

# 第 1 部分

DIYIBUFEN

上 篇

## 重点专题突破

# 专题一 集合、常用逻辑用语、平面向量、 复数、算法、合情推理

# [高考领航]——摸清规律 预测考情

全国卷				考情	预测
2014	2015	2016	2017		2018
(I 卷) T <sub>1</sub> (集合) T <sub>3</sub> (复数) T <sub>6</sub> (向量) T <sub>9</sub> (框图) T <sub>14</sub> (推理) (II 卷) T <sub>1</sub> (集合) T <sub>2</sub> (复数) T <sub>4</sub> (向量) T <sub>8</sub> (框图) T <sub>1</sub> (集合) T <sub>6</sub> (向量)	(I 卷) T <sub>1</sub> (集合) T <sub>2</sub> (向量) T <sub>3</sub> (复数) T <sub>9</sub> (框图) (II 卷) T <sub>1</sub> (集合) T <sub>2</sub> (复数) T <sub>4</sub> (向量) T <sub>8</sub> (框图)	(I 卷) T <sub>1</sub> (集合) T <sub>2</sub> (复数) T <sub>10</sub> (框图) T <sub>13</sub> (向量) (II 卷) T <sub>1</sub> (集合) T <sub>2</sub> (复数) T <sub>9</sub> (框图) T <sub>13</sub> (向量) T <sub>16</sub> (推理) (III 卷) T <sub>1</sub> (集合) T <sub>2</sub> (复数) T <sub>3</sub> (向量) T <sub>8</sub> (框图)	(I 卷) T <sub>1</sub> (集合) T <sub>3</sub> (复数) T <sub>10</sub> (框图) T <sub>13</sub> (向量) (II 卷) T <sub>1</sub> (集合) T <sub>2</sub> (复数) T <sub>4</sub> (向量) T <sub>9</sub> (推理) T <sub>10</sub> (框图) (III 卷) T <sub>1</sub> (集合) T <sub>2</sub> (复数) T <sub>8</sub> (框图) T <sub>13</sub> (向量)	分值: 25~30 分 集合必考 5 分, 复数必考 5 分; 向量必考 5 分, 框图必考 5 分; 逻辑用语, 合情推理, 常考 5 分. 题型: 选择、填空. 题量: 每考点 1 题. 难度: 易. 考点: 集合的运算(结合不等式), 向量的线性运算、模及数量积; 复数四则运算及模; 框图, 逻辑用语、命题及充分必要条件; 合情推理、归纳推理、类比推理.	通过对近 5 年全国高考试题分析, 可以预测: 2018 年高考以集合运算, 充要条件的判定, 复数运算, 框图为主, 重视新点, 新定义, 命题转化, 逻辑与推理结合.

解题必备

解题方略

走进高考

限时规范训练

## 考点一 集合、常用逻辑用语

1. 设有限集合  $A$ ,  $\text{card}(A)=n(n \in \mathbf{N}^*)$ , 则

(1)  $A$  的子集个数是  $2^n$ ;

(2)  $A$  的真子集个数是  $2^n - 1$ ;

(3)  $A$  的非空子集个数是  $2^n - 1$ ;

(4)  $A$  的非空真子集个数是  $2^n - 2$ ;

(5)  $\text{card}(A \cup B) = \text{card } A + \text{card } B - \text{card}(A \cap B)$ .

$$2. (1)(\bigcap_{\mathbf{R}} A) \cap B = B \Leftrightarrow B \subseteq \bigcap_{\mathbf{R}} A;$$

$$(2) A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A;$$

$$(3) \bigcap_U (A \cup B) = (\bigcap_U A) \cap (\bigcap_U B);$$

$$(4) \bigcap_U (A \cap B) = (\bigcap_U A) \cap (\bigcap_U B).$$

3. 若  $p$  以集合  $A$  的形式出现,  $q$  以集合  $B$  的形式出现, 即  $A = \{x|p(x)\}$ ,  $B = \{x|q(x)\}$ , 则关于充分条件、必要条件又可叙述为:

(1) 若  $A \subseteq B$ , 则  $p$  是  $q$  的充分条件;

(2) 若  $A \supseteq B$ , 则  $p$  是  $q$  的必要条件;

(3) 若  $A = B$ , 则  $p$  是  $q$  的充要条件.

## 类型一 集合的概念及运算

[典例 1] (2016·高考全国卷 I) 设集合  $A = \{x | x^2 - 4x + 3 < 0\}$ ,

$B = \{x | 2x - 3 > 0\}$ , 则  $A \cap B = ( \text{D} )$

A.  $\left(-3, -\frac{3}{2}\right)$

B.  $\left(-3, \frac{3}{2}\right)$

C.  $\left(1, \frac{3}{2}\right)$

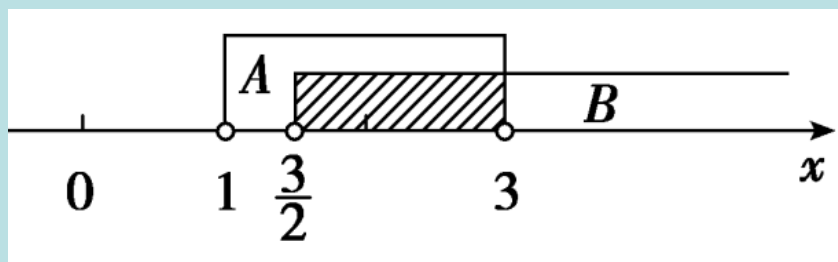
D.  $\left(\frac{3}{2}, 3\right)$



解析：通解：(直接法)解  $x^2 - 4x + 3 < 0$ ，即  $(x-1)(x-3) < 0$ ，  
得  $1 < x < 3$ ，故  $A = \{x | 1 < x < 3\}$ ；

解  $2x - 3 > 0$ ，得  $x > \frac{3}{2}$ ，所以  $B = \{x | x > \frac{3}{2}\}$ 。

如图，用数轴表示两个集合  $A$ ， $B$ 。



由图可得  $A \cap B = \{x | \frac{3}{2} < x < 3\}$ ，选 D。

优解：(排除法)观察选项可知 A, B 两项对应集合中含有负数，C, D 两项对应集合中的元素均为正数.

当  $x = -1$  时， $2x - 3 = 2 \times (-1) - 3 = -5 < 0$ ，故  $-1 \notin B$ ，所以  $-1 \notin A \cap B$ ，故排除 A, B 两项；

当  $x = 2$  时， $2x - 3 = 2 \times 2 - 3 = 1 > 0$ ， $x^2 - 4x + 3 = 2^2 - 4 \times 2 + 3 = -1 < 0$ ，所以  $2 \in A, 2 \in B$ ，所以  $2 \in A \cap B$ ，故可排除 C 项.

综上，选 D.

[母题变式]

将本题的  $B$  改为  $B = \{x | 2x - 3 \geq 0\}$ , 则  $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$ , 如何选答案?

解析：选 C.  $\complement_{\mathbf{R}}B = \{x|x < \frac{3}{2}\},$

$A \cap \complement_{\mathbf{R}}B = \{x|1 < x < \frac{3}{2}\}.$  故选 C.

## 丨规律方法丨

1. 集合的交、并、补运算多与解不等式问题相结合，解决此类问题的思路主要有两个：一是直接法，即先化简后运算，然后利用数轴表示，从而求得集合运算的结果；二是排除法，对于选择题的考查，可根据选项的差异性选取特殊元素进行验证，排除干扰项从而得到正确选项.

2. (1)若给定的集合是不等式的解集，用数轴求解.  
(2)若给定的集合是点集，用图象法求解.  
(3)若给定的集合是抽象集合，常用 Venn 图求解.
3. (1)正确理解各个集合的含义，弄清集合元素的属性.  
(2)注意 “ $\emptyset$ ” 的出现.

[自我挑战]

1. 设集合  $M = \{x | x^2 = x\}$ ,  $N = \{x | \lg x \leq 0\}$ , 则  $M \cup N = ( \text{A} )$

A.  $[0,1]$

B.  $(0,1]$

C.  $[0,1)$

D.  $(-\infty, 1]$

解析: 选 A.  $M = \{x | x^2 = x\} = \{0, 1\}$ ,  $N = \{x | \lg x \leq 0\} = \{x | 0 < x \leq 1\}$ ,  
 $M \cup N = [0, 1]$ , 故选 A.



2. 设全集  $U = \{x \in \mathbf{N}^* | x \leq 4\}$ , 集合  $A = \{1, 4\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ , 则  $\complement_U(A \cap B) = ( \text{A} )$

A.  $\{1, 2, 3\}$

B.  $\{1, 2, 4\}$

C.  $\{1, 3, 4\}$

D.  $\{2, 3, 4\}$

解析：通解：选 A. 本题主要考查集合的基本运算.

因为  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $A \cap B = \{4\}$ , 所以  $\complement_U(A \cap B) = \{1, 2, 3\}$ , 故选 A.

优解：  $\because A \cap B = \{4\}$ .  $\therefore 4 \notin \complement_U(A \cap B)$ , 排除 B、C、D 只能选 A.

## 类型二 充分、必要条件

[典例 2] (2016·高考四川卷)设  $p$ : 实数  $x, y$  满足  $(x-1)^2 + (y$

$-1)^2 \leq 2$ ,  $q$ : 实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} y \geq x-1, \\ y \geq 1-x, \\ y \leq 1 \end{cases}$  则  $p$  是  $q$  的( **A** )

A. 必要不充分条件

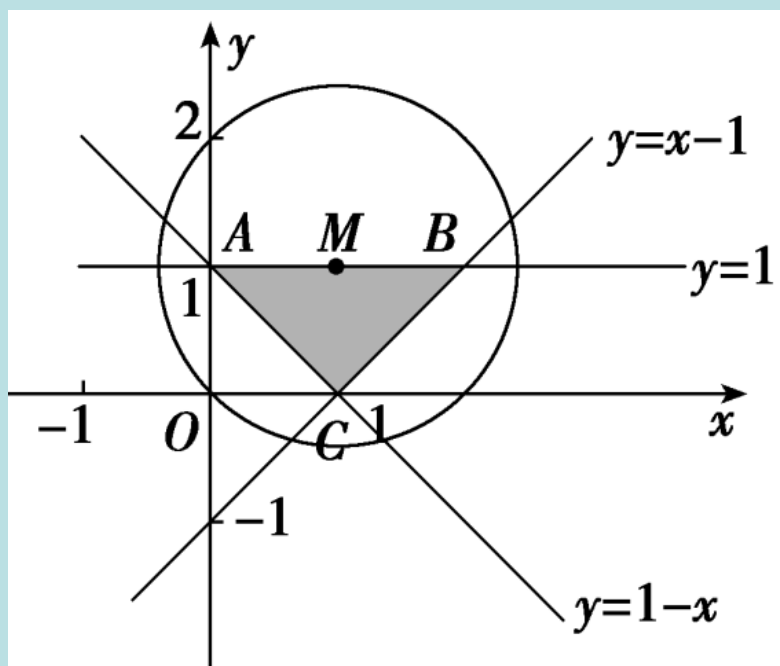
B. 充分不必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

解析：通解：(画出可行域，数形结合求解)

如图作出  $p$ ,  $q$  表示的区域，其中  $\odot M$  及其内部为  $p$  表示的区域， $\triangle ABC$  及其内部(阴影部分)为  $q$  表示的区域，故  $p$  是  $q$  的必要不充分条件.



优解： $q$ ：满足条件的三个边界点分别是  $A(0,1)$ ,  $B(2,1)$ ,  $C(1,0)$  都适合  $p$ ；而  $p$  中的点  $O(0,0)$ ，不适合  $q$ ，  
故  $p$  是  $q$  的必要不充分条件，选 A.

## 丨规律方法丨

1. 充要条件的判断先要明确两个条件之间的关系，明确“甲的一个 $\times\times$ 条件是乙”与“甲是乙的 $\times\times$ 条件”两种不同叙述方式的差异性，要将其转化为基本的“甲是乙的 $\times\times$ 条件”的形式，然后进行判断；充要条件判断的实质就是判断两个简单命题的真假，根据条件的不同可以从集合、命题的等价转化角度进行判断.

$$2. \quad "p \Rightarrow q" \Leftrightarrow " \neg p \Leftarrow \neg q " ;$$

$$"q \Rightarrow p" \Leftrightarrow " \neg p \Rightarrow \neg q " ;$$

$$"p \Leftrightarrow q" \Leftrightarrow " \neg p \Leftrightarrow \neg q " .$$

[自我挑战]

3. 下列判断正确的有( **B** )

(1) “ $x \neq 1$ ” 是 “ $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ ” 的充分不必要条件;

(2) “ $a > 0, b > 0$ ” 是 “ $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$ ” 的充分不必要条件;

(3) “命题  $p \vee q$  为假” 是 “命题  $p \wedge q$  为假” 的充要条件;

(4) 设  $\{a_n\}$  是公比为  $q$  的等比数列, 则 “ $q > 1$ ” 是 “ $\{a_n\}$  为递增数列” 的必要不充分条件.

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个



解析：(1)通解：选 B. 设  $p : x \neq 1$ ,  $q : x^2 - 3x + 2 \neq 0$ .

当  $x=2$  时，满足  $x \neq 1$ ，而  $x^2 - 3x + 2 = 0$ ，所以“若  $p$ ，则  $q$ ”是假命题；

由  $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ ，解得  $x \neq 1$ ，且  $x \neq 2$ ，所以“若  $q$ ，则  $p$ ”是真命题.

由充要条件的定义可得： $p$  是  $q$  的必要不充分条件. 故(1)错误.

优解：设  $A = \{x|x \neq 1\}$ ,  $B = \{x|x^2 - 3x + 2 \neq 0\}$ .

由  $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ , 解得  $x \neq 1$ , 且  $x \neq 2$ , 故  $B = \{x|x \neq 1, \text{ 且 } x \neq 2\}$ .

显然  $B \subsetneq A$ , 所以 “ $x \neq 1$ ” 是 “ $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ ” 的必要不充分条件. 故(1)错误.

(2)记 “ $a > 0, b > 0$ ” 为  $p$ , “ $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$ ” 为  $q$ .

由基本不等式可得  $q$  的充要条件是 “ $\frac{a}{b} > 0$ ”, 即 “ $ab > 0$ ”.

显然  $p$  是 “ $ab > 0$ ” 的充分不必要条件,

所以  $p$  是  $q$  的充分不必要条件. 故(2)正确.

(3)由真值表可知, “命题  $p \vee q$  为假” 的充要条件是 “ $p, q$  都为假”, 而 “命题  $p \wedge q$  为假” 的充要条件是 “ $p, q$  中至少有一个为假”.

显然 “ $p, q$  都为假” 是 “ $p, q$  中至少有一个为假” 的充分不必要条件, 所以 “命题  $p \vee q$  为假” 是 “命题  $p \wedge q$  为假” 的充分不必要条件. 故(3)错误.

(4)当  $q > 1$  且  $a_1 < 0$  时, 数列  $\{a_n\}$  不是递增数列 ;

当  $0 < q < 1$  且  $a_1 < 0$  时, 数列  $\{a_n\}$  是递增数列, 显然此时  $q > 1$  不成立.

所以 “ $q > 1$ ” 是 “ $\{a_n\}$  为递增数列” 的既不充分也不必要条件. 故(4)错误.

综上, 只有(2)正确, 故选 B.

4. “ $x \in \left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ ” 是 “函数  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  为单调递增函数”

的( **A** )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

解析：通解：选 A. 若函数  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  为单调递增函数，则一

$$\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \quad k \in \mathbf{Z},$$

$$\text{即 } -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{4} + 2k\pi, \quad k \in \mathbf{Z}.$$

从而函数  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  的单调递增区间是  $\left[-\frac{3\pi}{4} + 2k\pi, \frac{\pi}{4} + 2k\pi\right]$

$(k \in \mathbf{Z})$ .

因此若  $x \in \left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ ，则函数  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  为单调递增函数；

若函数  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  为单调递增函数  $\Rightarrow x \in \left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ .

所以 “ $x \in \left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ ” 是 “函数  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  为单调递增函数” 的充分不必要条件. 故选 A.

优解： 当  $x \in \left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$  时  $\Rightarrow x + \frac{\pi}{4} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  为增

函数，

但  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  为增函数  $\xrightarrow{\text{周期性}} \nRightarrow x + \frac{\pi}{4} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \nRightarrow x \in \left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ .



### 类型三 命题及逻辑联结词

[典例 3] (1)设命题  $p: \exists n \in \mathbf{N}, n^2 > 2^n$ , 则  $\neg p$  为( **C** )

A.  $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 > 2^n$

B.  $\exists n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2^n$

C.  $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2^n$

D.  $\exists n \in \mathbf{N}, n^2 = 2^n$

解析：因为 “ $\exists x \in M, p(x)$ ” 的否定是 “ $\forall x \in M, \neg p(x)$ ”，  
所以命题 “ $\exists n \in \mathbf{N}, n^2 > 2^n$ ” 的否定是 “ $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2^n$ ”。故选  
C.

(2)已知命题  $p$ :  $\exists x \in \mathbf{R}, 2^x > 3^x$ ; 命题  $q$ :  $\forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \tan x >$

$\sin x$ , 则下列是真命题的是( **D** )

A.  $(\neg p) \wedge q$

B.  $(\neg p) \vee (\neg q)$

C.  $p \wedge (\neg q)$

D.  $p \vee (\neg q)$

解析：通解：先判断命题  $p$ 、 $q$  的真假，然后根据选项得出正确结论.

当  $x = -1$  时， $2^{-1} > 3^{-1}$ ，所以  $p$  为真命题；当  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  时，

$\tan x - \sin x = \frac{\sin x(1 - \cos x)}{\cos x} > 0$ ，所以  $q$  为真命题，所以  $p \vee (\neg q)$

是真命题，其他选项都不正确，故选 D.

优解： $p$  为真命题时， $p$  或任何命题都为真，故选 D.

## 规律方法

### 1. 命题真假的判定方法

(1)一般命题  $p$  的真假由涉及的相关知识辨别.

(2)四种命题真假的判断：一个命题和它的逆否命题同真假，而其他两个命题的真假无此规律.

(3)形如  $p \vee q$ ,  $p \wedge q$ ,  $\neg p$  命题的真假根据  $p$ ,  $q$  的真假与联结词的含义判定.

## 2. 全称命题与特称命题真假的判定

(1) 全称命题：要判定一个全称命题是真命题，必须对限定集合  $M$  中的每一个元素  $x$  验证  $p(x)$  成立，要判定其为假命题时，只需举出一个反例即可.

(2) 特称命题：要判定一个特称命题为真命题，只要在限定集合  $M$  中至少能找到一个元素  $x_0$ ，使得  $p(x_0)$  成立即可；否则，这一特称命题就是假命题.

[自我挑战]

5. 已知命题  $p$ :  $\exists x \in \mathbf{R}, \log_2(3^x + 1) \leq 0$ , 则( **B** )

A.  $p$  是假命题;  $\neg p$ :  $\forall x \in \mathbf{R}, \log_2(3^x + 1) \leq 0$

B.  $p$  是假命题;  $\neg p$ :  $\forall x \in \mathbf{R}, \log_2(3^x + 1) > 0$

C.  $p$  是真命题;  $\neg p$ :  $\forall x \in \mathbf{R}, \log_2(3^x + 1) \leq 0$

D.  $p$  是真命题;  $\neg p$ :  $\forall x \in \mathbf{R}, \log_2(3^x + 1) > 0$

解析：选 B.  $\because 3^x > 0$ ,  $\therefore 3^x + 1 > 1$ , 则  $\log_2(3^x + 1) > 0$ ,  $\therefore p$  是假命题； $\neg p : \forall x \in \mathbf{R}, \log_2(3^x + 1) > 0$ . 故应选 B.



6. 不等式组  $\begin{cases} x+y \geq 1, \\ x-2y \leq 4 \end{cases}$  的解集记为  $D$ , 有下面四个命题:

$$p_1: \forall (x, y) \in D, x+2y \geq -2;$$

$$p_2: \exists (x, y) \in D, x+2y \geq 2;$$

$$p_3: \forall (x, y) \in D, x+2y \leq 3;$$

$$p_4: \exists (x, y) \in D, x+2y \leq -1;$$

其中的真命题是( **C** )

A.  $p_2, p_3$

B.  $p_1, p_4$

C.  $p_1, p_2$

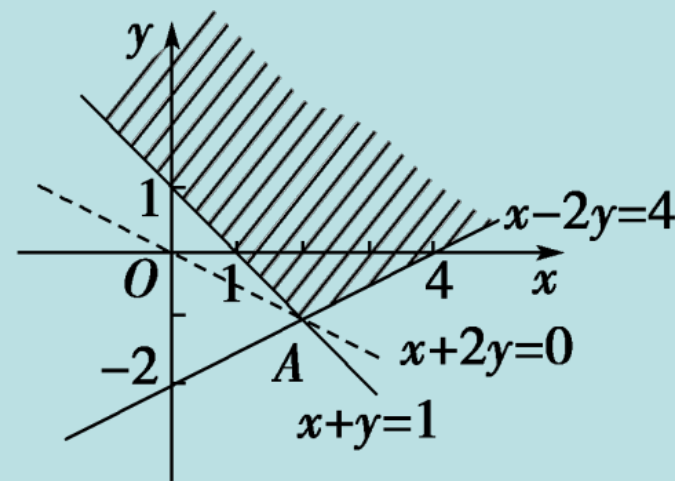
D.  $p_1, p_3$

解析：通解：选 C.作出不等式组表示的可行域，如图(阴影部分).

$$\text{由} \begin{cases} x+y=1, \\ x-2y=4, \end{cases}$$

得交点  $A(2, -1)$ .

目标函数的斜率  $k = -\frac{1}{2} > -1$ ,



观察直线  $x+y=1$  与直线  $x+2y=0$  的倾斜程度, 可知  $u=x+2y$  过点  $A$  时取得最小值 0.

$$\left( y = -\frac{x}{2} + \frac{u}{2}, \frac{u}{2} \text{表示纵截距} \right).$$

结合题意知  $p_1, p_2$  正确.

优解: 在区域  $D$  内取一点  $M(3,2)$ .

则  $x+2y=7$ , 满足  $p_2$ , 不满足  $p_3$ , 故选 C.

1. (2017·高考全国卷 I )已知集合  $A = \{x|x < 1\}$ ,  $B = \{x|3^x < 1\}$ , 则( **A** )

A.  $A \cap B = \{x|x < 0\}$

B.  $A \cup B = \mathbf{R}$

C.  $A \cup B = \{x|x > 1\}$

D.  $A \cap B = \emptyset$

解析：选 A.  $\because B = \{x | 3^x < 1\}, \therefore B = \{x | x < 0\}$ .

又  $A = \{x | x < 1\}, \therefore A \cap B = \{x | x < 0\}, A \cup B = \{x | x < 1\}$ . 故选

A.

2. (2017·高考全国卷 I )设有下面四个命题

$p_1$ : 若复数  $z$  满足  $\frac{1}{z} \in \mathbf{R}$ , 则  $z \in \mathbf{R}$ ;

$p_2$ : 若复数  $z$  满足  $z^2 \in \mathbf{R}$ , 则  $z \in \mathbf{R}$ ;

$p_3$ : 若复数  $z_1, z_2$  满足  $z_1 z_2 \in \mathbf{R}$ , 则  $z_1 = \overline{z_2}$ ;

$p_4$ : 若复数  $z \in \mathbf{R}$ , 则  $\overline{z} \in \mathbf{R}$ .

其中的真命题为( **B** )

A.  $p_1, p_3$

B.  $p_1, p_4$

C.  $p_2, p_3$

D.  $p_2, p_4$

解析：选 B. 设  $z = a + bi (a, b \in \mathbf{R})$ ,  $z_1 = a_1 + b_1 i (a_1, b_1 \in \mathbf{R})$ ,  $z_2 = a_2 + b_2 i (a_2, b_2 \in \mathbf{R})$ .

对于  $p_1$ , 若  $\frac{1}{z} \in \mathbf{R}$ , 即  $\frac{1}{a + bi} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2} \in \mathbf{R}$ , 则  $b = 0 \Rightarrow z = a + bi = a \in \mathbf{R}$ , 所以  $p_1$  为真命题.

对于  $p_2$ , 若  $z^2 \in \mathbf{R}$ , 即  $(a+bi)^2 = a^2 + 2abi - b^2 \in \mathbf{R}$ , 则  $ab=0$ .

当  $a=0, b \neq 0$  时,  $z=a+bi=bi \notin \mathbf{R}$ , 所以  $p_2$  为假命题.

对于  $p_3$ , 若  $z_1 z_2 \in \mathbf{R}$ , 即  $(a_1+b_1i)(a_2+b_2i) = (a_1a_2-b_1b_2) + (a_1b_2+a_2b_1)i \in \mathbf{R}$ , 则  $a_1b_2+a_2b_1=0$ . 而  $z_1 = \overline{z_2}$ , 即  $a_1+b_1i = a_2-b_2i \Leftrightarrow a_1=a_2, b_1=-b_2$ . 因为  $a_1b_2+a_2b_1=0 \Rightarrow \nexists a_1=a_2, b_1=-b_2$ , 所以  $p_3$  为假命题.

对于  $p_4$ , 若  $z \in \mathbf{R}$ , 即  $a+bi \in \mathbf{R}$ , 则  $b=0 \Rightarrow \overline{z} = a-bi = a \in \mathbf{R}$ , 所以  $p_4$  为真命题. 故选 B.



3. (2017·高考北京卷)设  $\boldsymbol{m}$ ,  $\boldsymbol{n}$  为非零向量, 则 “存在负数  $\lambda$ , 使得  $\boldsymbol{m} = \lambda \boldsymbol{n}$ ” 是 “ $\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{n} < 0$ ” 的( **A** )

- A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件          D. 既不充分也不必要条件

解析：通解：选 A.由题意知 $|\boldsymbol{m}| \neq 0$ ,  $|\boldsymbol{n}| \neq 0$ .

设  $\boldsymbol{m}$  与  $\boldsymbol{n}$  的夹角为  $\theta$ .

若存在负数  $\lambda$ , 使得  $\boldsymbol{m} = \lambda \boldsymbol{n}$ ,

则  $\boldsymbol{m}$  与  $\boldsymbol{n}$  反向共线,  $\theta = 180^\circ$ ,

$$\therefore \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{n} = |\boldsymbol{m}| |\boldsymbol{n}| \cos \theta = -|\boldsymbol{m}| |\boldsymbol{n}| < 0.$$

当  $90^\circ < \theta < 180^\circ$  时,  $\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{n} < 0$ , 此时不存在负数  $\lambda$ , 使得  $\boldsymbol{m} = \lambda \boldsymbol{n}$ .

故“存在负数  $\lambda$ , 使得  $\boldsymbol{m} = \lambda \boldsymbol{n}$ ”是“ $\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{n} < 0$ ”的充分而不必要条件. 故选 A.

优解:  $\because \boldsymbol{m} = \lambda \boldsymbol{n}, \therefore \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{n} = \lambda \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{n} = \lambda |\boldsymbol{n}|^2.$

$\therefore$  当  $\lambda < 0, \boldsymbol{n} \neq 0$  时,  $\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{n} < 0.$

反之, 由  $\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{n} = |\boldsymbol{m}| |\boldsymbol{n}| \cos \langle \boldsymbol{m}, \boldsymbol{n} \rangle < 0 \Leftrightarrow \cos \langle \boldsymbol{m}, \boldsymbol{n} \rangle < 0 \Leftrightarrow \langle \boldsymbol{m}, \boldsymbol{n} \rangle \in \left( \frac{\pi}{2}, \pi \right],$

当  $\langle \boldsymbol{m}, \boldsymbol{n} \rangle \in \left( \frac{\pi}{2}, \pi \right)$  时,  $\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}$  不共线.

故“存在负数  $\lambda$ , 使得  $\boldsymbol{m} = \lambda \boldsymbol{n}$ ”是“ $\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{n} < 0$ ”的充分而不必要条件. 故选 A.

4. (2016·高考全国卷 II) 已知集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{x | (x+1)(x-2) < 0, x \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $A \cup B = ( \text{C} )$

A.  $\{1\}$

B.  $\{1, 2\}$

C.  $\{0, 1, 2, 3\}$

D.  $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$

解析：选 C. 由  $(x+1)(x-2) < 0 \Rightarrow -1 < x < 2$ , 又  $x \in \mathbf{Z}$ ,

$\therefore B = \{0, 1\}$ ,  $\therefore A \cup B = \{0, 1, 2, 3\}$ . 故选 C.

5. (2016·高考浙江卷)命题 “ $\forall x \in \mathbf{R}, \exists n \in \mathbf{N}^*,$  使得  $n \geq x^2$ ”

的否定形式是( **D** )

A.  $\forall x \in \mathbf{R}, \exists n \in \mathbf{N}^*,$  使得  $n < x^2$

B.  $\forall x \in \mathbf{R}, \forall n \in \mathbf{N}^*,$  使得  $n < x^2$

C.  $\exists x \in \mathbf{R}, \exists n \in \mathbf{N}^*,$  使得  $n < x^2$

D.  $\exists x \in \mathbf{R}, \forall n \in \mathbf{N}^*,$  使得  $n < x^2$

解析：选 D.先将条件中的全称量词变为存在量词，存在量词变为全称量词，再否定结论．故选 D.

6. (2015·高考山东卷)若 “ $\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right], \tan x \leq m$ ” 是真命题, 则实数  $m$  的最小值为\_\_\_\_\_.



解析：若  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ ，则  $0 \leq \tan x \leq 1$ ，

$\therefore$  “ $\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right], \tan x \leq m$ ” 是真命题， $\therefore m \geq 1$ .

$\therefore$  实数  $m$  的最小值为 1.

答案：1



点击进入word版：限时规范训练

把握高考微点，实现素能提升

配餐作业·单独成册

