

660

A

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد فاپیوسته داخل – سال ۱۴۰۰

صبح چهارشنبه



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)»

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

علوم کامپیوتر – (کد ۱۲۰۹)

مدت پاسخ‌گویی: ۲۴۰ دقیقه

تعداد سوال: ۱۳۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۳۰	۱	۳۰
۲	دروس پایه (ریاضی عمومی (او۱)، (او۲)، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال)	۳۵	۳۱	۶۵
۳	ساختگان داده‌ها، طراحی الگوریتم‌ها و مبانی نظریه محاسبه	۳۰	۶۶	۹۵
۴	مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها	۲۰	۹۶	۱۱۵
۵	ریاضیات گسسته و مبانی ترکیبیات	۲۰	۱۱۶	۱۳۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، بهمنزلة عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ نامه و دفترچه سوالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سوالات و پائین پاسخ نامه ام را تأیید می نمایم.

امضا:

زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی):

PART A: Vocabulary

Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.

- 1- The police **only** believed me after an eyewitness ----- my account of the accident.
1) displayed 2) constituted 3) corroborated 4) suspected
- 2- The plan is **to our** ----- advantage; we will all benefit greatly from it.
1) concurrent 2) mutual 3) devoted 4) involved
- 3- Our organization is committed to pursuing its aims through peaceful -----. We totally reject violence as a means of political change.
1) means 2) instruments 3) devices 4) gadgets
- 4- All parents receive a booklet which ----- the school's aims and objectives before their children start their first term.
1) clarifies 2) injects 3) conducts 4) notifies
- 5- Increasing the state pension is a ----- aim, but I don't think the country can afford it.
1) redundant 2) diverse 3) flexible 4) laudable
- 6- The primary aim in sumo wrestling is to knock your ----- right out of the ring!
1) protagonist 2) opponent 3) referee 4) beneficiary
- 7- The cost of the damage caused by the oil ----- will be around \$200 million.
1) spill 2) guilt 3) demerit 4) extent
- 8- Most of us ----- when we hear that many children spend more time watching TV than they spend in school. It's a rather scary thought.
1) withdraw 2) retreat 3) recoil 4) regress
- 9- Even though he isn't enrolled right now, Calvin says he will go to college -----.
1) creatively 2) delicately 3) sentimentally 4) eventually
- 10- You should avoid driving during the snowstorm because the icy roads are -----.
1) superficial 2) frigid 3) perilous 4) cautious

PART B: Cloze Test

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

When it comes to visually identifying a work of art, there is no single set of values or aesthetic traits. A Baroque painting will not necessarily (11) ----- much with a contemporary performance piece, but they are both considered art.

(12) ----- the seemingly indefinable nature of art, there have always existed certain formal guidelines for its aesthetic judgment and analysis. Formalism is a concept in art theory (13) ----- an artwork's artistic value is determined solely by its form, or the way (14) ----- . Formalism evaluates works on a purely visual level, (15) ----- medium and compositional elements as opposed to any reference to realism, context, or content.

- | | | | |
|-----------------------|---------------|-------------------|-----------------|
| 11- 1) share | 2) be sharing | 3) have shared | 4) be shared |
| 12- 1) Although | 2) Despite | 3) Regardless | 4) However |
| 13- 1) that | 2) that in it | 3) which | 4) in which |
| 14- 1) of it made | 2) made | 3) how it is made | 4) it is made |
| 15- 1) are considered | 2) considers | 3) considering | 4) and consider |

PART C: Reading Comprehension

Directions: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.

PASSAGE 1:

ADDRESSING

An applications program, with associated control software, resident in a node of a network sending a message to a program elsewhere in the network may or may not know in which node the destination program is resident. To be more specific, a node is able to address a message to another physical node or to a logical node, a program resident in a node somewhere in the network.

Physical addressing of a message may be to a node dedicated entirely to a specific application or it may be to a node with several applications resident. In the first case, the physical node address is sufficient; in the second case, the physical node address plus the program identification is necessary. We would expect dedicated unprogrammed nodes to exist largely in RJE situations and in laboratory/industrial data acquisition/feedback control situations. Alternatively we would expect physically addressed multiprogrammed nodes to be somewhat more general-purpose and larger, and to contain some kind of an operating system that receives the message and routes it to the proper program within its control. Note the resemblance of the operating system performing this message-routing function to the switch in a switched network. The time-interleaved (multiplexed) programs of the multiprogrammed network node are equivalent to nodes with the operating system serving the function of a message switcher (in addition to its other functions).

Logical or virtual addressing of a message is always to a program presumed to be resident in some node (unknown to the sender) of the network. If the destination process is resident in a multiprogrammed node, that node has a physical address and N logical addresses (where N is the extent of multiprogramming). If the destination program (process) occupies a dedicated unprogrammed node, that node has only two identifiers, a logical address (N=1) and a physical address.

In the network case without a branch (both switched and not switched), each physical node must be able to recognize logical message identifiers as its own and accept the associated message. Although the implied nodal intelligence is somewhat higher, this requirement is not extreme, and a workable system employing logical and/or physical message addressing in a multidrop line or loop network is practical. The Distributed Computer System of the University of California at Irvine does allow logical process addressing.

In the branched-network case, including all hierarchical network, it is necessary (to avoid line congestion due to message broadcasting over all lines) for the switch to be able to determine the proper physical route for the message. Since this requires a prior knowledge of the physical address, the switch must contain a current mapping of logical-to-physical addresses or restrict the network to physical addressing. In essence, logical addressing in branched and hierarchical networks implies a network manager and greatly increases the control complexity of the network. Nevertheless, it is anticipated that some form of a network or subnetwork manager will be employed in many instances, even in the absence of logical (virtual) message addressing.

- 16- Physical addressing of a message -----.**
 - 1) cannot be made without program identification
 - 2) always requires the physical node address
 - 3) can only be made to a node with a single application
 - 4) can only be made to a node containing several programs
- 17- In logical or virtual addressing of a message to a program, -----.**
 - 1) the sender only needs a virtual address
 - 2) the program is always associated with a logical address
 - 3) the sender has no need for program identification
 - 4) the sender must always know the location of the node in which the program resides
- 18- An application program ----- of the destination program receiving a message.**
 - 1) may not know the location
 - 2) must always know the location
 - 3) never needs to know the location
 - 4) can be associated with control softwares
- 19- Mark the choice giving the word closest in meaning to the underlined word "identifiers" in paragraph 4.**
 - 1) developers 2) endeavors 3) recognizers 4) procedures
- 20- A network manager -----.**
 - 1) complicates the control process
 - 2) removes the need for logical addressing
 - 3) enforces the use of logical addressing
 - 4) may be used, regardless of logical addressing

PASSAGE 2:

PRACTICAL DIFFERENCES BETWEEN SPLINES AND CUBIC HERMITES

Given a specific data set to interpolate, a few general guidelines can be suggested for deciding between these two similar piecewise polynomial interpolations. Of course, if

smoothness of the second derivative is required then splines are selected, but usually this is not demanded explicitly. For "nice" data sets there is little qualitative difference between the two interpolants. But it is sometimes possible to notice that the cubic Hermite is less smooth. To obtain a spline we must solve a system of equations for the coefficients. This is fast as mentioned above, but the system must be set up and the time and effort required should be considered. An Hermite cubic interpolant is also defined by coefficients, but these are obtained without solving a linear system. Usually though, the choice between spline or Hermite cubic interpolation does not depend upon the amount of work to compute the d_i . This is because in practical problems the resulting piecewise cubic is evaluated at many points and this is the most significant part of the total work. Of course, the evaluation time is exactly the same for a spline as for an Hermite cubic. If the derivatives of the interpolant or model are known then these may be easily incorporated into the Hermite cubic but not easily into the spline, unless the derivatives occur at the endpoints. If the derivatives are not known then various estimates of them can be computed and used; effort is required here too.

As we have seen, every spline is underdetermined by the requirements of interpolation; extra information must be supplied. All too often programs for spline interpolation do not allow the user to supply this and one may be led to believe that it is not necessary. Rather, the code has built in specific assumptions; a natural spline is the easiest choice, but others are possible too. For example, a program may estimate first derivatives at the two ends from the data and use these for d_1 and d_n . When not required to give any extra conditions, the user should be alert to study the program documentation to discover which defaults are being used.

21- A Hermite cubic interplant -----.

- 1) is often smoother than a spline
- 2) cannot incorporate second derivative information
- 3) can easily accommodate a model with known derivatives
- 4) requires excessive computing effort to be constructed

22- In general, it is expected -----.

- 1) an Hermite cubic interplant to be discontinuous
- 2) an Hermite cubic interpolant to be smoother than a spline
- 3) a spline to be smoother than an Hermite cubic interplant
- 4) to have more computing effort for construction of an Hermite cubic interpolant than a spline

23- A spline -----.

- 1) is always preferred to an Hermite cubic interpolant
- 2) is not chosen when derivatives at the endpoints are to be set
- 3) is not preferred because its construction requires a system of equations to be solved
- 4) is the choice as an interpolant when second derivatives are to be smooth

24- The extra information for construction of a spline -----.

- 1) is the deciding choice for the type of the intended spline
- 2) is always decided by the construction program
- 3) is used as the first derivative estimates at the endpoints
- 4) is always set to yield a natural spline

- 25- Choose and mark the choice being closest in meaning to the underlined words “piecewise cubic” in the first paragraph.
- 1) a natural spline
 - 2) an Hermite cubic interpolant
 - 3) an overall polynomial of degree 3
 - 4) a polynomial of degree 3 in every segment

PASSAGE 3:

Structure, Sparsity, and Black Boxes

Of course, it is not at all obvious that the $O(m^3)$ bottleneck can be beaten, and indeed, for "random" matrix problems, very likely it cannot. However, the large matrix problems that arise in practice are far from random, and there is a simple reason for this. Small matrices, say with dimension 3 or 30, may arise directly with more or less arbitrary entries in scientific problems—as representations of the relations between three forces in a structure, perhaps, or between thirty species in a chemical reaction. Large matrices, by contrast, usually arise indirectly in the discretization of differential or integral equations. One might say that if m is very large, it is probably an approximation to ∞ . It follows that most large matrices of computational interest are simpler than their vast numbers of individual entries might suggest. They have some kind of structure, and as the years have gone by, ways have been found to exploit this structure in more and more contexts.

The most obvious structure that a large matrix may have is *sparsity*, i.e., preponderance of zero entries. (The opposite of sparse is *dense*.) For example, a finite difference discretization of a partial differential equation may lead to a matrix of dimension $m=10^5$ with only $v=10$ nonzero entries per row. This kind of structure is readily exploited by the iterative methods we shall discuss, for these algorithms use a matrix in the form of a black box:



The iterative algorithm requires nothing more than the ability to determine Ax for any x , which in a computer program will be effected by a procedure whose internal workings need be of no concern to the designer of the iterative algorithm. (Some iterative algorithms also require the computation of A^*x .) For the example of a sparse matrix A , it is easy to design a procedure to compute Ax in only $O(vm)$ rather than $O(m^2)$ operations. This is in marked contrast to the algorithms of direct linear algebra, such as Gaussian or Householder triangularization, which explicitly manipulate matrix entries so as to introduce zeros, but in the process generally destroy sparsity.

- 26- An iterative approach, making use of -----.
- 1) density of a matrix, can be efficient
 - 2) sparsity of a matrix, can be efficient
 - 3) finite differences, turns to be inefficient
 - 4) random vectors, appears to be unreliable

- 27- **A structure in a matrix -----.**
- 1) turns the matrix to be dense
 - 2) has complicated the manipulations of matrix entries
 - 3) eliminates the sparsity patterns within the matrix
 - 4) can be taken advantage of to produce efficient manipulations of the entries of the matrix
- 28- **To compute Ax , when A is sparse, an $O(vm)$ algorithm -----.**
- 1) is more efficient than an $O(m^2)$ algorithm
 - 2) is less efficient than an $O(m^2)$ algorithm
 - 3) is as efficient as an $O(m^2)$ algorithm
 - 4) does not make use of sparsity in A
- 29- **The $O(m^3)$ bottleneck -----.**
- 1) is no longer observed for matrix problems
 - 2) can most likely be improved for large matrix problems
 - 3) cannot probably improved for random matrix problems
 - 4) cannot be improved upon even for large sparse matrix problems
- 30- **Choose and mark the choice having closest meaning to the underlined word “preponderance” in the second paragraph -----.**
- 1) predominance
 - 2) predetermined
 - 3) diversity
 - 4) scarcity

دروس پایه (ریاضی عمومی ۱و۲)، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال:

۳۱- تابع $\frac{f''(0)}{f(0)} g(x) = \begin{cases} f(x)e^x & x \leq 0 \\ 3x^2 - 4x + 7 & x > 0 \end{cases}$ دارای مشتق مرتبه دوم پیوسته است. کدام است؟

- $\frac{3}{2}$ (۱)
 3 (۲)
 4 (۳)
 6 (۴)

۳۲- شاع همگرایی سری $\sum_{k=0}^n \alpha_n (x+1)^n$ با شرط $\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n (x+1)^n$ کدام است؟

- 2 (۱)
 3 (۲)
 4 (۳)
 $\frac{1}{2}$ (۴)

- ۳۳ - اگر متغیرهای x و y با رابطه $x = \int_a^y \frac{dt}{\sqrt{a^2 + b^2 t^2}}$ بهازای مقادیر ثابت و مخالف صفر a و b به یکدیگر وابسته باشند، حاصل $\frac{y''(x)}{y(x)}$ کدام است؟

a (۱)

b (۲)

a' (۳)

b' (۴)

- ۳۴ - اگر ماکریم باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟ $\int_a^b (2+x-x^2)dx$

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

- ۳۵ - مقدار انتگرال $\int_0^\pi \frac{\sin \frac{\delta}{2} x}{\sin \frac{x}{2}} dx$ کدام است؟

 π (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) \circ (۴)

- ۳۶ - مساحت جسمی که از دوران یک حلقه از منحنی $y = x^2 - y^2$ حول محور y حاصل می شود، کدام است؟

 4π (۱) 3π (۲) 2π (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴)

- ۳۷ - اگر f یک تابع انتگرال پذیر و ۱ $\iint_D f\left(\frac{y}{x}\right) dx dy = \int_0^1 f(z) dz$ باشد، حاصل $\int_D f(x,y) dx dy$ با فرض

 $D = \{(x,y) | 0 < y \leq x, 0 < x \leq 1\}$
 π (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) \circ (۴)

-۳۸ اگر $g(x) = \int_0^x \int_1^{int} \sqrt{1+u^2} du dt$ باشد، $g''(\pi)$ کدام است؟

(۱) π (۲) 1 (۳) -1 (۴) $-\pi$

-۳۹ جرم کل چهاروجهی واقع در یک هشتمن اول فضا و محدود به صفحه $x+y+z=1$ و صفحات مختصات با تابع چگالی $\rho(x,y,z)=x+y+z$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) 4 (۴) 8

-۴۰ فرض کنید C منحنی حاصل از برخورد صفحه $x^2 + y^2 + z^2 = 2(x+y+z)$ و کره $x+y+z=2$ به گونه‌ای باشد که اگر از مبدأ مختصات دیده شود، در جهت حرکت عقربه‌های ساعت پیموده می‌شود. حاصل $\int_C ydx + zdy + xdz$ کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2}\pi$ (۲) $\sqrt{2}\pi$ (۳) $-\sqrt{2}\pi$ (۴) $-2\sqrt{2}\pi$

-۴۱ فرض کنید $f: X \rightarrow Y$ تابع باشد و $A \subseteq X$ و $B \subseteq Y$ ، کدام گزینه درست است؟

(۱) $f(A \cup f^{-1}(B)) = f(A) \cup B$ (۲) $f^{-1}(f(A) \cap B) = A \cap f^{-1}(B)$ (۳) $f(A \cap f^{-1}(B)) = f(A) \cap B$ (۴) $f^{-1}(f(A) \cup B) = A \cup f^{-1}(B)$

-۴۲ فرض کنید R و T رابطه‌هایی دوتایی در مجموعه ناتپی A هستند. کدام گزینه درست است؟

(۱) $(R \cup S) \circ T = (R \circ T) \cup (S \circ T)$ (۲) $T \circ (R - S) = (T \circ R) - (T \circ S)$ (۳) $T \circ (R \cap S) = (T \circ R) \cap (T \circ S)$ (۴) $(R - S) \circ T = R \circ T - S \circ T$

-۴۳ فرض کنید $f: X \rightarrow Y$ یک تابع با خاصیت زیر باشد:

$$\forall A, B \subseteq X (A \cap B = \emptyset \Rightarrow f(A) \cap f(B) = \emptyset)$$

کدام گزینه درست است؟

(۱) تابع f پوشان است ولی لزوماً یکبه‌یک و پوشان نیست.(۲) تابع f لزوماً یکبه‌یک و پوشان نیست.(۳) تابع f یکبه‌یک و پوشان است.(۴) تابع f یکبه‌یک است ولی لزوماً پوشان نیست.

- ۴۴- نقیض گزاره زیر کدام است؟

«مجموعه A عضوی دارد که با هیچ عضو مجموعه B برابر نیست.»

$$\forall x(x \in A \wedge \exists y(y \in B \wedge x = y)) \quad (1)$$

$$\forall x(x \in A \Rightarrow \exists y(y \in B \wedge x = y)) \quad (2)$$

$$\forall x(x \in A \Rightarrow \forall y(y \in B \Rightarrow x = y)) \quad (3)$$

$$\forall x(x \in A \Rightarrow \exists y(y \in B \Rightarrow x = y)) \quad (4)$$

- ۴۵- فرض کنید R رابطه‌ای روی مجموعه ناتهی X باشد به‌گونه‌ای که $X^T = R \cup R^{-1}$. سه خاصیت انعکاسی، تقارنی و

تعدی را درنظر می‌گیریم. رابطه R ضرورتاً چند تا از این خاصیت‌ها را دارد؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

- ۴۶- فرض کنیم A یک ماتریس 2×2 حقیقی باشد به‌طوری که دارای دو مقدار ویژه ۴ و -۲ است. در این صورت A^3

برابر است با:

$$12A + 16I \quad (1)$$

$$4A + 16I \quad (2)$$

$$-12A - 16I \quad (3)$$

$$-4A - 16I \quad (4)$$

- ۴۷- چند ماتریس $(A \in M_3(\mathbb{R}))$ در رابطه $3A - 2A^T = \text{tr}(A)I_3$ صدق می‌کند؟ (در اینجا A^T ماتریس ترانهاده A است).

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴) نامتناهی

- ۴۸- فضای تمام ماتریس‌های $n \times n$ با درایه‌های از میدان F را با $M_n(F)$ نشان می‌دهیم. فرض کنید

یک ماتریس بلوکی به فرم $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ باشد که در آن، $A \in M_r(F)$ و $D \in M_{n-r}(F)$. اگر

وارون پذیر باشد، آنگاه کدام گزینه در مورد رتبه ماتریس‌ها صحیح است؟

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} > r \quad \text{و} \quad \text{rank}[A \ B] > r \quad \text{و} \quad \text{اگر } C \neq 0 \text{ و } B \neq 0, \text{ آنگاه } \text{rank} \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} = r \quad (1)$$

$$\text{rank}[\Lambda \ B] > r \quad \text{و} \quad \text{اگر } B \neq 0, \text{ آنگاه } \text{rank} \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} = r \quad (2)$$

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} > r \quad \text{و} \quad \text{اگر } C \neq 0 \text{ و } A \neq 0, \text{ آنگاه } \text{rank}[\Lambda \ B] = r \quad (3)$$

$$\text{rank}[A \ B] = \text{rank} \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} = r \quad (4)$$

-۴۹ فرض کنید P_3 فضای تمام چندجمله‌ای‌های حداقل از درجه ۳ با ضرایب حقیقی باشد و قرار دهد

$$W_1 = \{f(x) \in P_3 \mid f'(1) = 0\} \quad W_2 = \{f(x) \in P_3 \mid f''(1) = 0\}$$

$$W_1 + W_2 \neq P_3 \quad \dim W_1 = \dim W_2 = 2 \quad (1)$$

$$W_1 + W_2 = P_3 \quad \dim W_1 = \dim W_2 = 3 \quad (2)$$

$$W_1 + W_2 = P_3 \quad \dim W_1 = \dim W_2 = 3 \quad (3)$$

$$W_1 + W_2 \neq P_3 \quad \dim W_1 = 2 \quad \dim W_2 = 3 \quad (4)$$

-۵۰ فرض کنید V یک فضای برداری با بعد ۷ روی میدان \mathbb{F} باشد. اگر $T: V \rightarrow V$ یک تبدیل خطی با شرط $T^5 = 0$

و $T^4 \neq 0$, آنگاه کدام گزینه در مورد رتبه و پوچی T صحیح است؟

$$(1) \text{ رتبه } T \leq 2 \text{ و پوچی } T. \quad (2) \text{ رتبه } T \geq 4 \text{ و } 3 \leq \text{پوچی } T.$$

$$(3) \text{ رتبه } T \leq 4 \text{ و } 2 \leq \text{پوچی } T. \quad (4) \text{ رتبه } T \geq 3 \text{ و پوچی } T.$$

-۵۱ چند جمله‌ای $P(x) = x^4 + 2x^3 - 5$ چند ریشه حقیقی دارد؟

$$(1) \text{ فقط یک ریشه} \quad (2) \text{ فقط دو ریشه متمایز} \quad (3) \text{ چهار ریشه} \quad (4) \text{ ریشه حقیقی ندارد.}$$

-۵۲ کدام گزینه نادرست است؟

(1) تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ موجود است که تنها در یک نقطه مشتق‌پذیر است.

(2) اگر تابع $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$: f دارای مشتق کراندار باشد، دنباله $\left\{\frac{f}{n}\right\}$ همگرا است.

(3) تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ موجود است که تنها در اعداد اصم پیوسته است.

(4) تابع مشتق‌پذیر $f: [0, 7] \rightarrow \mathbb{R}$ موجود است که $f'(x) = [x]$ ($0 \leq x \leq 7$)

-۵۳ فرض کنید x گویا اصم x به ترتیب انتگرال ریمان بالایی و پایینی f باشند. کدام گزینه درست است؟

$$a = b = 0 \quad (1)$$

$$a = b = \frac{1}{4} \quad (2)$$

$$b = 0, a = \frac{1}{4} \quad (3)$$

$$b = \frac{1}{5}, a = \frac{1}{4} \quad (4)$$

-۵۴ کدام گزینه نادرست است؟

(1) مجموع هر دو تابع پیوسته یکنواخت، پیوسته یکنواخت است.

(2) حاصل ضرب هر دو تابع پیوسته یکنواخت، پیوسته یکنواخت است.

(3) اگر $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ مشتق کراندار داشته باشد، پیوسته یکنواخت است.

(4) اگر f در بازه $[a, b]$ انتگرال‌پذیر ریمان باشد، آنگاه تابع $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ بر بازه $[a, b]$ پیوسته یکنواخت است.

۵۵ شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)^{n+1} \left(\frac{x-\alpha}{2}\right)^{n(n+1)}$ برابر است با:

(۱)

(۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ∞

(۴) ۲

۵۶ در یک سیستم ممیز شناور نرمال شده با روش بریدن برای نمایش عدد حقیقی با ۳ رقم مانیتس در مبنای $10^{-9} \leq e \leq 9$ به صورت $d_1 d_2 d_3 \times 10^e$ تعداد اعداد قابل نمایش و روند عدد یک به ترتیب برابرند با

(۱) ۰/۰۱ و ۳۴۲۰۱

(۲) ۰/۰۱ و ۳۴۲۰۰

(۳) ۰/۰۰۵ و ۳۴۲۰۱

(۴) ۰/۰۰۵ و ۳۴۲۰۰

-۵۷ برای محاسبه جواب دستگاه $Ax = b$ ، \bar{x} جواب محاسبه شده در شرط $\|Ax\| \leq k(A) * 10^{-4} \|\bar{x}\|$ صدق می کند. که در آن، $k(A) = 10^3$ ، عدد حالت A ، و Δx تخمینی برای خطای مربوط به \bar{x} است. در این صورت، تعداد ارقام قابل اعتماد در \bar{x} تقریباً برابر است با

(۱) ۳

(۲) ۵

(۳) ۷

(۴) ۸

-۵۸ بهازای تابع $f[x_0, \dots, x_n] = x^p$ ، مقدار $f[\bar{x}_0, \dots, \bar{x}_n]$ برابر است با

(۱) صفر، اگر $n < p$ (۲) یک، اگر $n = p + 1$ (۳) صفر، اگر $n > p$ (۴) یک، اگر $n = p$

-۵۹ رابطه تکراری $x_{n+1} = x_n(2 - ax_n)$ در صورت همگرایی به یک عدد ناصلف، با نرخ همگرایی مجاني همگرا می شود.

(۱) \sqrt{a}

(۲) خطی به

(۳) مرتبه دوم به

(۴) خطی به $\frac{1}{a}$

-۶۰ اگر روش ذوزنقه‌ای برای تخمین انتگرال به صورت $I_A = \int_a^b f(x) dx \approx I_A = \frac{(b-a)}{2} [f(a) + f(b)]$ را به صورت

مرکب روی دو زیر بازه $\left[\frac{a+b}{2}, b \right]$ و $\left[a, \frac{a+b}{2} \right]$ در نظر بگیریم، آن‌گاه تخمین به دست آمده برابر است با

$$\left(\frac{b-a}{2} \right) \left[\frac{f(a) + f(b)}{2} + f\left(\frac{a+b}{2} \right) \right] \text{ (۱)}$$

$$\left(\frac{b-a}{4} \right) \left[f(a) + f\left(\frac{a+b}{2} \right) + f(b) \right] \text{ (۲)}$$

$$\left(\frac{b-a}{4} \right) \left[f(a) + f(b) + 2f\left(\frac{a+b}{2} \right) \right] \text{ (۳)}$$

$$\left(\frac{b-a}{4} \right) \left[2f(a) + f\left(\frac{a+b}{2} \right) + 2f(b) \right] \text{ (۴)}$$

-۶۱- به چند طریق می‌توان ۲۰ ورزشکار را به ۵ گروه دونفره و ۲ گروه پنج نفره تقسیم نمود؟

$$\frac{20!}{(2!)^5 (5!)^2} \quad (2)$$

$$\frac{20!}{(2!)^4 (5!)^1} \quad (1)$$

$$\frac{20!}{(2!)^5 (5!)^2 7!} \quad (4)$$

$$\frac{20!}{(2!)^5 (5!)^2} \quad (3)$$

-۶۲- اگر جمع میانگین و میانه یک نمونه تصادفی ۱۲ تایی برابر ۲۲ و بزرگ‌ترین یافته نمونه با ۲۳ جایگزین شود، کدام است؟

$$23 \quad (2)$$

$$22/5 \quad (4)$$

$$23/5 \quad (3)$$

-۶۳- فرض کنید A_1, A_2, \dots, A_n پیشامدهای مستقلی باشند به‌طوری که برای هر $i = 1, \dots, n$ داشته باشیم

$$P(A_i) = \frac{1}{i+1} \quad (1)$$

$$\frac{1}{n+1} \quad (2)$$

$$\frac{n}{n+1} \quad (1)$$

$$\frac{1}{n} \quad (4)$$

$$\frac{n-1}{n} \quad (3)$$

-۶۴- از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ عدد را به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه کوچکترین عدد انتخابی از ۴ بزرگ‌تر باشد، کدام است؟

$$\left(\frac{1}{10}\right)^6 \quad (2)$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^6 \quad (1)$$

$$\frac{3}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{210} \quad (3)$$

-۶۵- فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهای مستقل روی یک فضای نمونه‌ای باشند که $P(B_i) = \frac{1}{i+1}$ برای

$i = 1, 2, \dots, n$ است. احتمال اینکه دقیقاً یکی از این پیشامدها رخ دهد، کدام است؟

$$\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n \frac{1}{i+1} \quad (1)$$

$$\frac{n}{n+1} \quad (2)$$

$$\frac{1}{n+1} \quad (3)$$

$$\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n \frac{1}{i+1} \quad (4)$$

ساختمن داده‌ها، طراحی الگوریتم‌ها و مبانی نظریه محاسبه:

۶۶ - کدام گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) برای هر تابع $f: N \rightarrow N$ داریم $O(2f) = O(f)$ (ب) برای هر دو تابع $f: N \rightarrow N$ و $g: N \rightarrow N$ داریم $O(f+g) = O(f) + O(g)$

۳) هر دو

۲) فقط (ب)

۱) فقط (الف)

۴) هیچ‌کدام

۶۷ - پس از اجرای قطعه کد زیر، k از چه مرتبه‌ای است؟

k = 0

```
for(i=0; i<n; i=i+1)
    for(j=1; j<n; j=j+i)
        k = k+1
```

n²lg n (۴)n² (۳)

nlgn (۲)

n (۱)

۶۸ - پس از اجرای قطعه که زیر، k از چه مرتبه‌ای است؟

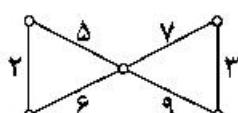
k = 0

```
for(i=1; i<n; i++)
    for(j=1; j<i; j++)
        k = k+i+j
```

n² (۴)n² (۳)n² (۲)

n (۱)

۶۹ - با اجرای الگوریتم کرواسکال روی گراف زیر، وزن آخرین یال انتخاب شونده چند است؟



۷ (۲)

۲ (۴)

۹ (۱)

۳ (۳)

۷۰ - در جستجوی DFS بر روی یک گراف جهت‌دار بدون دور، در مورد هر رأس ۷، در پشته (Stack) چند بار رأس‌های دیگر بلافاصله روی رأس ۷ قرار می‌گیرند؟

۲) درجه ورودی ۷

۴) مجموع درجه ورودی و خروجی ۷

۳) درجه خروجی ۷

۱) یک

۷۱ - با مرتب‌سازی حبابی داده‌های مقابل را از بالا به پایین صعودی می‌کنیم. چند بار جابه‌جایی دو عنصر انجام می‌شود؟

۴

۲

۳

۱

۳ (۲)

۱ (۴)

۵ (۱)

۶ (۳)

۷۲ - مرتبه زمانی الگوریتم‌های مرتب‌سازی حبابی روی یک آرایه تصادفی و مرتب‌سازی انتخابی روی یک آرایه تصادفی به ترتیب از راست به چپ برابر است با:

n² و n² (۲)n² و nlgn (۱)nlgn و n² (۴)

nlgn و nlgn (۳)

- ۷۳- چند تا از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) زمان درج یک عنصر در یک لیست پیوندی مرتب ($\lg n$) است.

ب) زمان درج یک عنصر در یک آرایه نامرتب (۱) است.

ج) زمان درج یک عنصر در یک درخت گمینه (یا درخت بیشینه) ($\lg n$) است.

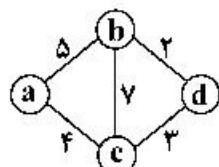
- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

- ۷۴- عدد طبیعی n داده شده است. در جستجوی دو عدد مانند a_i و a_j هستیم که $a_i = 2a_j$ بهترین

زمان متوسط برای این مسأله از چه مرتبه‌ای است؟ (استفاده از درهم‌سازی)

- (۱) n^2 (۲) n (۳) $n \lg n$ (۴) n^3

- ۷۵- هنگام اجرای الگوریتم دایکسترا روی گراف مقابل و با فراخوانی از رأس a یک درخت فراگیر مانند T ایجاد می‌شود. فاصله b از c در T چند است؟



- (۱) ۵
(۲) ۷
(۳) ۹
(۴) $+\infty$

- ۷۶- زمان متوسط و زمان بدترین حالت برای Quick Sort به ترتیب از راست به چپ از چه مرتبه‌هایی است؟

- (۱) $n^2, n \lg n$
(۲) $n \lg n, n^2$
(۳) $n \lg n, n \lg n$
(۴) n^2, n^2

- ۷۷- برای تعیین این که یک گراف جهت‌دار با n رأس دارای دور جهت‌دار است یا نه، حداقل چند بار باید حلقه اصلی الگوریتم بلمن-فورد را اجرا کرد؟

- (۱) $n - 1$
(۲) $2n$
(۳) $n + 1$
(۴) n

- ۷۸- کدام مسأله دارای الگوریتم حل و تقسیم (با زمان چندجمله‌ای) نیست؟

- (۱) طولانی‌ترین مسیر گراف
(۲) مرتب‌سازی اعداد
(۳) ضرب اعداد
(۴) ضرب ماتریس‌ها

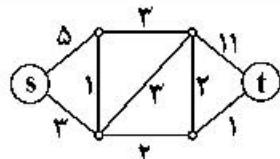
- ۷۹- کدام یک از مسائل زیر دارای الگوریتم پویا (dynamic) (با زمان چندجمله‌ای) است؟

(الف) یافتن فاصله هر دو رأس در یک گراف وزن دار جهت‌دار
(ب) یافتن طولانی‌ترین زیردنباله مشترک دو رشته

- (۱) فقط (الف)
(۲) فقط (ب)
(۳) هر دو
(۴) هیچ‌کدام

- ۸۰- در پیاده‌سازی کدام موارد به ترتیب از راست به چپ از صفحه و پشته (Stack) استفاده می‌شود؟

- (۱) DFS و BFS
(۲) BFS و DFS
(۳) hash و heap
(۴) heap و hash



-۸۱ جواب بیشینه از s به t در شبکه مقابل چند است؟

- ۱) ۱۱ (۲)
۲) ۷ (۴)

- ۱) ۸
۲) ۱۳

-۸۲ چند تا از مسائل زیر روی گراف‌های وزن‌دار و همبند، عضو کلاس P است؟ (مسائل دارای زمان چندجمله‌ای)

- I) فاصله دو رأس خاص
II) فاصله هر دو رأس
III) سبک‌ترین زیردرخت فراگیر

- ۱) ۱ (۲)
۲) ۳ (۴)

- ۱) °
۲) ۲

-۸۳ کدام گزاره (گزاره‌ها) درست است؟

الف) اگر در الگوریتم فورد-فالکرسون مسیرهای افزایشی را به دلخواه انتخاب کنیم و نیز ظرفیت همه یال‌های شبکه عدد طبیعی باشد، حتماً الگوریتم پس از متناهی گام متوقف می‌شود. (به پایان می‌رسد)

- ب) مسئله کوله‌پشمی \leq_1 دارای الگوریتم حریصانه با زمان چندجمله‌ای است.
۱) فقط (الف)
۲) هیچ کدام
۳) هر دو

-۸۴ کدام گزینه درست است؟

$$\begin{aligned} \text{NP} \cap \text{P} &= \emptyset \\ \text{NP} \cup \text{P} &= \Sigma^* \end{aligned}$$

$$\text{P} \subseteq \text{NP} - \text{Complete} \Rightarrow \text{NP} = \text{P}$$

$$\text{NP} - \text{Complete} \subseteq \text{P} \Rightarrow \text{NP} = \text{P}$$

-۸۵ فرض کنید در یک مسئله عدد a_{ij} بهارای هر i و j که $i \leq n \leq 1$ تعریف شده است همچنین داریم:

$$\begin{aligned} (\forall i) \quad a_{ii} &= 1 \\ (\forall i < j) \quad a_{ij} &= \min_{i \leq k \leq j} \{a_{ik} + a_{kj} + f(i, j, k)\} \end{aligned}$$

که در آن f یک تابع است که برای هر i و j و k در زمان $O(n)$ قابل محاسبه است. در این صورت a_{1n} در چه زمانی محاسبه می‌شود و الگوریتم محاسبه آن از چه نوعی است؟

- ۱) $\theta(n^2)$ - دینامیکی
۲) $\theta(n^3)$ - دینامیکی
۳) $\theta(n^2)$ - حل و تقسیم
۴) $\theta(n^3)$ - حل و تقسیم

-۸۶ فرض کنید:

$$L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$$

$$L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i+j=k\}$$

کدام گزینه در مورد این دو زبان درست است؟

- ۱) L_1 منظم است ولی L_2 منظم نیست.
۲) L_1 و L_2 هیچ کدام منظم نیستند.
۳) L_2 منظم است ولی L_1 منظم نیست.

-۸۷- موارد زیر را در نظر بگیرید:

(۱) کلام زبان‌هایی که توسط NFA ها تشخیص داده می‌شوند تحت مکمل بسته‌اند.

(۲) فرض کنیم DFA یک باشد و $C = L(D)$. در این صورت یک DFA دیگر مانند \bar{D} وجود دارد که زبان $\overline{L(D)}$ را تشخیص می‌دهد.

(۳) فرض کنیم M یک NFA باشد که زبان C را تشخیص می‌دهد. هرگاه حالت‌های پذیرش و غیرپذیرش را در M به یکدیگر تبدیل کنیم به یک NFA می‌رسیم که زبان \bar{C} را تشخیص می‌دهد.

چند مورد از گزاره‌های فوق درست هستند؟

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

-۸۸-

گرامر G با قوانین زیر را در نظر بگیرید که در آن S متغیر شروع است:

$S \rightarrow 0S0 | 0S1 | 1S0 | 1S1 | 0$

کدام رشته در زبان این گرامر قرار ندارد؟

(۱) 01010111

(۲) 101010101

(۳) 1100110110011

(۴) 1011110001000

-۸۹-

فرض کنید:

$$L_1 = \left\{ a^n w w^R a^n : n \geq 0, w \in \{0,1\}^* \right\}$$

$$L_2 = \{a^n b^j a^n b^j : n, j \geq 0\}$$

کدامیک در مورد این دو زبان درست است؟

(۱) L_1 و L_2 هر دو مستقل از متن هستند.

(۲) L_1 مستقل از متن است ولی L_2 مستقل از متن نیست.

(۳) L_1 و L_2 هیچ کدام مستقل از متن نیستند.

(۴) L_1 مستقل از متن است ولی L_2 مستقل از متن نیست.

فرض کنیم M یک DFA برای زبان زیر باشد:

(۱) w با b شروع می‌شود با b تمام می‌شود و تعداد فردی a دارد :

M حداقل چند حالت دارد؟

(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) ۶

(۳) ۵

-۹۰-

فرض کنیم L زبان عبارت منظم زیر باشد:

$$R = (0+1)^* \circ ((0+1)(0+1)(0+1))^* \circ (0+1)^*$$

به لازی کدام مقدار برای x عبارت $0^m 1^k 0^l 1^n = w$ در L قرار می‌گیرد؟

(۱) هیچ کدام از ۰ و ۱

(۲) فقط ۰

(۳) فقط ۱

(۴) فقط ۰ و ۱

-۹۲ فرض کنیم Q یک اتوماتی شبیه به PDA باشد با این تفاوت که به جای پشته مجهز به یک صفحه باشد. به عبارت دیگر، Q ماشینی متناهی الحال است که با توجه به نماد ورودی حالت فعلی و نماد جلویی صفحه حرکت می‌کند.تابع انتقال این ماشین اجازه می‌دهد که حالت خود را تغییر دهد، نماد جلویی را از صفحه حذف کند و نمادی به آخر صفحه اضافه کند. قدرت ماشین Q در تشخیص زبان‌ها:

(۱) کمتر از PDA ها است.
(۲) به اندازه PDA ها است.

(۳) به اندازه یک ماشین تورینگ و بیشتر از PDA ها است.
(۴) کمتر از ماشین تورینگ است.

-۹۳ گوئیم زبان L اعضا کلاس C است هرگاه گرامر مستقل از متن برای آن وجود داشته باشد که همه قوانین آن به صورت $x \rightarrow A$ یا $A \rightarrow xBy$ باشد که x و y رشته‌های پایانی (احتمالاً تهی) هستند. این گزاره‌ها را در نظر بگیرید.

I. اگر $L_1, L_2 \in C$ آن‌گاه $L_1 \cup L_2 \in C$ (I)

II. اگر $L_1, L_2 \in C$ آن‌گاه $L_1 \cap L_2 \in C$ (II)

III. اگر $L \in C$ آن‌گاه $\bar{L} \in C$ (III)

چند نا از این گزاره‌ها درست هستند؟

(۱) صفر
(۲) یک

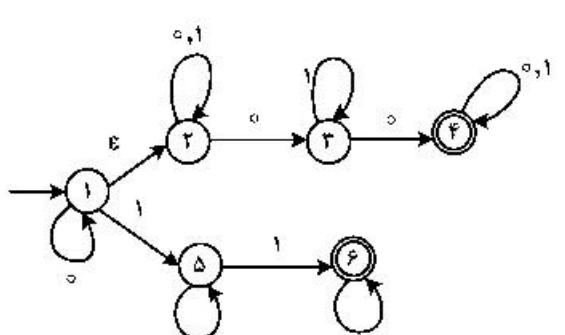
-۹۴ کدام رشته در زبان اوتوماتی زیر نیست؟

1010101000001 (۱)

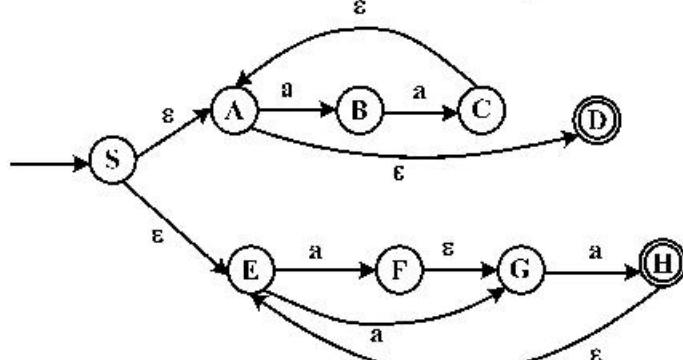
0101010101010 (۲)

1000111000111 (۳)

0111111111111 (۴)



-۹۵ NFA زیر را در الفبای $\Sigma = \{a\}$ به معادل تبدیل می‌کنیم DFA حاصل حداقل چند حالت دارد؟



مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها:

-۹۶ کدام موارد قضیه هستند؟

$$(a) ((p \wedge q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r))$$

$$(b) ((p \vee q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r))$$

(۱) فقط (الف)

(۲) فقط (ب)

(۳) هردو

(۱) فقط (الف)

(۲) هردو

-۹۷- موارد زیر مفروض است:

$p =$ باران سرد است.

$q =$ باران بارانی است.

$r =$ نیاز به پوشیدن بارانی است.

$s =$ نیاز به پوشیدن کلاه است.

کدام گزینه بیان $\neg r \wedge s$ زیر است؟

«اگر نه هوا سرد باشد نه باران باراد، نه نیاز به پوشیدن بارانی است نه نیاز به پوشیدن کلاه»

$$((\neg p) \wedge (\neg q)) \Rightarrow (\neg(r \wedge s)) \quad (1)$$

$$(\neg(p \wedge q)) \Rightarrow ((\neg r) \wedge (\neg s)) \quad (2)$$

$$((\neg p) \wedge (\neg q)) \Rightarrow ((\neg r) \wedge (\neg s)) \quad (3)$$

$$((\neg p \wedge q)) \Rightarrow (\neg(r \wedge s)) \quad (4)$$

-۹۸- برای یک مجموعه x ، منظور از $P(x)$ ، مجموعه توانی x است. A و B دو مجموعه دلخواه هستند. کدام گزینه ممکن است نادرست باشد؟

$$P(A) \cap P(B) \subseteq P(A \cap B) \quad (1)$$

$$P(A) \cap P(B) = P(A \cap B) \quad (2)$$

$$P(A) - P(B) \subseteq P(A - B) \quad (3)$$

$$P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B) \quad (4)$$

-۹۹- اعضای مجموعه $\{n \in \mathbb{N} \mid \text{را به طور استقرایی چنین تعریف می‌کنیم}$:

$$\circ = \emptyset$$

$$n = (n-1) \cup \{n-1\} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

در این صورت او ۲ به ترتیب چند عضوی هستند؟

(۱) ۱ و ۲

(۲) ۲ و ۳

(۳) ۲ و ۴

(۴) ۱ و ۳

-۱۰۰- اثبات کدام یک از گزاره‌های زیر نیازمند اصل انتخاب است؟

(الف) برای هر مجموعه x ، رابطه ترتیب کلی \leq روی x وجود دارد به‌طوری که برای هر $x \subseteq y$ که $y \neq \emptyset$ ، $x \subseteq y$ دارای بزرگترین عضو است.

(ب) فرض کنیم $P(\mathbb{N})$ ، مجموعه توانی مجموعه اعداد طبیعی باشد. در این صورت تابع $f: P(\mathbb{N}) \rightarrow \mathbb{N}$ وجود دارد که برای هر $A \neq \mathbb{N}$ داریم $f(A) \notin A$.

(۱) فقط (الف)

(۲) فقط (ب)

(۳) هر دو

(۴) هیچ‌کدام

-۱۰۱- A یک مجموعه سازگار و غیر ماکسیمال از گزاره‌های زیر الزاماً درست است؟

(الف) گزاره‌ای مانند P وجود دارد که $P \not\subseteq A$ و مجموعه $\{P\} \cup A$ سازگار است.

(ب) برای هر گزاره مانند P ، یکی از دو مجموعه $\{P\} \cup A$ و $\{\neg P\} \cup A$ سازگار است.

(ج) مجموعه سازگار و ماکسیمال مانند B وجود دارد که $A \subseteq B$.

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۰۷- فرض کنیم A و B دو مجموعه باشند و $a \in A$ و $b \in B$. با توجه به تعریف زوج مرتب (a, b) در نظریه مجموعه‌ها کدام گزینه در مورد عبارت‌های زیر درست است؟

(الف) $(a, b) \in P(P(A \cup B))$

(ب) $a, b \in \cup(a, b)$

(۲) فقط (الف) صحیح است.

(۱) هر دو مورد (الف) و (ب) صحیح است.

(۴) هر دو مورد (الف) و (ب) نادرست هستند.

(۳) فقط (ب) صحیح است.

۱۰۸- فرض کنیم X یک مجموعه استقرانی باشد، تعریف می‌کنیم:

$$A_1 = \{x \in X : x \subseteq X\}$$

$A_2 = \{x \in X : x \text{ معدی است}\}$

کدام گزینه صحیح است؟

(۲) فقط A_2 استقرانی است.

(۱) فقط A_1 استقرانی است.

(۴) هر دو استقرانی نیستند.

(۳) A_2 و A_1 هر دو استقرانی هستند.

۱۰۹- فرض کنیم γ اوردینال ناصل باشد که برای هر $\beta < \gamma$ و $\alpha + \beta < \gamma$ داشته باشیم $\beta < \alpha$. کدام یک از عبارت‌های زیر درست است؟

(الف) برای هر $\gamma < \alpha$ داریم $\gamma = \alpha + \gamma$.

(ب) γ اوردینال تالی است.

(۲) فقط (ب)

(۱) فقط (الف)

(۴) هیچ‌کدام

(۳) هر دو

۱۱۰- فرض کنیم P یک نماد محمولی یک موضعی باشد. بخش زیر از یک استنتاج در سیستم استنتاج طبیعی را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

⋮

$$\frac{P(y), z = y - P(z)}{P(y) - z = y \rightarrow P(z)}$$

$$\frac{P(y) - \forall x(x = y \rightarrow P(x))}{P(y)}$$

(۱) معرفی شرط درست ولی مجاز به معرفی سور عمومی نبوده‌ایم.

(۲) معرفی شرط و معرفی سور عمومی به درستی انجام شده است.

(۳) معرفی سور عمومی درست است ولی مجاز به معرفی شرط نبوده‌ایم.

(۴) معرفی شرط و هم معرفی سور عمومی در آین استنتاج اشکال دارد.

۱۱۱- فرض کنیم A مجموعه همه توابع یک به یک و پوشان از $[0, 1] \rightarrow [0, 1]$ باشد. یعنی

{ f یک به یک و پوشان است} $\equiv A = \{f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]\}$. کدام گزینه در مورد مجموعه A صحیح است؟

(۲) A ناشمار است.

(۱) A تنهی است.

(۴) A ناتهی ولی متناهی است.

(۳) A شمارای نامتناهی است.

۱۱۲- در زبان $\{L\} = \text{شامل}\{\text{ک}\}$ نظریه ترتیب‌های خطی چگال بدون نقاط انتهایی باشد و σ_1 و σ_2 دو جمله هستند که $\{\sigma_1\} \cup \{\sigma_2\}$ هر دو سازگار باشند.

فرض کنیم ساختهای U_1 و U_2 به ترتیب مدل‌های شمارایی برای $\{\sigma_1\} \cup \{\sigma_2\}$ و $\{\sigma_2\}$ باشند. گزاره‌های زیر را در نظر بگیرید:

- (الف) U_1 و U_2 ایزومورف هستند.
- (ب) U_1 و U_2 معادل مقدماتی هستند.
- از گزاره‌های فوق کدام درست است؟

(۱) فقط (الف)

(۲) هیچ‌کدام

(۳) هر دو

۱۱۳- عبارت‌های زیر را در منطق گزاره‌ها در نظر می‌گیریم:

(الف) هر مجموعه ارضاء شدنی (Satisfiable) از فرمول‌ها سازگار است.

(ب) برای هر مجموعه از فرمول‌ها مانند $\sum \vdash \varphi$ اگر φ آن‌گاه $\models \varphi$ کدام گزینه در مورد آن‌ها درست است؟

(۱) هر یک نتیجه‌ای از دیگری است.

(۲) (الف) نتیجه (ب) است ولی (ب) نتیجه (الف) نیست.

(۳) (ب) نتیجه (الف) است ولی (الف) نتیجه (ب) نیست.

(۴) هیچ‌کدام نتیجه دیگری نیستند.

۱۱۴- فرض کنیم θ یک فرمول بدون سور در زبان منطق مرتبه اول باشد و $\forall x_1 \dots \forall x_n \theta = \exists x_1 \dots \exists x_n \theta$. فرض کنیم $|V| \geq |B|$ زیرساخت B و $|s| \geq |V|$ یک مقداردهی به متغیرها باشد. چه تعداد از موارد زیر درست هستند؟(الف) اگر $[s] \models_B \theta$ آن‌گاه $\models_B \theta[s]$ (ب) اگر $[s] \models_B \theta$ آن‌گاه $\models_B \theta[s]$ (ج) اگر $[s] \models_B \psi_2$ آن‌گاه $\models_B \psi_2[s]$ (د) اگر $[s] \models_B \psi_1$ آن‌گاه $\models_B \psi_1[s]$

(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

۱۱۵- فرض کنیم A مجموعه همه توابع از $\{0, 1, 2, \dots\}$ و B مجموعه همه توابع یک‌به‌یک و پوشای w به w باشند و $C = P(w)$. از مجموعه‌های A و B و C چه تعدادی از آن‌ها با مجموعه $P(w) \times P(w)$ هم‌توان (هم‌عدد) هستند؟

(۱)

(۲)

(۳)

(۴) صفر

ریاضیات گسسته و مبانی ترکیبیات:

۱۱۶- مقدار عبارت $\sum_{k=0}^5 \binom{6}{k} \binom{7}{5-k}$ چقدر است؟

- (۱) ۲۰۰۲
 (۲) ۱۲۸۷
 (۳) ۷۹۲
 (۴) ۴۶۲

۱۱۷ از ۱۳۶ دانشجو یک دانشکده ۷۸ دانشجو علاقه‌مند به زبان آلمانی، ۳۲ دانشجو علاقه‌مند به زبان فرانسوی و ۵۷ دانشجو علاقه‌مند به زبان انگلیسی هستند. همچنین ۱۳ دانشجو علاقه‌مند به هر دو زبان آلمانی و فرانسوی، ۲۱ دانشجو علاقه‌مند به هر دو زبان فرانسوی و انگلیسی و ۱۶ دانشجو علاقه‌مند به هر دو زبان آلمانی و انگلیسی هستند. ۱۲۲ دانشجو به حداقل یکی از این زبان‌ها علاقه دارند. چند دانشجو هر سه زبان را دوست دارند؟

- (۱) ۰
 (۲) ۳
 (۳) ۴
 (۴) ۵

۱۱۸- یک مثلث متساوی‌الاضلاع که طول هر ضلع آن ۲۷ است را درنظر می‌گیریم. در مرحله اول هر ضلع آن را به سه قسمت متساوی تقسیم نموده و به جای بخش وسطی یک مثلث متساوی‌الاضلاع جدید (مطابق شکل) قرار می‌دهیم. در مرحله دوم همین کار را برای شکل جدید انجام می‌دهیم و این کار را مرتباً تکرار می‌کنیم. محیط شکلی که در مرحله ششم حاصل می‌شود، چقدر است؟



- $\frac{4096}{3}$ (۱)
 $\frac{1024}{3}$ (۲)
 $\frac{1024}{9}$ (۳)
 $\frac{4096}{9}$ (۴)

۱۱۹- فرض کنید C صفحه شطرنجی خانه‌های هاشور نخورده (شامل ۲۴ خانه) باشد. ضریب x^3 در چند جمله‌ای رخدانه C چقدر است؟

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
A						
B						
C						
D						
E						

- (۱) ۴۸۰
 (۲) ۵۹۷
 (۳) ۶۱۷
 (۴) ۱۲۰۰

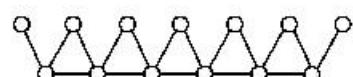
۱۲۰- فرض کنیم $\frac{x}{1,000,000} = y$ در این صورت y در کدام بازه قرار دارد؟
باشد که حداقل سه بار ظاهر شده است. اگر قرار دهیم

- [۳۵, ۴۰] (۱)
- [۳۰, ۳۵] (۲)
- [۲۵, ۳۰] (۳)
- [۴۰, ۴۵] (۴)

۱۲۱- تابع مولد دنباله $2, 3, 4, 5, \dots$ کدام است؟

- $\frac{x}{(1-x)^2}$ (۱)
- $\frac{x}{1-x}$ (۲)
- $\frac{1-x}{(1-x)^2}$ (۳)
- $\frac{1}{(1-x)^2}$ (۴)

۱۲۲- تعداد زیردرخت‌های فرائیگراف مقابله‌چند است؟



- 2^5 (۱)
- 3^5 (۲)
- 2^7 (۳)
- $3^5 \times 2^2$ (۴)

۱۲۳- چند مکعب مستطیل $1 \times 3 \times 3$ درون یک مکعب $5 \times 5 \times 5$ قرار دارد؟

- $5 \times 4 \times 3$ (۱)
- $\binom{5}{3} \times \binom{5}{2} \times 5$ (۲)
- $6 \times 5 \times 4 \times 3$ (۳)
- $6 \times \binom{5}{3} \times \binom{5}{2} \times 5$ (۴)

۱۲۴- مجموع اعداد ۵ رقمی با ارقام فرد متمایز (مثلاً ۳۱۹۷۵)، یک عدد چند رقمی است؟

- ۶ (۱)
- ۷ (۲)
- ۸ (۳)
- ۹ (۴)

۱۲۵- فرض کنید k کوچک‌ترین عدد طبیعی است که در هر زیرمجموعه k عضوی از انسان‌ها حداقل ۳ نفر وجود داشته باشند که در یک قاره و یک فصل سال به دنیا آمده‌اند. تعداد قاره‌ها را ℓ فرض کنید. k در چه بازه‌ای قرار دارد؟

- [۴۰, ۵۹] (۱)
- [۱, ۳۹] (۲)
- [۶۰, ۷۹] (۳)
- [۸۰, ∞] (۴)

۱۲۶- اگر برای هر n که $n \geq 2$ داشته باشیم $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$ و نیز a_1, a_2 توامان صفر نباشند، $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n-1}}$ چند است؟

- (۱) با توجه به مقادیر a_1, a_2 می‌تواند ۲ یا ۳ باشد.
- (۲)
- (۳)

(۴) با توجه به مقادیر a_1, a_2 می‌تواند ۲ یا ۳ یا بعضی از اعداد حقیقی دیگر باشد.

۱۲۷- تعداد اعداد ۱۰ رقمی با ارقام ۱ و ۵ که مضرب ۳ باشند، چند است؟

- $\binom{10}{5}$ (۱)
- $\binom{10}{5}^2$ (۲)
- $\binom{10}{5} + 2\binom{10}{2}$ (۳)
- $\binom{10}{5}^2 + 2\binom{10}{2}^2$ (۴)

۱۲۸- گزاره‌های زیر مفروضند:

الف) گراف ۳ منظمی وجود دارد که تطابق کامل ندارد.

ب) گراف ۴ منظمی وجود دارد که تطابق کامل ندارد.

کدام گزاره‌های فوق درست است؟

- (۱) فقط (الف)
- (۲) فقط (ب)
- (۳) هر دو
- (۴) هیچ‌کدام

۱۲۹- گزاره‌های زیر مفروضند:

الف) اگر مکمل گراف G ناهمبند باشد آن‌گاه G همبند است.

ب) یک گراف ساده با دنباله درجات $1, 3, 3, 4, 5, 6, 6$ وجود دارد.

ج) U یک رأس درجه فرد در گراف ساده است. یک مسیر از U به یک رأس درجه فرد دیگر وجود دارد.

چه تعداد از این گزاره‌ها درست است؟

- ۰ (۱)
- ۱ (۲)
- ۲ (۳)
- ۳ (۴)

- ۱۳۰ - گزاره‌های زیر مفروضند:

الف) فرض کنیم G یک گراف n رأسی با عدد رنگی $(G)x$ و عدد استقلال $(G)\alpha$ باشد. در این صورت

$$\cdot x(G) \geq \frac{n}{\alpha(G)}$$

ب) فرض کنیم G گرافی است که حداکثر m رأس از درجه حداکثر n دارد و مابقی رئوس از درجه حداکثر k باشند که $n < m < n$ و $k < n$. در این صورت $x(G) \leq m + k + 1$.

ج) فرض کنیم $3 \leq d \leq l$ عدد ثابت صحیح و G یک گراف ساده است که درجه تمام رأس‌های آن حداکثر d است و G -رنگ پذیر نیست و G گراف با کمترین تعداد رأس با این خاصیت‌ها است. در این صورت G رأس برشی ندارد.

چه تعداد از گزاره‌ها درست است؟

- (۱) ۰
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۱۳۱ فرض کنیم $G = (V, E)$ یک گراف همیلتونی باشد و $k = |S|$ و $m = |\emptyset \neq S \subseteq V|$ تعداد مؤلفه‌های همبندی $G - S$ باشد. فرض کنیم P دور همیلتونی G باشد و $H = (V, E(P))$ و e, b, a به ترتیب تعداد رأس، تعداد یال و تعداد مؤلفه‌های همبندی $H - S$ باشد. عبارت‌های زیر را درنظر بگیرید:

- الف) $b = a - e$
- ب) $e \geq k$
- ج) $b \geq a - m$

چه تعداد از این عبارت‌ها درست است؟

- (۱) ۰
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۱۳۲ - به چند روش می‌توان حروف عبارت NNBBCDEOIF را مرتب کرد به طوری که فقط دو حرف صدادار کنار هم باشند؟

- (۱) ۹۰۷۲۰
- (۲) ۴۰۳۲۰
- (۳) ۳۰۲۴۰
- (۴) ۱۸۱۴۴

۱۳۳ - پنج تاس مختلف که به روی وجود آن ها اعداد ۱ تا ۶ نوشته شده است را درنظر می‌گیریم. علی این ۵ تاس را همزمان پرتاب می‌کند و مجموع اعداد ظاهر شده بر روی وجود بالای آن ها به عنوان امتیاز علی درنظر گرفته می‌شود. به چند روش مختلف ممکن است امتیاز علی ۱۷ شود؟

- (۱) ۷۸۰
- (۲) ۱۱۹۷
- (۳) ۱۸۲۰
- (۴) ۵۹۸۵

۱۳۴- چند عدد ۱۰ رقمی با ارقام ۳, ۶, ۵, ۸ وجود دارد به طوری که مجموع رقم‌های آن زوج باشد؟

(۱) ۲^{۱۸}

(۲) ۲^{۱۹}

(۳) بین ۲^{۱۸} و ۲^{۱۹}

(۴) بیش از ۲^{۱۹}

۱۳۵- چند درخت بدون برچسب (بدون شماره) از مرتبه ۸ وجود دارد که درجه هر رأس آن ۱ یا ۳ باشد؟

(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) ۱

(۴) ۰

