1 Métodos Formais - Lista de Exercícios 1

From LF `Require Export Induction`.

Prove usando Coq que $\Sigma_{i=0}^{n} i = (n^2 + n)/2$. No desenvolvimento desse exercícios serão necessárias algumas definições feitas nos módulos *Basics.v* e *Induction.v* são elas: *plus_n_O*, *plus_assoc*, *plus_comm*, *mult_comm* e *mult_S*.

A função somatório de números naturais de 0 ate n pode ser implementada como:

```
Fixpoint sum (n : nat) : nat :=
  match n with
  | O => O
  | S n' => n + sum n'
  end.
```

Com objetivo de simplificar as provas a função *div2* implementa a divisão por 2.

```
Fixpoint div2 (n:nat) : nat :=
  match n with
  | O => O
  | S O => O
  | S (S n') => S (div2 n')
end.

Theorem plus_n_1 : ∀ (n : nat),
  n + 1 = S (n).
Proof. Admitted.

Theorem plus_n_Sm : ∀ (n m:nat),
  n + S m = S (n + m).
Proof.
  Admitted.

Theorem mult_2_n_plus : ∀ (n : nat),
  n + n = 2 × n.
Proof.
  Admitted.

Theorem mult2_div2 : ∀ n : nat,
  n = div2 (2 × n).
Proof.
  Admitted.

Theorem div2_mult2_plus: ∀ (n m : nat),
  n + div2 m = div2 (2 × n + m).
Proof.
  Admitted.

Theorem mult_Sn_m : ∀ (n m : nat),
```

$S\ n \times m = m + n \times m.$

`Proof.`

Admitted.

`Theorem` $sum\_Sn : \forall\ n : nat,$

$sum\ (S\ n) = S\ n + sum\ n.$

`Proof.`

Admitted.

`Theorem` $sum\_n : \forall\ n : nat,$

$sum\ n = div2\ (n \times (n + 1)).$

`Proof.`

Admitted.