UDESC

Complexidade de Algoritmos

Prof. Rafael Alceste Berri
rafaelberri@gmail.com

Prof. Diego Buchinger
diego.buchinger@outlook.com

Prof. Cristiano Damiani Vasconcellos
cristiano.vasconcellos@udesc.br

UDESC

Análise de complexidade de Estruturas de Dados Fundamentais

UDESC

Estruturas de Dados Básicas

Pilha, Fila, Lista Encadeada Simples, Lista Duplamente Encadeada, Árvore Binária, Árvore Rubro Negra

Analisar os seguintes métodos:

* OBS: Fila tem um ponteiro para o início e o fim!

Fila::enfileirar(elemento);

Fila::remover( );

Fila::busca(elemento);

Fila::tamanho( );

UDESC

Estruturas de Dados Básicas

Pilha, Fila, Lista Encadeada Simples, Lista Duplamente Encadeada, Árvore Binária, Árvore Rubro Negra

Analisar os seguintes métodos:

* OBS: Lista Encadeada Simples => ponteiro 1º elemento da lista

Elemento => elemento + ponteiro p/ próximo elemento

ListaSimples::adicionarNoInicio(elemento);

ListaSimples::adicionarNoFim(elemento);

ListaSimples::busca(elemento);

ListaSimples::anterior(*elemento);

ListaSimples::proximo(*elemento);

UDESC

Estruturas de Dados Básicas

Pilha, Fila, Lista Encadeada Simples, Lista Duplamente Encadeada, Árvore Binária, Árvore Rubro Negra

Analisar os seguintes métodos:

* OBS: Lista Dup. Enc. => ponteiro 1º elemento da lista

Element => elemento + ponteiro p/ anterior e próximo elemento

ListaDup::adicionarNoInicio(elemento);

ListaDup::adicionarNoFim(elemento);

ListaDup::busca(elemento);

ListaDup::anterior(*elemento);

ListaDup::proximo(*elemento);

UDESC

Estruturas de Dados Básicas

Pilha, Fila, Lista Encadeada Simples, Lista Duplamente Encadeada, Árvore Binária, Árvore Rubro Negra

Analisar os seguintes métodos:

* OBS: Árvore => elemento + ponteiro para filhos

```
Arvore::inserir( elemento );
Arvore::buscar( elemento );
Arvore::pai( *no );
Arvore::maximo( );
```

** E se cada nó tiver um ponteiro para o pai?

UDESC

Atividade

Analise o código fonte do arquivo estruturas-dados.cpp e informe as complexidades de tempo e espaço dos seguintes métodos considerando o **pior** e **melhor** caso. Ilustre um exemplo de situação onde o **pior** caso e o **melhor** caso ocorreria para cada uma das funções. (Pode ser em duplas)

Pilha	ListaEncadeada	ÁrvoreVP
Empilha	Adicionar	rotateLeft
Desempilha	Anexar	Inserir
Limpar	Remover	Busca
Print	Encontrar	PreOrder
Tamanho	RemoverDuplicatas	Maximo

Envie para rafaelberri@gmail.com Assunto: "TC-CAL07"
Anexar: respostas

UDESC

Análise de Complexidade envolvendo múltiplas variáveis

Strings

Ao analisar algoritmos envolvendo *strings* devemos nos preocupar com o seu tamanho que pode não ser constante.

Qual o pior caso? Qual o melhor caso?

Ex1: qual seria a complexidade para processar *n* nomes de pessoas deixando todos em maiúsculas?

Ex2:

```
int compara(string[] nomes, int n){
    int i,j,r=0;
    for(i=0; i<n; i++)
        for(j=i+1; j<n; j++)
            if( strcmp(nomes[i], nomes[j]) == 0 )
                r += 1;
    return r;
}
```

UDESC

Hash

Uso de vetores para armazenar elementos é bom.

- Qual a complexidade para acessar um elemento?
- Qual a complexidade para adicionar um elemento?

Limitações dos vetores: os índices só podem ser inteiros

P: Alguma sugestão para podermos usar outros valores (de qualquer tipo) como índices?

Hash - Introdução

Podemos criar uma operação de conversão de um tipo qualquer para um valor inteiro positivo = **FUNÇÃO HASHING**

(chave) => índice

Como poderíamos criar uma função para converter uma string em um inteiro positivo?

1 – Somar o código ascii de cada letra

2 – Somar o código ascii de cada letra * posição

3 – Somatório(código ascii de cada letra * $255^{posição}$)

Testes: “Joao”, “Maria”, “ola”, “alo”, “oi”, “io”

Hash - Introdução

Na conversão precisamos nos preocupar com mais um detalhe:

Qual é o tamanho do nosso vetor?

Fator de carga do Hash: $\lambda = \frac{nº\ elementos}{tamanho\ vetor}$

Se tivermos um vetor de **10 posições**, qual operação podemos usar para garantir que o nosso inteiro positivo esteja entre 0 e 9?

UDESC

Hash - Introdução

Hash - método da divisão:

Escolhemos um valor *m* como divisor de modo a evitar colisões (um número que **não** seja potência de 2 => $\neq 2^p$)

Um bom valor pode ser um número primo ou então 2^p-1

Podemos realizar duas divisões: *(valor % m) % tam*

sendo *m > tam*

UDESC

Hash - Introdução

Quando usamos uma função hashing que realiza um mapeamento único para cada índice do vetor temos um **hash perfeito**

Se os nomes só podem ter no máximo 5 letras, qual tamanho de vetor podemos utilizar para garantir um hash perfeito?

(note que um hash perfeito depende da função de hashing)

UDESC

Hash - Introdução

Quando usamos uma função hashing que não realiza um mapeamento único para cada índice do vetor precisamos considerar também que a função de hashing pode gerar **números iguais** para **chaves diferentes**:

Hashing (2) + vetor de 10 posições: “Maria”, “Ana”

A esse evento chamamos de **COLISÃO**!

Nem sempre é viável utilizar um hash perfeito. Logo, uma função hashing deve sempre buscar **minimizar** o número de colisões

Hash - Colisões

Ok, Mas o que fazer quando ocorre uma colisão?

Abordagem 1: Não adicionamos o registro

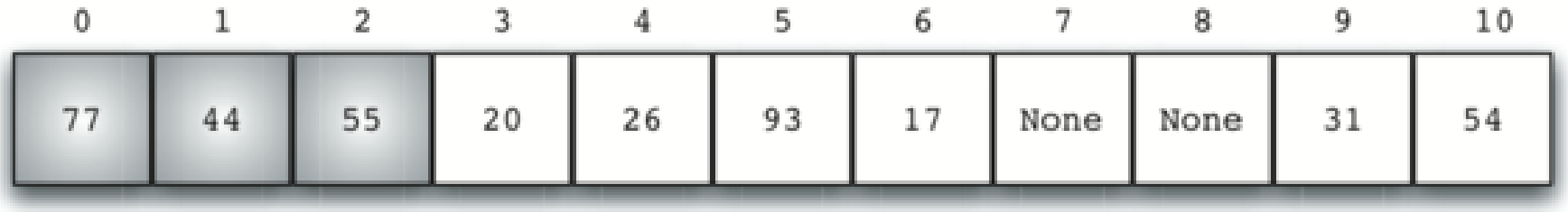
Abordagem 2 – endereçamento aberto:

Procurar pela próxima posição vaga

- Sondagem Linear: avança de um em um

Método deve ser usado para inserção e busca

exemplo: busca pelo 55 (hash: 0); busca pelo 66 (hash: 1)



Hash - Colisões

Ok, Mas o que fazer quando ocorre uma colisão?

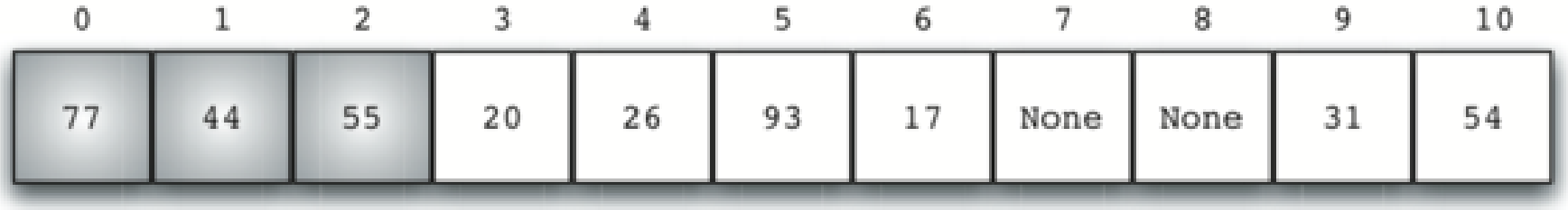
Abordagem 2 – endereçamento aberto:

Sondagem Linear pode gerar agrupamentos (*clusters*) de elementos (não interessante)

- Sondagem Quadrádica: avança usando os quadrados

  x+1, x+4, x+9, x+16, x+25, (...)

  Método deve ser usado para inserção e busca



Hash - Colisões

Ok, Mas o que fazer quando ocorre uma colisão?

Abordagem 2 – endereçamento aberto:

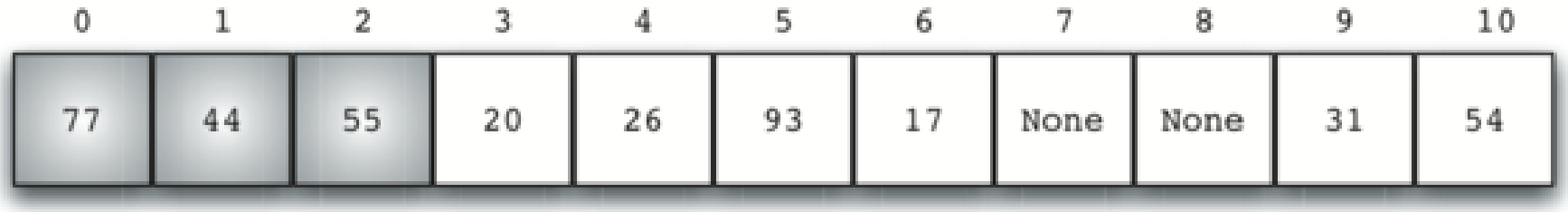
- Hash duplo (rehash): aplicação de uma nova função hash

$$novo\ hash = rehash(\ hash\ antigo\ )$$

$$rehash(x) = (x + 1)\ \%\ tamanho\ vetor$$

rehash deve garantir que, eventualmente, todas as posições serão avaliadas

Método deve ser usado para inserção e busca

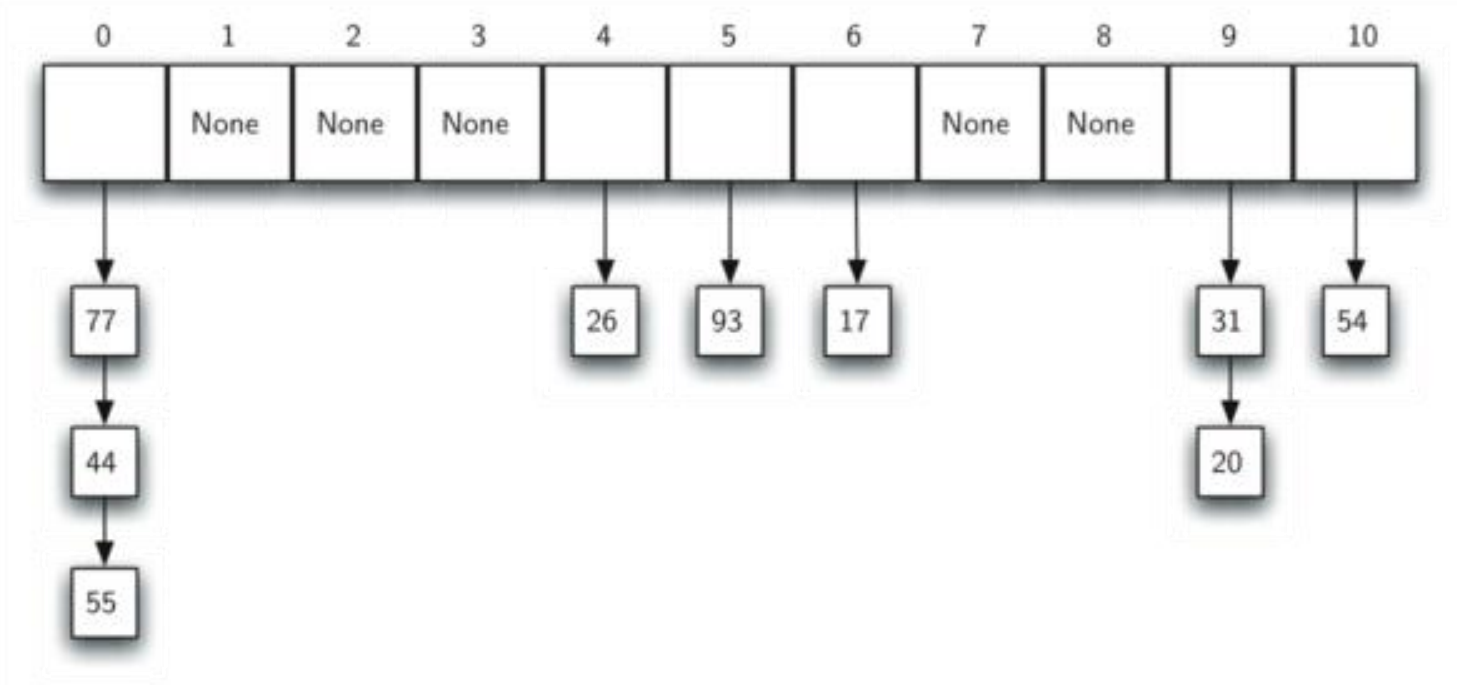


Hash - Colisões

Ok, Mas o que fazer quando ocorre uma colisão?

Abordagem 3 – encadeamento:

Ao invés de utilizarmos um vetor simples utilizamos um vetor de alguma estrutura de dados (lista, árvore)



UDESC

Hash – Principais funções

Hash(**int** tamanho)

put(chave, valor) => boolean

get(chave) => valor

listar( ) => (chaves, valores)

UDESC

Hash – Analise Complexidade

Considerando um hash de strings com capacidade ***n*** e tamanho de strings ***s***:

- Qual a complexidade para calcular a função hash (1), (2) e (3)?

- Qual a complexidade (melhor e pior caso) para inserir e buscar um elemento usando sondagem linear? E para listar todos os elementos do hash?

UDESC

Hash – Analise Complexidade

Considerando um hash de strings com capacidade ***n***, e tamanho de strings ***s***:

- Qual a complexidade (melhor e pior caso) para inserir e buscar um elemento usando hash encadeado com lista? E para listar todos os elementos do hash?

- Qual a complexidade (melhor e pior caso) para inserir e buscar um elemento usando hash encadeado com árvore balanceada (árvore rubro-negra)?