

Формальная постановка задачи

Имеется N независимых работ, для каждой из которых задано время выполнения. Требуется составить расписание выполнения этих работ без прерываний на M идентичных процессорах,

Критерий K_1 : разбалансированность расписания

Дано:

- N — количество работ;
- $J = \{j_1, j_2, \dots, j_N\}$ — множество работ;
- $\tau = \{t_1, t_2, \dots, t_N\}$ — множество времён выполнения работ, где $t_i > 0$ для всех $i = 1, \dots, N$;
- M — количество процессоров;
- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_M\}$ — множество процессоров.

Определение расписания:

Расписание задаётся булевой матрицей $HP \in \{0, 1\}^{N \times M}$, где элемент h_{ij} равен 1, если работа j_i выполняется на процессоре p_j , и 0 в противном случае.

Условия выполнения:

Расписание должно удовлетворять следующим ограничениям:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M h_{ij} = N, \quad \forall i \in [1, N] \quad \sum_{j=1}^M h_{ij} = 1$$

Это означает, что каждая работа выполняется ровно на одном процессоре.

Критерий оптимальности:

Пусть G_j — упорядоченное множество индексов работ, назначенных на процессор p_j . Для каждого процессора p_j общее время выполнения равно:

$$T_j = \sum_{i \in G_j} t_i$$

Тогда критерий K_1 (разбалансированность расписания) определяется как:

$$K_1 = \max_{j \in [1, M]} T_j - \min_{j \in [1, M]} T_j$$

Требуется найти расписание HP , минимизирующее данную величину:

$$\min_{HP} K_1 = \min_{HP} \left(\max_{j \in [1, M]} T_j - \min_{j \in [1, M]} T_j \right)$$

Ограничения модели:

- На каждом процессоре в любой момент времени выполняется не более одной работы.
- Работы выполняются без прерываний.
- Переключение между работами на процессоре происходит мгновенно.
- Времена выполнения работ t_i фиксированы и известны до начала составления расписания.