

## Формальная постановка задачи

Имеется  $N$  независимых работ, для каждой из которых задано время выполнения. Требуется составить расписание выполнения этих работ без прерываний на  $M$  идентичных процессорах,

Критерий К1: разбалансированность расписания

**Дано:**

- $N$  — количество работ;
- $J = \{j_1, j_2, \dots, j_N\}$  — множество работ;
- $\tau = \{t_1, t_2, \dots, t_N\}$  — множество времён выполнения работ, где  $t_i > 0$  для всех  $i = 1, \dots, N$ ;
- $M$  — количество процессоров;
- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_M\}$  — множество процессоров.

**Определение расписания:**

Расписание задаётся булевой матрицей  $HP \in \{0, 1\}^{N \times M}$ , где элемент  $h_{ij}$  равен 1, если работа  $j_i$  выполняется на процессоре  $p_j$ , и 0 в противном случае.

**Условия выполнения:**

Расписание должно удовлетворять следующим ограничениям:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M h_{ij} = N, \quad \forall i \in [1, N] \quad \sum_{j=1}^M h_{ij} = 1$$

Это означает, что каждая работа выполняется ровно на одном процессоре.

**Критерий оптимальности:**

Пусть  $G_j$  — упорядоченное множество индексов работ, назначенных на процессор  $p_j$ . Для каждого процессора  $p_j$  общее время выполнения равно:

$$T_j = \sum_{i \in G_j} t_i$$

Тогда критерий  $K_1$  (разбалансированность расписания) определяется как:

$$K_1 = \max_{j \in [1, M]} T_j - \min_{j \in [1, M]} T_j$$

Требуется найти расписание  $HP$ , минимизирующее данную величину:

$$\min_{HP} K_1 = \min_{HP} \left( \max_{j \in [1, M]} T_j - \min_{j \in [1, M]} T_j \right)$$

**Ограничения модели:**

- На каждом процессоре в любой момент времени выполняется не более одной работы.
- Работы выполняются без прерываний.
- Переключение между работами на процессоре происходит мгновенно.
- Времена выполнения работ  $t_i$  фиксированы и известны до начала составления расписания.