

Введение в методы описания выбора и принятия решений

§1. Понятие решения. IT в принятии решения.

Существует несколько определений термина «Решение».

(с формальной точки зрения) **Решение** (выбор, принятие решения) — действие над множеством альтернатив, в результате которого получается подмножество выбранных альтернатив (обычно одна) — сужение множества альтернатив.

Оно возможно, если имеется способ сравнения альтернатив между собой и определения наиболее предпочтительных.

Критерий предпочтения — каждый такой способ.

При таком описании выбора считаются уже пройденными два неформальных этапа:

- 1) Порождение множества альтернатив для последующего выбора
- 2) Определение целей, ради которых делается выбор

Поэтому, более широким является следующее определение: **решение** — один из необходимых элементов волевого действия, состоящий в выборе цели действия и способа её достижения, при этом волевое действие предполагает предварительное осознание цели и средств действия, мысленное обсуждение оснований «за» или «против».

В подавляющем большинстве случаев решения принимает не автоматическая система, а человек (лицо принимающее решение — **ЛПР**). Место IT в этом процессе называется **поддержкой принятия решения**.

Возможны различные классификации принятия решений (рассмотрим только две):

- 1) По механизму упорядочивания альтернатив. Градации:
 - 1) На основе критериальной функции (однокритериальные или многокритериальные)
 - 2) На основе бинарных отношений
 - 3) На основе функции выбора
- 2) По полноте описания ситуации
 - 1) Принятие решения в условиях определенности
 - 2) Принятие решения в условиях риска
 - 3) Принятие решения в условиях неопределенности
 - 4) Принятие решения в условиях конфликта

Механизмы упорядочивания альтернатив:

Критериальный метод описания выборки. Основное его предположение: каждую отдельно взятую альтернативу можно описать конкретным числом. Это число называется значением критерия. Сравнение альтернатив сводится к сравнению соответствующих чисел. Критериальную функцию можно выразить переменные задачи (какие-то признаки процесса). Наилучшей альтернативой является та, которая обладает наибольшим критерием (напри., найти экстремум функции). Задача нахождения экстремума проста по постановке, но может вызвать проблемы в многокритериальном случае. Как правило, критерии являются противоречивыми (не найти на множестве альтернатив, которая одновременно экстремизирует все критерии).

§2. Методы решения многокритериальных задач

- 1) Сведение многокритериальной задачи к однокритериальной (свертка критериев). $q_0(x) = q_0(q_1(x), q_2(x))$ — вид этой ф-ии определяется не формально, исходя из содержания задачи. Обычно используют аддитивные или мультипликативные ф-ии с весами. Например, $q_0(x) = k_1q_1(x) + k_2q_2(x)$. Задача ИТ в этой ситуации — обосновать коэффициенты (привести статистику). Главная проблема — критичность к небольшим изменениям коэффициентов.
- 2) Условная максимизация — нахождение условного экстремума основного критерия, при условии, что дополнительные критерии не превосходят заданных уровней. Основная проблема — произвол в выборе основного критерия.
- 3) Векторная оптимизация. (вставить картинку). Недостаток — произвол в соотношении критериев. Задание метрики критериального пространства, как правило, отражает субъективность предпочтения.
- 4) Построение множества Парето — это множество альтернатив, не сравнимых формальными средствами в пределах заданного критериального пространства. Предпочтение между двумя альтернативами принимается только в том случае, если одна из них по всем частным критериям лучше другой. В противном случае, альтернативы считаются несравнимыми и принимаются обе. Т. е. образом выбор состоит в построении множества несравнимых альтернатив. При необходимости выбора единственной альтернативы следует привлекать дополнительные соображения:
 - 1) Вводить новые добавочные критерии (может быть, мы не все учли).
 - 2) Рандомизация
 - 3) Прибегать к экспертизе

§3. Описание выбора методом бинарных отношений

Метод бинарных отношений является более общим, чем критериальный. Основные предположения:

- 1) Отдельные альтернативы не оцениваются (не вводится критериальной функции)
- 2) Для каждой пары альтернатив можно установить взаимную предпочтительность или равноценность (несравнимость)
- 3) Отношение предпочтения внутри любой пары альтернатив не зависит от остальных альтернатив, предъявленных к выбору.

Существуют 4 способа задания отношения:

- 1) Непосредственное перечисление всех пар альтернатив (применимо лишь в случае конечного множества альтернатив)
- 2) Матричный способ (также применим лишь на конечном множестве)
- 3) Задание отношения графа (между каждой парой вершин проводится связь)
- 4) Задание отношения R-сечениями (используется для определения отношения на бесконечных множествах)

Все способы пересчитываются один в другой, выбор способа определяется спецификой множества альтернатив.

Основные математические свойства бинарных отношений предпочтения вытекают из математических понятий эквивалентности, порядка и доминирования.

Сравним метод бинарных отношений и метод критериального описания альтернатив.

Метод бинарных отношений имеет определенные ограничения:

- 1) На наборе отношений не должно быть заикливания

- 2) Отношение предпочтение внутри любой пары альтернатив не должно зависеть от других альтернатив

Возможности перехода от бинарных отношений к критериальным определяется теоремой Фишберна.

Если множество X — конечно и между его элементами имеется отношение строгого порядка, то можно построить такую вещественную функцию $u(x)$ такое, что: $(x < y) \rightarrow [u(x) < u(y)]$

- $(x < y)$ — отношение предпочтения
- $[u(x) < u(y)]$ — отношение меньше

Второе из первого получить можно, но не наоборот!

$u(x)$ — функция полезности.

Этот результат был обобщен на счетные и континуальные множества.

Эта теорема строго соблюдается тогда, когда x остается неизменным (не дополняется другими альтернативами).

§4. Описание выбора посредством функции выбора

Наиболее общим на сегодня формальным методом описания выбора является аппарат функции выбора.

Выбор в обстановке (G, B) сопоставляет предъявлению $X \in B$ его подмножество $Y \subseteq X$ (множество альтернатив отобранных из предъявления). Множество G — конечное или бесконечное множество альтернатив, B — семейство некоторых подмножеств множества G .

$Y = C(x)$ — функция выбора.

Примеры:

- Реакция диспетчера на конкретную обстановку в воздухе
- Реакция сталевара на готовность стали

Метод функции выбора описывает выбор как операцию над произвольным множеством альтернатив, которое сопоставляет ему некоторое его подмножество или это отображение множества на множество без поэлементного отображения и без отображения на числовую ось (как это есть в критериальном методе).

Методы реализации механизма задания функции выбора:

- Непосредственно в виде таблицы (перечисление: допустимое предъявление - выбор): множество-подмножество — это метод лучших практик (прототипов и других экспертных систем). Предполагается, что наличие прототипов сужает множество B и тем самым облегчает эксперту конкретный конечный выбор. Более того, при наличии большого кол-ва прототипов отклонение текущей альтернативы от прототипа можно пытаться описать вектором признаков.
- Задание механизма реализации выбора & Механизм выбора — это алгоритм (экстремальный принцип системы неравенств и т. п.) или организационная система (ЛПР — лицо принимающее решение: рулетка, жребий и т. п.), которые в конкретной ситуации обеспечивают выбор решения, соответствующий заданной концепции рационального выбора (понимание что такое «хорошо»).
- Задание набора требований к рациональному решению. Вводим параметры или аксиомы хорошего решения — так называемые рамочные требования.

Все варианты функции выбора как правило вырождаются в уже рассмотренные методы бинарного или критериального описания + дополнительные организационные меры.