TP 1.1 - SIMULACIÓN DE UNA RULETA

Mateo, Lara 44795 - Retrivi, Vittorio 44727

Abril 15, 2020

Resumen

En el presente documento se expone un análisis estadístico y probabilístico de un modelo simple del plato de una ruleta, basándose en una simulación de la misma desarrollada en el lenguaje de programación Python.

Keywords – Simulación · Ruleta · Python · Probabilidad · Estadística

Introducción

La ruleta es un juego de casino [1] que lleva el nombre de la palabra francesa "Roulette" la cual significa pequeña rueda. En el juego, los jugadores pueden optar por hacer apuestas en un solo número, varios grupos de números, los colores rojo o negro, si el número es par o impar, o si los números son altos (19–36) o bajos (1–18).
Para determinar el número ganador, un crupier hace girar una rueda en una dirección, luego hace girar una bola en la dirección opuesta alrededor de una pista circular inclinada que corre alrededor del borde exterior de la rueda. La pelota finalmente pierde impulso, pasa a través de un área de deflectores, y finalmente cae sobre uno de los 37 bolsillos coloreados y numerados de la rueda (ruleta de estilo francés / europeo simple cero) o 38 (ruleta de estilo estadounidense doble cero). Las ganancias se pagan a cualquiera que haya realizado una apuesta exitosa.

El experimento planteado se denota de la siguiente forma: se realiza una tiradas de ruleta y se observa el número que se obtiene.
Luego de realizar una muestra de "X" tiradas, se calculan los estadísticos principales de la misma.
Se desea conocer como estos estadísticos son afectados por el tamaño de la muestra.
Finalmente, realizar sucesivas corridas del experimento y analizar si existen similitudes y/o diferencias entre ellos.

Análisis y Desarrollo

Planteamiento del problema y Valores esperados

Dado el funcionamiento ya conocido de una ruleta, podemos predecir con anticipación los valores a los que deberían aproximarse algunos estadísticos luego de realizar la simulación.
Los mismos son nombrados a continuación:

Frecuencia Relativa del Número X

Comenzamos analizando las probabilidades que tiene cada número de que la bola caiga sobre el mismo. Al realizar una tirada todos los números poseen la misma posibilidad de ser obtenidos. Dado que hay 37 posibles números (0 a 36), la frecuencia relativa de un número X al realizar una tirada será:

$$\frac{1}{37}$$

Promedio [2]

Dado los números $\{\mathrm{x}_1, x_2, \dots, x_n\}$
La media aritmética o promedio se define de la siguiente forma:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

En particular, para el problema en cuestión, la media aritmética es:

$$\bar{x} = \frac{1}{37} \sum_{i=1}^{37} x_i = \frac{0 + 1 + 2 \cdots + 36}{37} = 18$$

Varianza [3]

La varianza es una medida de dispersión que representa la variabilidad de una serie de datos respecto a su media. Esta se define de la siguiente forma:

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{X}\right)^2$$

Aplicando dicha fórmula al enunciado, obtenemos:

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{37} \sum_{i=1}^{37} (x_i - 18)^2 = 114$$

Desvío [4]

En general, una medida de dispersión que permite ver de forma más acertada la variabilidad de los datos es el desvío.
Lo podemos calcular simplemente calculando la raíz cuadrada de la varianza:

$$\sigma_n = \sqrt{\sigma_n^2}$$

Por lo tanto, el desvió esperado en la problemática planteada es:

$$\sigma_n = \sqrt{114} \approx 10,6771$$

Valores y gráficas obtenidas

Luego de realizar la simulación, se obtuvieron las siguientes gráficas:

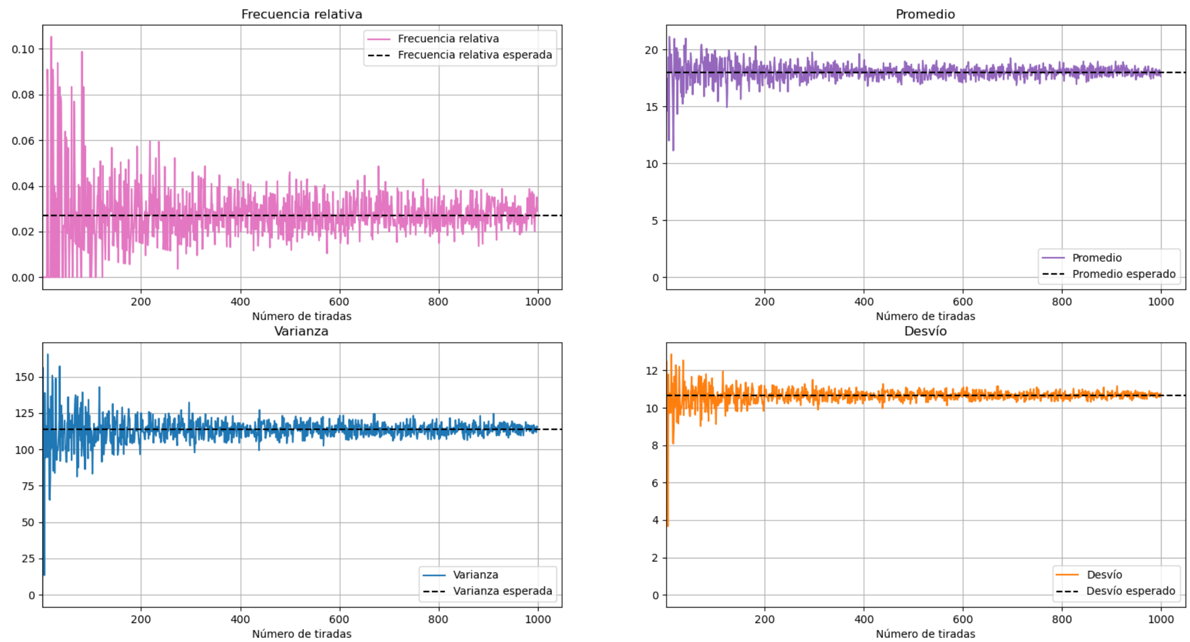

Figura 1: Parámetros de un experimento con 1000 iteraciones

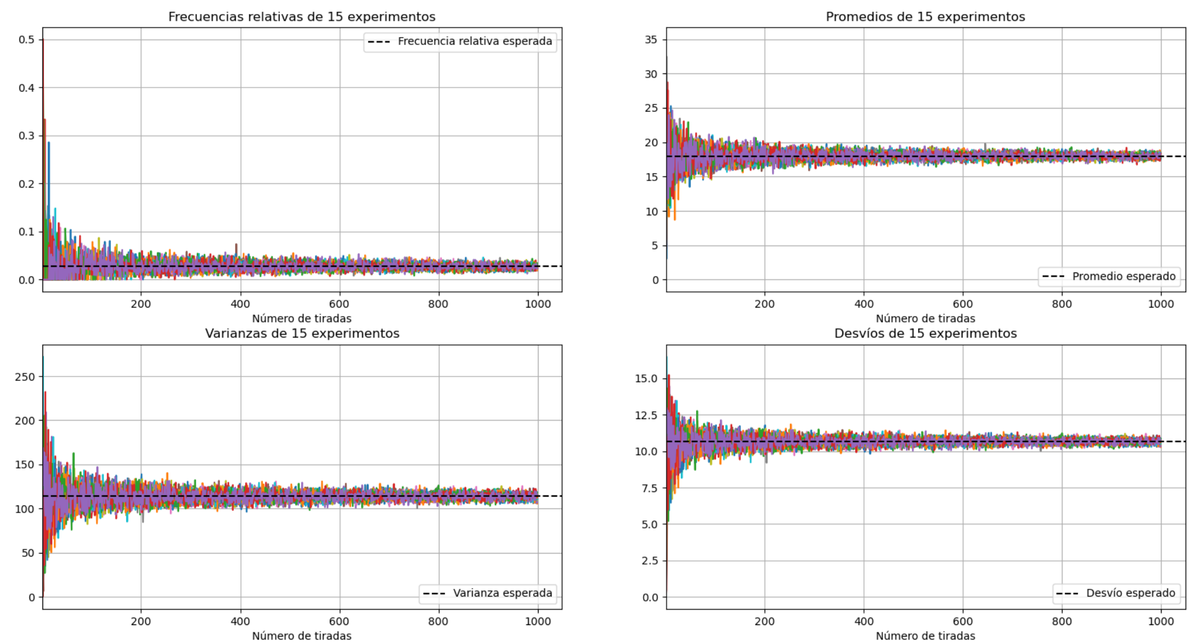

Figura 2: Parámetros de 15 experimentos con 1000 iteraciones

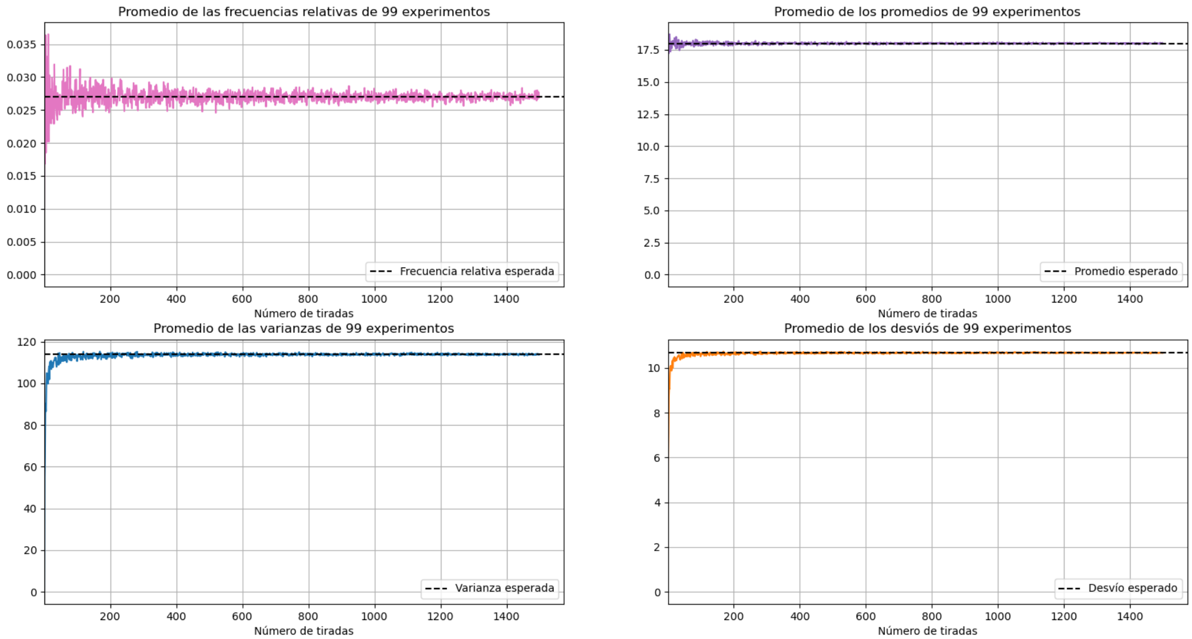

Figura 3: Promedio de cada uno de los parámetros de 99 experimentos

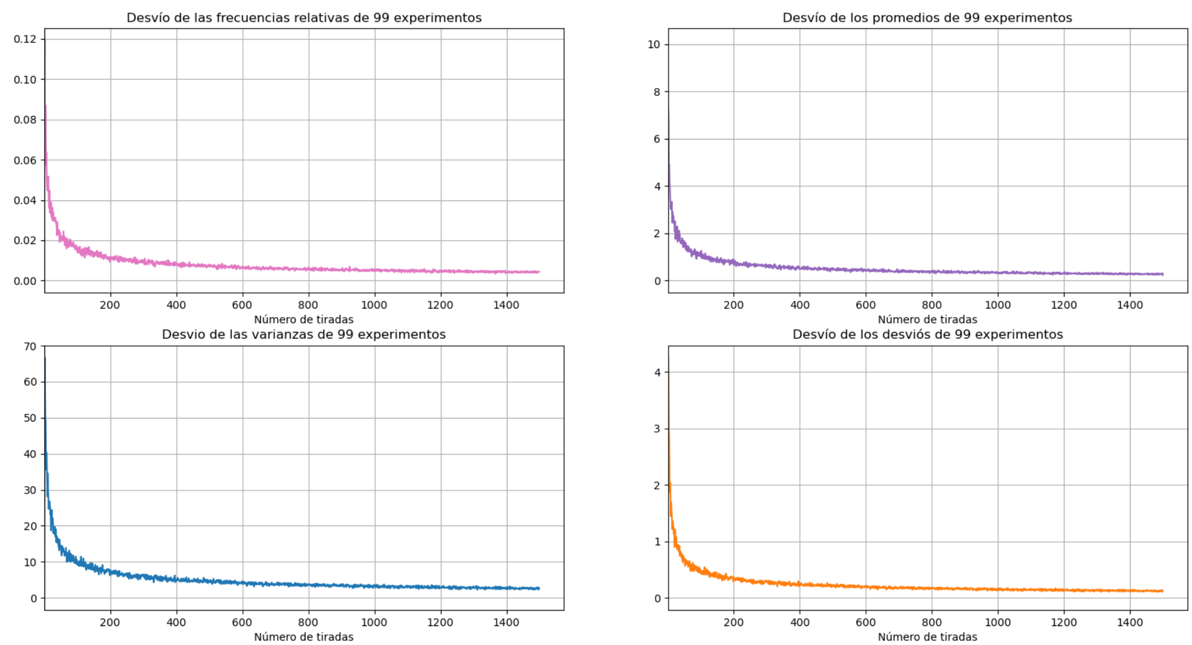

Figura 4: Desvíos de cada uno de los parámetros de 99 experimentos

Discusión

Con respecto a la metodología empleada en la simulación:

Se decidió realizar en el lenguaje de programación Python ya que es un lenguaje con una sintaxis y semántica muy dinámica que nos beneficia en gran medida a la hora de prototipar. Además, sus potentes librerías matemáticas (Numpy) y gráficas (Matplotlib) crean un ecosistema ideal para el desarrollo de simulaciones.
Una de los problemáticas que se presentó a la hora de realizar la simulación fue la de decidir y balancear entre realizar un algoritmo eficiente a nivel de recursos computacionales y uno menos eficiente pero más claro, visual y educativo.
Debido a la poca complejidad computacional que exigió dicha simulación, sumado a la rápida convergencia de las gráficas obtenidas, logrando con relativamente pocas iteraciones los resultados esperados, fue que decidimos sacrificar eficiencia por un algoritmo más visual y entendible.
Para el mismo dividimos el problema en otros más pequeños de forma iterativa y definimos funciones para cada subproblema.

Con respecto a las gráficas obtenidas:

En primer lugar, y con respecto a la **figura 1**, si bien con pocas iteraciones la gráfica resulta bastante caótica, notamos que al aumentar sucesivamente la cantidad de tiradas de ruleta los parámetros resultantes tendían a acercarse progresivamente a los valores esperados.
Con alrededor de 1000 iteraciones, el valor obtenido de cada una de los estadísticos se aproxima de forma muy certera a los valores esperados. **(Ver figura 1)**

Al realizar el experimento reiteradas veces y exponer todos sus resultados en una misma gráfica pudimos comprobar que todos los experimentos siguen de forma similar la misma curva de convergencia y no hay diferencias significativas entre ellos. **(Ver figura 2)**

La gráfica de los promedios de cada uno de los estadísticos de cada experimento se expone con el objetivo de mostrar de una manera más "suave" la curva que se obtiene de la simulación. **(Ver figura 3)**

Finalmente, con la última gráfica expuesta del desvío de cada uno de los estadísticos de cada experimento podemos verificar que, a mayor cantidad de iteraciones, la variabilidad entre los experimentos es cada vez menor, siendo que los desvíos de cada uno de los estadísticos de cada experimento en relación a la cantidad de iteraciones tiende a 0 a mayor sea el número de las mismas. **(Ver figura 4)**

Conclusiones

Considerando los resultados de cada una de las gráficas podemos corroborar que los resultados obtenidos se aproximan de forma certera a los parámetros esperados; los cuales, dada la naturaleza del enunciado podemos conocer de forma matemática. Por lo tanto, concluimos en que la ejecución de la simulación se realizó de forma exitosa y se asemeja con la realidad.

Referencias

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Roulette

[2] https://es.wikipedia.org/wiki/Promedio

[3] https://es.wikipedia.org/wiki/Varianza

[4] https://es.wikipedia.org/wiki/Desviaci%C3%B3n_(estad%C3%ADstica)

Índice de figuras