



370

C

نام

نام خانوادگی

محل امضاء



370C

صبح پنجشنبه
۹/۱۱/۹۹جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشوراگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)**آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل - سال ۱۳۹۲****علوم کامپیوتر - کد ۱۲۰۹**

مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۵۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۳۰
۲	دروس پایه (ریاضی ۱ و ۲، آمار و احتمال، مبانی کامپیوتر)	۲۵	۳۱	۶۵
۳	ریاضیات گسسته و ساختمان داده‌ها و الگوریتمها	۳۰	۶۶	۹۵
۴	اصول سیستمهای کامپیوتری و نظریه اتوماتا و زبانها	۳۰	۹۶	۱۲۵
۵	آنالیز عددی	۱۵	۱۲۶	۱۴۰
۶	تحقیق در عملیات ۱	۱۵	۱۴۱	۱۵۵

بهمن ماه سال ۱۳۹۰

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.



Part A: Vocabulary

Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.

- 1- He is a woman of ----- who has never abandoned his principles for the sake of making money.
1) utility 2) integrity 3) treaty 4) acrimony
- 2- The loud sound of the radiator as it released steam became an increasingly annoying -----.
1) interval 2) perception 3) zenith 4) distraction
- 3- Jackson's poor typing skills were a ----- to finding employment at the nearby office complex.
1) hindrance 2) supplement 3) confirmation 4) versatility
- 4- The judge dismissed the extraneous evidence because it was not ----- to the trial.
1) obedient 2) treacherous 3) pertinent 4) vulnerable
- 5- Because biology is such a ----- subject, it is subdivided into separate branches for convenience of study.
1) deficient 2) consistent 3) broad 4) mutual
- 6- In addition, physicians may have difficulty in deciding that an illness can be ----- the job. Many industrial diseases mimic sickness from other causes.
1) attributed to 2) precluded from 3) refrained from 4) exposed to
- 7- Mechanics was one of the most highly developed sciences ----- in the Middle Ages.
1) extracted 2) persisted 3) resolved 4) pursued
- 8- In the absence of death from other causes, all members of a population may exist in their environment until the ----- of senescence, which will cause a decline in the ability of individuals to survive.
1) ratio 2) onset 3) core 4) output
- 9- Before the invention and diffusion of writing, translation was ----- and oral; persons professionally specializing in such work were called interpreters.
1) subsequent 2) unilateral 3) eventual 4) instantaneous
- 10- Public attitudes toward business regulation are somewhat -----; most people resent intrusive government rules, yet they expect government to prevent businesses from defrauding or endangering them.
1) cogent 2) emotional 3) ambiguous 4) indifferent

Part B: Cloze Test

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

The variety of successful dietary strategies (11) ----- by traditionally living populations provides an important perspective on the ongoing debate about how high-protein, low-carbohydrate regimens such as the Atkins diet compare with (12) ----- underscore complex carbohydrates and fat restriction. The fact that both these schemes produce weight loss is not surprising, (13) ----- both help people shed pounds through the same basic mechanism: (14) ----- major sources of calories. When you create an energy deficit—that is, when you consume fewer calories (15) ----- —your body begins burning its fat stores and you lose weight.

- 11- 1) employed 2) are employed 3) is employed 4) then employed
- 12- 1) those that 2) the ones they 3) that which 4) they
- 13- 1) in fact 2) although 3) likewise 4) because
- 14- 1) limit 2) limiting 3) which limit 4) with limiting
- 15- 1) are expended 2) that they are expended 3) than you expend 4) to expend

**PART C: Reading Comprehension**

Directions: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.

Passage 1:

The Pumping Lemma: If a language is regular, then every sufficiently long string in the language has a nonempty substring that can be "pumped," that is, repeated any number of times while the resulting strings are also in the language. This fact can be used to prove that many different languages are not regular.

Operations That Preserve the Property of Being a Regular Language: There are many operations that, when applied to regular languages, yield a regular language as a result. Among these are union, concatenation, closure, intersection, complementation, difference, reversal, homomorphism (replacement of each symbol by an associated string), and inverse homomorphism.

Testing Emptiness of Regular Languages: There is an algorithm that, given a representation of a regular language, such as an automaton or regular expression, tells whether or not the represented language is the empty set.

Testing Membership in a Regular Language: There is an algorithm that, given a string and a representation of a regular language, tells whether or not the string is in the language.

Testing Distinguishability of States: Two states of a DFA are distinguishable if there is an input string that takes exactly one of the two states to an accepting state. By starting with only the fact that pairs consisting of one accepting and one nonaccepting state are distinguishable, and trying to discover additional pairs of distinguishable states by finding pairs whose successors on one input symbol are distinguishable, we can discover all pairs of distinguishable states.

- 16- **The problem whether a given string is in a regular language ----- .**
 1) can be decided 2) is NP-Rard 3) is NP-complete 4) is undeciable
- 17- **A regular language ----- .**
 1) has an empty set representation
 2) can be represented by an automation
 3) can always be represented by a regular expression
 4) is always tested and shown to be an empty set
- 18- **To prove that a language is not regular, ----- .**
 1) the pumping lemma can effectively be used
 2) many other languages need to be proved not to be regular
 3) both homomorphism and inverse homomorphism are needed
 4) distinguishable states for the language being empty or nonempty are to be established in a DFA
- 19- **Replacement of symbols by their associated things ----- results in a regular language.**
 1) in any language 2) in regular languages
 3) being called concatenation 4) along with application of the Pumping Lemma
- 20- **A regular language ----- .**
 1) is always nonempty
 2) can be decided to be empty or not
 3) is decided to be empty if the empty string is in the language
 4) can be represented by a regular expression but not by an automation





Passage 2:

Layering, or layered architecture, is a form of hierarchical modularity that is central to data network design. The concept of modularity (although perhaps not the name) is as old as engineering. In what follows, the word module is used to refer either to a device or to a process within some computer system. What is important is that the module performs a given function in support of the overall function of the system. Such a function is often called the service provided by the module. The designers of a module will be intensely aware of the internal details and operation of that module. Someone who uses that module as a component in a larger system, however, will treat the module as a "black box." That is, the user will be uninterested in the internal workings of the module and will be concerned only with the inputs, the outputs, and, most important, the functional relation of outputs to inputs (i.e. the service provided). Thus, a black box is a module viewed in terms of its input-output description. It can be used with other black boxes to construct a more complex module, which again will be viewed at higher levels as a bigger black box.

This approach to design leads naturally to a hierarchy of modules in which a module appears as a black box at one layer of the hierarchy, but appears as a system of lower-layer black boxes at the next lower layer of the hierarchy (see Fig. 1.6). At the overall system level (i.e., at the highest layer of the hierarchy), one sees a small collection of top-layer modules, each viewed as black boxes providing some clear-cut service. At the next layer down, each top-layer module is viewed as a subsystem of lower-layer black boxes, and so forth, down to the lowest layer of the hierarchy. As shown in Fig. 1.6, each layer might contain not only black boxes made up of lower-layer modules but also simple modules that do not require division into yet simpler modules.

As an example of this hierarchical viewpoint, a computer system could be viewed as a set of processor modules, a set of memory modules, and a bus module. A processor module could, in turn, be viewed as a control unit, an arithmetic unit, an instruction fetching unit, and an input-output unit. Similarly, the arithmetic unit could be broken into adders, accumulators, and so on.

In most cases, a user of a black box does not need to know the detailed response of outputs to inputs. For example, precisely when an output changes in response to an input is not important as long as the output has changed by the time it is to be used. Thus, modules (i.e., black boxes) can be specified in terms of tolerances rather than exact descriptions. This leads to standardized modules, which leads, in turn, to the possibility of using many identical, previously designed (i.e., off-the-shelf) modules in the same system. In addition, such standardized modules can easily be replaced with new, functionally equivalent modules that are cheaper or more reliable.

21- Designers of modules ----- .

- 1) have no need to know the specific functions of the modules
- 2) treat the modules as "black boxes" having no specific function
- 3) make use of computers to build the layers of modules
- 4) are aware of the details of the service being intended

22- Once a module is constructed within a computer system, it can be replaced by a new one ----- .

- 1) only when it is disabled
- 2) that is cheaper even though not reliable
- 3) that is more dependable even though more expensive
- 4) only when a new definition of service is specified



- 23- The notion of language is ----- .
- 1) too old to be used for module construction
 - 2) can not be effective in setting up a service
 - 3) fundamental to construction of modules
 - 4) not appropriately used for modules
- 24- The user of a module is ----- .
- 1) intensely interested in the outcome of modules application to the input
 - 2) not interested to know the input-output relations
 - 3) not interested in the outputs as much as in the inputs
 - 4) interested to know the details of the constructive features of the module
- 25- A computer system is considered to be ----- .
- 1) a hierarchical module
 - 2) composed of a set of single-layered modules
 - 3) unjustifiably named a module
 - 4) an inappropriate example of a module

Passage 3:

GEOMETRIC ALGORITHMS are a collection of methods for solving problems involving points and lines (and other simple geometric objects) that have only recently come into use. We consider algorithms for finding the convex hull of a set of points, for finding intersections among geometric objects, for solving closestpoint problems, and for multidimensional searching. Many of these methods nicely complement more elementary sorting and searching methods.

GRAPH ALGORITHMS are useful for a variety of difficult and important problems. A general strategy for searching in graphs is developed and applied to fundamental connectivity problems, including shortest path, minimum spanning tree, network flow, and matching. A unified treatment of these algorithms shows that they are all based on the same procedure, and this procedure depends on a basic data structure developed earlier.

MATHEMATICAL ALGORITHMS include fundamental methods from arithmetic and numerical analysis. We study methods for arithmetic with integers, polynomials, and matrices as well as algorithms for solving a variety of mathematical problems that arise in many contexts: random number generation, solution of simultaneous equations, data fitting, and integration. The emphasis is on algorithmic aspects of the methods, not the mathematical basis.

ADVANCED TOPICS are discussed for the purpose of relating the material in the book to several other advanced fields of study. Special-purpose hardware, dynamic programming, linear programming, exhaustive search, and NP-completeness are surveyed from an elementary viewpoint to give the reader some appreciation for the interesting advanced fields of study suggested by the elementary problems confronted in this book.

The study of algorithms is interesting because it is a new field (almost all of the algorithms we will study are less than twenty-five years old) with a rich tradition (a few algorithms have been known for thousands of years). New discoveries are constantly being made, and few algorithms are completely understood. In this book we will consider intricate, complicated, and difficult algorithms as well as elegant, simple, and easy algorithms. Our challenge is to understand the former and appreciate the latter in the context of many different potential applications. In doing so, we will explore a variety of useful tools and develop a way of "algorithmic thinking" that will serve us well in computational challenges to come.

- 26- Geometric algorithms ----- sorting and searching.
 1) are developed to eliminate the need for 2) are not used for complicated
 3) lead to simple methods of 4) may be useful in
- 27- Mathematical algorithms are concerned with ----- .
 1) problems involving only integer data 2) diverse problems
 3) basic mathematical arithmetic only 4) proofs for mathematical results
- 28- A procedure based on a fundamental data structure ----- .
 1) serves to unify all graph algorithms
 2) is inappropriate for various graph algorithms
 3) is the only method of use in graph algorithms
 4) is used to study various graph algorithms coherently
- 29- Advanced topics ----- problems.
 1) include only theoretical
 2) include useful but not interesting
 3) are treated as elementary but interesting
 4) are shown to be merely elementary
- 30- Algorithmic thinking is developed by ----- .
 1) appreciation of complicated algorithms
 2) the study of elegant algorithms
 3) understanding the mathematical basics of the problems being concerned
 4) learning complicated algorithms as well as appreciating simple algorithms

ریاضی ۱ و ۲

۳۱- کدام گزینه در رابطه با دنباله $\{a_n\}$ با جمله عمومی $a_n = \frac{2(1+\frac{1}{n})^{2n+1}}{[(1+\frac{1}{n})^n + (1+\frac{1}{n})^{n+1}]}$ درست است؟

- (۱) همگرا و نزولی اکید است.
 (۲) همگرا و صعودی اکید است.
 (۳) واگرا است.
 (۴) همگرا است ولی یکتوا نیست.

۳۲- مقدار $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{\cos^5 x} dx$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{4}$
 (۲) $\frac{13}{4}$
 (۳) $\frac{15}{4}$
 (۴) $\frac{9}{4}$

۳۳- مقدار $\int_{(x_1, y_1, z_1)}^{(x_2, y_2, z_2)} \frac{xdx + ydy + zdz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ به طوریکه (x_1, y_1, z_1) روی کره $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ و

(x_2, y_2, z_2) روی کره $x^2 + y^2 + z^2 = b^2$ قرار دارد و $0 < a < b$ ، کدام است؟

(۱) $b - a$

(۲) $\sqrt{\frac{a}{b}}$

(۳) $\sqrt{b - a}$

(۴) $\sqrt{b + a}$

۳۴- انتگرال $\int_0^1 \int_0^1 f(\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$ برابر است با:

(۱) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\sec \theta} r f(r) dr d\theta$

(۲) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\csc \theta} r f(r) dr d\theta$

(۳) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{\sec \theta} r f(r) dr d\theta + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\csc \theta} r f(r) dr d\theta$

(۴) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{\csc \theta} r f(r) dr d\theta + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\sec \theta} r f(r) dr d\theta$

۳۵- اگر $a > 0$ و $a \neq 1$ آنگاه مقدار $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} \cdot \frac{a^x - 1}{a - 1} \right)^{\frac{1}{x}}$ کدام است؟

(۱) a

(۲) $\ln(a)$

(۳) e^a

(۴) $+\infty$

۳۶- امتداد نیمساز زاویه بین $\vec{u} = (1, 2, -2)$ و $\vec{v} = (3, 0, -4)$ با امتداد کدام بردار مشخص می‌شود؟

(۱) $\frac{14}{15}i - \frac{2}{3}j - \frac{22}{15}k$

(۲) $\frac{14}{15}i + \frac{2}{3}j - \frac{22}{15}k$

(۳) $\frac{14}{15}i + \frac{2}{3}j + \frac{22}{15}k$

(۴) $\frac{14}{15}i - \frac{2}{3}j + \frac{22}{15}k$

۳۷- مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (x-t)g(t)dt}{\sin^2 x}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۱

(۳) $\frac{1}{2}g'(0)$

(۴) $\frac{1}{2}g(0)$

۳۸- اگر برای دنباله $\{a_n\}$ داشته باشیم $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = a (a > 0)$ شعاع همگرایی سری $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{a}$

(۲) \sqrt{a}

(۳) $\frac{\sqrt{a}}{a}$

(۴) $a\sqrt{a}$

۳۹- اگر a یک عدد حقیقی و n یک عددی طبیعی باشد، آن گاه ریشه‌های معادله $\left(\frac{1+iz}{1-iz}\right)^n = \frac{1+ai}{1-ai}$ کدام است؟

(۱) همگی حقیقی‌اند.

(۲) همگی موهومی‌اند.

(۳) بعضی حقیقی و بعضی موهومی‌اند.

(۴) بستگی به a دارد.

۴۰- میدان‌های برداری F و G مفروض‌اند. $\text{div}(F \times G)$ برابر است با:

(۱) $G \cdot \text{Curl} F + F \cdot \text{Curl} G$

(۲) $F \cdot \text{Curl} G - G \cdot \text{Curl} F$

(۳) $G \cdot \text{Curl} F - F \cdot \text{Curl} G$

(۴) $F \cdot \text{Curl} F - G \cdot \text{Curl} G$

۴۱- صفحه مماس بر رویه $xyz = a^3$ ($a > 0$) ثابت) در نقطه (a, a, a) با صفحات مختصات تشکیل یک چهار وجهی می‌دهد. حجم این چهار وجهی کدام است؟

(۱) $\frac{a^3}{3}$

(۲) $\frac{2}{9}a^3$

(۳) $3a^3$

(۴) $\frac{9}{2}a^3$

۴۲- یک خط به معادله $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ صفحه $x+y+z=15$ را در نقطه (x_0, y_0, z_0) قطع کرده است. در این صورت y_0 برابر است با:

- (۱) ۱
(۲) ۳
(۳) ۵
(۴) ۷

۴۳- اگر $f(x, y) = \ln x - \ln y + e^{\frac{x}{y}}$ آنگاه حاصل $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y}$ برابر است با:

- (۱) ۰
(۲) $\frac{x}{y}$
(۳) $x - y$
(۴) $x + y$

۴۴- صفحه مماس بر رویه $S: x^2 + y^2 - z^2 = 1$ در نقطه $(1, 1, 1)$ در چند خط راست با رویه اشتراک دارد؟

- (۱) ۴
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) ۰

۴۵- کدام گزینه در مورد نقاط بحرانی تابع $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ صحیح است؟
 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - xyz$

- (۱) یک نقطه بحرانی دارد که مینیمم موضعی است.
(۲) پنج نقطه بحرانی دارد که چهار نقطه زینی و یک نقطه مینیمم موضعی است.
(۳) چهار نقطه بحرانی دارد که همگی زینی هستند.
(۴) هیچ کدام

۴۶- ۱۰ سکه پنجاه تومانی غیر متمایز (یکسان) را به چند طریق مختلف می‌توان به طور کاملاً دلخواه بین سه نفر توزیع کرد؟

(۱) ۶۶

(۲) ۶۲

(۳) ۳^{۱۰}

(۴) ۱۰^۳

۴۷- یک سکه ناسالم را که شانس شیر آمدنش ۳ برابر شانس خط آمدن است را آنقدر به طور مستقل پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار شیر مشاهده شود. احتمال اینکه حداقل ۴ پرتاب نیاز باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{64}$

(۲) $\frac{3}{64}$

(۳) $\frac{3}{256}$

(۴) $\frac{63}{256}$

۴۸- فرض کنید X_1 و X_2 یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال $f_X(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{و.ا} \end{cases}$ باشد

اگر $W = \max(X_1, X_2)$ ، مقدار $P(W \leq \frac{3}{4})$ کدام است؟

(۱) $\frac{9}{16}$

(۲) $\frac{81}{156}$

(۳) $\frac{7}{27}$

(۴) $\frac{81}{256}$

۴۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع پیوسته یکنواخت روی بازه $(0, a)$ باشد. اگر $W = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$

میانگین متغیر تصادفی W کدام است؟

(۱) $\frac{a}{12}$

(۲) $\frac{a^2}{4}$

(۳) $\frac{a^2}{12}$

(۴) $\frac{a^2}{3}$

۵۰- تابع احتمال توأم متغیرهای تصادفی X و Y در جدول زیر ارائه شده است. امید ریاضی X کدام است؟

$y \backslash x$	-۲	-۱	+۱
۱	$1/۲۴$	۰	$1/۲۴$
۲	$1/۱۲$	۰	$۷/۴۸$
۳	$1/۲۴$	$۷/۲۴$	$1/۸$

(۱) $-\frac{9}{۱۶}$

(۲) $-\frac{۱۳}{۲۴}$

(۳) $\frac{۱۱}{۲۴}$

(۴) $\frac{۳۳}{۲۴}$

۵۱- فرض کنید تابع احتمال توأم X و Y به صورت زیر است. مقدار k کدام است؟

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{k}{n(n+1)} & , \quad x=1,2,\dots,n, y=1,2,\dots,x \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

(۱) $\frac{1}{۲}$

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) n

۵۲- فرض کنید تابع چگالی احتمال توأم X و Y به صورت زیر باشد. مقدار $P(X+Y > \frac{1}{۲})$ کدام است؟

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} ۲ & , \quad 0 < x < y, \quad 0 < y < ۱ \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

(۱) $\frac{1}{۸}$

(۲) $\frac{۳}{۸}$

(۳) $\frac{۵}{۸}$

(۴) $\frac{۷}{۸}$

۵۳- فرض کنید نمونه تصادفی از تابع چگالی احتمال زیر باشد.

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \theta(x - \frac{1}{۲}) + 1 & , \quad 0 < \theta < ۱, \quad 0 < x < ۱ \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

(۱) \bar{X}

(۲) $۱۲\bar{X} - ۶$

(۳) $\bar{X} + ۶$

(۴) $\bar{X} - ۶$



فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع احتمال زیر است:

$$P_{\theta}(X=x) = \begin{cases} \theta^2 & x=0 \\ 2\theta(1-\theta) & x=1 \\ (1-\theta)^2 & x=2 \end{cases}$$

که در آن θ پارامتر مجهول است ولی مقدار آن یکی از اعضای مجموعه $\left\{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 1\right\}$ می‌باشد. اگر $X=1$ برآورد ماکزیمم درست‌نمایی θ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) ۱

۵۵- فرض کنید X_1 و X_2 و X_3 و X_4 نمونه تصادفی از توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشند. اگر $T = b[(X_1 - X_2)^2 + (X_3 - X_4)^2]$ یک برآوردگر نااریب برای σ^2 باشد؛ مقدار b کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۲

(۴) ۴

میان‌کامپیوتر

۵۶- برای $n > 0$ خروجی برنامه زیر چیست؟

```
int test(int n)
{
    if (n == 1) return 0;
    else
        return test(n--) + 2;
}
```

(۱) $2 \times n$

(۲) در حلقه دائم می‌افتد

(۳) n امین عدد طبیعی

(۴) n امین عدد طبیعی زوج

۵۷- تابع زیر چه عملی انجام می‌دهد؟

```
F(n)
{
    x = 1;
    While (n >= 1) {
        Print(x);
        x = 2 * x;
        n = n/2;
    }
}
```

(۱) تمام اعداد توان دو کوچک‌تر و مساوی n را چاپ می‌کند.

(۲) برخی از اعداد توان دو کوچک‌تر و مساوی n را چاپ می‌کند.

(۳) نصف اعداد توان دو کوچک‌تر و مساوی n را چاپ می‌کند.

(۴) تمام اعداد توان دو کوچک‌تر و مساوی $\frac{n}{2}$ را چاپ می‌کند.



۵۸- الگوریتم زیر چه عملی انجام می‌دهد؟

```

c = 0;
While (b > 0) {
    If (b%2==1) c = c + a;
    b = b/2;
    a = a + a;
}
    
```

(۱) $c = a + b$
 (۲) $c = 2a + b$
 (۳) $c = a * b$
 (۴) $c = 2(a + b)$

۵۹- خروجی برنامه زیر چیست؟

```

Program Symetric ;
function num (a:integer) : longint;
begin
    if a = 1 then num:= 1
    else num:= num (a - 1) * 10 + 1;
end;
begin
    write ln (sqr (num(5))) ;
end.
    
```

(۱) 123321
 (۲) 1234321
 (۳) 12344321
 (۴) 123454321

۶۰- در برنامه زیر که می‌خواهیم نمایش دودویی عدد n را چاپ کند، اشتباهی وجود دارد. آن را چگونه اصلاح می‌کنید؟

```

1- main ( ) {
2-   int n;
3-   cin >> n;
4-   int p = 1;
5-   while (p <= n)
6-     p* = 2;
7-   while (n > 0) {
8-     p / = 2;
9-     if (n >= p) {
10-      cout << 1;
11-      n - = p;
12-    }
13-    else
14-      cout << 0;
15-  }
16- }
    
```

(۱) خط (5) به $(p < n)$ while تغییر کند.
 (۲) خط (7) به $(p > 0)$ while تغییر کند.
 (۳) خط (11) به $n \div p$ تغییر کند.
 (۴) خط (8) یعنی $(p / = 2)$ به قبل از خط (15) برده شود.

۶۱- به وسیله‌ی حلقه‌ی زیر می‌خواهیم بزرگترین مقسوم علیه مشترک m و n را به روش الگوریتم اقلیدسی (نردبانی) محاسبه کنیم. کدام دو سطر این قطعه برنامه باید جابه‌جا شوند؟

- | | | |
|---|-------------------|--|
| 1 | repeat | |
| 2 | $m := r;$ | ۱) 2 و 3 |
| 3 | $n := m \bmod n;$ | ۲) 3 و 4 |
| 4 | $r := n;$ | ۳) 2 و 4 |
| 5 | until $n = 0;$ | ۴) سطر 4 به قبل از شروع حلقه (قبل از 1) منتقل شود. |

۶۲- مقدار بازگشتی تابع زیر با فراخوانی‌های $F(2^{99})$ و $F(1 + 2^{99})$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- | | |
|--------------|--|
| ۱) 100 و 100 | |
| ۲) 101 و 102 | |
| ۳) 101 و 201 | |
| ۴) 100 و 200 | |
- ```

int F(int n) {
 static int i = 0;
 i++;
 if (n <= 1) return i;
 else if (n % 2 == 0) return F(n/2);
 else return F(n+1);
}

```

۶۳- ۸ گونی شکر به وزن‌های ۵، ۲، ۳، ۸، ۵، ۴، ۶، ۸ کیلوگرمی و یک گونی خالی داریم می‌خواهیم تنها با استفاده از روش ادغام همه شکرها را داخل یک گونی بریزیم. در این صورت حداقل مبلغی که می‌بایست بپردازیم چقدر است؟  
روش ادغام را این گونه تعریف می‌کنیم. انتخاب نمودن دو گونی دلخواه  $a$  و  $b$  کیلوگرمی و یک گونی خالی. ریختن شکرها در گونی خالی و پرداخت  $a + b$  تومان. (فرض کنید که همه گونی‌ها حداقل ظرفیت ۵ کیلوگرم شکر را دارا هستند).

- ۱) ۴۱  
۲) ۸۲  
۳) ۱۲۰  
۴) ۲۱۳

۶۴- یک روش مرتب‌سازی را برای مرتب نمودن اعداد کاملاً نامرتب از ۱ تا ۱۶ به کار گرفته‌ایم. بعد از انجام چندین مرحله اعداد از چپ به راست به صورت زیر درآمده‌اند. آن روش مرتب‌سازی کدام است؟

- ۱، ۱۱، ۱۳، ۱۰، ۲، ۱۴، ۸، ۵، ۳، ۱۶، ۱۲، ۶، ۱، ۱۵، ۹، ۷، ۴  
۱) ادغامی (Merge)  
۲) حبابی (Bubble)  
۳) انتخابی (Selection)  
۴) سریع (Quick)

۶۵- اگر آرایه‌ی `testarray` به صورت زیر معرفی شده باشد:  
`int testarray [3][2][2] = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12};`  
مقدار `testarray [2][1][0]` در آرایه فوق برابر است با:

- ۱) 5  
۲) 7  
۳) 9  
۴) 11





تعداد ۳۶۵ نفر در آزمون کارشناسی ارشد شرکت دارند. اگر تعداد روزهای سال را ۳۶۵ در نظر بگیریم، ..... نفر وجود دارند که در یک روز متولد شده‌اند.

- (۱) حداقل ۱۱  
(۲) حداقل ۱۲  
(۳) حداکثر ۱۰۰  
(۴) حداکثر ۳۶۵

۶۷- چه تعداد از اعداد مجموعه‌ی  $\{1, 2, \dots, 300\}$  راقل بر یکی از اعداد ۲، ۳ یا ۵ بخشیدبرند؟

- (۱) ۱۴۵  
(۲) ۱۲۰  
(۳) ۲۰۰  
(۴) ۲۲۰

۶۸- دنباله‌ی  $\{b_n\}_{n \geq 0}$  با شرایط اولیه  $b_0 = 0$  و  $b_1 = 1$  و رابطه‌ی بازگشتی  $b_n = 2(b_{n-1} + b_{n-2})$  که به ازای  $n \geq 2$  برقرار است، مشخص شده است. مقدار  $b_{1000}$  برابر کدام گزینه است؟

- (۱)  $\frac{1}{2\sqrt{5}} [(1+\sqrt{5})^{1000} - (1-\sqrt{5})^{1000}]$   
(۲)  $\frac{1}{2\sqrt{3}} [(1+\sqrt{3})^{1000} - (1-\sqrt{3})^{1000}]$   
(۳)  $\frac{1}{2\sqrt{3}} [(2+\sqrt{3})^{1000} - (2-\sqrt{3})^{1000}]$   
(۴)  $\frac{1}{2\sqrt{5}} [(2+\sqrt{5})^{1000} - (2-\sqrt{5})^{1000}]$

۶۹- تعداد گراف‌های دو بخشی با حداقل دو رأس که مکمل آنها هم دو بخشی است، چند تا است؟

- (۱) ۵  
(۲) ۷  
(۳) ۸  
(۴) ۹

۷۰- فرض کنید  $G$  گرافی همبند باشد و  $H$  یک زیر گراف القایی رأسی از  $G$  باشد. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) قطر  $G$  بزرگتر از قطر  $H$  است.  
(۲) قطر  $H$  بزرگتر از قطر  $G$  است.  
(۳) ماکزیمم درجه‌ی  $G$  حداقل برابر ماکزیمم درجه‌ی  $H$  است.  
(۴) مینیمم درجه‌ی  $H$  کوچکتر یا مساوی مینیمم درجه‌ی  $G$  است.

۷۱- یک گراف ۲۰ رأسی و ۳۰ یالی حداقل چند دور دارد؟

- (۱) ۲  
(۲) ۹  
(۳) ۱۰  
(۴) ۱۱



۷۲- به چند طریق می‌توان از  $(0,0)$  به  $(18, 29)$  رسید بطوریکه کمترین گام‌ها را برداریم و گام‌ها در جهت  $(1, 2)$  یا  $(3, 1)$  باشند؟

(۱)  $\binom{12}{6}$

(۲)  $\binom{12}{5}$

(۳)  $\binom{13}{5}$

(۴)  $\binom{13}{6}$

۷۳- تابع مولد مربوط به دنباله  $a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = 4, \dots, a_n = n^2, \dots$  کدام است؟

(۱)  $\frac{x(x+1)}{(1-x)^2}$

(۲)  $\frac{1+x}{(1-x)^2}$

(۳)  $\frac{x(1+x)}{(1-x)^2}$

(۴)  $\frac{x}{(1-x)^2}$

۷۴- فرض کنید  $G$  گرافی ۲۴ رأس باشد که رئوس آن با  $1, 2, \dots, 24$  شماره‌گذاری شده‌اند و دو رأس  $a, b$  به هم وصل‌اند، اگر و تنها اگر  $\gcd(a-b, 24) = 1$  (بزرگترین مقسوم علیه مشترک). تعداد مثلث‌های گراف  $G$  کدام است؟

- (۱) ۰  
(۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴) ۳

۷۵- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) گرافی همبند با دنباله درجات  $(1, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 3)$  موجود نمی‌باشد.  
(۲) گرافی غیر همبند با دنباله درجات  $(3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4)$  موجود نمی‌باشد.  
(۳) گرافی دو بخشی با دنباله درجات  $(3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 6, 7)$  موجود نمی‌باشد.  
(۴) گرافی با دنباله درجات  $(3, 3, 3, 3, 3, 3, 6, 6)$  موجود می‌باشد.

۷۶- فرض کنید  $G$  یک گراف بوده که روی یالهای آن اعداد صحیح گذاشته‌ایم به طوری که در هر رأس مجموع مقادیر یالهای متصل به آن رأس، برابر ۱ است. کدام گزینه صحیح است؟

- (۱)  $G$  دو بخشی است.  
(۲) تعداد رئوس  $G$  زوج است.  
(۳) تعداد رئوس  $G$  فرد است.  
(۴)  $G$  دارای تطابق کامل است.

۷۷- فرض کنید  $G$  یک گراف  $n$  رأسی بوده و  $A$  ماتریس مجاورت  $G$  باشد. اگر  $n$  تا درآیه ۱ در  $A$  انتخاب کنیم که هیچ دوتایی در یک سطر و یک ستون مشترک نباشند، در این صورت این  $n$  تا ۱ در گراف متناظر با چیست؟

- (۱) یک تطابق کامل.  
(۲) دوری همیلتنی.  
(۳) اجتماعی از دوره‌های مجزا که رئوس را می‌پوشانند.  
(۴) یک زیر گراف فراگیر که هر مؤلفه همبندی‌اش دور یا مسیر دو رأسی است.



۷۸- ۶ توپ متمایز را در ۲۰ جعبه متمایز توزیع کرده‌ایم. احتمال آنکه مجموع توپهای ۹ جعبه اول عدد زوجی باشد، کدام است؟

$$(1) \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{10^6}\right)$$

$$(2) \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{10^5}\right)$$

$$(3) \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{10^6}\right)$$

$$(4) \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{10^5}\right)$$

۷۹- کلیه اعداد ۳ رقمی با رقمهای متمایز انتخاب شده از مجموعه  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  را با هم جمع می‌کنیم. حاصل جمع کدام است؟

$$(1) 13320$$

$$(2) 19980$$

$$(3) 13986$$

$$(4) 199860$$

۸۰- تعداد سه‌تایی‌های مرتب  $(A_1, A_2, A_3)$  به‌طوری‌که  $A_i$ ‌ها زیر مجموعه‌های دلخواه  $\{1, \dots, 6\}$  باشند

$$\text{و } \bigcup_{i=1}^3 A_i = \{1, \dots, 6\} \text{ برابر است با:}$$

$$(1) 49^3$$

$$(2) 64^3$$

$$(3) 20^3$$

$$(4) 7^3$$

#### ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

۸۱- فرض کنید  $A$  و  $B$  دو مسئله تصمیم‌گیری بوده و  $A \leq_p B$ . کدام گزینه صحیح است؟

(۱) اگر  $A$  یک مسئله راحت باشد آن‌گاه  $B$  نیز یک مسئله راحت است.

(۲) اگر  $A$  یک مسئله سخت باشد آن‌گاه  $B$  نیز یک مسئله سخت است.

(۳) اگر  $B$  یک مسئله سخت باشد آن‌گاه  $A$  نیز یک مسئله سخت است.

(۴) اگر  $B$  یک مسئله راحت باشد آن‌گاه در مورد سختی مسئله  $A$  نمی‌توان نظر داد.

۸۲- در چه نوع درخت باینری آخرین عنصر در پیمایش  $inorder$  و  $postorder$  برابر است؟

(۱) درختی با یک گره

(۲) درخت باینری کامل

(۳) درختی که زیر درخت چپ آن تهی است.

(۴) درختی که زیر درخت راست آن تهی است.

۸۳- کدام یک از ساختمان داده‌ها قادر به انجام اعمال زیر با مرتبه‌های آرایه شده می‌باشد؟

تشخیص مینیمم با مرتبه  $O(1)$ ، حذف ماکزیمم با مرتبه  $O(\log n)$  و افزودن یک عنصر با مرتبه  $O(\log n)$

(۱) Deap

(۲) AVL - Tree

(۳) Min - Heap (هرم مینیمم)

(۴) Max - Heap (هرم ماکزیمم)

۸۴- برای ضرب دو عدد  $n$  بیتی که در آن ماشین قادر به ضرب دو عدد  $\sqrt{n}$  بیتی در زمان  $O(1)$  می‌باشد، چقدر زمان نیاز است؟

$$(1) O(\sqrt{n})$$

$$(2) O(n)$$

$$(3) O(n \log n)$$

$$(4) O(\sqrt{n} \log \sqrt{n})$$

۸۵- فرض کنید اعداد  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) هر یک با احتمال جستجوی  $P_i$  داده شده باشند. اگر به ازای هر  $i$  و  $j$  رابطه

$$|P_i - P_j| < \frac{1}{n}$$

(۱) استفاده از روش برنامه‌ریزی پویا

(۲) پیدا کردن میانه اعداد و قراردادن آن در ریشه و سپس حل بازگشتی مسئله برای اعداد کوچکتر و بزرگتر از میانه

(۳) مرتب سازی اعداد و سپس ساخت یک درخت جستجوی بهینه

(۴) گزینه‌های ۲ و ۳

۸۶- فرض کنید یک گراف کامل جهت‌دار با  $n$  رأس موجود باشد. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) این گراف حتماً دارای یک مسیر هامیلتونی است.

(۲) این گراف حتماً دارای یک دور هامیلتونی است.

(۳) مسئله تشخیص وجود یا عدم وجود مسیر هامیلتونی برای این گراف سخت است.

(۴) هیچ کدام

۸۷- فرض کنید  $0 < \alpha, \beta < 1$  و  $\alpha + \beta = 1$  و  $c \in \mathbb{N}$  باشد. جواب معادله بازگشتی زیر کدام است؟

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ T(\alpha n) + T(\beta n) + cn & n > 1 \end{cases}$$

(۱)  $O(n^2 \log n)$

(۲) بستگی به مقادیر  $\alpha$  و  $\beta$  دارد.

(۳)  $O(n \log n)$

(۴)  $O(n^2)$

۸۸- کمترین تعداد عمل ضرب برای ضرب چهار ماتریس زیر کدام است؟

$$A \times B \times C \times D$$

$$10 \times 100 \quad 100 \times 1 \quad 1 \times 20 \quad 20 \times 5$$

(۱) ۱۱۵۰

(۲) ۲۲۰۰

(۳) ۱۰۰۰

(۴) ۱۳۰۰

۸۹- فرض کنید از الگوریتم زیر برای پیدا کردن  $k$ -امین کوچکترین عدد در دنباله‌ای از اعداد استفاده شود. مرتبه زمانی

بهترین، میانگین و بدترین حالت به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (تابع  $\text{Partition}(A)$  عناصر آرایه را براساس عنصر

اول  $A$  به دو قسمت کوچکترها و بزرگترها افراز می‌کند و اندیس عنصر اول بعد از افراز را بر می‌گرداند).

Select (A,s,e,k){

$j \leftarrow \text{partition}(A)$

    if ( $j=k$ ) return (A[j])

    else if ( $k < j$ ) select (A,s,j,k)

    else select (A,j,e,k-j)

}

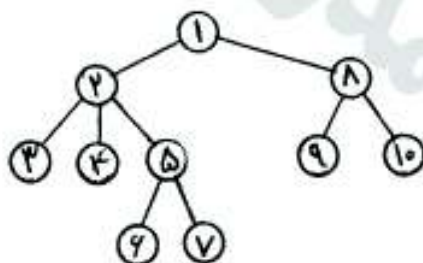
(۱)  $O(n^2)$ ,  $O(n \log n)$ ,  $O(n)$

(۲)  $O(n \log n)$ ,  $O(n)$ ,  $O(n)$

(۳)  $O(n^2)$ ,  $O(n)$ ,  $O(n)$

(۴)  $O(n^2)$ ,  $O(n \log n)$ ,  $O(n \log n)$

۹۰- اگر درخت حاصل از جستجوی BFS یک گراف به صورت زیر باشد چه یالی می‌تواند cross edge باشد؟



(۱) (۱, ۴)

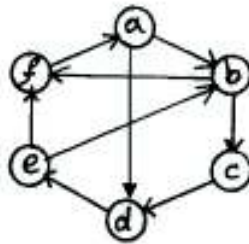
(۲) (۶, ۱)

(۳) (۲, ۶)

(۴) (۶, ۹)



۹۱- در گراف زیر کدام گزینه یک Topological sort برای این گراف می‌باشد؟



a b f c d e (۱)

a d e f b c (۲)

a b c d e f (۳)

(۴) این گراف Topological sort ندارد.

۹۲- n عدد متمایز داده شده است. تعداد درخت‌های جستجوی دودویی که با این اعداد می‌توان ساخت از کدام رابطه زیر حساب می‌شود؟  $T(n)$  نمایش دهنده تعداد درخت هاست.

$$T(n) = n! * T(n-1) \quad (۲)$$

$$T(n) = n! \quad (۱)$$

$$T(n) = n! * \sum_{k=0}^{n-1} [T(k) * T(n-k-1)] \quad (۴)$$

$$T(n) = \sum_{k=0}^{n-1} [T(k) * T(n-k-1)] \quad (۳)$$

۹۳- عمق درخت Huffman برای داده‌های زیر چند است (ریشه در عمق ۱) و کد باینری معادل با f برابر خواهد بود با: a: ۴۵, b: ۱۳, c: ۱۲, d: ۱۶, e: ۹, f: ۵

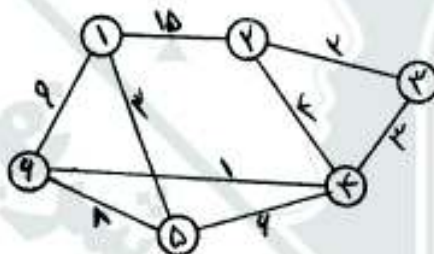
۴, ۱۱۱ (۲)

۴, ۱۱۰ (۱)

۵, ۱۱۰۰ (۴)

۵, ۱۱۰۱ (۳)

۹۴- الگوریتم Kruskal برای گراف زیر با شروع از رأس ۲ کدام رئوس را به ترتیب انتخاب می‌نماید؟



۲, ۳, ۴, ۶, ۵, ۱ (۱)

۲, ۱, ۳, ۵, ۴, ۶ (۲)

۲, ۳, ۴, ۶, ۱, ۵ (۳)

۲, ۱, ۳, ۴, ۶, ۵ (۴)

۹۵- در maxheap زیر پس از یک عمل حذف و تنظیم دوباره، خانه‌ی با اندیس شماره‌ی ۲ حاوی چه کلیدی خواهد بود؟

| ۱  | ۲  | ۳  | ۴  | ۵  | ۶  | ۷  | ۸  | ۹  | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ | ۱۳ |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ۵۰ | ۴۰ | ۳۵ | ۲۵ | ۲۳ | ۳۵ | ۲۰ | ۲۰ | ۱۸ | ۳۵ | ۱۰ | ۱۰ | ۲۵ |

۳۰ (۲)

۴۰ (۱)

۲۳ (۴)

۲۵ (۳)

- ۹۶- کدام نوع Cache احتیاج به فیلد tag دارد؟  
 (۱) Fully associative  
 (۲) Direct mapped  
 (۳) 2-way set associative  
 (۴) Fully associative, Direct mapped و 2-way set associative
- ۹۷- در ماشین‌هایی که طول دستورات متغیر است محاسبه آدرس دستور بعدی در چه مرحله‌ای می‌تواند انجام شود؟  
 (۱) بعد از اجرای دستور جاری  
 (۲) بعد از واکنشی دستور جاری  
 (۳) بعد از واکنشی و دیکود دستور جاری  
 (۴) قبل از واکنشی دستور جاری
- ۹۸- در رابطه با مقایسه سرعت پردازنده‌ها کدام یک از جملات زیر صحیح است؟  
**CPI: Cycle per Instruction**  
 (۱) پردازنده با CPI کمتر می‌تواند سریع‌تر باشد.  
 (۲) پردازنده با CPI کمتر همیشه سریع‌تر است.  
 (۳) پردازنده با CPI بیشتر همیشه سریع‌تر است.  
 (۴) CPI معیاری برای مقایسه سرعت نیست.
- ۹۹- در رابطه با شیفت عدد داده شده  $X$  (که می‌تواند مثبت یا منفی باشد) کدام جمله غلط است؟  
 (۱) نتیجه شیفت به راست  $X$  برابر است با  $X/2$   
 (۲) نتیجه شیفت به راست  $X$  برابر است با  $\lfloor X/2 \rfloor$   
 (۳) نتیجه شیفت به چپ  $X$  برابر است با  $2 * X$   
 (۴) نتیجه شیفت به چپ  $(X+1)$  برابر است با  $2 * (X+1)$
- ۱۰۰- حافظه‌های DDR حافظه‌هایی هستند که با استفاده از دو لبه بالارونده و پایین‌رونده پالس ساعت خروجی تولید می‌کنند. یک تراشه DDR که پهنای باند خروجی ۸ بیتی با فرکانس کاری ۲۰۰ MHZ دارد با چه نرخ می‌تواند به ارسال داده بپردازد؟  
 (۱) ۳/۲ Gbps (۲) ۱۶ Gbps (۳) ۱/۶<sup>۲</sup> Gbps (۴) ۲۰۰ Mbps
- ۱۰۱- عدد دسیمال  $10^3 \times (m)_{10}$  تقریباً برابر با کدام عدد باینری است؟  
 (۱)  $(m)_2 \times 2^3$  (۲)  $(m)_2 \times 2^{3/22}$  (۳)  $(m)_2 \times 2^{\log_{10}^3}$  (۴)  $(m)_2 \times 2^{-5/22}$
- ۱۰۲- معادل دسیمال عدد ممیز شناور ۳۲ بیتی که شکل نمایش پایه هگز آن A3358000 است، چیست؟  
 (۱)  $-0.41796875 \times 2^{70}$  (۲)  $-1.41796875 \times 2^{70}$   
 (۳)  $-0.41796875 \times 2^{-57}$  (۴)  $-1.41796875 \times 2^{-57}$
- ۱۰۳- برای حل یک مسئله دو برنامه A و B داریم. برنامه A زمان اجرای آن نمایشی است و برنامه B با یک ماتریس که سایز آن نمایشی است سر و کار دارد. دو پردازنده C و D داریم که C امکانات پردازش موازی آن بالاست و D حافظه بسیار بالایی در اختیار دارد. برای اجرای برنامه‌های A و B کدام پردازنده مناسب است؟  
 (۱) برای برنامه A پردازنده C و برای برنامه B پردازنده D  
 (۲) برای هر دو برنامه A و B پردازنده D  
 (۳) برای هر دو برنامه A و B پردازنده C  
 (۴) با این اطلاعات نمی‌توان پردازنده مناسب را انتخاب کرد.
- ۱۰۴- طرحی از یک پردازنده داریم که واحد کنترل آن ۲ بیتی است ولی رجیسترها و حافظه آن ۸ بیتی می‌باشد. در رابطه با پیاده‌سازی این پردازنده کدام یک از جملات زیر صحیح‌تر است؟  
 (۱) نمی‌توان آن را پیاده‌سازی نمود چون تعداد دستورات آن کم می‌باشد.  
 (۲) نمی‌توان آن را پیاده‌سازی نمود چون دستورات ۲ بیتی را نمی‌توان از حافظه ۸ بیتی به واحد کنترل ۲ بیتی واکنشی نمود.  
 (۳) پیاده‌سازی آن امکان‌پذیر است در صورتیکه باس‌ها (Bus) ۸ بیتی در نظر گرفته شوند.  
 (۴) پیاده‌سازی آن امکان‌پذیر است در صورتیکه واحد محاسبات آن ۲ بیتی در نظر گرفته شود.
- ۱۰۵- حسن اساسی در ماشین‌هایی که طول دستورات در آنها ثابت است، چیست؟  
 (۱) دسترسی به حافظه سریع‌تر است.  
 (۲) اجرای دستورات سریع‌تر است.  
 (۳) دسترسی به رجیسترها سریع‌تر است.  
 (۴) دسترسی به اپرندها سریع‌تر است.



- ۱۰۶- در یک کامپیوتر برای آدرس‌دهی حافظه از سیستم paging استفاده می‌شود. اندازه هر page برابر ۴kbyte و اندازه حافظه برابر ۴ Mbyte می‌باشد. در آدرس‌ها چند بیت مربوط به افست و چند بیت مربوط به page table است؟  
 (۱) افست برابر ۱۰ بیت و page table برابر ۱۲ بیت  
 (۲) افست برابر ۱۲ بیت و page table برابر ۱۰ بیت  
 (۳) افست برابر ۲۲ بیت و page table برابر ۳ بیت  
 (۴) افست برابر ۲۲ بیت و page table برابر ۱۰ بیت

- ۱۰۷- کدام یک از حافظه‌های زیر غیرفرار (no-volatile) هستند؟  
 (۱) RAM (۲) DRAM (۳) SRAM (۴) EEPROM

- ۱۰۸- کاربرد Translation Lookaside buffer در چیست؟  
 (۱) کش کردن (caching) دستورات  
 (۲) کش کردن (caching) داده‌ها  
 (۳) کش کردن (caching) آدرس دستورات و داده‌ها  
 (۴) کش کردن (caching) دستورات و داده‌ها

- ۱۰۹- در یک کامپیوتر یک حافظه اصلی و یک cache در کنار هم عمل می‌کنند. کلمات حافظه ۴ بیتی، حافظه از ۶۴ بلاک تشکیل شده است، حجم هر بلاک ۸ کلمه می‌باشد و حجم حافظه cache نیز برابر ۸ بلاک است و ساختار حافظه two-way set-associative cache است. تعداد بیت‌های مورد نیاز برای فیلدهای index, tag که برای آدرس‌دهی cache استفاده می‌شود چقدر است؟  
 (۱) tag = ۴ و index = ۲  
 (۲) tag = ۴ و index = ۳  
 (۳) tag = ۵ و index = ۲  
 (۴) tag = ۵ و index = ۳

- ۱۱۰- کدام گزاره نادرست است؟  
 (۱) طراحی pipeline به طراحی مجموعه دستورات پایه ماشین وابسته است.  
 (۲) عمل جمع floating point در کامپیوتر یک عمل شرکت‌پذیر است.  
 (۳) انتقال انجام برخی دستورات از cpu به I/O processor لزوماً موجب افزایش سرعت نمی‌شود.  
 (۴) با افزایش تعداد processor ها به تعداد زیاد لزوماً نمی‌توان به افزایش سرعت دست یافت.

#### نظریه اتوماتا و زبان‌ها

- در سؤال‌های ۱۱۱ تا ۱۲۵،  $\lambda$  کلمه پوچ به طول صفر است.  
 ۱۱۱- کدام یک از کارهای زیر به صورت الگوریتمیک (توسط ماشین تورینگ) امکان‌پذیر نیست؟  
 (۱) به دست آوردن یک DFA معادل یک NFA داده شده  
 (۲) به دست آوردن یک DPDA معادل یک PDA داده شده  
 (۳) به دست آوردن یک PDA معادل یک DPDA داده شده  
 (۴) به دست آوردن یک TM (ماشین تورینگ) معادل یک DPDA داده شده

- ۱۱۲- زبان‌های منظم  $L_1 \subseteq \Sigma^*$  و  $L_2 \subseteq \Sigma^*$  داده شده‌اند. کدام گزاره درست نیست؟  
 (۱)  $L_1 \cap L_2$  لزوماً منظم نیست.  
 (۲) متمم زبان  $(L_1 \cup L_2)^*$  مستقل از متن است.  
 (۳) نگاشت‌های یک به یک  $f_i: L_i \rightarrow \Sigma^*$  ( $i=1,2$ ) وجود دارند.  
 (۴) حتماً زبان مستقل از متن  $L_3$  وجود دارد به طوری که  $L_1 \cap L_2 \subseteq L_3$

- ۱۱۳- کدام گزاره درست نیست؟  
 (۱) هر زبان منظم توسط یک گرامر مستقل از متن تولید می‌شود.  
 (۲) زبان‌های نامنظمی وجود دارند که توسط هیچ گرامری تولید نمی‌شوند.  
 (۳) هر زبان نامنظم توسط یک گرامر مستقل از متن تولید می‌شود.  
 (۴) زبان‌های نامنظمی وجود دارند که نه خود آنها و نه متمم آنها توسط هیچ گرامر مستقل از متن تولید نمی‌شوند.

۱۱۴- می‌دانیم که یک DFA داده شده با ۱۳۹۱ حالت رشته‌ای به طول ۲۰۱۲ را می‌پذیرد. اگر  $L$  زبان متناظر با این DFA باشد:

- (۱) تعداد اعضای  $L$  لزوماً نامتناهی است.
- (۲) تعداد اعضای  $L$  لزوماً متناهی است.
- (۳)  $L$  لزوماً شامل هیچ رشته‌ای به طول ۲۰۱۳ نیست.
- (۴) تعداد اعضای زبان هر NFA معادل با این DFA، لزوماً متناهی است.

۱۱۵- زبان  $L = \{0^n 1^n / n \geq 0, n \in \{1391, 2012\}\}$  آنگاه:

- (۱) هر ماشین تورینگ باینری استاندارد پذیرنده  $L$  برای هر ورودی حداقل ۱۳۹۱ مرحله (clock) طی می‌کند.
- (۲)  $L$  یک زبان منظم است.
- (۳)  $L$  یک زبان مستقل از متن نیست.
- (۴)  $L$  یک زبان مستقل از متن است.

۱۱۶- کدام یک از عبارات منظم زیر زبان تمام رشته‌هایی در  $\{0,1\}^*$  است که طول آنها مضربی از ۳ باشد؟

- (۱)  $(000+111)^*$
- (۲)  $((0+1)(0+1)(0+1))^*$
- (۳)  $(0+1+00+11+010+110)^*$
- (۴)  $(0+1+00+11+010+101)^*$

۱۱۷- گرامر زیر را با متغیر آغازین  $S$ ، مجموعه متغیرهای  $\{S, X, Y\}$  و با حروف الفبای  $a$  و  $b$  و  $c$  در نظر بگیرید. کدام گزاره درست است؟

$$\begin{aligned} S &\rightarrow XX | Y \\ X &\rightarrow aXc | aYc \\ Y &\rightarrow Yb | \lambda \end{aligned}$$

- (۱)  $\lambda \in L(G)$  (۲)  $aabbbcbcb \in L(G)$  (۳)  $aabbbcbcb \in L(G)$  (۴) گزینه‌های (۱) و (۳)

۱۱۸- کدام گزاره نادرست است؟

- (۱) اجتماع دو زبان r.e. یک زبان r.e. (بازگشتی شمارش‌پذیر) است.
- (۲) اگر  $L$  یک زبان r.e. باشد آنگاه  $L^*$  نیز یک زبان r.e. است.
- (۳) اگر  $L$  یک زبان r.e. باشد، متمم  $L$  نیز یک زبان r.e. است.
- (۴) اشتراک دو زبان r.e. یک زبان r.e. است.

۱۱۹- اگر  $\text{Time}(T, w)$  زمان اجرای ماشین تورینگ  $T$  بر روی ورودی  $w$  باشد، آنگاه:

- (۱) برای هر ماشین غیرقطعی  $T$  داریم  $\forall w \in L(T) \text{ Tim}(T, w) \geq |w|$
- (۲) برای هر ماشین قطعی  $T$  داریم  $\forall w \in \Sigma^* \text{ Tim}(T, w) \geq |w|$
- (۳) تابع  $\text{Time}(T, w)$  برای ماشین ثابت  $T$  می‌تواند کراندار نباشد.
- (۴) اگر  $T_1$  غیرقطعی (nondeterministic) و  $T_2$  قطعی (deterministic) و  $L(T_1) = L(T_2)$ ، آنگاه  $\forall w \in \Sigma^* \text{ Tim}(T_1, w) \geq \text{Tim}(T_2, w)$



۱۲۰- کدام گزاره درست است؟

- (۱) اگر  $L$  زبان یک DPDA (deterministic PDA) باشد آنگاه متمم  $L$  نیز با یک DPDA توصیف می‌شود.
- (۲) در مدل محاسباتی DPDA (deterministic PDA) مقدار حافظه که به صورت پشته است، متناهی است.
- (۳) یک DPDA چون قطعی (deterministic) است، فاقد هرگونه انتقال حالت بدون خواندن ورودی (transition -  $\lambda$ ) است.
- (۴) یک DPDA چون قطعی (deterministic) است، هر ورودی را در زمان متناهی بررسی کرده و می‌ایستد.

 ۱۲۱- یک گراف با  $n$  رأس را به صورت زیر با حروف الفبای  $\{0, 1, \#\}$  کد می‌کنیم که رشته

$$x_1^1 x_2^1 \dots x_n^1 \# x_1^2 \dots x_n^2 \# \dots \# x_1^n \dots x_n^n$$

- (۱) نمایش گرافی با  $n$  رأس به شماره‌های  $n, n-1, \dots, 2, 1$  است که  $x_j^j = 1$  است اگر و تنها اگر بین رأس‌های  $i$  ام و  $j$  ام پال وجود داشته باشد. کدام گزاره در مورد زیر مجموعه‌های گراف‌ها با کدگذاری بالا درست است؟
- (۲) مجموعه گرافهایی که درجه همه رأس‌های آنها کمتر یا مساوی ۲ است یک زبان نامنظم است.
- (۳) مجموعه گرافهایی که درجه همه رأس‌های آنها کمتر یا مساوی ۳ است یک زبان منظم است.
- (۴) مجموعه گراف‌های همیلتنی یک زبان تصمیم‌پذیر نیست.
- (۵) مجموعه گراف‌های همیلتنی یک زبان منظم است.

 ۱۲۲- هر عدد گویای مثبت را با رشته‌ای از الفبای  $\{0, 1, \#\}$  نمایش می‌دهیم، به طوری که رشته

$$(x_1, y_1 \in \{0, 1\}) \text{ نمایش عدد گویای } \sum_{i=1}^k x_i \times 2^{-i} + \sum_{j=1}^m y_j \times 2^{-j}$$

 نمایش مجموعه اعداد گویای بازه  $[\sqrt{2}, \sqrt{3}]$  یک زبان .....

- (۱) بازگشتی شمارش‌پذیر نیست.
- (۲) بازگشتی شمارش‌پذیر است ولی وابسته به متن نیست.
- (۳) بازگشتی (recursive) نیست ولی بازگشتی شمارش‌پذیر است.
- (۴) وابسته به متن است.

 ۱۲۳- حروف الفبای  $\Sigma = \{0, 1\}$  را در نظر بگیرید.  $L \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$  یک مجموعه بازگشتی دلخواه است. کدام گزینه نادرست

 است؟ (نماد  $y <_{pre} x$  یعنی « $y$  پیشوند  $x$  است».)

- (۱) همواره  $\{x \mid \forall y <_{pre} x, (x, y) \in L\}$  یک مجموعه بازگشتی است.
- (۲) همواره  $\{x \mid \exists y <_{pre} x, (x, y) \in L\}$  یک مجموعه بازگشتی است.
- (۳) همواره  $\{x \mid \exists y \in \Sigma^*, (x, y) \in L\}$  یک مجموعه بازگشتی شمارش‌پذیر (r.e.) است.
- (۴) همواره  $\{x \mid \forall y \in \Sigma^*, (x, y) \in L\}$  یک مجموعه بازگشتی شمارش‌پذیر (r.e.) است.

۱۲۴- زبان داده شده

$$L = \{a^m b^n c^k \mid m, n, k \in \mathbb{N} ; m > 5 ; \exists t \in \mathbb{N} (n + k = 3t)\}$$

- (۱) زبان  $L$  مستقل از متن نیست.
- (۲) متمم زبان  $L$  مستقل از متن است.
- (۳) با لم تزریق می‌توان نشان داد که زبان  $L$  منظم نیست.
- (۴) هیچ گرامری برای تولید متمم زبان  $L$  وجود ندارد.



- ۱۲۵- برای سه زبان داده شده  $L_1, L_2, L_3$  داریم  $L_1 = L_2 \cup L_3$ . اگر  $\lambda \notin L_3$ ، کدام گزینه درست است؟  
 (۱)  $L_1^* = (L_2 L_3)^*$  (۲)  $L_3^* = (L_1 L_2)^*$  (۳)  $L_1 = L_2^* L_3$  (۴)  $L_1 = (L_2 \cup L_3)^*$

## آنالیز عددی

- ۱۲۶- در یک دستگاه ممیز شناور نرمال شده در مبنای  $10$ ، هر عدد حقیقی به صورت  $\pm d_1 d_2 d_3 \times 10^{\pm d_4 d_5 d_6}$  نمایش داده می‌شود که در آن،  $d_i$  ها رقم‌های در مبنای  $10$  هستند. فرض کنید که این دستگاه اعداد غیرقابل نمایش را گرد می‌کند. روند عدد یک و کوچک‌ترین عدد مثبت قابل نمایش به ترتیب برابرند با .....

- (۱)  $10^{-1}$  و  $10^{-1001}$   
 (۲)  $10^{-2}$  و  $10^{-1002}$   
 (۳)  $5 \times 10^{-3}$  و  $10^{-1000}$   
 (۴)  $5 \times 10^{-4}$  و  $10^{-999}$

- ۱۲۷- فرض کنید  $Ax = b$  یک دستگاه معادلات خطی شامل  $n$  معادله و  $n$  مجهول است. اگر جواب این دستگاه به یک روش مستقیم با  $O(n^2)$  عمل ضرب و جمع به دست آمده باشد،  $A$  یک ماتریس ..... است.

- (۱) مثلثی  
 (۲) قطری  
 (۳) قطری غالب

- (۴) نواری با طول نوار دست کم  $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$

- ۱۲۸- اگر  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  و  $x_0, x_1, x_2$  سه عدد متمایز مخالف یک باشند، در این صورت  $f(x_0), f(x_1), f(x_2)$  برابر است با .....

- (۱)  $0$   
 (۲)  $\frac{1}{(1-x_0)(1-x_1)(1-x_2)}$   
 (۳)  $\frac{2!}{(1-x_0)(1-x_1)(1-x_2)}$   
 (۴)  $\frac{3!}{(1-x_0)(1-x_1)(1-x_2)}$

- ۱۲۹- تابع  $\sin x$  را با چه اندازه گام  $h$  باید جدول‌بندی کرد تا خطای درونیابی خطی ناپیشتراز  $\frac{1}{4} \times 10^{-6}$  باشد؟

- (۱)  $4 \times 10^{-2}$   
 (۲)  $4 \times 10^{-3}$   
 (۳)  $2 \times 10^{-2}$   
 (۴)  $2 \times 10^{-3}$





۱۳۰- برای یافتن تقریبی از وارون عدد حقیقی  $a \neq 0$  به روش نیوتن، کدام یک از روابط تکراری زیر صحیح است؟

$$x_{n+1} = \frac{x_n}{a} \quad (۱)$$

$$x_{n+1} = \frac{a}{x_n} \quad (۲)$$

$$x_{n+1} = x_n(2 + ax_n) \quad (۳)$$

$$x_{n+1} = x_n(2 - ax_n) \quad (۴)$$

۱۳۱- فرض کنید  $f(x) = (x+2)(x+1)^2 x(x-1)^2 (x-2)$ . روش تنصیف (نصف کردن) با شروع از بازه  $[-1/5, 2/5]$  به کدام یک از صفرهای تابع  $f$  همگراست؟

$$x = -2 \quad (۱)$$

$$x = 0 \quad (۲)$$

$$x = 1 \quad (۳)$$

$$x = 2 \quad (۴)$$

۱۳۲- دو دنباله‌ی تکراری را به صورت‌های  $x_{n+1} = \frac{x_n}{2} + \frac{2}{x_n}$  و  $x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + 2)$  در نظر بگیرید که همگرا هستند.

مرتبه‌های همگرایی اولی و دومی به ترتیب برابرند با: .....

$$۱ \text{ و } ۱ \quad (۱)$$

$$۱ \text{ و } ۲ \quad (۲)$$

$$۲ \text{ و } ۲ \quad (۳)$$

$$۱ \text{ و } ۳ \quad (۴)$$

۱۳۳- در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$ ، فرض کنید  $a \neq 0$ ،  $b > 0$  و  $b^2 \gg 4ac$  باشد. کدام یک از فرمول‌های زیر تقریب دقیق‌تری برای محاسبه ریشه‌های این معادله بدست می‌دهد؟ (منظور از  $x \gg y$  آن است که  $x$  خیلی از  $y$  بزرگتر است)

$$x_2 = \frac{c}{ax_1}, \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (۱)$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (۲)$$

$$x_2 = \frac{c}{ax_1}, \quad x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (۳)$$

(۴) همه موارد

۱۳۴- فرض کنید  $M_N$  و  $T_N$  به ترتیب تقریب‌های انتگرال  $I = \int_a^b f(x) dx$  به روش‌های ذوزنقه‌ای و نقطه میانی با  $N$  زیر بازه با طول‌های متساوی بر  $[a, b]$  باشند. اگر  $f''$  تابعی ثابت باشد، آن‌گاه ..... -  $I$

$$\frac{1}{3}(2M_N + T_N) \quad (۱)$$

$$\frac{1}{3}(M_N + T_N) \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3}(M_N + T_N) \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3}(M_N + 2T_N) \quad (۴)$$

۱۳۵- فرمول انتگرال‌گیری تقریبی  $\int_0^1 f(x) dx \approx \frac{2}{3}f(\frac{1}{3}) + \frac{1}{3}f(1)$  برای چند جمله‌ای‌های حداکثر از درجه ..... دقیق است.

$$۱ \quad (۱)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$۴ \quad (۴)$$

۱۳۶- خطای فرمول تقریبی  $f'(x_i + \frac{h}{2}) \approx \frac{f_{i+1} - f_i}{h}$  که در آن  $f_i = f(x_i)$  و  $f_{i+1} = f(x_i + h)$  متناسب است با .....

$$h^2 \quad (۱)$$

$$h^3 \quad (۲)$$

$$h^4 \quad (۳)$$

$$h^p \quad (۴) \text{ و } 1 < p < 2$$

۱۳۷- توابع پایه  $l_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n (x - x_j)$  را برای درونبایی  $n+1$  داده‌ی با نقاط متمایز  $(x_i, y_i)$   $i = 0, \dots, n$

در نظر بگیرید. ضرایب  $c_i$  در چند جمله‌ای درونبای  $P(x) = \sum_{i=0}^n c_i l_i(x)$  برابرند با .....  $i = 0, \dots, n$

$$(۱) \alpha_i f_i \text{ با } \alpha_i \text{ کسر تفاضلی از مرتبه } i \text{ ام}$$

$$(۲) \alpha_i f_i \text{ با } \alpha_i \text{ کسر تفاضلی از مرتبه } (i-1) \text{ ام}$$

$$\frac{1}{\prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n (x_i - x_j)} \quad (۳)$$

$$\frac{f_i}{\prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n (x_i - x_j)} \quad (۴)$$



۱۳۸- مقادیر  $A$  و  $B$  برای تخمین انتگرال به صورت  $\int_a^b f(x)dx \approx Af(a) + Bf(b)$  کدام باشند تا این فرمول برای چند

جمله‌ای‌های خطی دقیق باشد؟

(۱)  $A = b - a$  ;  $B = b + a$

(۲)  $A = \frac{b+a}{2}$  ;  $B = \frac{b-a}{2}$

(۳)  $A = B = \frac{b+a}{2}$

(۴)  $A = B = \frac{b-a}{2}$

۱۳۹- روش اویلر را برای حل عددی معادله‌ی دیفرانسیل  $y'(x) = -x^2y^2 + xy^3$  با شرط اولیه به صورت  $y(0) = 1$  و با فاصله‌ی

$h = 0.1$  به کار بندید. پس از دو تکرار این روش، مقدار  $y \approx y(0.2)$  برابر است با:

(۱)  $1.009$

(۲)  $1.09$

(۳)  $1.099$

(۴)  $1.9$

۱۴۰- با استفاده از روش تیلور مرتبه دوم، مقدار تقریبی  $y_1 \approx y(h)$  برای معادله دیفرانسیل زیر کدام است؟

$$\begin{cases} y' = 1 - x^2 + y \\ y(0) = 0.5 \end{cases}$$

(۱)  $0.5 + h + h^2$

(۲)  $0.5 + h + 1.5h^2$

(۳)  $0.5 + 2h + 4h^2$

(۴)  $0.5 + 1.5h + 0.75h^2$

تحقیق در عملیات ۱

۱۴۱- مسالهی برنامه‌ریزی خطی  $\min\{z = c^T x \mid Ax \leq b, x \geq 0\}$  با  $b \geq 0$  و  $c \geq 0$  را در نظر بگیرید. دوگان این مساله.....

(۱) می‌تواند نامتناهی باشد

(۲) می‌تواند ناشدنی باشد

(۳) مقدار بهینه‌ی ناصفر دارد

(۴) مقدار بهینه صفر دارد

۱۴۲- فرض کنید مساله برنامه‌ریزی خطی  $\min\{z = c^T x \mid Ax = b, x \geq 0\}$  دارای جواب بهینه  $x^*$  است. قید جدید

$d^T x \leq 0$  را با بردار داده شده  $d \leq 0$  به مساله اضافه کنید و مساله جدید را (p) بنامید. مساله (p).....

(۱) می‌تواند ناشدنی باشد

(۲) می‌تواند جواب بهینه  $x'$  با  $c^T x' > c^T x^*$  داشته باشد

(۳) می‌تواند جواب بهینه‌ای  $x'$  با  $c^T x' < c^T x^*$  داشته باشد

(۴) جواب بهینه‌ای برابر با جواب بهینه مساله اصلی دارد

۱۴۲- مساله اولیه (P) را به صورت  $\min \{x_1 - x_2 \mid x_1 + x_2 = 1, -x_1 - x_2 = 1\}$  در نظر بگیرید. دوگان (D) را بنامید. کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) (P) ناشدنی و (D) نامتناهی است.  
 (۲) (P) و (D) هر دو ناشدنی اند.  
 (۳) (P) می تواند نامتناهی باشد.  
 (۴) (D) ناشدنی و (P) نامتناهی است.

۱۴۴- یک مساله فاز یک برای تشخیص شدنی بودن یک مساله برنامه ریزی خطی (P) را در نظر بگیرید. مساله فاز یک.....  
 (۱) می تواند ناشدنی باشد  
 (۲) می تواند نامتناهی باشد  
 (۳) همواره شدنی است و جواب بهینه دارد  
 (۴) اگر جواب بهینه داشته باشد، آن گاه مساله (P) شدنی است

۱۴۵- جدول زیر بخشی از یک جدول روش M-بزرگ برای حل یک مساله مینیمم سازی است.  $s_i$  و  $R_i$  ها به ترتیب متغیرهای مازاد و مصنوعی متناظر با قید  $i$  -ام هستند. مقدار  $p_1 + p_2$  برابر است با .....

|                         | $x_1$        | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $R_1$ | $R_2$ | RHS    |
|-------------------------|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| $\bar{c}_j = c_j - z_j$ | ۰            | ۰     | -     | -۱    | -     | -     | -     | -      |
| $x_1$                   | ۱            | ۰     | ۲     | -۱    | -۱    | $p_1$ | ۱     | ۴      |
| $x_2$                   | ۰            | ۱     | ۳     | ۲     | -۱    | $p_2$ | ۱     | ۱۰     |
|                         | $\Delta$ (۴) |       |       | ۱ (۳) |       | ۰ (۲) |       | -۱ (۱) |

۱۴۶- فرض کنید دو متغیر نامنفی  $x_1$  و  $x_2$  به تساوی  $x_1 + x_2 = b$  مقید شده اند. اگر  $x_1 > x_2$ ، آن گاه هزینه برابر است با  $c_1(x_1 - x_2)$  و اگر  $x_2 > x_1$ ، آن گاه هزینه برابر است با  $c_2(x_2 - x_1)$ . کدام مدل هزینه کل را می نیمم می کند؟

$$\begin{array}{ll} \min c_1 x_1 + c_2 x_2 & \min c_1(x_1 - x_2) + c_2(x_2 - x_1) \\ \text{s.t. } x_1 + x_2 = b & \text{s.t. } x_1 + x_2 = b \\ x_1 - x_2 = x_3 - x_4 & x_1, x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l} (۲) \\ (۱) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \min c_1 x_1 + c_2 x_2 & \min c_1(x_1 - x_2) + c_2(x_2 - x_1) \\ \text{s.t. } x_1 + x_2 = b & \text{s.t. } x_1 + x_2 = b \\ x_1 - x_2 \leq x_3 + x_4 & x_1 x_2 = b(x_2 - x_1) \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 & x_1 \geq x_2 \end{array} \quad \begin{array}{l} (۴) \\ (۳) \end{array}$$

۱۴۷- گزاره صحیح را انتخاب کنید.  
 (۱) برای جفت مساله (P,D)، اگر یکی تباهیده باشد، دیگری جواب بهینه چندگانه دارد.  
 (۲) اگر یک مساله LP دارای جواب بهینه تباهیده باشد، آن گاه روش سمپلکس با دور (Cycle) مواجه می شود.  
 (۳) اگر یک مساله LP دارای جواب بهینه تباهیده باشد، آن گاه دست کم دو جواب پایه ای بهینه وجود دارد.  
 (۴) هیچ LP وجود ندارد که دقیقاً دو جواب بهینه داشته باشد.

۱۴۸- مجموعه چند وجهی  $\{x \mid p^T x = k\}$  را که در آن  $p$  یک بردار ناصفر و  $k$  یک اسکالر است، در نظر بگیرید. این مجموعه چند نقطه رأسی (یا گوشه ای) دارد؟  
 (۱) ۰  
 (۲) دست کم ۱  
 (۳) دست کم ۲  
 (۴) بی نهایت



یک مساله برنامه‌ریزی خطی را با قیود که در نظر بگیرید که در آن  $x_1, x_2, x_3$  متغیرهای کمبود (لنگی) هستند و هدف عبارتست از  $\min -2x_1 - x_2 - 2x_3$ . یک جدول سیمپلکس مربوط به مساله بدین قرار است:

|                         | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$           | $x_4$ | $x_5$         | $x_6$ | RHS |
|-------------------------|-------|-------|-----------------|-------|---------------|-------|-----|
| $x_6$                   | ۲     | ۰     | $-\frac{14}{3}$ | ۰     | ۱             | ۱     | a   |
| $x_2$                   | ۳     | d     | ۲               | ۰     | $\frac{5}{2}$ | ۰     | ۵   |
| $x_4$                   | ۰     | e     | j               | ۱     | ۲             | ۰     | ۰   |
| $\bar{c}_j = c_j - z_j$ | b     | c     | ۰               | ۰     | h             | g     | -۱۴ |

مقدار پارامترهای جدول کدام است؟

$$a=7, b=3, c=0, d=1, e=0, g=0, h=4, j=-\frac{14}{3} \quad (۱)$$

$$a=7, b=4, c=0, d=1, e=0, g=0, h=5, j=-\frac{14}{3} \quad (۲)$$

$$a=7, b=4, c=0, d=1, e=0, h=5, g=0, j=\frac{14}{3} \quad (۳)$$

$$a=7, b=3, c=0, d=1, e=0, g=0, h=4, j=\frac{14}{3} \quad (۴)$$

۱۵۰- مساله برنامه‌ریزی خطی  $\min\{z=c^T x \mid a^T x=1, x \geq 0\}$  را با بردار اکیداً مثبت  $a \in \mathbb{R}^n$  و بردار اکیداً منفی  $c \in \mathbb{R}^n$  در نظر بگیرید. مقدار بهینه‌ای این مساله برابر است با .....

$$-\infty \quad (۱)$$

صفر (۲)

$$\max\left\{\frac{c_i}{a_i} \mid 1 \leq i \leq n\right\} \quad (۴)$$

$$\min\left\{\frac{c_i}{a_i} \mid 1 \leq i \leq n\right\} \quad (۳)$$

۱۵۱- مساله برنامه‌ریزی پارامتری روبرو را در نظر بگیرید:

$$\min z(\theta, \lambda) = (c + \alpha\theta)^T x$$

$$Ax = b + \beta\lambda$$

$$x \geq 0, \theta \geq 0, \lambda \geq 0$$

برای این مساله، ..... است.

(۱) تابع Z محدب

(۲) اگر  $\alpha=0$ ، آن‌گاه Z تابعی محدب از  $\lambda$  و اگر  $\beta=0$ ، آن‌گاه Z تابعی مقعر از  $\theta$

(۳) اگر  $\alpha=0$ ، آن‌گاه Z تابعی مقعر از  $\lambda$  و اگر  $\beta=0$ ، آن‌ها Z تابعی محدب از  $\theta$

(۴) اگر  $\alpha=0$  یا  $\beta=0$ ، آن‌گاه تابع Z محدب

۱۵۲- اگر در یک مساله برنامه‌ریزی خطی، متغیری در یک جدول سیمپلکس .....

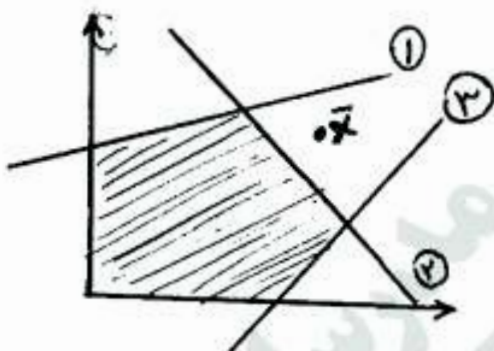
(۱) از پایه خارج شود، آن‌گاه بلافاصله در جدول بعدی نمی‌تواند وارد پایه شود

(۲) وارد پایه شود، آن‌گاه بلافاصله در جدول بعدی نمی‌تواند از پایه خارج شود

(۳) از پایه خارج شود، آن‌گاه در جدول‌های بعدی نمی‌تواند وارد پایه شود

(۴) وارد پایه شود، آن‌گاه در جدول‌های بعدی نمی‌تواند از پایه خارج شود

۱۵۳- فرض کنید  $S_1, S_2$  و  $S_3$  به ترتیب متغیرهای کمبود (لنگی) مربوط به قیود ۱، ۲ و ۳ در شکل زیر باشند. در این صورت، برای نقطه  $\bar{X}$  داریم:



- (۱)  $S_2$  منفی است  
(۲)  $S_2$  منفی است  
(۳)  $S_1$  و  $S_2$  منفی هستند  
(۴)  $S_1, S_2$  و  $S_3$  منفی هستند

۱۵۴- فرض کنید  $\bar{X}$  یک جواب شدنی برای مساله برنامه ریزی خطی استاندارد است به طوری که ستون‌های ماتریس ضرایب متناظر با درایه‌های مثبت  $\bar{X}$  مستقل خطی هستند. در این صورت،  $\bar{X}$  ..... است.

- (۱) یک نقطه درون ناحیه شدنی  
(۲) یک جواب پایه‌ای شدنی  
(۳) بهینه‌ی غیر راسی (یا غیر گوشه‌ای)  
(۴) بهینه راسی (یا گوشه‌ای)

۱۵۵- در جدول حمل و نقل (مینیمم سازی) زیر، برای این که ورود  $X_{22}$  به پایه منجر به کاهش تابع هدف شود، باید داشته باشیم:

|   | 1                | 2               | 3                | 4               |  |
|---|------------------|-----------------|------------------|-----------------|--|
| 1 | $\alpha$<br>10   | $1-\alpha$<br>5 | $2-\alpha$<br>10 | $3\alpha$<br>25 |  |
| 2 | $4-\alpha$       | $-\alpha$       | $\alpha$<br>15   | $3\alpha$<br>15 |  |
| 3 | $2-\alpha$<br>10 | $4-\alpha$<br>5 | $3$<br>30        | $2$<br>15       |  |

(۴)  $\alpha < \frac{1}{2}$

(۳)  $\alpha \leq \frac{1}{2}$

(۲)  $\alpha \geq \frac{1}{2}$

(۱)  $\alpha > \frac{1}{2}$