

Problema do Caixeiro-viajante

Guilherme Utiana¹, Peter Brendel¹

¹Centro de Ciências Tecnológicas – Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC)

Resumo. O problema do caixeiro-viajante é categorizado como problema de otimização cujo objetivo é encontrar um circuito com a menor distância entre os vários pontos de paragem. O problema pertence à categoria de NP-difícil e, por este motivo, os métodos tradicionais de solução exata não são viáveis. O presente trabalho define o problema e apresenta um método de solução possível para o problema.

1. Definição do problema

O problema do caixeiro-viajante consiste na busca de um circuito que possua a menor distância, começando numa cidade qualquer (Nó), visitando cada cidade precisamente uma vez e regressando à cidade inicial. O problema pressupõe que uma viagem entre duas cidades terá o mesmo custo em qualquer direção, entretanto, sabe-se que essa afirmação de fato não é verdadeira. Para encontrar o número $R(n)$ de rotas para o caso de n cidades, basta fazer um raciocínio combinatório simples, como a primeira cidade é fixa, é notável que o número total de escolhas é $(n - 1) * (n - 2) * \dots * 2 * 1$. Em resumo, a equação final é: $R(n) = (n - 1)!$



Figura 1. Exemplo de rotas

2. Complexidade do problema e métodos de solução

O problema do caixeiro é um clássico exemplo de problemas de otimização combinatória (Como visto no tópico anterior). Supondo que exista um computador muito veloz, capaz

n	rotas por segundo	(n - 1)!	cálculo total
5	250 milhoes	24	insignific
10	110 milhoes	362 880	0.003 seg
15	71 milhoes	87 bilhoes	20 min
20	53 milhoes	1.2×10^{17}	73 anos
25	42 milhoes	6.2×10^{23}	470 milhoes de anos

Figura 2. Tabela estatística para valores de n

de fazer 1 bilhão de adições por segundo, obtemos por análise a tabela representada na Figura 2.

É possível observar que a complexidade do algoritmo abordado na tabela pertence ao conjunto de problemas $O(n!)$, pois o tempo de execução aumenta fatorialmente em relação a n . De maneira inversa e não proporcional, as rotas calculadas por segundo diminuem. A fim de resolver o problema alguns métodos foram propostos, dentre eles: métodos exatos e métodos heurísticos.

2.1. Métodos exatos

Os métodos mais usados são *Branch-and-Bound*, que resolvem o problema através da análise de todas as alternativas possíveis. Desta forma a complexidade final é $O(n!)$.

2.2. Métodos heurísticos

São métodos para encontrar soluções aproximadas, isto é, não são soluções exatas, porém garante resultados ótimos em tempo satisfatório.

3. Simétrico e assimétrico

O problema do caixeiro-viajante (*PCV*) é que nem sempre as rotas são simétricas, isso significa que o custo de um caminho $c(i, j) = c(j, i)$. Desta forma, quando o melhor caminho não for o primeiro, será necessário recalcular inúmeras vezes, até encontrar a melhor solução. No caso do problema assimétrico as distâncias entre dois nós podem ser diferentes.

Referências

- da Silva, W. A. L. (2005). Algoritmo genético para resolução do problema do caixeiroviajante. [Online; accessed 12-junho-2019].
- da Silveria, P. (2019). Problema do caixeiro-viajante. [Online; accessed 12-junho-2019].
- de Santana Silva, J. G. (2017). Algoritmos de solução para o problema do caixeiro viajante com passageiros e quota. [Online; accessed 13-junho-2019].
- de Souza, F. A. (2016). O caixeiro viajante que pode ganhar um milhão de dólares. [Online; accessed 12-junho-2019].

- Pedro, Z. (2006). O problema do caixeiro viajante. [Online; accessed 12-junho-2019].
- REBOUÇAS, R. S. (2016). Problema do caixeiro viajante com coleta de prêmios e janelas de tempo. [Online; accessed 13-junho-2019].
- UFPR (2004). Problema do caixeiro viajante. [Online; accessed 12-junho-2019].
- Álvaro Nunes Prestes (2006). Uma análise experimental de abordagens heurísticas aplicadas ao problema do caixeiro viajante. [Online; accessed 13-junho-2019].