6.5 矩阵的运算及其运算规则

一、矩阵的加法与减法

1、运算规则

设矩阵 $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}$，

则

$$A\pm B=\begin{pmatrix} a_{11}\pm b_{11} & a_{12}\pm b_{12} & \cdots & a_{1n}\pm b_{1n} \\ a_{21}\pm b_{21} & a_{22}\pm b_{22} & \cdots & a_{2n}\pm b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}\pm b_{m1} & a_{m2}\pm b_{m2} & \cdots & a_{mn}\pm b_{mn} \end{pmatrix}$$

简言之，两个矩阵相加减，即它们相同位置的元素相加减！

注意：只有对于两个行数、列数分别相等的矩阵（即同型矩阵），加减法运算才有意义，即加减运算是可行的．

2、 运算性质 （假设运算都是可行的）

满足交换律和结合律

交换律 $A+B=B+A$；

结合律 $(A+B)+C=A+(B+C)$．

二、矩阵与数的乘法

1、 运算规则

数 λ 乘矩阵A，就是将数 λ 乘矩阵A中的每一个元素，记为 λA 或 $A\lambda$．

特别地，称 $-A$ 称为 $A=(a_{ij})_{m\times s}$ 的负矩阵．

2、 运算性质

满足结合律和分配律

结合律： **(λμ)A=λ(μA)；　(λ+μ)A =λA+μA**．

分配律： **λ (A+B)=λA+λB**．

典型例题

例6.5.1　已知两个矩阵

$$A=\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix} 7 & 5 & -2 \\ 5 & 1 & 9 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

满足矩阵方程 $A+2X=B$，求未知矩阵 X．

解　由已知条件知

$\left(\begin{bmatrix} 7 & 5 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}\right)$