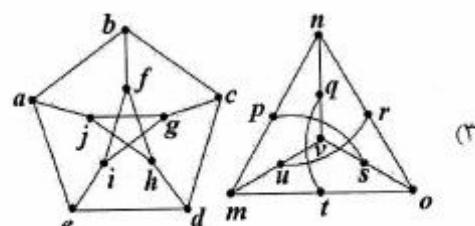
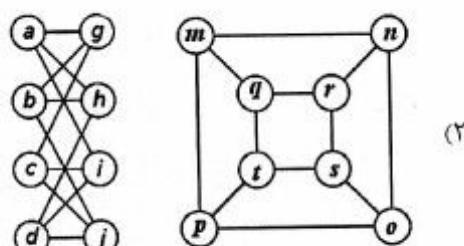
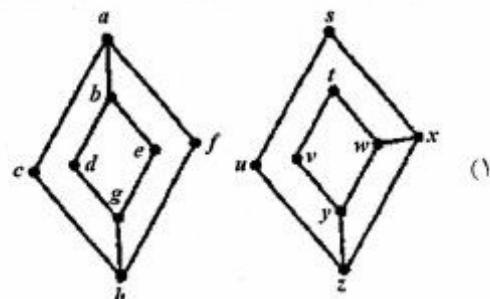
$$\frac{4}{25} \quad (4)$$

- ۷۵ از بین ۵۰ مرد و ۴۰ زن ۱۰ نفر به تصادف انتخاب می‌شوند. سپس از بین ۱۰ نفر، یک نفر به تصادف به عنوان رهبر گروه انتخاب می‌شود. چقدر احتمال دارد رهبر گروه زن باشد؟

(۱)  $\frac{1}{3}$   
 (۲)  $\frac{4}{9}$   
 (۳)  $\frac{4}{10}$   
 (۴)  $\frac{1}{2}$

دروس تخصصی ۱ (مبانی ترکیبات، ساختمندان داده‌ها و الگوریتم‌ها، مبانی نظریه محاسبه، مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها):

- ۷۶ همه گراف‌های داده شده در زیر، یکریخت (ایزومورف) هستند، به جز:



- ۷۷- می خواهیم ۱۳ آبنبات یکسان را بین ۳ کودک تقسیم کنیم به طوریکه اولاً هیچ کودکی بدون آبنبات نماند و ثانیاً تعداد آبنبات‌های کودک کوچکتر، از هر یک از دو کودک دیگر بیشتر، اما از مجموع آبنبات‌های آن‌ها کمتر باشد. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟

- (۱) ۵
- (۲) ۸
- (۳) ۱۰
- (۴) ۲۲

- ۷۸- فرض کنید ۱ و ۷ دو رأس متمایز از گراف کامل ۶ رأسی  $K_6$  باشند. چند مسیر بین ۱ و ۷ وجود دارد؟

- (۱) ۴۱
- (۲) ۵۳
- (۳) ۶۰
- (۴) ۶۵

- ۷۹- فرض کنید  $G$  گرافی  $n+1$  رأسی باشد که با حذف هر رأس آن، دوبخشی می‌شود. کدام گزینه درخصوص  $G$  همواره درست است؟  
 ۱) دوبخشی است.  
 ۲) مسطح است.

- (۳) تعداد یال‌های  $G$  کمتر از  $\frac{n^2}{4} + n + 1$  است.
- (۴) متمم  $G$  دارای رأسی با درجه ۰ است.

- ۸۰- اگر  $f(x) = \frac{1}{(1-x)^n}$  تابع مؤلفه دنباله  $\{a_n\}_{n \geq 0}$  باشد،  $a_n$  کدام است؟  
 ۱)  $n^2 + 1$   
 ۲)  $\binom{n}{2}$   
 ۳)  $\binom{n+2}{2}$   
 ۴)  $\binom{n+1}{2} + 1$

- ۸۱- فرض کنید  $G$  یک گراف همبلتونی  $n$  رأسی باشد که درجه هر رأس آن برابر با ۳ است. کدام گزینه درخصوص  $G$  نادرست است؟

- (۱) یال‌های  $G$  را می‌توان به صورت اجتماع سه تطابق یال - مجزا افزای کرد.
- (۲) عدد رنگی یالی  $G$  برابر با ۴ است.

- (۳) تعداد یال‌های  $G$  ،  $\frac{3n}{2}$  است.
- (۴) رأس برشی ندارد.

-۸۲- تعداد توابع  $\{f : \{1, \dots, 9\} \rightarrow \{1, 2, 3\}\}$  که دارای برد ۲ عضوی هستند، کدام است؟

(۱) ۱۵۲۴

(۲) ۱۵۳۰

(۳) ۱۵۳۶

(۴) ۱۵۴۲

-۸۳- فرض کنید در دنباله  $\{a_n\}_{n \geq 1}$  بین جمله  $a_{100}$  و  $a_{105}$  رابطه  $3^5 a_{100} - a_{105} = 5^7 \times 3^{105}$  برقرار باشد، کدام مورد می‌تواند رابطه بازگشتی بین اعضای این دنباله را نشان دهد؟

$$a_{n+1} = 3a_n + 5 \quad (1)$$

$$a_{n+1} = 3a_n + 3^5 \quad (2)$$

$$a_{n+1} = 3a_n + 5^7 \quad (3)$$

$$a_{n+1} = 5a_n - 9a_{n-1} \quad (4)$$

-۸۴- تعداد توابع صعودی از  $\{1, 2, 3, 4\}$  به  $\{1, 2, 3\}$  کدام است؟

(۱) ۱۵

(۲) ۲۰

(۳) ۲۴

(۴) ۳۴

-۸۵- فرض کنید ۶ امتحان داریم که از ۱ تا ۶ شماره‌گذاری شده و به صورت زیر دانشجوی مشترک دارند. حداقل روزهای لازم برای برگزاری امتحان‌ها به طوری که هیچ دانشجویی در یک روز بیش از یک امتحان نداشته باشد، کدام است؟

۱,۲ ۱,۳ ۱,۵

۲,۳ ۲,۶ ۴,۵ ۳,۴

۳,۶ ۳,۵ ۶,۵

(۱) ۶

(۲) ۵

(۳) ۴

(۴) ۳

-۸۶- فرض کنید در حرکت صفحه  $xy$  هر گام حرکت به یکی از سه صورت زیر باشد:

الف: انتقال به بالا با بردار  $(0, 1)$ ب: انتقال به راست با بردار  $(1, 0)$ ج: انتقال قطری با بردار  $(1, 1)$ 

به چند طریق می‌توان از  $(0, 0)$  به  $(5, 5)$  رسید مشروط بر آنکه دقیقاً ۲ گام حرکت، قطری باشد؟

(۱) ۵۶۰

(۲) ۶۵۰

(۳) ۷۸۰

(۴) ۸۷۰

-۸۷- دنباله  $\{a_n\}_{n \geq 0}$  در شرایط اولیه  $a_0 = 1$  و  $a_1 = 2$  و  $a_2 = 0$  و به ازای  $n \geq 3$  در رابطه زیر صدق می‌کند. مقدار  $a_{100}$  برابر کدام گزینه است؟

$$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} - a_{n-3}$$

$$\frac{1}{3}(8 - 2^{96}) \quad (1)$$

$$\frac{1}{3}(8 - 2^{97}) \quad (2)$$

$$\frac{1}{3}(7 - 2^{96}) \quad (3)$$

$$\frac{1}{3}(7 - 2^{97}) \quad (4)$$

-۸۸- تعداد ۱۳ درخت ۶ رأسی روی صفحه کاغذ رسم شده‌اند. کدام حکم در مورد آن‌ها قطعاً درست است؟

(۱) حداقل ۳ تا از آن‌ها یکریختند.

(۲) حداقل ۴ تا از آن‌ها یکریختند.

(۳) ممکن است هر دو تا از آن‌ها غیر یکریخت باشند.

(۴) به ازای هر درخت ۶ رأسی دلخواه  $T$  با یکی از درخت‌های رسم شده یکریخت است.

کدام گزینه نادرست است؟

(۱) از میان هر ۱۰۰۰ عدد صحیح متوالی حداقل یکی بر ۱۰۰۰ بخشیدیز است.

(۲) اگر ۷ رنگ برای جلد کردن ۵۰ دفتر به کار ببرد شود، جلد حداقل ۸ دفتر همنگ خواهد بود.

(۳) از بین ۱۰۰ کتاب که مجموعاً ۹۷۵۴۳ صفحه دارند، حداقل یکی دارای بیش از ۹۷۵ صفحه است.

(۴) می‌توان دنباله‌ای صعودی مانند  $a_1 < a_2 < \dots < a_{45} \leq 1$  از اعداد صحیح ساخت به‌طوریکه به ازای هر

$$a_i - a_j \leq 13 \quad i, j \leq 30$$

-۹۰- تعداد ۱۷ نفر هر روز دور هم پشت یک میز گرد ناهار صرف می‌کنند، به طوری که هر فرد کنار دو نفری می‌نشینند

که در روزهای پیش کنار آن‌ها ننشسته بود. این کار را چند روز می‌توان ادامه داد؟

۱۶ (۱)

۱۴ (۲)

۹ (۳)

۸ (۴)

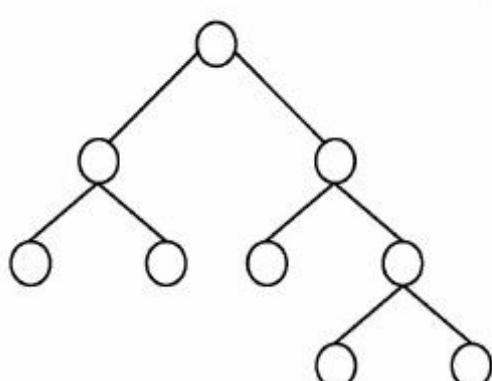
-۹۱- به چند حالت می‌توان اعداد ۱ تا ۹ را در گره‌های درخت دودویی زیر قرار داد، به طوری که عدد هر گره از اعداد فرزندان آن بزرگتر باشد؟ (تکرار اعداد مجاز نیست)

۹۸۲ (۱)

۸۹۶ (۲)

۶۴۸ (۳)

۵۱۲ (۴)



- ۹۲- پیمایش پس‌ترتیب یک درخت جستجوی دودویی DEBFCA بوده است. پیمایش پیش‌ترتیب آن کدام است؟

ABFCDE (۱)

ABDCEF (۲)

ABDEC (۳)

ADBFEC (۴)

- ۹۳- در الگوریتم mergesort در هر مرحله لیست را به نسبت ۹ به ۱ تقسیم می‌کنیم. یعنی یک قسمت ۹ برابر قسمت دیگر است و سپس در مرحله ترکیب، این دو لیست با هم ادغام می‌شوند. در این حالت پیچیدگی الگوریتم از چه مرتبه‌ای است؟

$\Theta(n^2)$  (۱)

$\Theta(n^{7/4})$  (۲)

$\Theta(n \log n)$  (۳)

$\Theta(n^2 \log n)$  (۴)

- ۹۴- یک ساختار داده‌ای، عمل insert را حمایت می‌کند به طوری که یک دنباله از  $n$  عمل insert به اندازه  $\Theta(n \log n)$  در بدترین حالت زمان می‌برد. زمان worst - case عمل insert به ترتیب از راست به چپ) کدام است؟

$\Theta(n \log n)$  و  $\Theta(n)$  (۱)

$\Theta(\log n)$  و  $\Theta(n)$  (۲)

$\Theta(\log n)$  و  $\Theta(\log n)$  (۳)

$\Theta(n \log n)$  و  $\Theta(\log n)$  (۴)

- ۹۵- فرض کنید دنباله  $S = [x_1, \dots, x_n]$  از اعداد مثبت صحیح داده شده است. می‌خواهیم یک زیردنباله sum =  $x_{i_1} + x_{i_2} + \dots + x_{i_j}$  که  $i_1 < i_2 < \dots < i_j$  است را پیدا کنیم که مقدار  $x_{i_1} + x_{i_2} + \dots + x_{i_j}$  ماکزیمم باشد. برای یافتن مقدار sum چه روشنی از نظر زمانی مناسب‌ترین است؟

Greedy (۱)

Dynamic Programming (۲)

Brute force (۳)

Divide and conquer (۴)

- ۹۶- می‌خواهیم در یک آرایه  $n$  تایی نامرتب، عنصری که حداقل  $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$  بار تکرار شده است را بیابیم. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) الگوریتمی با هزینه حداقل  $O(n)$  وجود دارد.

(۲) الگوریتمی با هزینه حداقل  $O(\sqrt{n})$  وجود دارد.

(۳) بهترین الگوریتم با زمان اجرای میانگین  $O(n)$  و مبتنی بر درهم‌سازی است.

(۴) بهترین الگوریتم با زمان اجرای میانگین  $O(n \log n)$  و مبتنی بر مرتب‌سازی است.

۹۷- الگوریتم زیر آدرس ریشه یک درخت دودویی را به عنوان ورودی می‌گیرد و با استفاده از یک پشته آن را پیمایش می‌کند. پیمایش انجام شده کدام است؟

```
void Traverse(p) {
    push(p)
    while(stack is not empty){
        q=pop()
        if(q!=null){
            push(q->left)
            print(q->data)
            push(q->right)
        }
    }
}
```

- (۱) پیمایش inorder
- (۲) پیمایش preorder
- (۳) برعکس پیمایش inorder
- (۴) برعکس پیمایش preorder

۹۸- اگر s آدرس شروع یک لیست متصل غیرتنهی باشد، الگوریتم زیر با فراخوانی  $s = w(null, s, s)$  چه عملی روی این لیست انجام می‌دهد؟

```
w(m,t,s){
    if(t->link!=null){
        s=w(t,t->link,s)
    }
    else s=t
    t->link=m
    return(s)
}
```

- (۱) لیست متصل را دایره‌ای می‌کند.
- (۲) لیست متصل را برعکس می‌کند.
- (۳) لیست متصل را به دو لیست تبدیل می‌کند.
- (۴) لیست متصل را به گره‌های بدون اتصال تبدیل می‌کند.

۹۹- فرض کنید گراف کامل وزن دار  $G=(V,E)$  که در آن وزن یال  $i$  ام برابر  $\alpha$  امین عدد در دنباله فیبوناچی (با شروع از ۱) داده شده باشد. تعداد درختان پوشای مینیمم برای  $G$  چند است؟

- (۱)  $|V|$
- (۲)  $|V| \times |E|$
- (۳) ۲
- (۴) ۱

۱۰۰- همه جملات زیر صحیح‌اند، به غیر از:

- (۱) اگر  $T$  یک درخت پوشای می‌نیم گراف  $G$  باشد، آنگاه برای هر جفت از رئوس  $s$  و  $t$ ، کوتاه‌ترین مسیر از  $s$  به  $t$  در گراف  $G$  لزوماً یک مسیر از  $s$  به  $t$  در درخت  $T$  نیست.
- (۲) اگر  $T$  یک درخت پوشای می‌نیم گراف  $G$  باشد، آنگاه مسیر بین هر جفت رئوس  $s$  و  $t$  در درخت  $T$  لزوماً یک کوتاه‌ترین مسیر در گراف  $G$  نیست.
- (۳) هر درخت جستجوی دودویی با  $n$  گره دارای عمق  $O(\log n)$  است.
- (۴) زمان جستجوی یک کلید در درخت جستجوی دودویی لزوماً  $O(\log n)$  نیست.

- اگر اعداد زیر از چپ به راست در یک هرم مینیمم درج شوند ارتفاع این هرم کدام است؟

۲۰ ، ۱۳ ، ۵ ، ۷ ، ۱۴ ، ۳ ، ۲ ، ۱ ، ۱۷ ، ۶ ، ۱۲ ، ۱۵ ، ۸ ، ۹ ، ۴ ، ۱۱ ، ۱۹

- ۵ (۱)  
۶ (۲)  
۷ (۳)  
۸ (۴)

۱۰۲- یک لیست نامرتب دارای  $n$  عنصر است. با این فرض که  $n$  زوج است، کدام گزینه نشان‌دهنده تعداد مقایسه‌های لازم برای تعیین بزرگترین و کوچکترین عنصر در لیست می‌باشد؟

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + 2 \quad (1)$$

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + 1 \quad (2)$$

$$T(n) = 2\lceil \log_2 n \rceil + 1 \quad (3)$$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + \log_2 n - 1 \quad (4)$$

۱۰۳- فرض کنید گراف  $G = (V, E)$  داده شده باشد. بهترین زمان برای یافتن یک درخت پوشای برای این گراف کدام است؟

- $O(|E|)$  (۱)  
 $O(|V|)$  (۲)  
 $O(|E| \times \log |E|)$  (۳)  
 $O(|V| \times |E|)$  (۴)

۱۰۴- فرض کنید فایلی شامل کاراکترهای a تا f با تعداد تکرار داده شده به صورت جدول زیر باشد. اگر از روش هافمن برای فشرده‌سازی این فایل استفاده شود، اندازه فایل فشرده شده چند بیت خواهد بود؟

کاراکتر	a	b	c	d	e	f
تعداد تکرار	۱۰	۷	۱۵	۶	۳	۲

- ۹۶ (۱)  
۱۰۲ (۲)  
۱۸۲ (۳)  
۳۴۴ (۴)

- ۱۰۵ - کدام گزینه صحیح است؟

(TSP) مخفف مسئله فروشنده دوره‌گرد و HC مخفف مسئله دور همیلتونی است)

$$\text{SAT} \leq_p \text{HC} \leq_p \text{Clique} \leq_p \exists \text{SAT} \quad (1)$$

$$\text{SAT} \leq_p \exists \text{SAT} \leq_p \text{TSP} \leq_p \text{Clique} \quad (2)$$

$$\text{SAT} \leq_p \exists \text{SAT} \leq_p \text{Clique} \leq_p \text{Vertex Cover} \quad (3)$$

$$\exists \text{SAT} \leq_p \text{Clique} \leq_p \text{HC} \leq_p \text{Vertex Cover} \quad (4)$$

\*\*\* (در سوال‌های ۱۰۶ الی ۱۲۰،  $\lambda$  رشته به طول صفر است.)

- ۱۰۶ - کدام گزینه زبان  $L_1 = \left\{ w \mid w \in \{a,b\}^*, |w| \bmod 3 \geq 1 \right\}$  را بر حسب زبان‌های زیر بیان می‌کند؟

$$L_2 = \{a, b\}, L_3 = \{aa, ab, ba, bb\}$$

$$L_4 = \{aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb\}$$

$$L_1 = L_4^* L_2 \cup L_3 \quad (1)$$

$$L_1 = L_4^* L_2 L_3 \quad (2)$$

$$L_1 = L_4^* L_2 \cup L_4^* L_3 \quad (3)$$

$$L_1 = L_4^* L_2^* L_3^* \quad (4)$$

- ۱۰۷ - یک اutomaton متناهی قطعی کمینه برای زبان  $a^n^*$  بر روی الفبای  $\Sigma$  دارای چند حالت است؟

(۱)  $n$  حالت

(۲)  $n+1$  حالت

(۳)  $n+2$  حالت

(۴) تعداد حالات وابسته به اندازه  $\Sigma$  است.

- ۱۰۸ - عبارت منظم معادل اautomaton متناهی قطعی زیر کدام است؟

$$(0+1)^* 011 \quad (1)$$

$$(0+1)^* (011)^+ \quad (2)$$

$$((0+1)^* 011)^* \quad (3)$$

$$(0+1)^* 011 (0+1)^* \quad (4)$$

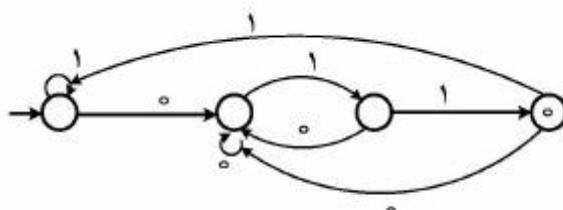
- ۱۰۹ - کدام عبارت صحیح است؟

(۱) زبان‌های نامنظم تحت مکمل بسته هستند و زبان‌های غیرمستقل از متن تحت مکمل بسته هستند.

(۲) زبان‌های نامنظم تحت مکمل بسته هستند و زبان‌های غیرمستقل از متن تحت مکمل بسته نیستند.

(۳) زبان‌های نامنظم تحت مکمل بسته نیستند و زبان‌های غیرمستقل از متن تحت مکمل بسته هستند.

(۴) زبان‌های نامنظم تحت مکمل بسته نیستند و زبان‌های غیرمستقل از متن تحت مکمل بسته نیستند.





- ۱۱۶- اutomaton متناهی قطعی  $M$  با  $n$  حالت مفروض است. زبان  $L$  شامل تمام رشته‌هایی است که  $M$  به ازای آن رشته‌ها از تمام حالات پذیرش خود گذر می‌کند. کدام گزینه در مورد  $L$  صحیح است؟
- (۱)  $L$  همواره منظم است.
  - (۲) برای  $1 < n$  زبان  $L$  لزوماً منظم نیست.
  - (۳) زبان  $L$  ممکن است مستقل از متن نباشد.
  - (۴) زبان  $L$  همواره مستقل از متن است ولی لزوماً منظم نیست.
- ۱۱۷- یک ماشین تورینگ قطعی را در نظر بگیرید که فقط هنگام حرکت به سمت راست محتوای نوار را تغییر می‌دهد. توان محاسباتی این نوع ماشین تورینگ با کدامیک از رده‌های زیر هم ارز است؟
- (۱) اutomaton پشته‌ای قطعی
  - (۲) اautomaton پشته‌ای غیرقطعی
  - (۳) ماشین تورینگ قطعی (بدون این محدودیت)
  - (۴) اautomaton خطی محدود (LBA)
- ۱۱۸- برای حل یک مسأله  $P$  یک الگوریتم داریم که به ازای هر نمونه دلخواه از مسأله  $P$  جواب آن را به دست می‌آورد. کدام گزینه در مورد این الگوریتم صحیح است؟
- (۱) لزوماً این الگوریتم قابل اجرا روی یک ماشین تورینگ قطعی نیست.
  - (۲) این الگوریتم را می‌توان بر روی یک اautomaton خطی محدود (LBA) اجرا کرد.
  - (۳) فقط می‌توان این الگوریتم را روی ماشین تورینگ جهانی (Universal) اجرا کرد.
  - (۴) این الگوریتم را می‌توان بر روی یک ماشین تورینگ قطعی اجرا کرد ولی لزوماً قابل اجرا روی LBA نیست.
- ۱۱۹- کدام گزینه در مورد گرامر دلخواه  $G(\Sigma, V, S, P)$  که هر قاعده آن به صورت  $\alpha \rightarrow \beta | \gamma$  است که  $\alpha$  و  $\beta$  شامل حداقل یک متغیر است، صحیح است؟
- (۱)  $L(G)$  توسط یک اautomaton متناهی پذیرفته می‌شود.
  - (۲)  $L(G)$  توسط یک LBA پذیرفته می‌شود ولی لزوماً توسط یک ماشین پشته‌ای پذیرفته نمی‌شود.
  - (۳)  $L(G)$  توسط یک ماشین تورینگ قطعی پذیرفته می‌شود ولی لزوماً توسط یک LBA پذیرفته نمی‌شود.
  - (۴)  $L(G)$  توسط یک ماشین پشته‌ای پذیرفته می‌شود ولی لزوماً توسط یک اautomaton متناهی پذیرفته نمی‌شود.
- ۱۲۰- ماشین تورینگ  $T$  مفروض است که به ازای تمام ورودی‌ها بر روی نوار آن، فقط از بخش ثابتی از حافظه خود تغییر ایجاد می‌کند. کدام گزینه در مورد زبان  $T$  صحیح است؟
- (۱)  $L(T)$  متناهی است.
  - (۲)  $L(T)$  مستقل از متن است.
  - (۳)  $L(T)$  منظم است ولی لزوماً متناهی نیست.
- ۱۲۱- فرض کنید  $\uparrow$  روابط NAND باشد. چه تعداد از موارد زیر درست است؟
- $\uparrow$  شرکت پذیر است.
  - $\uparrow$  جابه‌جاوی است.
  - هر رابط ۳-موضعی را می‌توان بر حسب  $\uparrow$  نوشت.
- (۱)
  - (۲)
  - (۳)
  - (۴)

۱۲۲- جمله  $(p \vee q) \rightarrow r$  کدام یک از جمله‌های زیر را نتیجه می‌دهد؟

$$(q \rightarrow p) \rightarrow r \quad (1)$$

$$p \rightarrow (q \rightarrow r) \quad (2)$$

$$(p \rightarrow q) \rightarrow r \quad (3)$$

$$(\neg p \rightarrow r) \wedge (\neg q \rightarrow r) \quad (4)$$

۱۲۳- جدول ارزش‌ها را برای جمله  $s \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$  تشکیل داده‌ایم. چند ۱ در ستون مربوط به آن دیده می‌شود؟

۶ (۱)

۷ (۲)

۸ (۳)

۹ (۴)

۱۲۴- کدام یک از همارزی‌های منطقی زیر نادرست است؟

$$(\neg p \rightarrow q) \rightarrow r \equiv (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \quad (1)$$

$$(p \wedge q) \rightarrow \neg r \equiv (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r \quad (2)$$

$$p \rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \quad (3)$$

$$p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r \quad (4)$$

۱۲۵- کدام یک از مجموعه‌های زیر ناسازگار است؟

$$\{p_1, p_2, \neg(p_1 \wedge \neg p_2)\} \quad (1)$$

$$\{p_1, \neg p_2, \neg p_1 \rightarrow p_2\} \quad (2)$$

$$\{\neg p_1, \neg p_2, (p_1 \vee p_2) \rightarrow \neg p_1\} \quad (3)$$

$$\{\neg p_1, p_2, (p_1 \vee \neg p_2) \leftrightarrow p_2\} \quad (4)$$

۱۲۶- چه تعداد از مجموعه‌های زیر سازگار است؟

$\{A | v(A) = T\}$  یک ارزش‌گذاری مشخص است.

$\{A | v(A) = F\}$  ارزش‌گذاری  $v$  موجود است به طوری که

$\{A | B | \neg A\}$  یک فرمول گزاره‌ای سازگار مشخص است.

۰ (۱)

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

۱۲۷ - همه فرمول‌های داده شده، منطقاً معتبر هستند، به غیر از:

$$\exists x_1 R(x_1, x_1) \rightarrow \exists x_1 \exists x_2 R(x_1, x_2) \quad (1)$$

$$\forall x_1 R(x_1, x_1) \rightarrow \forall x_2 R(x_2, x_2) \quad (2)$$

$$\forall x_1 \forall x_2 R(x_1, x_2) \rightarrow \forall x_1 R(x_1, x_1) \quad (3)$$

$$\exists x_1 \exists x_2 R(x_1, x_2) \rightarrow \exists x_1 R(x_1, x_1) \quad (4)$$

۱۲۸ - در تعبیر حسابی، ارزش‌گذاری  $g(g(x_1, \circ), h(f(\circ), f(x_5))) = i + 1$ ، به ترتیب (f)، g و h به ترتیب نمادهای تالی، جمع و ضرب هستند؟

۱۴ (۱)

۱۵ (۲)

۱۶ (۳)

۱۷ (۴)

۱۲۹ - تعداد موردهای آزاد متغیرها در فرمول زیر کدام است؟

$$(\forall x_1) [\forall x_2 A_1^T(x_1, x_2) \rightarrow \forall x_1 A_1^T(x_2, x_1)]$$

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۳۰ - چه تعداد از خواص زیر از اعداد طبیعی، مرتبه اول نیست؟

$x$  عددی اول است. -

$x$  مربع کامل است. -

$x$  بزرگترین ریشه معادله چندجمله‌ای درجه دو با ضرایب واحد است. -

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۳۱ - چه تعداد از مفاهیم زیر در نظریه مجموعه‌های مرتبه اول (ZF) قابل بیان نیست؟

X خوش ترتیب است. -

X یک تابع است. -

X نامتناهی است. -

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۳۲- اگر  $\Sigma$  یک مجموعه سازگار بیشینه از گزاره‌ها و  $A$  یک گزاره دلخواه باشد، آنگاه  $\{A\} \cup \Sigma$  لزوماً:

- (۱) سازگار است.
- (۲) ناسازگار است.
- (۳) ناسازگار یا تمام است.
- (۴) تمام نیست.

۱۳۳- چه تعداد از مجموعه‌های زیر شمارای نامتناهی است؟

- مجموعه همه گوی‌های به شعاع واحد در فضا
- مجموعه همه دنباله‌های حقیقی مقدار
- رده همارزی  $\sqrt{2}$  تحت رابطه همارزی  $\sim$  روی اعداد حقیقی:

$$a \sim b \Leftrightarrow a - b \in Q$$

◦ (۱)  
۱ (۲)  
۲ (۳)  
۳ (۴)

۱۳۴- کدام یک از مجموعه اصول زیر تضمین‌کننده وجود مجموعه ناشمارا است؟

- (۱) توان و اجتماع
- (۲) اجتماع و زوج‌سازی
- (۳) انتخاب و وجود مجموعه نامتناهی
- (۴) توان و وجود مجموعه نامتناهی

۱۳۵- جمع اردیналی  $1 + 1 + \omega + \omega + 1$  کدام است؟

◦ (۱)  
 $\omega + 1$  (۲)  
 $\omega + 2$  (۳)  
 $\omega + 3$  (۴)

دروس پایه ۲ (ریاضیات عمومی، مبانی آنالیز عددی، مبانی احتمال، مبانی کامپیوتر، ریاضیات گسسته):

۱۳۶- مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \frac{2\pi}{n} + \cos \frac{4\pi}{n} + \cos \frac{6\pi}{n} + \dots + \cos \frac{2(n-1)\pi}{n}$  کدام است؟

-1 (۱)  
◦ (۲)  
1 (۳)  
 $\infty$  (۴)

۱۳۷- مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\frac{1}{e^n}}{n^2 + \frac{1}{n}} + \frac{\frac{2}{e^n}}{n^2 + \frac{2}{n}} + \dots + \frac{\frac{n}{e^n}}{n^2 + \frac{n}{n}} \right)$  کدام است؟

◦ (۱)  
 $e$  (۲)  
1 (۳)  
 $e-1$  (۴)

- ۱۳۸- کدام گزینه سری توانی تابع  $f(x) = \frac{x^r}{(1+rx^r)^r}$  است؟

$$\sum_{n=0}^{\infty} r^n x^{rn+r} \quad (1)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n r^n x^{rn+r} \quad (2)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} r^{n-1} n x^{rn+r} \quad (3)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} r^{n-1} n^r x^{rn+r} \quad (4)$$

- ۱۳۹- اگر تابع  $g$  وارون تابع  $y = x^x$  باشد آنگاه مقدار حد  $\lim_{y \rightarrow \infty} \frac{g(y) \ln(\ln y)}{\ln y}$  کدام است؟

۰ (۱)

۱ (۲)

$\infty$  (۳)

وجود ندارد. (۴)

- ۱۴۰- مقدار  $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \int_{\alpha}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx$  کدام است؟

۰ (۱)

$\frac{1}{e}$  (۲)

$\ln r$  (۳)

$e$  (۴)

- ۱۴۱- اگر  $x = \int_0^y \frac{1}{\sqrt{1+5t^2}} dt$  به  $y$  کدام است؟

$\frac{1}{5}$  (۱)

۱ (۲)

$5$  (۳)

$10$  (۴)

۱۴۲ - اگر  $\alpha > 0$  مقدار  $\int_0^\infty x^r e^{-\alpha x^r} dx$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4\alpha}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$   
 (۲)  $\frac{1}{2\alpha}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$   
 (۳)  $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$   
 (۴)  $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$

۱۴۳ - هرگاه  $p$  و  $q$  اعداد حقیقی و مثبت و  $p \leq q$  آنگاه ...

- (۱)  $p > 1, q > 1$   
 (۲)  $p \leq 1 < q$   
 (۳)  $p < 1, q < 1$   
 (۴)  $p < 1 < q$

۱۴۴ - مقدار ماکزیمم تابع  $f(x, y, z) = xy^r z^s$  بر رویه  $x > 0, y > 0, x + y + z = r$  کدام است؟

- (۱) ۱۰۶  
 (۲) ۱۰۸  
 (۳) ۱۰۹  
 (۴) ۱۱۰

۱۴۵ - مساحت رویه حاصل از دوران منحنی قطبی  $r = 1 + \cos \theta$  حول محور  $x$  ها کدام است؟

- (۱)  $\frac{64\pi}{5}$   
 (۲)  $\frac{32\pi}{5}$   
 (۳)  $\frac{16\pi}{5}$   
 (۴)  $\frac{8\pi}{5}$

۱۴۶ - خم  $r(t) = (t^r + 2t, 2t^r - 2t^r)$  در چه نقطه‌ای دارای مماس افقی است؟

- (۱) فقط  $(3, -1)$   
 (۲)  $(0, 0)$  و  $(-1, -3)$   
 (۳)  $(-1, -5)$  فقط  
 (۴)  $(0, 0)$  و  $(3, -1)$

- ۱۴۷- اگر  $x$  و  $y$  متغیرهای مستقل از هم و همجنین  $u$  و  $v$  نسبت به هم مستقل باشند و  $x = u + v$  و  $y = uv^2$ , آنگاه

$$\frac{\partial v}{\partial x} \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{v}{3v - 2x} \quad (1)$$

$$\frac{v}{v - 2x} \quad (2)$$

$$\frac{v}{v + 2x} \quad (3)$$

$$\frac{v}{3v + 2x} \quad (4)$$

- ۱۴۸- حجم ناحیه محصور به درون کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 4(1-z)$  و سه‌میگون  $x^2 + y^2 = 4$  که شامل مبدأ نیست، کدام است؟

$$\frac{5\pi}{3} \quad (1)$$

$$\frac{10\pi}{3} \quad (2)$$

$$5\pi \quad (3)$$

$$10\pi \quad (4)$$

- ۱۴۹- اگر  $\vec{F} = (z^2 - x)\vec{i} + xy\vec{j} + 3z\vec{k}$  یک میدان برداری و سطح  $S$  قسمتی از رویه،  $z \geq 0$ ,  $z = 4 - y^2$ , بین صفحات

$\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} d\sigma$  قائم یکه رویه بالای  $S$  (در جهت مثبت محور  $z$  ها) باشد، مقدار انتگرال سطح

کدام است؟

$$144 \quad (1)$$

$$143 \quad (2)$$

$$145 \quad (3)$$

$$146 \quad (4)$$

- ۱۵۰- فرض کنید  $a$  عدد حقیقی و غیرصفر و  $a$  گرد شده  $\hat{a}$  به نزدیکترین عدد ماشین در یک دستگاه معیز شناور در مبنای  $\beta$  با طول ماتریس  $t$  است. اگر  $e$  نمای  $\beta$  در نمایش  $a$  در این دستگاه باشد، آنگاه  $\delta(a) = \hat{a}$ , یعنی خطای نسبی  $a$ , در کدام نامساوی صدق می‌کند؟

$$\delta(a) \leq \frac{1}{\gamma} \beta^{1-t} \quad (1)$$

$$\delta(a) \leq \frac{1}{\gamma} \beta^{e-t} \quad (2)$$

$$\delta(a) > \frac{1}{\gamma} e^{1-t} \quad (3)$$

$$\delta(a) > \frac{1}{\gamma} \beta^{e-t} \quad (4)$$

۱۵۱ - فرض کنید  $f(\alpha) = 0$  و  $g(x) = x - f(x)f'(x)$  ، تحت چه شرایطی همگرایی دنباله  $\{x_n\}$  با ضابطه

$$[f \in C^r(\mathbb{R}) \text{ به } \alpha \text{ از مرتبه دست کم ۳ است}] \text{ فرض کنید } (x_{n+1} = g(x_n))$$

$$f'''(\alpha) = 0 \text{ و } f''''(\alpha) = 1 \quad (1)$$

$$f''(\alpha) = 0 \text{ و } f''''(\alpha) = 1 \quad (2)$$

$$f''(\alpha) = 0 \text{ و } f'(\alpha) = 1 \quad (3)$$

$$f''(\alpha) = 0 \text{ و } f''''(\alpha) = 1 \quad (4)$$

۱۵۲ - تقریب  $x\sqrt{x}$  در بازه  $[1, 2]$  با قطعه‌های خطی درون‌باب را در نظر بگیرید. بازه  $[1, 2]$  دست کم به چند زیر‌بازه

برابر تقسیم شود تا کران بالای خطای برشی برای درون‌باب‌های خطی روی هر زیر‌بازه بیش از  $3 \times 2^{-7}$  نباشد؟

۱ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۱۰ (۴)

۱۵۳ - فرض کنید  $(l_j(x))_{j=0,1,\dots,n}$  چند جمله‌ای‌های لاگرانژ مبتنی بر نقاط متمایز  $x_0, x_1, \dots, x_n$  هستند با

$n \geq 1$  کدام گزینه صحیح است؟

$$\sum_{j=0}^n |l_j(x)| = 1 \quad (1)$$

$$\sum_{j=0}^n l_j(x) = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{j=0}^n x_j l_j(x) = x^n \quad (3)$$

$$\sum_{j=0}^n x_j^n l_j(x) = x^n \quad (4)$$

۱۵۴ - فرمول  $\frac{4f(x+h) - 4f(x + \frac{h}{2}) + 4f(x)}{h^2}$  یک تخمین برای ..... است. (فرض کنید  $f \in C^r(\mathbb{R})$ )

$o(h^r)$  با خطای برشی (۱)

$o(h)$  با خطای برشی (۲)

$o(h^r)$  با خطای برشی  $f'(x)$  (۳)

$o(h^r)$  با خطای برشی  $f''(x)$  (۴)

۱۵۵- اگر برای محاسبه تخمین  $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$  الگوریتم رامبرگ را با گام  $h = \frac{1}{2}$  و تا دقت از مرتبه  $O(h^4)$  به کار ببریم آن گاه مقدار تقریبی انتگرال کدام است؟

(۱)  $\frac{15}{36}$ (۲)  $\frac{3}{4}$ (۳)  $\frac{25}{36}$ (۴)  $\frac{15}{24}$ 

۱۵۶- قاعده انتگرال گیروی عددی زیر را در نظر بگیرید:

$$\int_0^{4h} f(x)dx = \alpha_1 f(h) + \alpha_2 f(2h) + \alpha_3 f(3h)$$

مقادیر  $\alpha_1$  ،  $\alpha_2$  و  $\alpha_3$  چقدر باشند تا این قاعده برای چند جمله‌ای‌های با حداقل درجه دقیق باشد؟

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \frac{4h}{3} \quad (1)$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{4h}{3}, \alpha_3 = -\frac{4h}{3} \quad (2)$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 3h, \alpha_3 = -2h \quad (3)$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{4h}{3}, \alpha_3 = -\frac{2h}{3} \quad (4)$$

۱۵۷- داده‌های حاصل از یک بررسی مقادیر ۷۰ و ۱۰۰ و سه مقدار دیگر می‌باشند. اگر میانگین ۹۵ و نما ۸۰ باشند.

یکی از این سه مقدار کدام است؟

(۱) ۳۵

(۲) ۶۵

(۳) ۱۳۰

(۴) ۱۴۵

۱۵۸- دستگاه مقابل چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15 \end{cases}$$

(۱) ۲۶۰

(۲) ۲۷۰

(۳) ۲۸۰

(۴) ۲۹۰

- ۱۵۹- جواهرسازی مایل است از ۸ عدد سنگ قیمتی با رنگ‌های مختلف، گردبندی شامل ۵ سنگ و دستبندی شامل ۳ سنگ بسازد. تعیین کنید که این جواهر ساز به چند روش می‌تواند این دستبند و گردبند را بسازد؟

$$\frac{8!}{5! \times 3!} \quad (1)$$

$$\frac{8!}{3!} \times \frac{8!}{5!} \quad (2)$$

$$\frac{8!}{5 \times 3!} \times 2! \quad (3)$$

$$8! \quad (4)$$

- ۱۶۰- فرض کنید سکه‌ای سالم را ۱۲ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه تعداد شیرها دو برابر تعداد خطها باشد کدام است؟

$$\frac{924}{2^{12}} \quad (1)$$

$$\frac{495}{2^{12}} \quad (2)$$

$$\frac{55}{2^{10}} \quad (3)$$

$$\frac{33}{2^{11}} \quad (4)$$

- ۱۶۱- فرض کنید  $A_1, A_2, \dots, A_n$  پیشامدهای مستقلی باشند به‌طوری که برای هر  $i = 1, \dots, n$  داشته باشیم  $P(A_i) = \frac{1}{3}$ . احتمال اینکه حداقل یکی از  $A_i$ ‌ها رخ دهد کدام است؟

$$\frac{n-1}{3^n} \quad (1)$$

$$\frac{n}{3^n} \quad (2)$$

$$\frac{n-2}{3^n} \quad (3)$$

$$\frac{n+1}{3^n} \quad (4)$$

- ۱۶۲- احتمال انتخاب یک مته سالم  $p$  می‌باشد.  $A$  و  $B$  به ترتیب آنقدر مته آزمایش می‌کنند تا یک مته سالم بددست آید.  
احتمال اینکه  $A$  قبل از  $B$  موفق شود چقدر است؟

$$\frac{1}{2-p} \quad (1)$$

$$\frac{2}{p-2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{p+2} \quad (3)$$

$$\frac{p}{2} \quad (4)$$

- ۱۶۳- احتمال اینکه استاد درس در هر جلسه کوئیز بگیرد  $\frac{3}{5}$  است. اگر یک دانشجو در دو جلسه کلاس غایب شود،  
احتمال اینکه حداقل یکی از کوئیزها را از دست داده باشد، کدام است؟

$$\frac{21}{25} \quad (1)$$

$$\frac{16}{25} \quad (2)$$

$$\frac{9}{25} \quad (3)$$

$$\frac{4}{25} \quad (4)$$

- ۱۶۴- از بین ۵۰ مرد و ۴۰ زن، ۱۰ نفر به تصادف انتخاب می‌شوند. سپس از بین این ۱۰ نفر، یک نفر به تصادف به عنوان رهبر گروه انتخاب می‌شود. چقدر احتمال دارد رهبر گروه زن باشد؟

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{4}{9} \quad (2)$$

$$\frac{4}{10} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

۱۶۵ - در زبان C، با اجرای تکه برنامه زیر محتوای متغیر s چه خواهد بود؟ (strlen طول یک رشته را برمی‌گرداند)

```
char s[]="C++";    int i, j, k;
for (i=0, j = strlen (s) -1; i < j/2; ++i, --j)
{
    k = s[i];
    s [i] = s [j];
    s [j] = k;
}
```

C++ (۱)

++C (۲)

+C+ (۳)

C+++C (۴)

۱۶۶ - کدام یک از توابع بازگشتی زیر می‌تواند برای محاسبه  $a \bmod b$  به کار رود؟ (mod برای محاسبه باقیمانده دو عدد استفاده می‌شود)

$$M(a,b)=\begin{cases} 0 & \text{اگر } a < b \\ M(a-b,b)+1 & \text{اگر } a \geq b \end{cases} \quad (۱)$$

$$M(a,b)=\begin{cases} a & \text{اگر } a < b \\ M(a-b,b)+1 & \text{اگر } a \geq b \end{cases} \quad (۲)$$

$$M(a,b)=\begin{cases} a & \text{اگر } a < b \\ M(a-b,b) & \text{اگر } a \geq b \end{cases} \quad (۳)$$

$$M(a,b)=\begin{cases} a & \text{اگر } b=1 \\ a * M(a, b-1) & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (۴)$$

۱۶۷ - فرض کنید آرایه A به طول n فقط دارای مقادیر ۱، ۰، -۱ است. بهترین الگوریتم برای مرتب کردن داده‌های آن بر اساس جابجایی عناصر (نه شمارش عناصر) به ترتیب (از راست به چپ) دارای چه مرتبه‌زمانی و حافظه‌ای است؟

O(log n), O(n) (۱)

O(n), O(n) (۲)

O(l), O(n log n) (۳)

O(1), O(n) (۴)

۱۶۸- کدام یک از الگوریتم‌های مرتبسازی زیر جزء الگوریتم‌های Brute-force محسوب می‌شوند؟

Insertion sort و Merge sort (۱)

Bubble sort و Insertion sort (۲)

Quick sort و Merge sort (۳)

Quick sort و Heap sort (۴)

۱۶۹- الگوریتم زیر چه عملی انجام می‌دهد؟

```
f(P,q,r)
{
    if(q == 0){
        if(r == 0) return P
        return f(r ,q ,P%r)
    }
    return f(P,P% q ,r)
}
```

(۱) بزرگترین مقسوم علیه مشترک P و q و r را برمی‌گرداند.

(۲) خارج قسمت تقسیم P بر q به پیمانه r را برمی‌گرداند.

(۳) باقیمانده P بر q را محاسبه می‌کند و سپس باقیمانده تقسیم این نتیجه بر r را برمی‌گرداند.

(۴) باقیمانده تقسیم P بر q را محاسبه می‌کند و سپس باقیمانده تقسیم r بر این نتیجه را برمی‌گرداند.

۱۷۰- فرض کنید نوع int (Type) نشان دهنده متغیرهای ۳۲ بیتی باشد که در آن برای نمایش اعداد منفی از روش مکمل ۲ استفاده می‌شود. در قطعه کد زیر چند عدد توسط دستور print چاپ می‌شود؟

```
for (int i=1 ; i>=0 ; i=i×2)
```

```
    print(i)
```

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۷۱- اگر y << x نشان دهنده شیفت به چپ x به اندازه y باشد، دستور زیر چه عملی انجام می‌دهد؟

a = a OR (1<< m)

(۱) بیت m متغیر a را یک می‌کند.

(۲) بیت m متغیر a را صفر می‌کند.

(۳) a را تا به چپ شیفت می‌دهد.

(۴) a را تغییر نمی‌دهد.

۱۷۲- الگوریتم زیر چه عملی انجام می‌دهد؟ (& نشان‌دهنده عمل **and** بیتی می‌باشد)

```
int f(int x)
{
    n = 0;
    while(x!=0) {
        x = x & (x-1);
        n=n+1;
    }
    return n;
}
```

(۱) باقیمانده تقسیم  $x - 1$  بر  $x$  را می‌گرداند.

(۲) مشخص می‌کند که  $x$  زوج است یا فرد.

(۳) خارج قسمت تقسیم  $x - 1$  بر  $x$  را می‌گرداند.

(۴) تعداد ۱ های متغیر  $x$  را می‌شمارد.

۱۷۳- می‌خواهیم ۱۳ آبنبات یکسان را بین ۳ کودک تقسیم کنیم به طوریکه اولاً هیچ کودکی بدون آبنبات نماند و ثانیاً تعداد آبنبات‌های کودک کوچکتر، از هر یک از دو کودک دیگر بیشتر، اما از مجموع آبنبات‌های آن‌ها کمتر باشد. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟

۵ (۱)

۸ (۲)

۱۰ (۳)

۲۲ (۴)

۱۷۴- فرض کنید  $u$  و  $v$  دو رأس متمایز از گراف کامل  $K_6$  رأسی باشند. چند مسیر بین  $u$  و  $v$  وجود دارد؟

۴۱ (۱)

۵۳ (۲)

۶۰ (۳)

۶۵ (۴)

۱۷۵- فرض کنید  $G$  گرافی  $n+1$  رأسی باشد که با حذف هر رأس آن، دوبخشی می‌شود. کدام گزینه درخصوص  $G$  همواره درست است؟

(۱) دوبخشی است.

(۲) مسطح است.

(۳) تعداد یال‌های  $G$  کمتر از  $\frac{n^2}{4} + n + 1$  است.

(۴) متمم  $G$  دارای رأسی با درجه ۰ است.

- ۱۷۶- اگر  $f(x) = \frac{1}{(1-x)^n}$  تابع مؤلف دنباله  $\{a_n\}_{n \geq 0}$  باشد، کدام است؟
- (۱)  $n^2 + 1$  (۲)  $\binom{n}{2}$  (۳)  $\binom{n+2}{2}$  (۴)  $\binom{n+1}{2} + 1$

- ۱۷۷- فرض کنید  $G$  یک گراف همیلتونی  $n$  رأسی باشد که درجه هر رأس آن برابر با ۳ است. کدام گزینه درخصوص  $G$  نادرست است؟
- (۱) عدد رنگی یالی  $G$  برابر با ۴ است.  
 (۲)  $G$  رأس برشی ندارد.  
 (۳) تعداد یالهای  $G$  ،  $\frac{3n}{2}$  است.  
 (۴) یالهای  $G$  را می‌توان به صورت اجتماع سه تطبیق یال - مجزا افزایش کرد.

- ۱۷۸- تعداد توابع  $\{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$  که دارای برد ۲ عضوی هستند، کدام است؟
- (۱) ۱۵۲۴ (۲) ۱۵۳۰ (۳) ۱۵۳۶ (۴) ۱۵۴۲

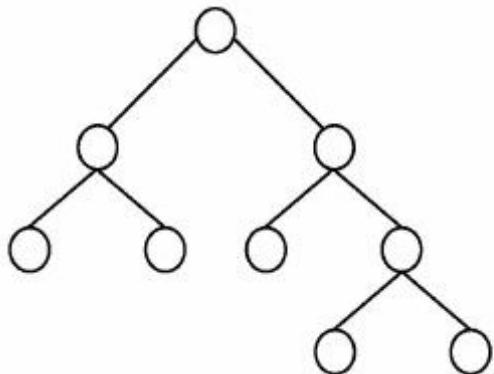
- ۱۷۹- فرض کنید در دنباله  $\{a_n\}_{n \geq 1}$  بین جمله  $a_{100}$  و  $a_{105}$  رابطه  $3^5 a_{100} - a_{105} = 5^3 \times 3^{105}$  برقرار باشد، کدام مورد می‌تواند رابطه بازگشتی بین اعضای این دنباله را نشان دهد؟

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= 3a_n + 5 & (1) \\ a_{n+1} &= 3a_n + 3^5 & (2) \\ a_{n+1} &= 3a_n + 5^3 & (3) \\ a_{n+1} &= 5a_n - 9a_{n-1} & (4) \end{aligned}$$

- ۱۸۰- تعداد توابع صعودی از  $\{1, 2, 3, 4\}$  به  $\{1, 2, 3\}$  کدام است؟
- (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۴ (۴) ۳۴

دروس تخصصی ۲ (ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها، مبانی نظریه محاسبه، تحقیق در عملیات ۱)

۱۸۱- به چند حالت می‌توان اعداد ۱ تا ۹ را در گره‌های درخت دودویی زیر قرار داد، به طوری که عدد هر گره از اعداد فرزندان آن بزرگتر باشد؟ (تکرار اعداد مجاز نیست)



- (۱) ۹۸۲
- (۲) ۸۹۶
- (۳) ۶۴۸
- (۴) ۵۱۲

۱۸۲- پیمایش پس‌ترتیب یک درخت جستجوی دودویی DEBFCA بوده است. پیمایش پیش‌ترتیب آن کدام است؟

- (۱) ABFCDE
- (۲) ABDCEF
- (۳) ABDECDF
- (۴) ADBFEC

۱۸۳- در الگوریتم mergesort در هر مرحله لیست را به نسبت ۹ به ۱ تقسیم می‌کنیم. یعنی یک قسمت ۹ برابر قسمت دیگر است و سپس در مرحله ترکیب، این دو لیست با هم ادغام می‌شوند. در این حالت پیچیدگی الگوریتم از چه مرتبه‌ای است؟

- (۱)  $\Theta(n^2)$
- (۲)  $\Theta(n^{1/4})$
- (۳)  $\Theta(n \log n)$
- (۴)  $\Theta(n^2 \log n)$

۱۸۴- یک ساختار داده‌ای، عمل insert را حمایت می‌کند به طوری که یک دنباله از  $n$  عمل insert به اندازه  $\theta(n \log n)$  در بدترین حالت زمان می‌برد. زمان Amortized و زمان worst - case عمل insert به ترتیب از راست به چپ) کدام است؟

- (۱)  $\theta(n \log n)$  و  $\theta(n)$
- (۲)  $\theta(\log n)$  و  $\theta(n)$
- (۳)  $\theta(\log n)$  و  $\theta(\log n)$
- (۴)  $\theta(n \log n)$  و  $\theta(\log n)$

۱۸۵- فرض کنید دنباله  $S = [x_1, \dots, x_n]$  از اعداد مثبت صحیح داده شده است. می‌خواهیم یک زیردنباله  $sum = x_{i_1} - x_{i_2} + x_{i_3} - \dots \pm x_{i_j}$  که  $A = [x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_j}]$  است را پیدا کنیم که مقدار  $x_{i_1} - x_{i_2} + x_{i_3} - \dots \pm x_{i_j}$  ماکزیمم باشد. برای یافتن مقدار  $sum$  چه روشی از نظر زمانی مناسب‌ترین است؟

Greedy (۱)

Dynamic Programming (۲)

Brute force (۳)

Divide and conquer (۴)

۱۸۶- می‌خواهیم در یک آرایه  $n$  تایی ناموتب، عنصری که حداقل  $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 1$  بار تکرار شده است را بیابیم. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) الگوریتمی با هزینه حداکثر  $O(n)$  وجود دارد.

(۲) الگوریتمی با هزینه حداکثر  $O(\sqrt{n})$  وجود دارد.

(۳) بهترین الگوریتم با زمان اجرای میانگین  $O(n)$  و مبتنی بر درهم‌سازی است.

(۴) بهترین الگوریتم با زمان اجرای میانگین  $O(n \log n)$  و مبتنی بر مرتب‌سازی است.

۱۸۷- الگوریتم زیر آدرس ریشه یک درخت دودویی را به عنوان ورودی می‌گیرد و با استفاده از یک پشته آن را پیمایش می‌کند. پیمایش انجام شده کدام است؟

```
void Traverse(p){  
    push(p)  
    while(stack is not empty){  
        q=pop()  
        if(q!=null){  
            push(q->left)  
            print(q->data)  
            push(q->right)  
        }  
    }  
}
```

(۱) پیمایش inorder

(۲) پیمایش preorder

(۳) برعکس پیمایش inorder

(۴) برعکس پیمایش preorder

- ۱۸۸- اگر  $s$  آدرس شروع یک لیست متصل غیرنهی باشد، الگوریتم زیر با فراخوانی  $s = w(null, s, s)$  چه عملی روی این لیست انجام می‌دهد؟

```
w(m,t,s){  
    if (t → link != null){  
        s = w(t, t → link, s)  
    }  
    else s = t  
    t → link = m  
    return(s)  
}
```

- (۱) لیست متصل را دایره‌ای می‌کند.
- (۲) لیست متصل را برعکس می‌کند.
- (۳) لیست متصل را به دو لیست تبدیل می‌کند.
- (۴) لیست متصل را به گره‌های بدون اتصال تبدیل می‌کند.

- ۱۸۹- فرض کنید گراف کامل وزن دار  $G = (V, E)$  که در آن وزن یال  $i$  ام برابر  $\alpha$  امین عدد در دنباله فیبوناچی (با شروع از ۱) داده شده باشد. تعداد درختان پوشای مینیمم برای  $G$  چند است؟

- |V| (۱)
- |V| × |E| (۲)
- ۲ (۳)
- ۱ (۴)

- ۱۹۰- همه جملات زیر صحیح‌اند، به غیر از:

- (۱) اگر  $T$  یک درخت پوشای مینیمم گراف  $G$  باشد، آنگاه برای هر جفت از رئوس  $s$  و  $t$ ، کوتاهترین مسیر از  $s$  به  $t$  در گراف  $G$  لزوماً یک مسیر از  $s$  به  $t$  در درخت  $T$  نیست.
- (۲) اگر  $T$  یک درخت پوشای مینیمم گراف  $G$  باشد، آنگاه مسیر بین هر جفت رئوس  $s$  و  $t$  در درخت  $T$  لزوماً یک کوتاهترین مسیر در گراف  $G$  نیست.
- (۳) هر درخت جستجوی دودویی با  $n$  گره دارای عمق  $O(\log n)$  است.
- (۴) زمان جستجوی یک کلید در درخت جستجوی دودویی لزوماً  $O(\log n)$  نیست.

- ۱۹۱- اگر اعداد زیر از چپ به راست در یک هرم مینیمم درج شوند ارتفاع این هرم کدام است؟

۲۰, ۱۳, ۵, ۷, ۱۴, ۳, ۲, ۱, ۱۷, ۶, ۱۲, ۱۵, ۸, ۹, ۴, ۱۱, ۱۹

- ۵ (۱)
- ۶ (۲)
- ۷ (۳)
- ۸ (۴)

۱۹۲- یک لیست ناموتب دارای  $n$  عنصر است. با این فرض که  $n$  زوج است، کدام گزینه نشان‌دهنده تعداد مقایسه‌های لازم برای تعیین بزرگترین و کوچکترین عنصر در لیست می‌باشد؟

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + 2 \quad (1)$$

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + 1 \quad (2)$$

$$T(n) = 2\lceil \log_2 n \rceil + 1 \quad (3)$$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + \log_2 n - 1 \quad (4)$$

۱۹۳- فرض کنید گراف  $G = (V, E)$  داده شده باشد. بهترین زمان برای یافتن یک درخت پوشای برای این گراف کدام است؟

$$O(|E|) \quad (1)$$

$$O(|V|) \quad (2)$$

$$O(|E| \times \log |E|) \quad (3)$$

$$O(|V| \times |E|) \quad (4)$$

۱۹۴- فرض کنید فایلی شامل کاراکترهای a تا f با تعداد تکرار داده شده به صورت جدول زیر باشد. اگر از روش هافمن برای فشرده‌سازی این فایل استفاده شود، اندازه فایل فشرده شده چند بیت خواهد بود؟

کاراکتر	a	b	c	d	e	f
تعداد تکرار	۱۰	۷	۱۵	۶	۳	۲

۹۶ (۱)

۱۰۲ (۲)

۱۸۲ (۳)

۳۴۴ (۴)

۱۹۵- کدام گزینه صحیح است؟

TSP مخفف مسئله فروشنده دوره‌گرد و HC مخفف مسئله دور همیلتونی است)

$$SAT \leq_p HC \leq_p Clique \leq_p 3SAT \quad (1)$$

$$SAT \leq_p 3SAT \leq_p TSP \leq_p Clique \quad (2)$$

$$SAT \leq_p 3SAT \leq_p Clique \leq_p Vertex Cover \quad (3)$$

$$3SAT \leq_p Clique \leq_p HC \leq_p Vertex Cover \quad (4)$$

- ۱۹۶- اگر  $A(n)$  متوسط تعداد مقایسه‌ها برای جستجوی موفق در یک آرایه مرتب با طول  $n$  و  $B(n)$  متوسط تعداد مقایسه‌ها برای جستجوی ناموفق در این آرایه با استفاده از روش جستجوی دودویی باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$B(n) = \left(1 + \frac{1}{n}\right) A(n) + 1 \quad (1)$$

$$A(n) = \left(1 + \frac{1}{n}\right) B(n) + 1 \quad (2)$$

$$B(n) = \left(1 + \frac{1}{n}\right) A(n) - 1 \quad (3)$$

$$A(n) = \left(1 + \frac{1}{n}\right) B(n) - 1 \quad (4)$$

- ۱۹۷- فرض کنید پس از اجرای یک مرحله از الگوریتم مرتب‌سازی سریع، دنباله زیر حاصل شده باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۶, ۸, ۴, ۱۰, ۱۸, ۲۳, ۲۲, ۱۱

(۱) عنصر محور ۱۰ یا ۱۸ بوده است.

(۲) ۱۰ و ۱۸ عنصر محور نبوده‌اند.

(۳) عنصر محور ۱۰ بوده و ۱۸ نمی‌تواند محور بوده باشد.

(۴) عنصر محور ۱۸ بوده و ۱۰ نمی‌تواند محور بوده باشد.

- ۱۹۸- آرایه  $A$  با  $n$  عنصر عددی مجزا داده شده است، می‌خواهیم  $\frac{n}{2}$  از عناصر آرایه را انتخاب کنیم به طوری که میانه این عناصر با میانه عناصر کل آرایه  $A$  یکی باشد. بهترین الگوریتم برای انجام این کار دارای چه مرتبه زمانی است؟

$$\Theta(n \log n) \quad (1)$$

$$\Theta(n^7) \quad (2)$$

$$\Theta(n\sqrt{n}) \quad (3)$$

$$\Theta(n) \quad (4)$$

۱۹۹- فرض کنید آرایه  $A[0, \dots, n-1]$  آرایه‌ایست که در آن عده‌های صفر و یک قرار دارد و عدد  $x = \sum_{i=0}^{n-1} A[i] \times 2^i$  در آن نمایش داده شده است. برای اینکه  $x$  را یک واحد افزایش دهیم از الگوریتم زیر استفاده می‌کنیم. هزینه سرشکن (Amortized cost) این الگوریتم چقدر است؟

```
inc(A, n){
    i = 0;
    while(i < n and A[i] == 1){
        A[i] = 0;
        i = i + 1
    }
    if i < n then A[i] = 1
}
```

- O(n) (۱)
- O( $\sqrt{n}$ ) (۲)
- O(1) (۳)
- O(log n) (۴)

۲۰۰- محاسبه عبارت زیر، حداقل چند عمل ضرب نیاز دارد؟

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$$

- $n$  (۱)
- $n^7$  (۲)
- $n + \frac{n(n+1)}{2}$  (۳)
- $n + \frac{n(n-1)}{2}$  (۴)

(\*) در سوال‌های ۲۰۱ الی ۲۲۰،  $\lambda$  رشته به طول صفر است.)

۲۰۱- کدام گزینه زبان  $L_1 = \left\{ w \mid w \in \{a,b\}^*, |w| \bmod 3 \geq 1 \right\}$  را بر حسب زبان‌های زیر بیان می‌کند؟

$L_\gamma = \{a, b\}$  ،  $L_\tau = \{aa, ab, ba, bb\}$

$L_\gamma = \{aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb\}$

- $L_1 = L_\gamma^* L_\gamma \cup L_\tau$  (۱)
- $L_1 = L_\tau^* L_\gamma L_\tau$  (۲)
- $L_1 = L_\tau^* L_\gamma \cup L_\tau^* L_\gamma$  (۳)
- $L_1 = L_\tau^* L_\gamma^* L_\tau^*$  (۴)

- ۲۰۲- یک اتوماتون متناهی قطعی کمینه برای زبان  $a^n^*$  بر روی الفبای  $\Sigma$  دارای چند حالت است؟

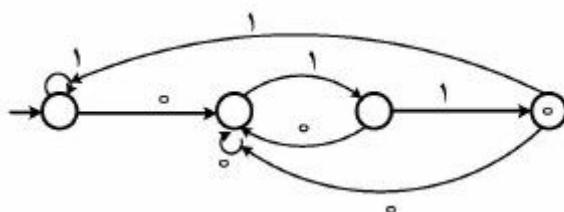
(۱)  $n$  حالت

(۲)  $n+1$  حالت

(۳)  $n+2$  حالت

(۴) تعداد حالات وابسته به اندازه  $\Sigma$  است.

- ۲۰۳- عبارت منظم معادل اتوماتون متناهی قطعی زیر کدام است؟



$(\circ + 1)^* \circ 11$  (۱)

$(\circ + 1)^* (\circ 11)^+$  (۲)

$((\circ + 1)^* \circ 11)^*$  (۳)

$(\circ + 1)^* \circ 11 (\circ + 1)^*$  (۴)

- ۲۰۴- کدام عبارت صحیح است؟

(۱) زبان‌های نامنظم تحت مکمل بسته هستند و زبان‌های غیرمستقل از متن تحت مکمل بسته هستند.

(۲) زبان‌های نامنظم تحت مکمل بسته نیستند و زبان‌های غیرمستقل از متن تحت مکمل بسته هستند.

(۳) زبان‌های نامنظم تحت مکمل بسته هستند و زبان‌های غیرمستقل از متن تحت مکمل بسته نیستند.

(۴) زبان‌های نامنظم تحت مکمل بسته نیستند و زبان‌های غیرمستقل از متن تحت مکمل بسته نیستند.

- ۲۰۵- عملگر **unary** روی زبان  $L$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{Unany}(L) = \left\{ |w| \mid w \in L \right\}$$

حال زبان‌های  $L_1$  و  $L_2$  را به صورت زیر در نظر بگیرید ( $\Sigma = \{0, 1\}$ ).

$$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{تعداد صفر با تعداد یک در رشته } w \text{ برابر است}\}$$

$$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{تعداد صفر با تعداد یک در رشته } w \text{ برابر نیست}\}$$

$$\text{Unary}(L_2) = 1^* \quad \text{Unary}(L_1) = (11)^+ \quad (۱)$$

$$\text{Unary}(L_2) = 1^+ \quad \text{Unary}(L_1) = (11)^* \quad (۲)$$

$$\text{Unary}(L_2) = 1^+ \quad \text{Unary}(L_1) = (11)^+ \quad (۳)$$

$$\text{Unary}(L_2) = 1^* \quad \text{Unary}(L_1) = (11)^* \quad (۴)$$

- ۲۰۶- کدام عبارت صحیح است؟

(۱) زبان‌های منظم ذاتاً مبهم نیستند.

(۲) زبان‌هایی که بتوان برای آن‌ها گرامر به فرم جامسکی ارائه نمود ذاتاً مبهم نیستند.

(۳) هر زبانی که برای آن یک گرامر مبهم وجود داشته باشد ذاتاً مبهم است.

(۴) هیچ کدام.



- ۲۱۳- رشته  $x$  شامل زیر دنباله  $y$  است هرگاه حروف  $y$  با همان ترتیب ولی نه لزوماً پشت سر هم در  $x$  آمده باشند و به صورت  $x \subset y$  نشان داده شود. کدام گزینه در مورد زبان  $L'$  که به ازای زبان منظم  $L$  به صورت زیر تعریف می‌شود صحیح است؟

$$L' = \{x \mid \exists y \in L \mid y \subset x\}$$

- (۱)  $L'$  منظم است.

(۲)  $L'$  ممکن است متشکل از متن نباشد.

(۳) فقط در صورتی که  $L$  متناهی باشد  $L'$  منظم است.

(۴) همواره مستقل از متن است ولی لزوماً منظم نیست.

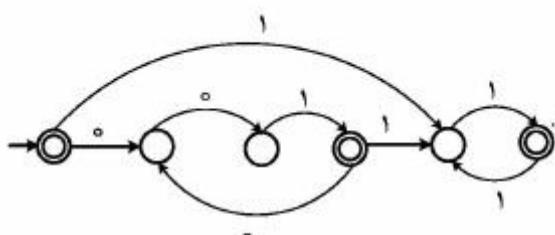
- زبان  $L$  به صورت رابطه بازگشته زیر تعریف شده است.

$$\lambda \in L$$

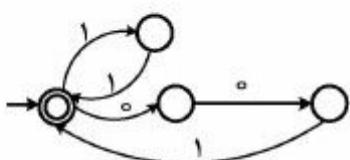
$$x \in L \Rightarrow \begin{cases} \dots \\ x \in L \\ x \in L \end{cases}$$

کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) زبان L معادل با زبان  $\lambda(C|D)$ ,  $C \rightarrow B^\circ$ ,  $B \rightarrow S^\circ$ ,  $D \rightarrow S^\circ$  است.



۲) بان: L توسط اتوماتون متناظر مقابلاً بذر فته می شود.



<sup>۳۰</sup>) بان L توسط اعوان متناه مقابلاً بذ فته م شود.

۴) زیان L معادل با زیان گر امر مستقل از متن زیر است.

- ۲۱۵- اutomaton متناهی قطعی  $M$  با  $n$  حالت مفروض است. زبان  $L$  شامل تمام رشته‌هایی است که  $M$  به ازای آن رشته‌ها از تمام حالات پذیرش خود گذر می‌کند. کدام گزینه در مورد  $L$  صحیح است؟
- (۱)  $L$  همواره منظم است.
  - (۲) برای  $1 < n$  زبان  $L$  لزوماً منظم نیست.
  - (۳) زبان  $L$  ممکن است مستقل از متن نباشد.
  - (۴) زبان  $L$  همواره مستقل از متن است ولی لزوماً منظم نیست.
- ۲۱۶- یک ماشین تورینگ قطعی را در نظر بگیرید که فقط هنگام حرکت به سمت راست محتوای نوار را تغییر می‌دهد. توان محاسباتی این نوع ماشین تورینگ با کدامیک از رده‌های زیر هم ارز است؟
- (۱) اutomaton پشته‌ای قطعی
  - (۲) اautomaton پشته‌ای غیرقطعی
  - (۳) ماشین تورینگ قطعی (بدون این محدودیت)
  - (۴) اautomaton خطی محدود (LBA)
- ۲۱۷- برای حل یک مسأله  $P$  یک الگوریتم داریم که به ازای هر نمونه دلخواه از مسأله  $P$  جواب آن را به دست می‌آورد. کدام گزینه در مورد این الگوریتم صحیح است؟
- (۱) لزوماً این الگوریتم قابل اجرا روی یک ماشین تورینگ قطعی نیست.
  - (۲) این الگوریتم را می‌توان بر روی یک اautomaton خطی محدود (LBA) اجرا کرد.
  - (۳) فقط می‌توان این الگوریتم را روی ماشین تورینگ جهانی (Universal) اجرا کرد.
  - (۴) این الگوریتم را می‌توان بر روی یک ماشین تورینگ قطعی اجرا کرد ولی لزوماً قابل اجرا روی LBA نیست.
- ۲۱۸- کدام گزینه در مورد یک زبان مستقل از متن ذاتاً مبهم  $L$  صحیح است؟
- (۱) در هر گرامر مستقل از متن  $G$  که  $L(G) = L$  برای هر  $x \in L$  بیش از یک مسیر تولید وجود دارد.
  - (۲) رفتار هر گرامر مستقل از متن  $G$  که  $L(G) = L$  را می‌توان به وسیله یک ماشین پشته‌ای قطعی شبیه‌سازی کرد.
  - (۳) برای هر  $x \in L$  می‌توان یک گرامر مستقل از متن  $G$  داشت که  $L(G) = L$  و فقط یک مسیر یکتا برای تولید  $x$  در  $G$  وجود دارد.
  - (۴) حداقل یک گرامر مستقل از متن  $G$  وجود دارد که  $L(G) = L$  و رفتار  $G$  را می‌توان به وسیله یک ماشین پشته‌ای قطعی شبیه‌سازی کرد.
- ۲۱۹- کدام گزینه در مورد گرامر دلخواه  $(\Sigma, V, S, P)$  که هر قاعده آن به صورت  $\alpha \rightarrow \beta$  است که  $0 < |\beta| < |\alpha|$  شامل حداقل یک متغیر است، صحیح است؟
- (۱)  $L(G)$  توسط یک اautomaton متناهی پذیرفته می‌شود.
  - (۲)  $L(G)$  توسط یک LBA پذیرفته می‌شود ولی لزوماً توسط یک ماشین پشته‌ای پذیرفته نمی‌شود.
  - (۳)  $L(G)$  توسط یک ماشین تورینگ قطعی پذیرفته می‌شود ولی لزوماً توسط یک LBA پذیرفته نمی‌شود.
  - (۴)  $L(G)$  توسط یک ماشین پشته‌ای پذیرفته می‌شود ولی لزوماً توسط یک اautomaton متناهی پذیرفته نمی‌شود.
- ۲۲۰- ماشین تورینگ  $T$  مفروض است که به ازای تمام ورودی‌ها بر روی نوار آن، فقط از بخش ثابتی از حافظه خود تغییر ایجاد می‌کند. کدام گزینه در مورد زبان  $T$  صحیح است؟
- (۱)  $L(T)$  متناهی است.
  - (۲)  $L(T)$  مستقل از متن است.
  - (۳)  $L(T)$  حساس به متن است.
  - (۴)  $L(T)$  منظم است ولی لزوماً متناهی نیست.

- ۲۲۱- فرض کنید فضای جواب یک مسئله برنامه‌ریزی خطی در ربع اول باشد. کدامیک از قیدهای زیر برای این مسئله غیرضروری است؟

$$-x_1 + 2x_2 \leq 0 \quad (1)$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 0 \quad (2)$$

$$x_1 - x_2 \geq 0 \quad (3)$$

$$2x_1 + 3x_2 \geq 0 \quad (4)$$

- ۲۲۲- مجموعه چندوجهی ناتهی .....  $x = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b\}$

(۱) حتماً یک نقطه رأسی دارد.

(۲) نقطه رأسی دارد اگر و تنها اگر سطرهای A مستقل خطی باشند.

(۳) نقطه رأسی دارد اگر و تنها اگر ستون‌های A مستقل خطی باشند.

(۴) نقطه رأسی ندارد.

- ۲۲۳- فرض کنید در مسئله زیر a یک عدد حقیقی است.

$$\text{Min } x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5$$

$$\text{s.t. } x_1 + ax_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 \geq 10$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

این مسئله جواب بھینه ندارد (بی‌کران است)، اگر و تنها اگر ..... .

$$a \geq 0 \quad (1)$$

$$a = 0 \quad (2)$$

$$a \leq 0 \quad (3)$$

$$a \neq 0 \quad (4)$$

- ۲۲۴- فرض کنید  $x^0 \in \mathbb{R}^n$  یک جواب پایه‌ای شدنی برای دستگاه  $\begin{cases} Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases}$  باشد که A ماتریسی  $m \times n$  است و رتبه

سطری کامل دارد. به علاوه،  $a_j$  نشان دهنده  $j$ -امین ستون A و  $x_j$  نشان دهنده  $j$ -امین درایه x است. در این

صورت، مجموعه بردارهای  $\{a_j | x_j^0 > 0\}$  ..... .

(۱) یک پایه برای  $\mathbb{R}^m$  است.

(۲) ممکن است وابسته خطی باشد.

(۳) مستقل خطی است ولی لزوماً یک پایه برای  $\mathbb{R}^m$  نیست.

(۴)  $\mathbb{R}^m$  را تولید می‌کند ولی لزوماً مستقل خطی نیست.

- ۲۲۵- اگر در یک مسئله برنامه‌ریزی خطی به ازای یک جهت دور شونده رأسی  $d_j$  داشته باشیم  $c^T d_j = 0$ ، که c بردار

ضرایب تابع هدف است، کدام گزینه همیشه برقرار است؟

(۱) بردار گرادیان تابع هدف هم راستا با بردار نرمال یکی از ابرصفحه‌های تعریف‌کننده ناحیه شدنی است.

(۲) اگر مسئله جواب بھینه داشته باشد جواب بھینه چندگانه دارد.

(۳) مقدار بھینه تابع هدف صفر است.

(۴) مسئله، جواب بھینه ندارد (بی‌کران است).

- ۲۲۶- یک مسأله برنامه‌ریزی خطی با ناحیه شدنی بی‌کران را درنظر بگیرید. فرض کنید  $\bar{x}$  یک نقطه رأسی ناحیه شدنی این مسأله است. فرض کنید  $k_1$  برابر است با تعداد متغیرهای غیرپایه‌ای و  $k_2$  برابر است با تعداد نقاط رأسی مجاور با  $\bar{x}$ . در این صورت، ..... .

$$k_1 = k_2 \quad (1)$$

$$k_2 \geq k_1 \quad (2)$$

$$k_2 < k_1 \quad (3)$$

$$k_2 \leq k_1 \quad (4)$$

- ۲۲۷- جدول زیر دو تکرار متوالی از الگوریتم سیمپلکس برای حل یک مسأله برنامه‌ریزی خطی بیشینه سازی (Max) را نشان می‌دهد. مقدار  $a$  برابر است با ..... .

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	RHS
$Z$	1		-2			4
$x_1$	0		2			6
$s_1$	0		a			8
$Z$	1					8
$x_1$	0					2
$x_2$	0					2

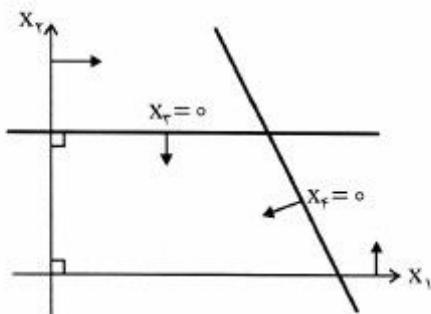
$$2 \quad (1)$$

$$4 \quad (2)$$

$$6 \quad (3)$$

$$8 \quad (4)$$

- ۲۲۸- شکل زیر مجموعه  $S = \{x \mid Ax = b, x \geq 0\}$  را نشان می‌دهد که در فضای متغیرهای  $x_1$  و  $x_2$  رسم شده است. اگر  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ستون‌های  $A$  نظیر متغیرهای  $x_1, \dots, x_n$  باشند، کدام ماتریس  $B$ ، یک ماتریس پایه شدنی است؟



$$B = [a_1, a_2] \quad (1)$$

$$B = [a_2, a_1] \quad (2)$$

$$B = [a_1, a_4] \quad (3)$$

$$B = [a_1, -a_1] \quad (4)$$

- ۲۲۹- در جدول آغازین روش M- بزرگ برای حل مساله

$$\min x_1$$

s.t.

$$x_1 - 2x_2 \geq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

مقدار  $x_2 - c_2 - z_2$  متناظر با متغیر  $x_2$  برابر است با ..... .

$$2M \quad (4) \quad -2M \quad (3) \quad M \quad (2) \quad -M \quad (1)$$

- ۲۳۰- اگر یک مساله برنامه‌ریزی خطی یک جواب شدنی تباہیده (degenerate) داشته باشد، آن‌گاه .....

(۱) دوگان مساله ناتباہیده است و الگوریتم سیمپلکس دوگان متوقف می‌شود.

(۲) الگوریتم سیمپلکس اولیه دچار دور می‌شود و متوقف نمی‌شود.

(۳) مساله جواب بهینه تباہیده دارد.

(۴) مساله می‌تواند جواب بهینه داشته یا بی‌کران باشد.

- ۲۳۱- گزاره A را به صورت زیر درنظر بگیرید در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

مساله مینیمم هزینه در شبکه جریان شدنی است، اگر عرضه با تقاضا در آن شبکه برابر باشد.

(۱) گزاره A و عکس آن هیچ یک درست نیستند.

(۲) گزاره A و عکس آن هر دو درست هستند.

(۳) گزاره A لزوماً درست نیست ولی عکس آن درست است.

(۴) گزاره A درست است ولی عکس آن لزوماً درست نیست.

- ۲۳۲- فرض کنید مساله (P) به صورت زیر جواب بهینه‌ای مانند  $\bar{x}$  دارد.

$$\min z = c^T x$$

$$\text{s.t. } Ax \leq b \quad (P)$$

$$x \leq 0$$

قید جدید  $d^T x \geq 0$  با بردار داده شده  $d$  را به مساله اضافه کنید و مساله جدید را  $(P')$  بنامید. کدام گزینه درست است؟

(۱)  $(P')$  می‌تواند ناشدنی باشد.

(۲)  $(P')$  می‌تواند بی‌کران باشد.

(۳) جواب بهینه برای  $(P')$  نیز هست.

(۴)  $(P')$  می‌تواند جواب بهینه‌ای مانند  $\bar{x}$  با  $c^T \bar{x} \neq c^T x^*$  داشته باشد.

- ۲۳۳- فرض کنید مساله برنامه‌ریزی خطی به صورت زیر جواب بهینه دارد.

$$\min z = c^T x$$

$$\text{s.t. } Ax = b \quad (P)$$

$$x \geq 0$$

اگر بردار  $b$  را به  $\hat{b}$  تغییر دهیم، آن‌گاه دوگان مساله (P) .....

(۱) جواب بهینه دارد.

(۲) نمی‌تواند بی‌کران باشد.

(۳) می‌تواند ناشدنی باشد.

(۴) بی‌کران است یا جواب بهینه دارد.

- ۲۳۴- مساله (P) را به صورت زیر در نظر بگیرید، که در آن  $e = (1, 1, \dots, 1)^T \in \mathbb{R}^n$  و  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  است.

$$\begin{aligned} \min \quad & e^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax = 0 \\ & e^T x = 1 \\ & x \geq 0 \end{aligned} \quad (P)$$

اگر (P) شدنی باشد، آنگاه دو گان (P).

(۱) بی کران است.

(۲) جواب بهینه دارد.

(۳) شدنی است ولی جواب بهینه ندارد.

(۴) ناشدنی است.

- ۲۳۵- جدول بهینه یک مسأله برنامه ریزی خطی به صورت زیر است،  $x_4$  و  $x_5$  متغیرهای لنگی (slack) و قیود مسأله از

نوع ک هستند. اگر متغیر جدید  $x_6$  با ضریب تابع هدف  $c_6 = 2$  و ضرایب قیود  $a_{6j} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  به مسأله اضافه

( $z_6 = C_B^T B^{-1} a_6$  کدام است؟ (توجه:  $x_6$ ، یعنی  $\begin{pmatrix} z_6 - c_6 \\ y_6 \end{pmatrix}$  شود، ستون بهروز شده مربوط به  $x_6$ ، یعنی  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ )

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	RHS
$x_1$	1	0	0	3	5	1	8
$x_2$	0	1	0	-1	4	-1	1
	0	0	1	2	-1	1	2

$$\begin{pmatrix} -6 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (2) \quad \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} \quad (3) \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

-۲۳۶- در حل یک مسأله برنامه‌ریزی خطی با روش  $M$  بزرگ کدام یک از گزینه‌های زیر لزوماً درست نیست؟

$$P(M): \text{Min } z = c^T x + M e^T x_a$$

$$\text{s.t.} \quad Ax + x_a = b$$

$$x \geq 0, x_a \geq 0$$

$$P: \text{Min } z = c^T x$$

$$\text{s.t.} \quad Ax = b$$

$$x \geq 0$$

$$(e^T = (1, \dots, 1))$$

- (۱) اگر مسأله  $P(M)$  بی‌کران باشد و در جدول نهایی همه متغیرهای مصنوعی صفر نباشند، آنگاه مسأله  $P$  نشدنی است.
- (۲) اگر مسأله  $P(M)$  مقدار بهینه متناهی داشته باشد و در جدول نهایی همه متغیرهای مصنوعی مقدار صفر نداشته باشند، آنگاه مسأله  $P$  نشدنی است.
- (۳) اگر مسأله  $P(M)$  بی‌کران باشد و در جدول نهایی همه متغیرهای مصنوعی مقدار صفر داشته باشند، آنگاه مسأله  $P$  بی‌کران است.
- (۴) اگر مسأله  $P(M)$  جواب بهینه داشته باشد و در جدول نهایی همه متغیرهای مصنوعی صفر باشند، آنگاه مسأله  $P$  جواب بهینه دارد.

-۲۳۷- جدول زیریکی از جداول‌های فاز دوم در روش دو فازی برای حل یک مسأله کمینه‌سازی است. با فرض این‌که  $x_3$  متغیر وارد شونده است، متغیر خارج شونده کدام است؟ ( $R_1$  متغیر مصنوعی است).

$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$R_1$	RHS
$z$	۰	۰	۴	۰	۳
$x_1$	۱	۱	۰	۱	۰
$x_2$	۰	۰	۱	۲	۰
$R_1$	۰	۰	۰	-۲	۱

$x_1$  (۱)

$x_2$  (۲)

$x_2$  یا  $x_1$  (۳)

$R_1$  (۴)

-۲۳۸- شرایط کروش - کیون - تاکر (KKT) برای مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر کدام است؟

$$\min c^T x$$

$$\text{s.t.} \quad Ax = b$$

$$x \geq 0$$

$$Ax = b, \quad x \geq 0, \quad A^T y + v = c, \quad v \geq 0 \quad (1)$$

$$Ax = b, \quad x \geq 0, \quad A^T y + v = c, \quad v^T x = 0, \quad v \geq 0 \quad (2)$$

$$Ax = b, \quad x \geq 0, \quad A^T y - v = c, \quad v^T x = 0, \quad v \geq 0 \quad (3)$$

$$Ax = b, \quad x \geq 0, \quad A^T y - v = c, \quad v \geq 0 \quad (4)$$

- ۲۳۹- کدام یک از مسائل زیر قابل تبدیل به یک مسأله برنامه‌ریزی خطی با متغیرهای نامنفی است؟

$$\begin{aligned} \min & |x_1 - 2x_2| \\ \text{s.t.} & \quad x_1 + x_2 \leq 3 \\ & -5 \leq x_2 \leq 5 \\ & x_1 \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \min & |x_1 - 2x_2| \\ \text{s.t.} & \quad x_1 + x_2 \leq 3 \\ & -5 \leq x_1 \leq 5 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \min & |x_1| - 2|x_2| \\ \text{s.t.} & \quad x_1 + x_2 \leq 3 \\ & -5 \leq x_1, x_2 \leq 5 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \min & |x_1| + 2x_2 \\ \text{s.t.} & \quad |x_1 + x_2| \geq 3 \\ & -5 \leq x_1, x_2 \leq 5 \end{aligned} \quad (3)$$

- ۲۴۰- فرض کنید  $A^T u \neq 0$  و  $Au = 0$ . آنگاه
- $b_{m \times 1}$  و  $c_{n \times 1}$  داده شده و بردار  $u$  وجود دارد بهطوری که
    - (۱)  $A^T y = c$  دستگاه
    - (۲) جواب ندارد.
    - (۳) جواب دارد اگر و تنها اگر  $c \geq 0$ .
    - (۴) همواره جواب دارد.