

量子誤り抑制の進展と展開

吉岡 信行
東大工, 理研, JSTさきがけ

2023.01.30



自己紹介

量子物性

機械学習

量子物性

機械学習

量子計算

2020.03

東大 理物 博士課程修了 (桂研究室)

理学系研究科 研究奨励賞 (博士)

日本物理学会 第14回若手奨励賞

「ニューラルネットワークによる物理状態の
分類と表現に関する理論的研究」



H. Katsura



Y. Akagi

2020.04 - 2020.12

理研 Nori groupにてポストドク

機械学習 × 自然科学への一般化
(量子化学、量子技術)



F. Nori



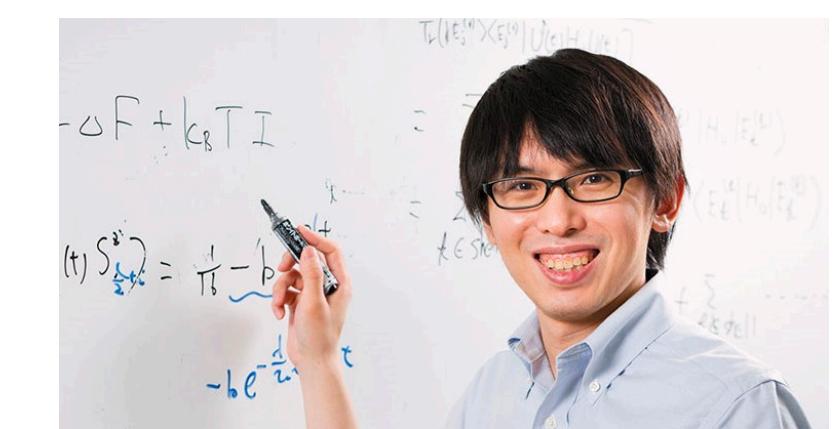
Y. Nomura

2021.01 - 現在

東京大学 工学系研究科物理工学専攻 沙川研究室 助教

2021.10 - 現在

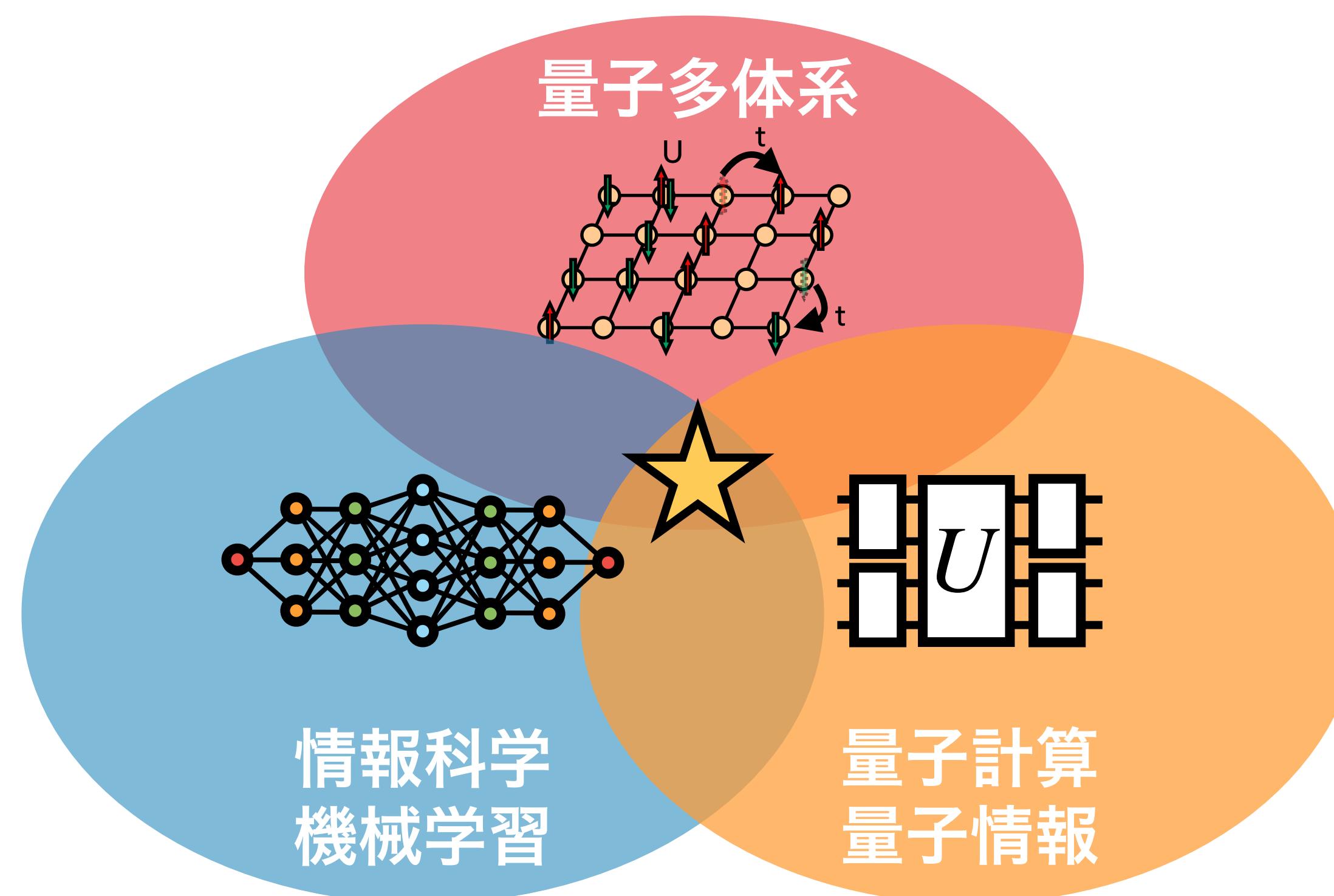
JSTさきがけ研究者



T. Sagawa

自己紹介

興味：量子多体問題における非従来型アプローチ



(1) 機械学習：データ駆動パラダイムの導入

人間の直感に頼らない超高速探索・自動特徴抽出

- 機械学習関数による量子相関の表現
Yoshioka & Hamazaki, PRB ('19)
- Yoshioka, Mizukami, Nori, Commun. Phys. ('21)
- Nomura*, Yoshioka*, Nori, PRL ('21) (*Equal contribution)
- 特徴量抽出による量子相図計算の自動化
Yoshioka, Akagi, Katsura, PRB ('18)

(2) 量子計算：アルゴリズムの原理的な高速化の活用

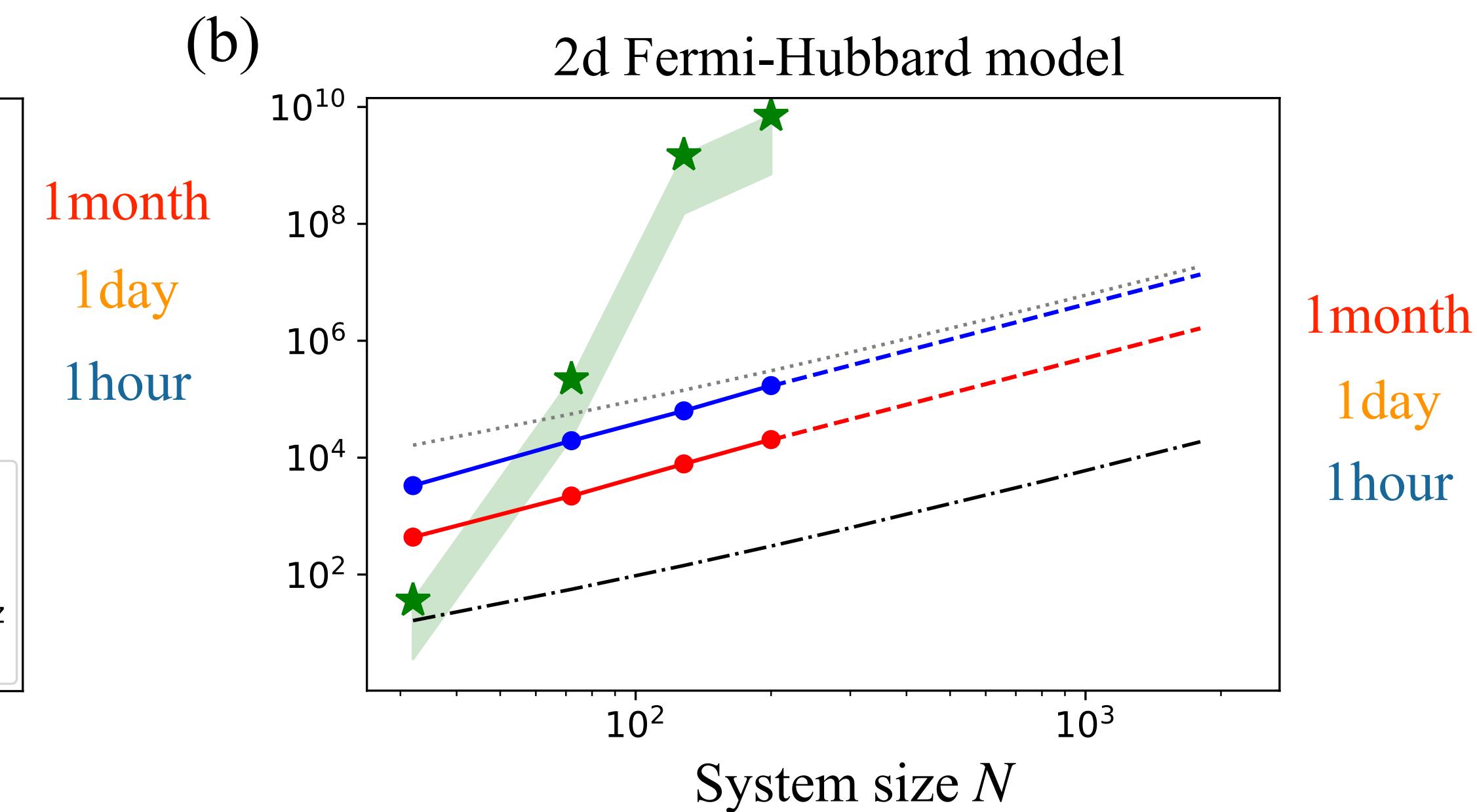
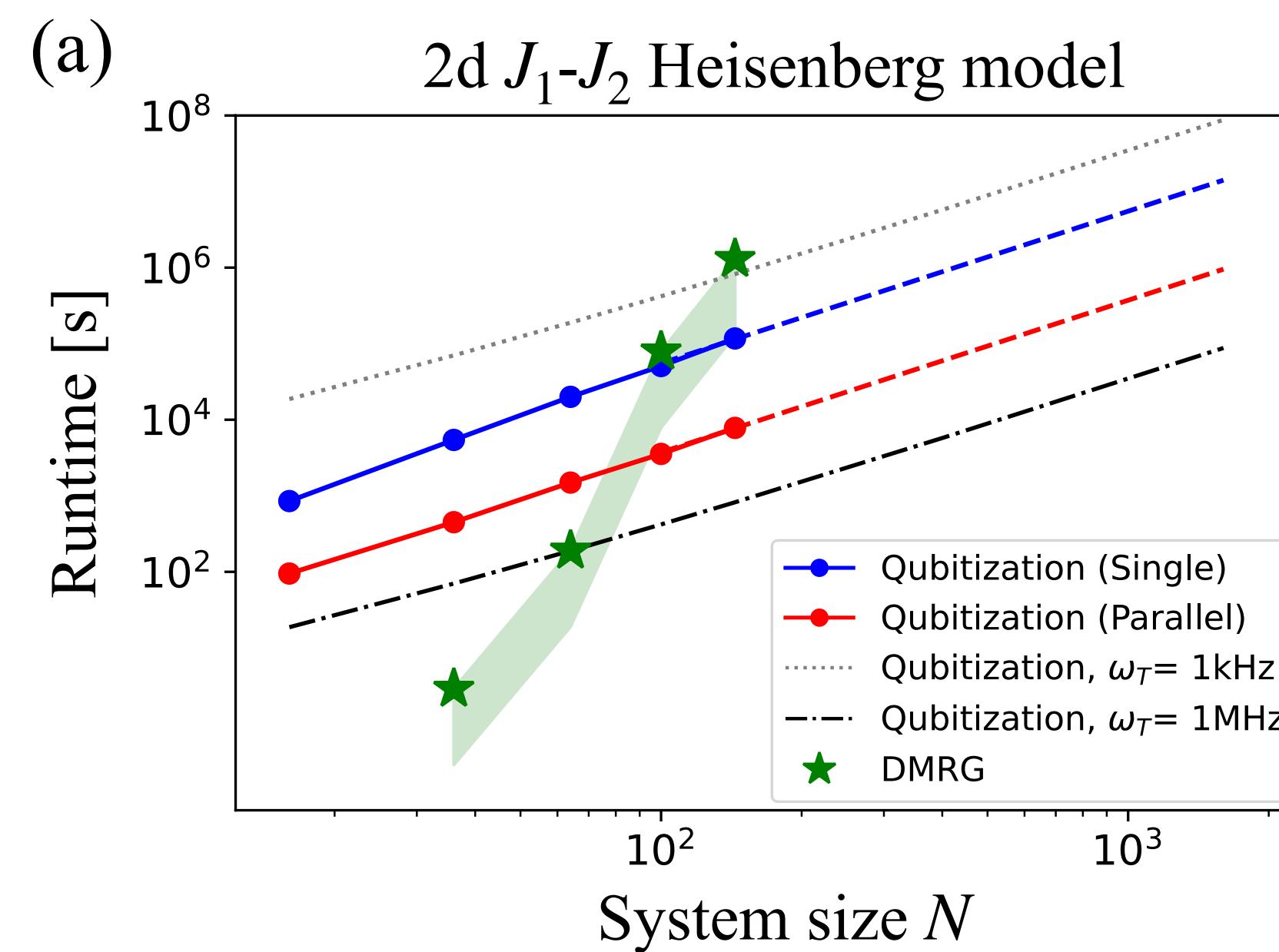
「負符号」を自然に埋め込んだ計算アルゴリズム

- 誤り耐性のない現代的な量子計算の実用化
Yoshioka et al., PRR ('20), Yoshioka et al., PRR ('22)
- Yoshioka et al., PRL ('22)
Today's talk
- 誤り耐性のある量子計算のインパクトを試算
Yoshioka et al., arXiv:2210.14109('22)

FTQC resource estimation

arXiv:2210.14109

Problems	Random Circuit	Cond-mat Physics	Quantum Chemistry	Factoring
#Qubits	$O(10^4)$	$O(10^5)$	$O(10^6)$	$O(10^7)$
Runtime	$O(\text{Hours})$	$O(\text{Hours})$	$O(\text{Days})$	$O(\text{Days})$



Agenda

量子誤り抑制とは？

量子計算の理想と現実

量子誤り訂正と量子誤り抑制

量子誤り抑制の例

Error-aware mitigation : 確率的誤り除去法

Error-agnostic mitigation : 仮想蒸留法・一般化部分空間展開法

理論的限界の理解

Long-termの量子誤り抑制

FTQCにおける量子誤り抑制

今後の展望

理想的な量子計算と計算量クラス

回路型・測定型・DQC1など様々な実現方法がある。
計算量的な分類ではいずれも等価であることが示されている。

Bounded-Error Quantum Polynomial (BQP)

以下の条件を満たす決定問題の集合がBQP:

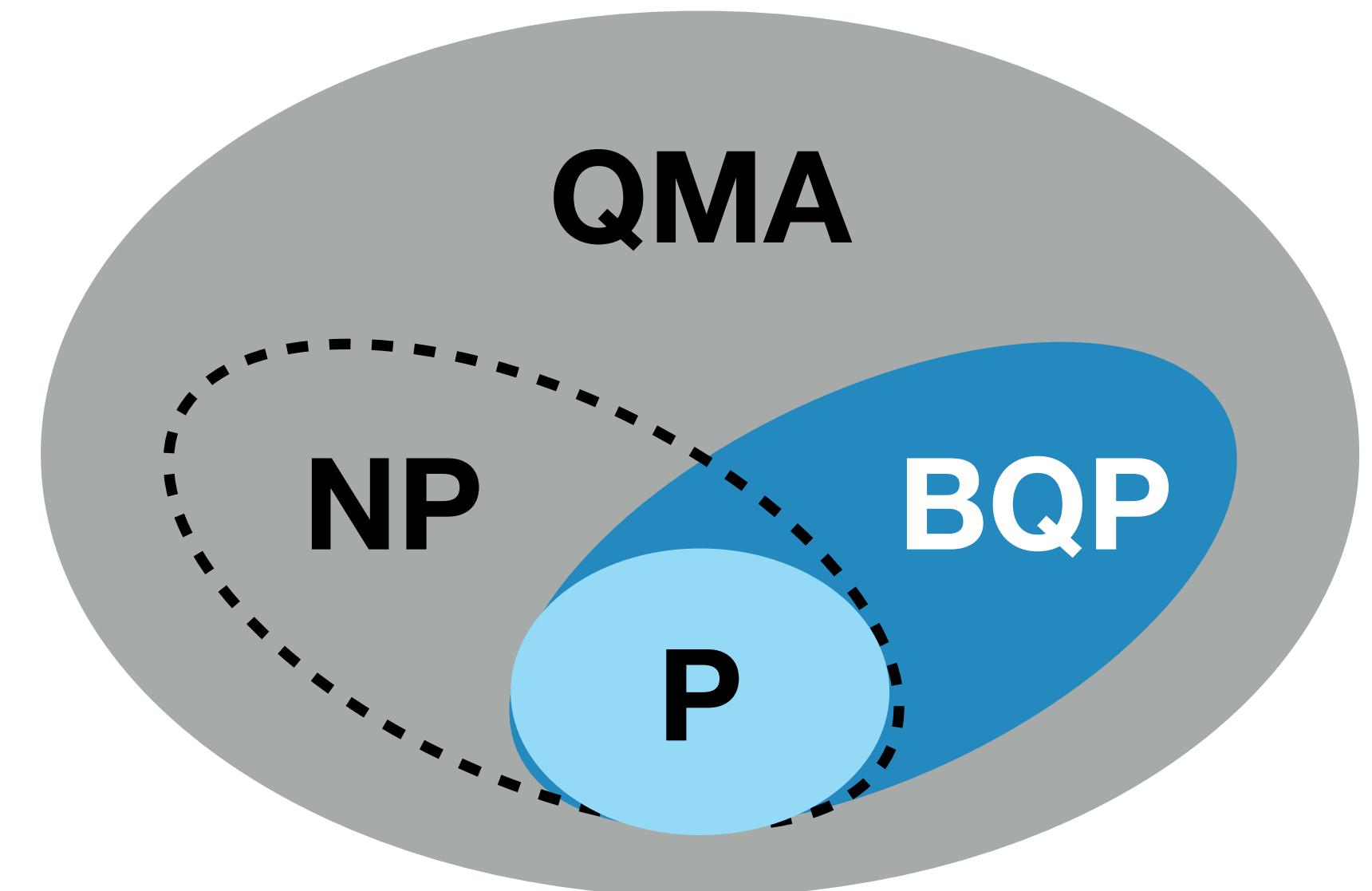
Bounded-Error = サイズによらない定数の誤差で

Polynomial = 多項式深さの量子回路

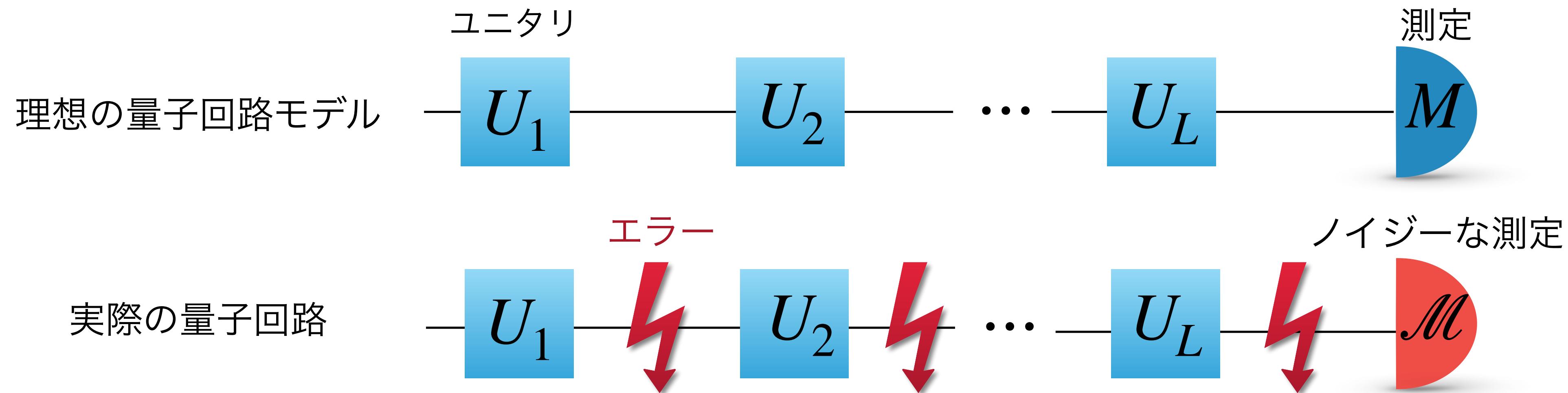
例えば有名な例では

- { e.g. 素因数分解 Shor ('94) (耐量子暗号をmotivate)
- e.g. ハミルトニアンドイナミクス Lloyd ('96), Abrams&Lloyd ('99)
- e.g. Jones多項式の近似 Aharonov, Jones, Landau ('06)

など



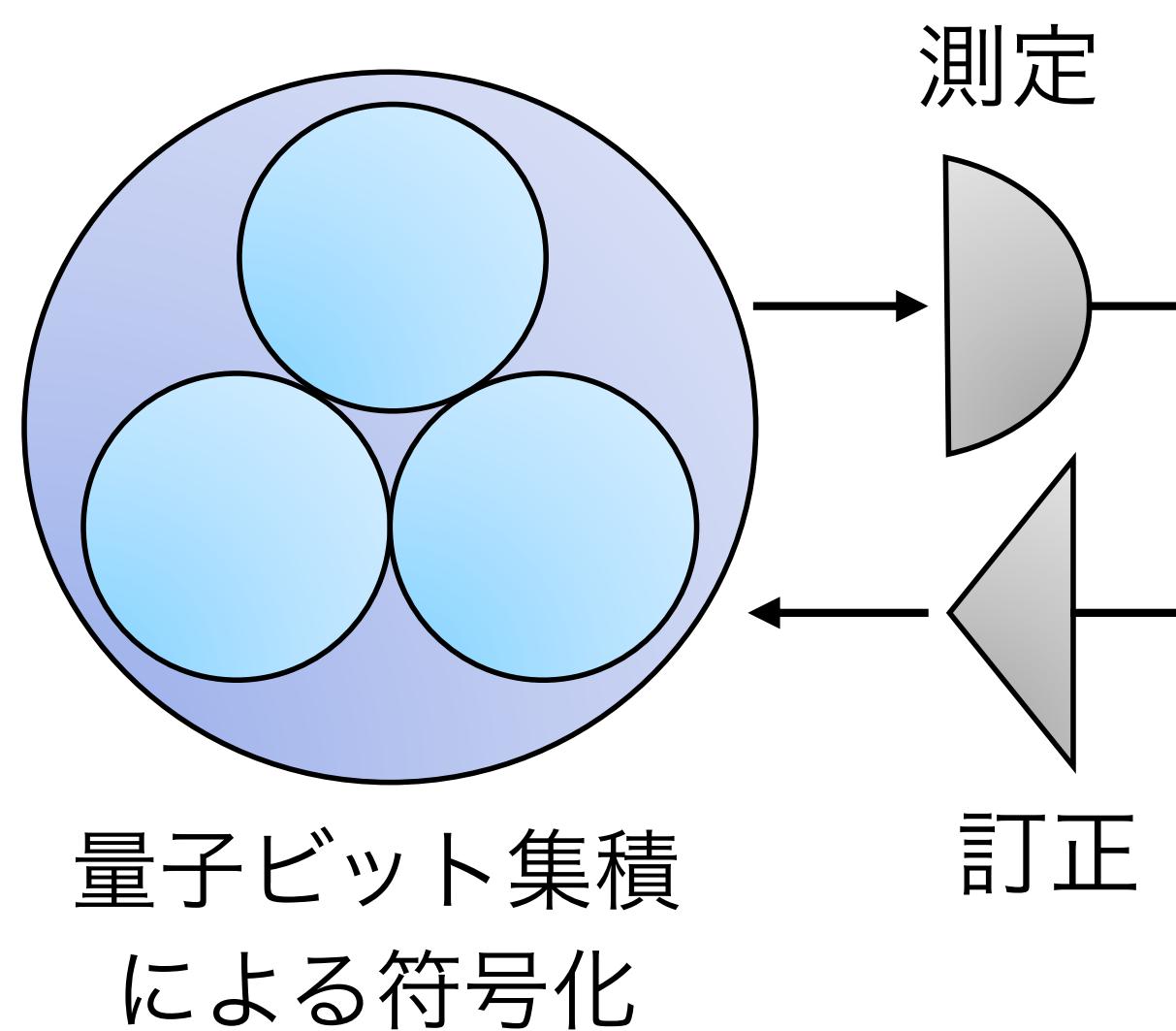
量子操作とエラー



	理想的な量子計算機	実際の量子計算機
量子ビット	任意精度で操作可能。無限の寿命を持つ	望まぬ外部環境との相互作用。有限の寿命を持つ
量子操作	ユニタリ演算 \hat{U} と射影測定 \hat{M}	ノイジーな演算 $\mathcal{E}(\hat{U})$ とノイジーな測定 $\mathcal{E}(\hat{M})$
計算能力	計算量クラスBQPに属する演算能力 e.g. 素因数分解・量子ダイナミクス	量子状態のエントロピーは増大し続ける 量子情報は損失

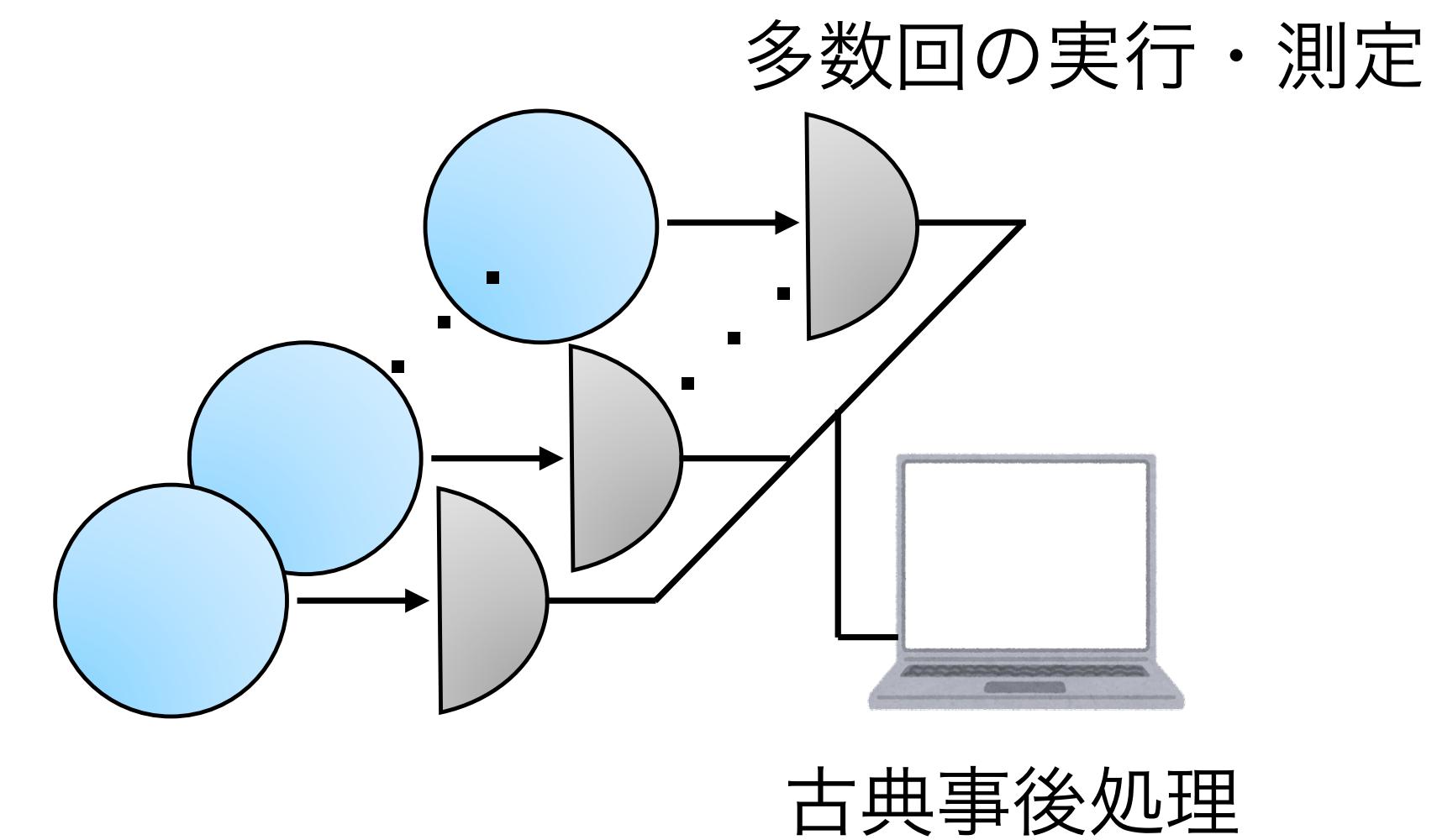
量子誤り訂正と量子誤り抑制

量子誤り訂正 (QEC, Quantum Error CORRECTION)



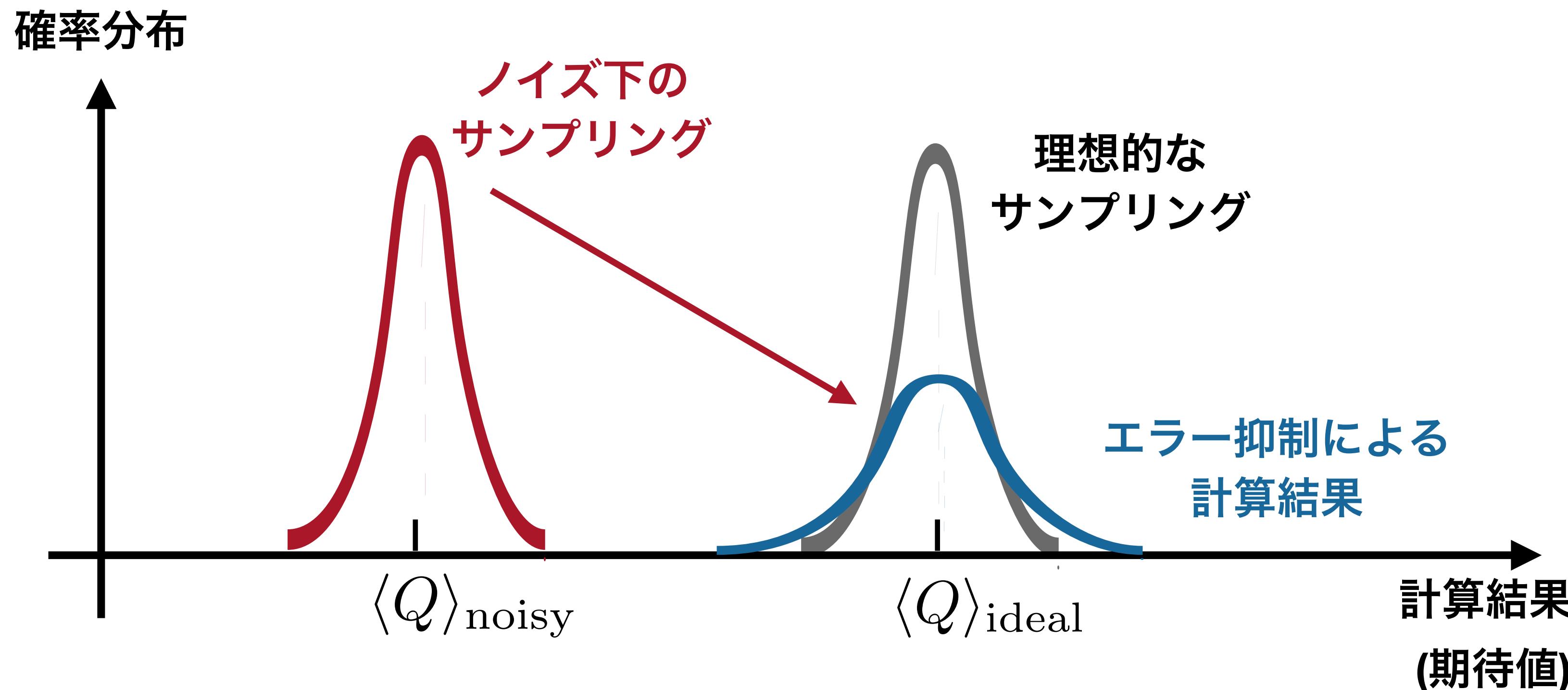
- 符号化による量子状態の保護 (FTQC)
 - e.g. 表面符号、トポロジカル量子ビット
- 測定 & フィードバックによる非論理工エラーの除去
 - 符号空間への安定化によるコヒーレンスの確保

量子誤り抑制 (QEM, Quantum Error MITIGATION)



- 論理空間・物理空間のいずれにも適用可能
 - NISQ, FTQCを問わない
- 測定 & 事後処理のみによる論理工エラーの除去
 - コヒーレンス時間の延長はなし

量子誤り抑制



QEM = 実現可能なノイジーな量子チャンネルを用いて理想的な量子チャンネルを近似

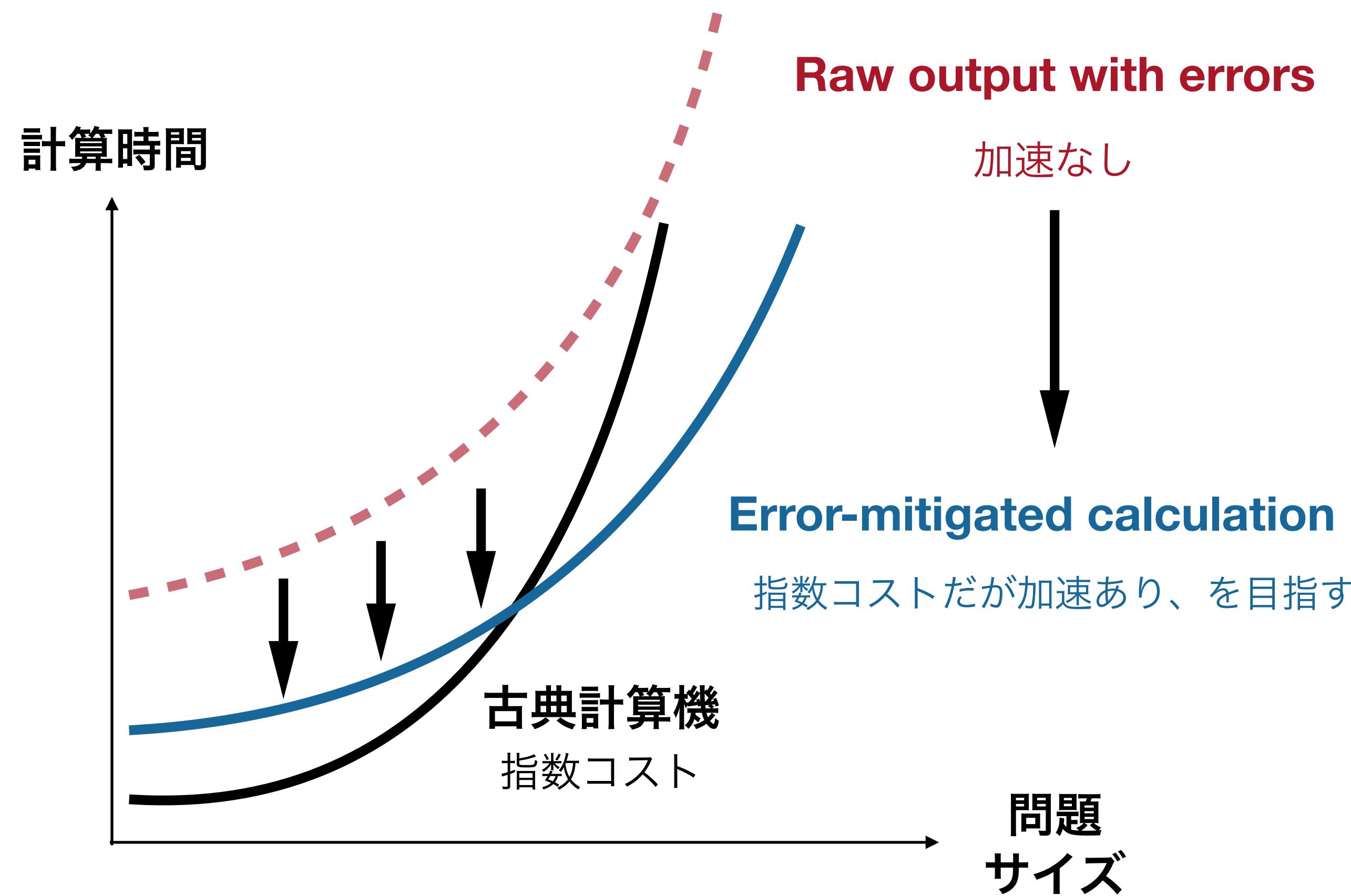
$$\mathcal{U}_{\text{ideal}} = \sum_i c_i \tilde{\mathcal{U}}_{\text{noisy}}^{(i)}$$

- 一般に非負の係数 $\{c_i\}_i$ によるサンプリングのコスト $\gamma^2 = (\sum_i |c_i|)^2$ が付加される

量子誤り抑制

QECのような、フィードバックを通じたエントロピーの吸い出しあり。一般には指数コスト

Tsubouchi*, Sagawa, NY* ('22)
Takagi, Tajima, Gu ('22)
Quek et al. ('22)



量子誤り抑制の例

NISQ向け量子誤り抑制あれこれ

手法	Noise tomography	物理的解の保証	長所	短所
外挿法 Temme, Bravyi & Gambetta PRL ('17)	不要	✗	実験的実装の簡便さ	ノイズ制御への不安定性
確率的誤り除去法 Temme, Bravyi & Gambetta PRL ('17)	要	多くの場合 ○	GST完璧ならunbiased 実行コストもマシ	GSTが重い
仮想蒸留法 Huggins et al. PRX ('21) Koczor PRX ('21)	不要	○	ρ^n によるエントロピー抑制	コヒーレントエラーの 抑制能力なし
部分空間展開法 McClean et al. PRA ('17)	不要	○	変分状態における物理制約	部分空間の選択が職人
一般化部分空間展開法 Yoshioka et al. PRL ('22)	不要	○	VD, QSE, extrapolationの 長所を統合	量子状態のコピーの消費 (最近の研究で解消) Yang et al, in preparation.
などなど				

外挿法

Temme, Bravyi & Gambetta PRL ('17)

仮定1：「望まぬ外部環境との相互作用」を含むノイジーな操作を記述するマスター方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(t) = -i[K(t), \rho(t)] + \lambda \mathcal{L}(\rho(t))$$

ゲート操作 ノイズ

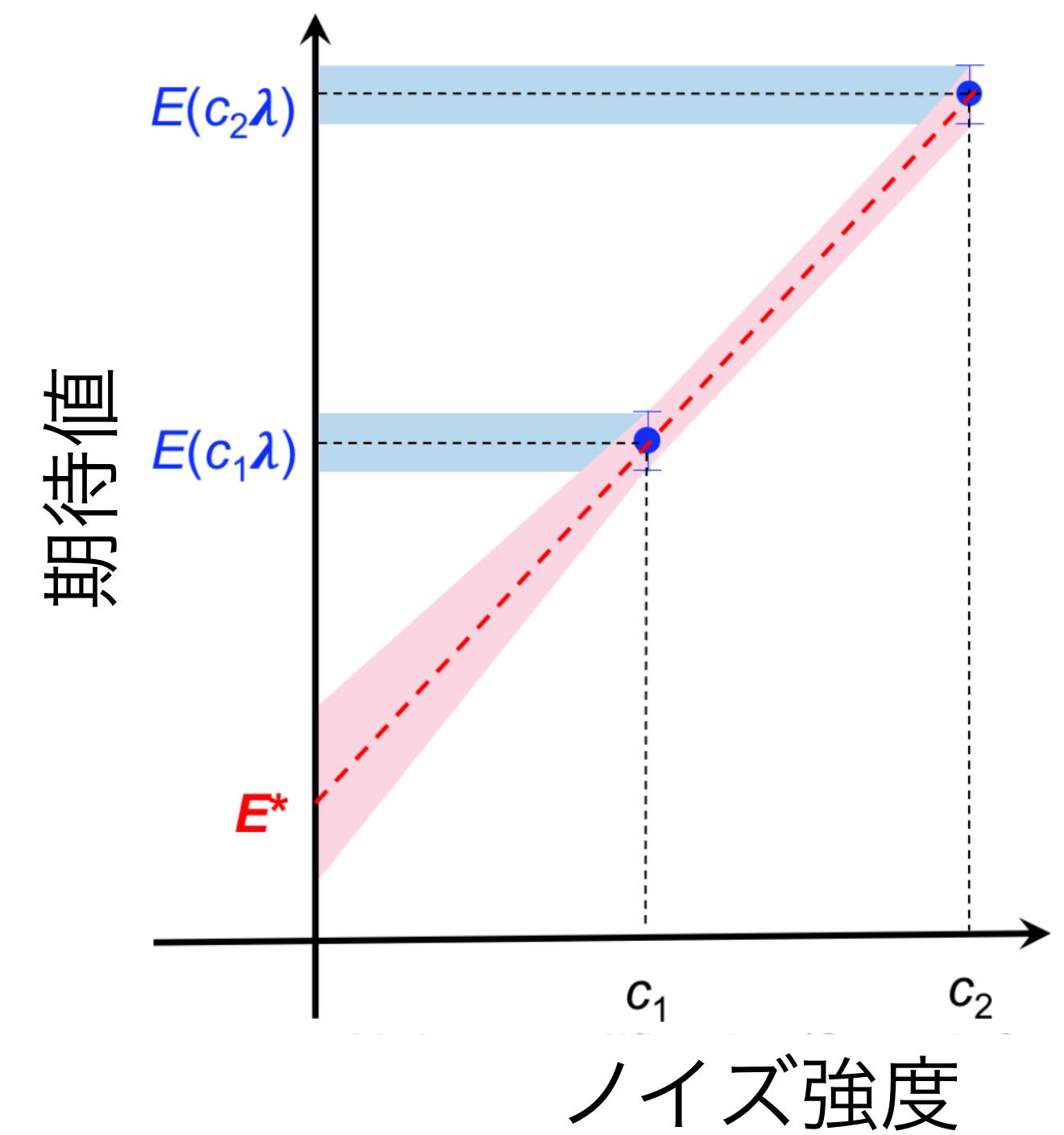
仮定2：ノイズ強度 λ を高精度で増大することが可能
(量子操作そのものによって λ は下げられない)

→ λ による多項式展開を用いてノイズのない極限を予想できる

理想的なユニタリ操作 $\mathcal{U}_{\text{ideal}} = \sum_{i=1}^K c_i \tilde{\mathcal{U}}(\lambda_i) + O(\lambda^K)$

理想的な期待値計算 $\langle Q \rangle_{\text{ideal}} = \sum_{i=1}^K c_i \text{Tr}[\rho(\lambda_i)Q] + O(\lambda^K)$

Richardson extrapolation: $c_i = \prod_{j \neq i} \frac{\lambda_j}{\lambda_i - \lambda_j}$

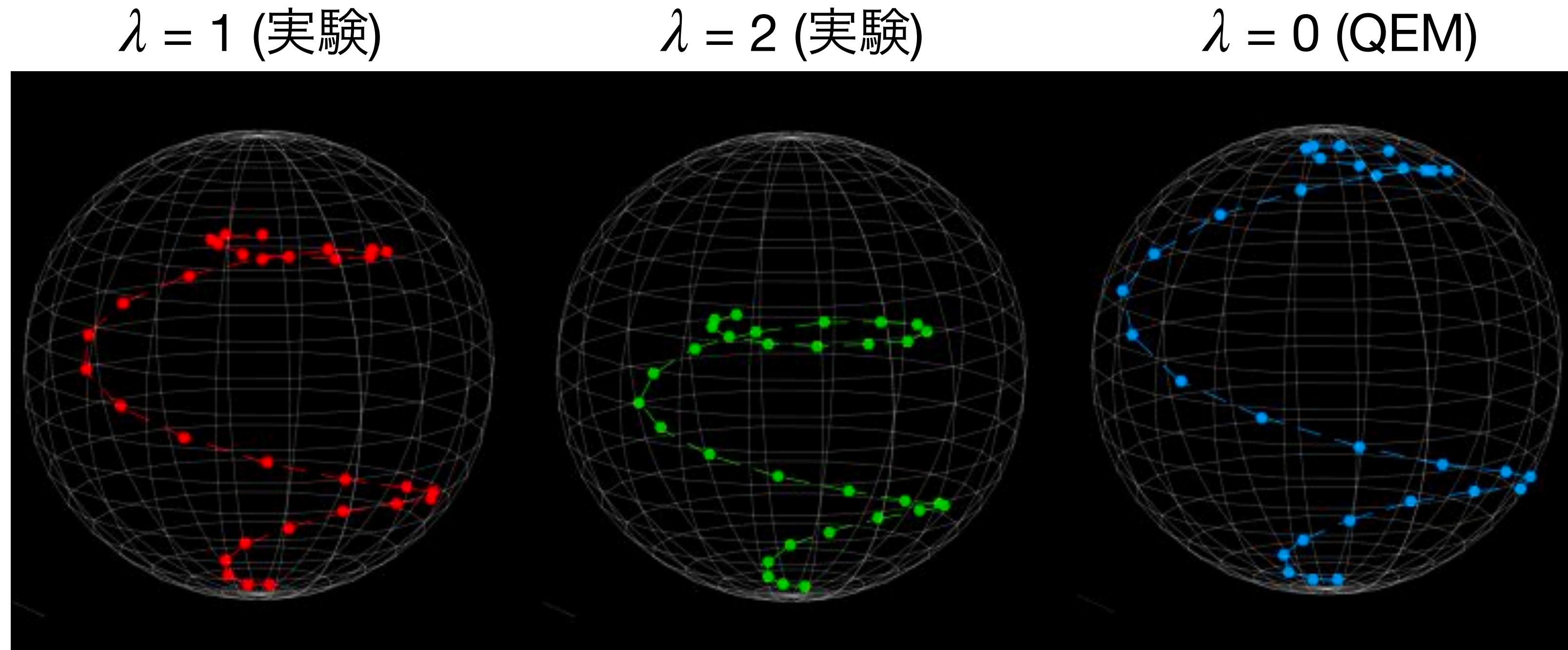


外挿法

長所：ノイズを増やすだけなので実験的に簡易 (e.g. パルス照射時間の調整)

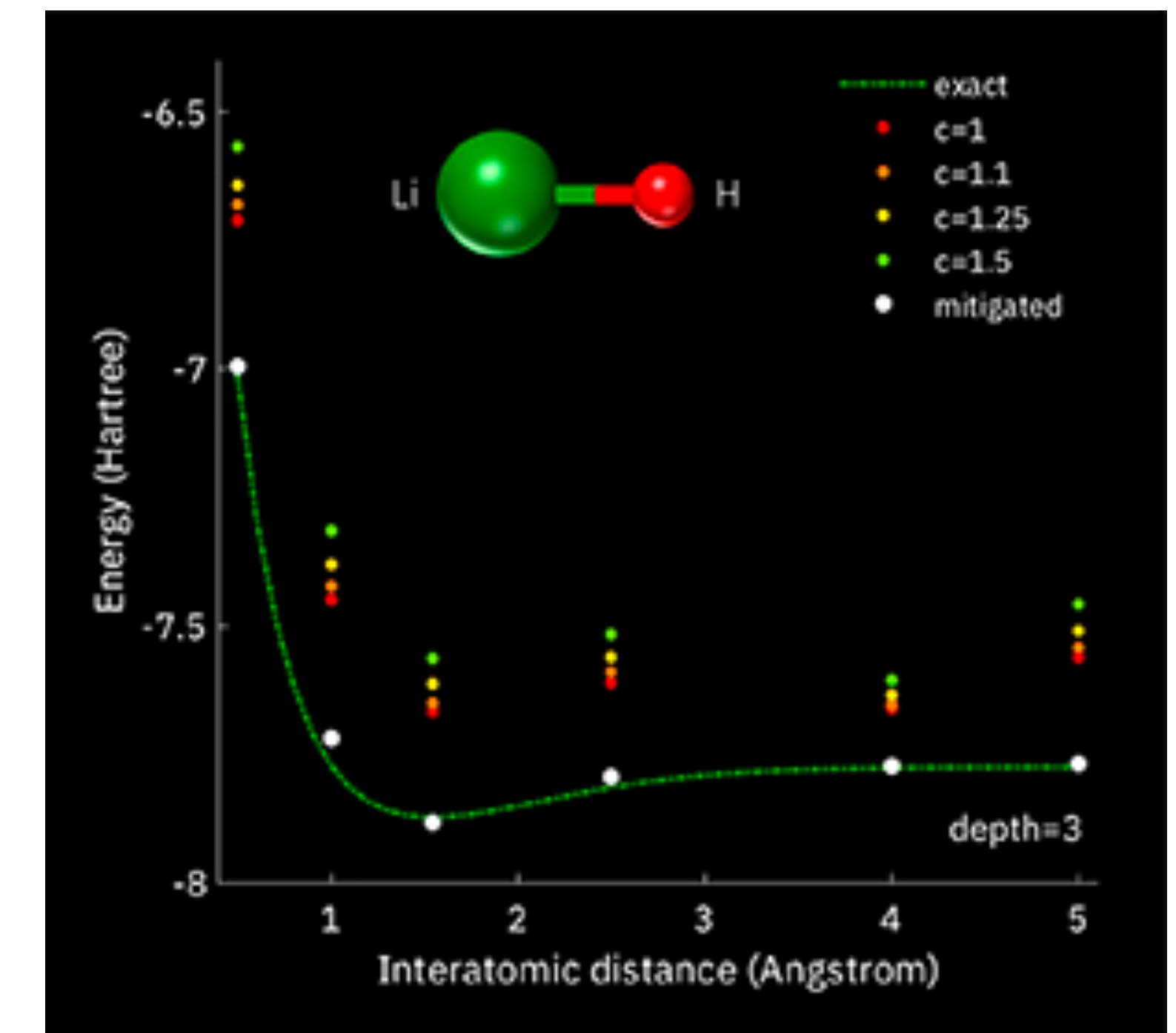
短所：ノイズの時間相関・空間相関・時間変化を無視している

一般にノイズの大きい領域では非物理的な解を与える (N-representabilityを破る)



Kandala et al., Nature ('19)

4-qubit系のVQEのエラー抑制



e.g. Probabilistic Error Cancellation

- { 仮定1：ノイズは局所的であり、局所的なゲートトモグラフィにより性質がわかっている
- { 仮定2：ノイズの時間的変動は小さく、ノイズモデルは一貫している

→ 局所操作に関する擬確率分解により「ノイズの逆演算」を実装可能
 一般には逆演算は unphysical のため、負の重み(負符号)が必要。

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E}^{-1} \circ \mathcal{E} \circ \mathcal{U}_{\text{ideal}} &= \mathcal{E}^{-1} \circ \mathcal{U}_{\text{noisy}} = \sum_i c_i \mathcal{C}_i \circ \mathcal{U}_{\text{noisy}} = \frac{\sum_i |c_i|}{\sum_i |c_i|} \sum_i c_i \mathcal{C}_i \circ \mathcal{U}_{\text{noisy}} \\
 &= (\sum_i |c_i|) \frac{\sum_i |c_i| \text{sgn}(c_i) \mathcal{C}_i \circ \mathcal{U}_{\text{noisy}}}{\sum_i |c_i|} \quad \text{重みと解釈} \\
 &= \gamma \sum_i q_i \text{sgn}(c_i) \mathcal{C}_i \circ \mathcal{U}_{\text{noisy}}
 \end{aligned}$$

局所的脱分極ノイズの場合 (1 qubit)

$$\mathcal{E}(\rho) = \left(1 - \frac{3}{4}p\right)\rho + \frac{p}{4}(X\rho X + Y\rho Y + Z\rho Z)$$

逆演算の表式は

$$\begin{aligned}\mathcal{E}^{-1}(\rho) &= \frac{4-p}{4-4p}\rho - \frac{p}{4-4p}(X\rho X + Y\rho Y + Z\rho Z) \\ &= \underline{\underline{C_D \left(q_1 \rho + (-1)q_2(X\rho X + Y\rho Y + Z\rho Z) \right)}} \quad \text{ただし } q_1 + 3q_2 = 1\end{aligned}$$

確率 $q_1 \rightarrow$ 何もしない

確率 $3q_2 \rightarrow$ Pauli X/Y/Zをランダムに作用、期待値は (-1)倍

最終結果に C_D を乗算

確率的誤り除去法

Temme, Bravyi & Gambetta PRL ('17)

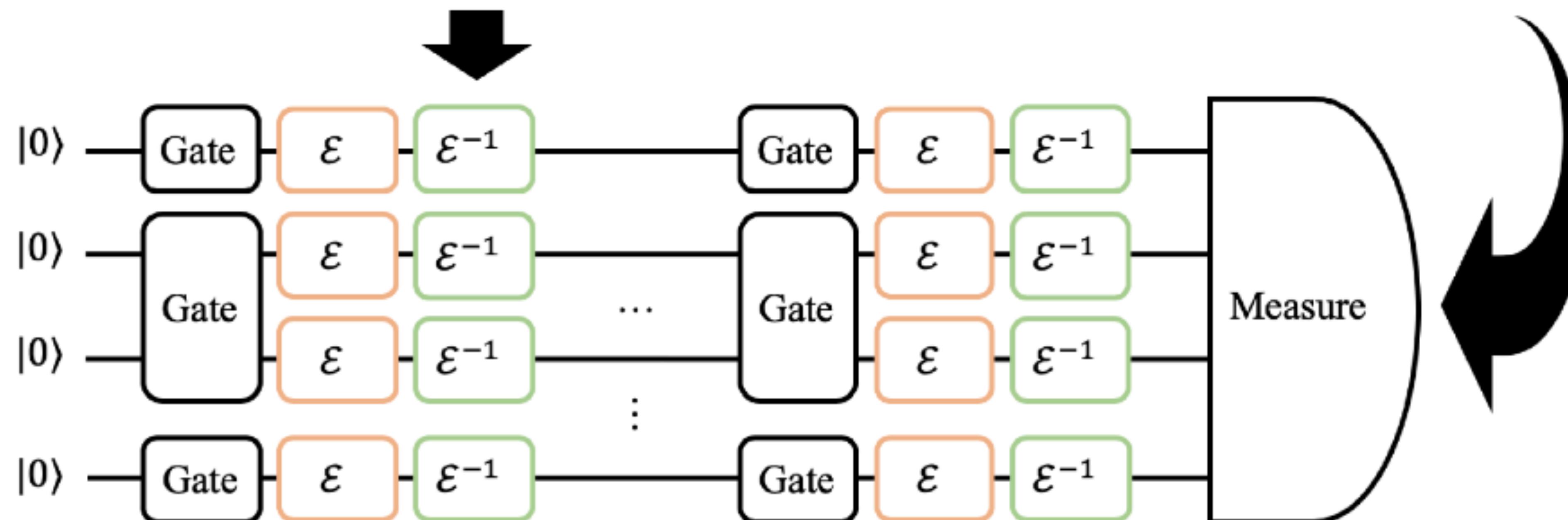
N量子ビット系におけるノイズが全て 局所脱分極ノイズの場合...

unbiased estimationと引き換えに指数コスト

Operations	Probability	Parity	Cost
I	p_1	+1	C_D
X			
Y	p_2	-1	
Z			

Total cost : $C_{tot} = C_D^{N_g}$

Total parity : Product of parities of generated operations



- ノイジーな量子状態の直交分解を考える

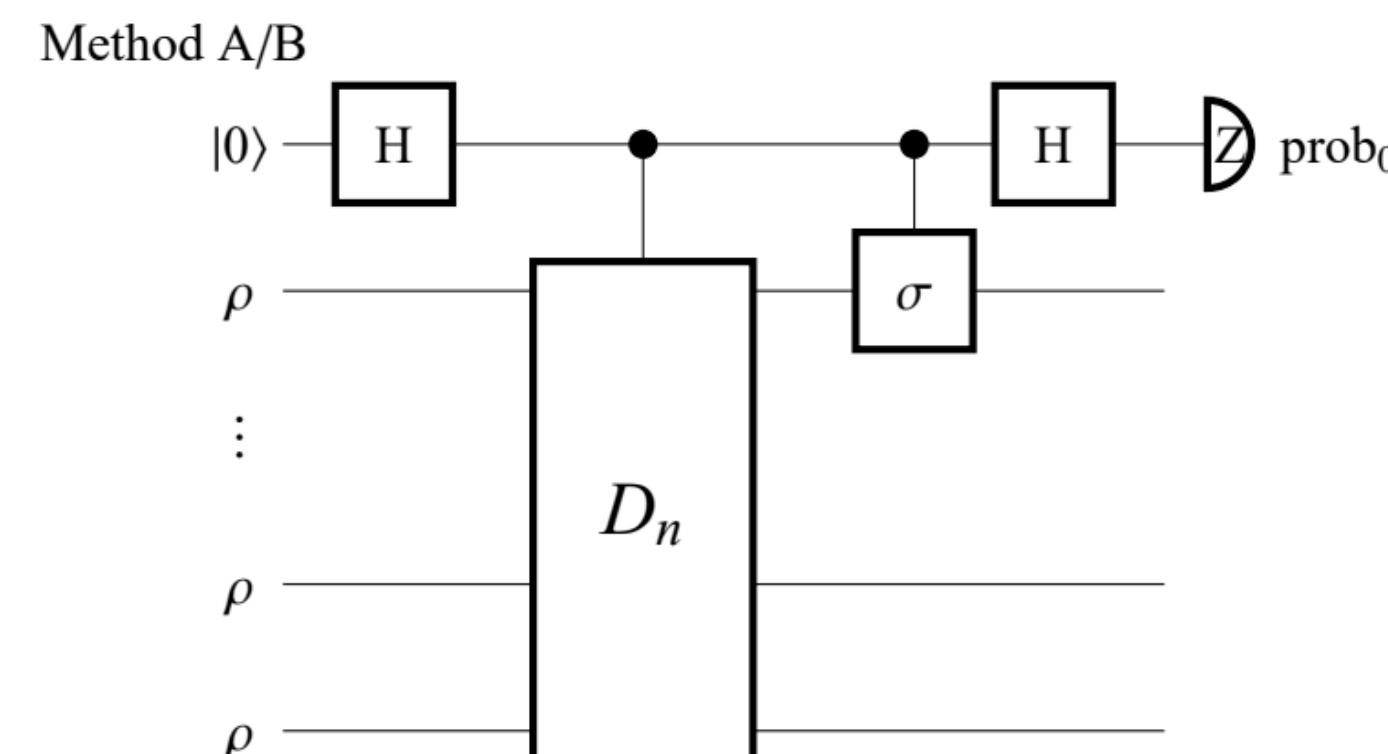
$$\rho = p_0 |\psi_0\rangle\langle\psi_0| + \sum_{k=1} p_k |\psi_k\rangle\langle\psi_k| \quad (p_0 \geq p_1 \geq \dots \geq p_{2^N-1} \geq 0)$$

- もし「状態のべき乗」が実現できれば

$$\begin{aligned} \rho_{\text{VD}} &= \frac{\rho^n}{\text{Tr}[\rho^n]} \propto p_0^n |\psi_0\rangle\langle\psi_0| + \sum_{k=1} p_k^n |\psi_k\rangle\langle\psi_k| \\ &= p_0^n \left(\rho_0 + \sum_k \left(\frac{p_k}{p_0} \right)^n \rho_k \right) \end{aligned}$$

subdominant成分を指数的に抑制

- ノイジーな量子状態のコピーを用意することで実行可能
(同一の量子回路を作成させれば準備できると仮定)



仮想蒸留法

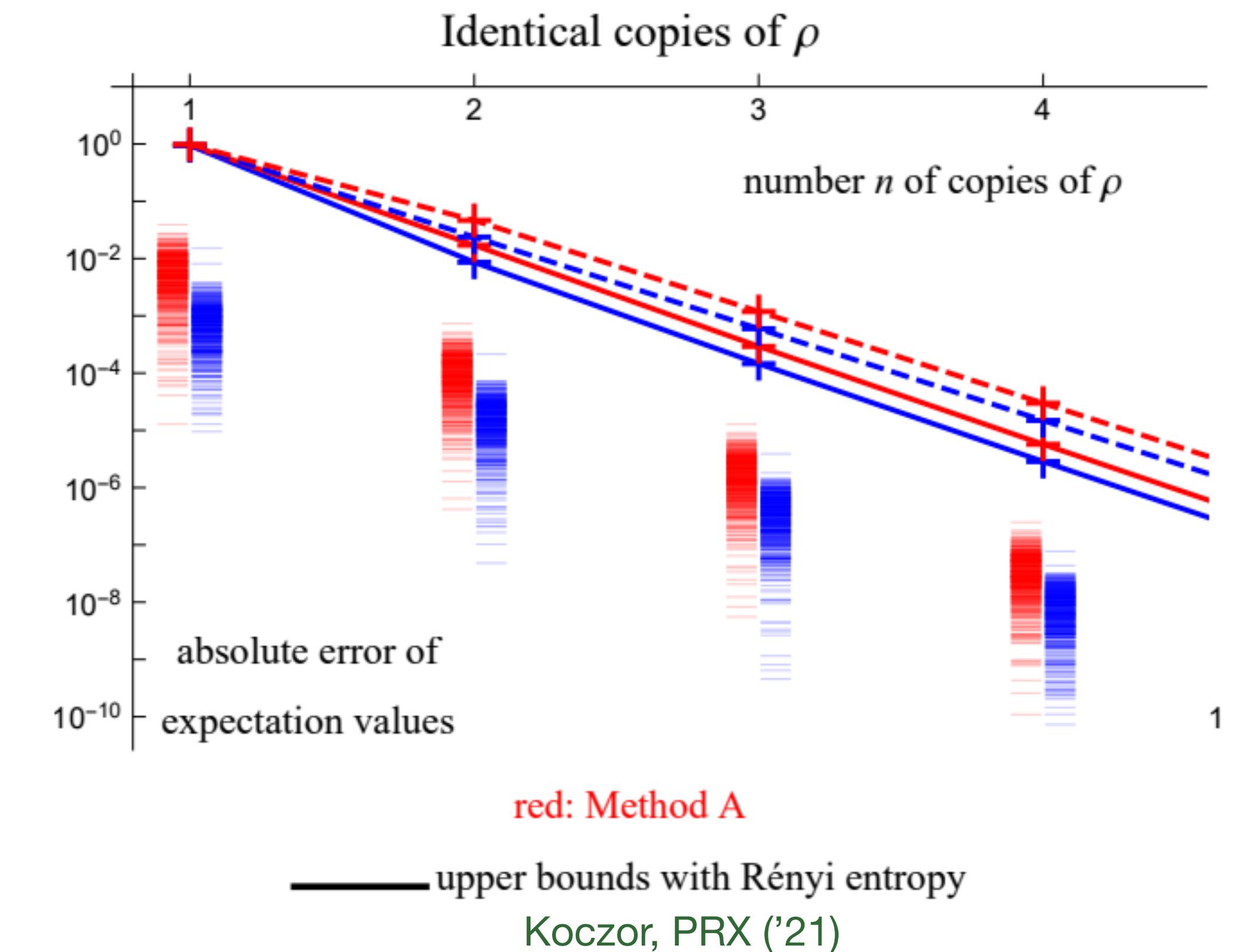
$$\rho_{VD} = \frac{\rho^n}{\text{Tr}[\rho^n]} = \frac{p_0^n}{\text{Tr}[\rho^n]} \left(\rho_0 + \sum_k \left(\frac{p_k}{p_0} \right)^n \rho_k \right)$$

長所

- ρ_k の寄与をコピー数 n に関して指数的に抑制
- Noise-agnosticなエラー抑制

短所

- 必要なサンプル数も n に関して指数的に増大 ($\text{Tr}[\rho^n]$)
- コヒーレントエラーの抑制能力が皆無 $\rho_0 \rightarrow U_\delta^\dagger \rho_0 U_\delta$
- ノイジーな量子状態を完璧に再現できない



量子エラー抑制手法の統合

量子エラー抑制の手法は複数組み合わせやすい場合が多い。

→ 短所をお互いに補い合う形で用いれば良さそう。

e.g. 外挿法 + 確率誤り除去法

Step 1. ノイズ強度 λ_{raw} で測定

Step 2. 部分的にPECして $\lambda_{PEC} < \lambda_{raw}$ で測定

Step 3. 外挿

問題点： λ の振る舞いは完全に制御できない

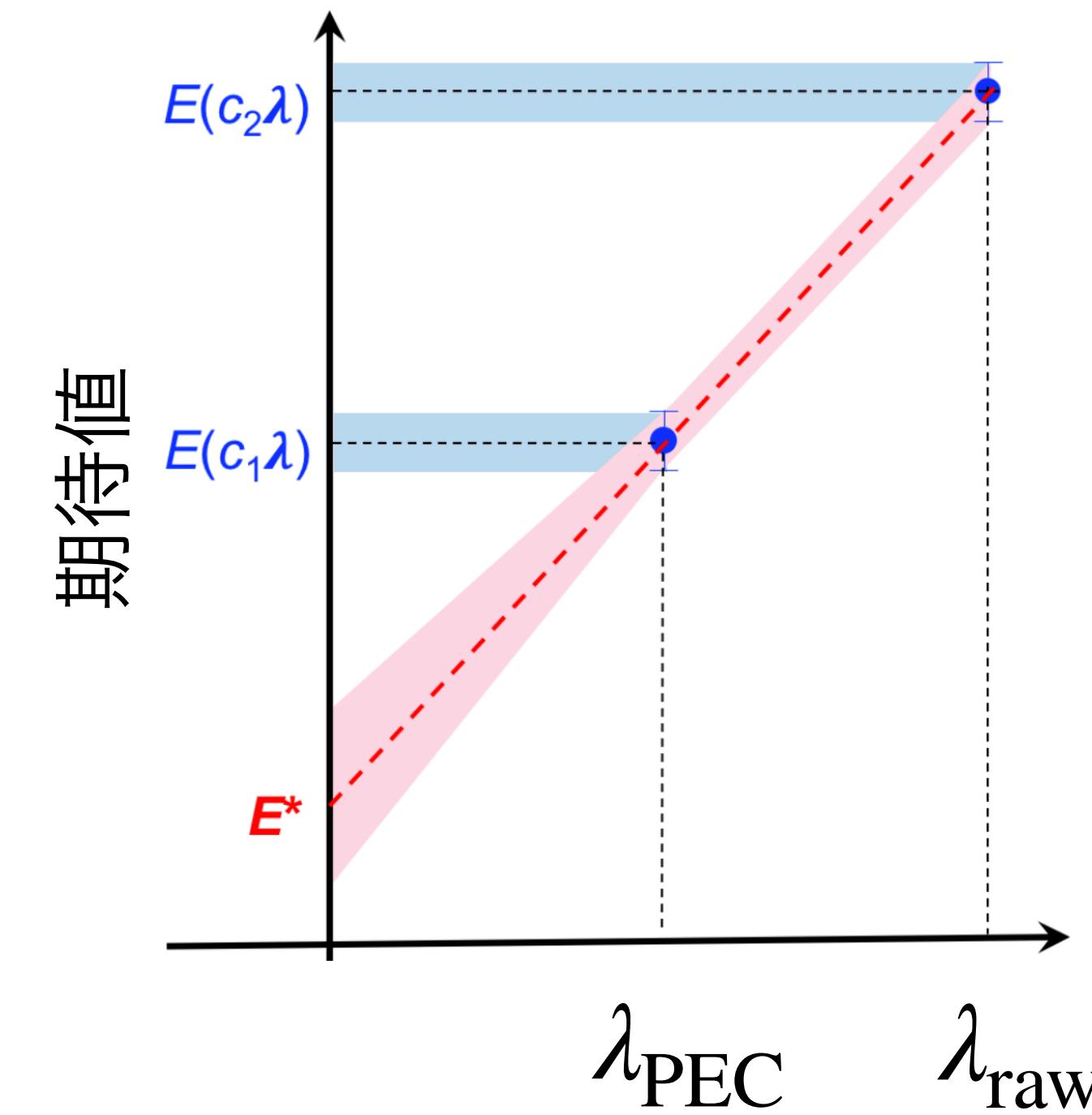
e.g. 外挿法 + 仮想蒸留法

Step 1. ノイズ強度 λ_{raw} で仮想蒸留法を適用

Step 2. ノイズ強度 $\lambda_{amp} > \lambda_{raw}$ で仮想蒸留法を適用

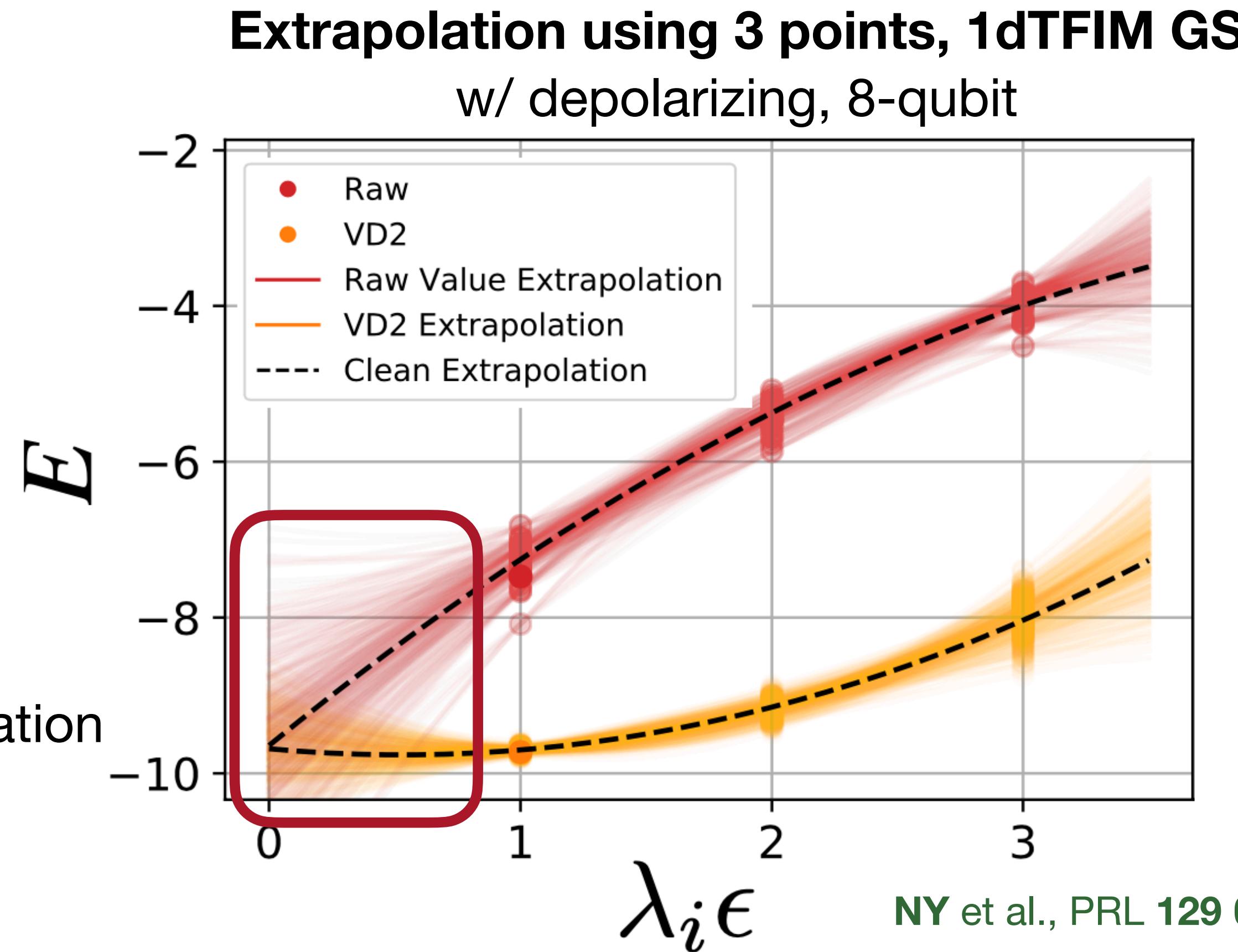
Step 3. 外挿

問題点：コヒーレントノイズは残留



外挿法の失敗例

- 外挿状態 $\rho_{\text{ex}} = \sum_{i=0}^n \beta_i \rho(\lambda_i \epsilon)$ は一般に物理的制約を満たさない
- 例えばノイズ操作が $\hat{\lambda}_i = \lambda_i + \mathcal{N}(0, \lambda_i \sigma^2)$ と揺らぐ場合...



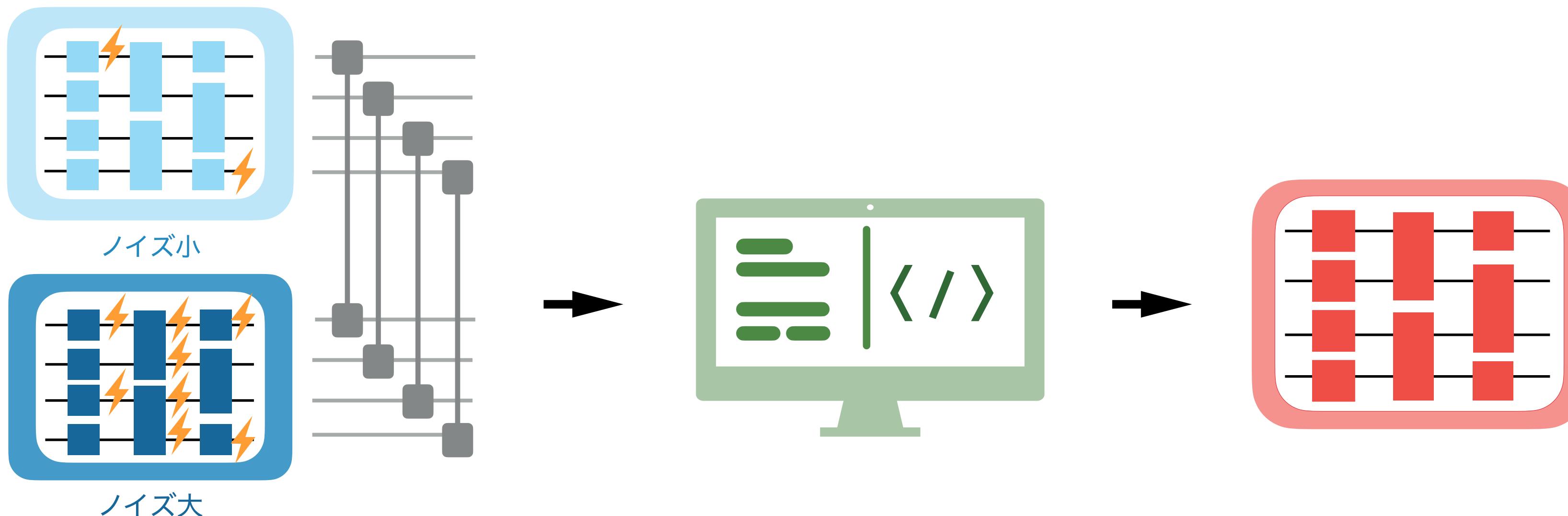
量子エラー抑制手法の統合

量子エラー抑制の手法は複数組み合わせやすい場合が多い。

- 短所をお互いに補い合う形で用いれば良さそう。
ただし、適当に組み合わせればいいわけでもなさそう。

問い合わせ：物理的制約を満たすような、一般的なフレームワークは何か？

- 一般化量子部分空間法の提案 理論：**NY et al., PRL 129 020502 (2022).**
実験：**Ohkura, Endo, Yoshioka, in prep. ('22)**



量子計算機

ノイズ付き量子回路間の干渉

古典計算機

干渉による計算結果の処理

最終出力

計算エラーの除去された答え

量子エラー抑制手法の統合

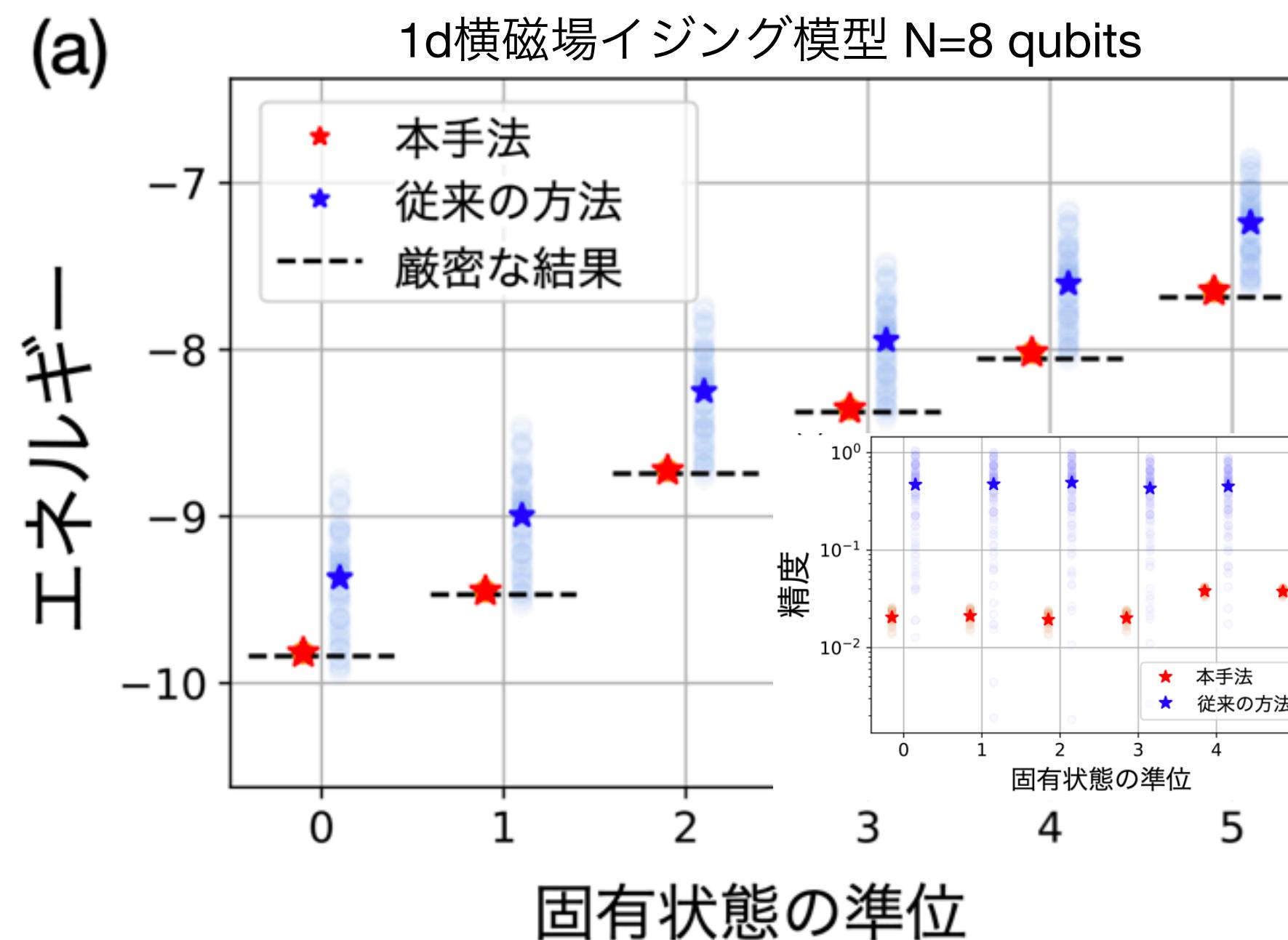
問い合わせ：物理的制約を満たすような、一般的なフレームワークは何か？

→ 一般化量子部分空間法の提案

理論：NY et al., PRL 129 020502 (2022).

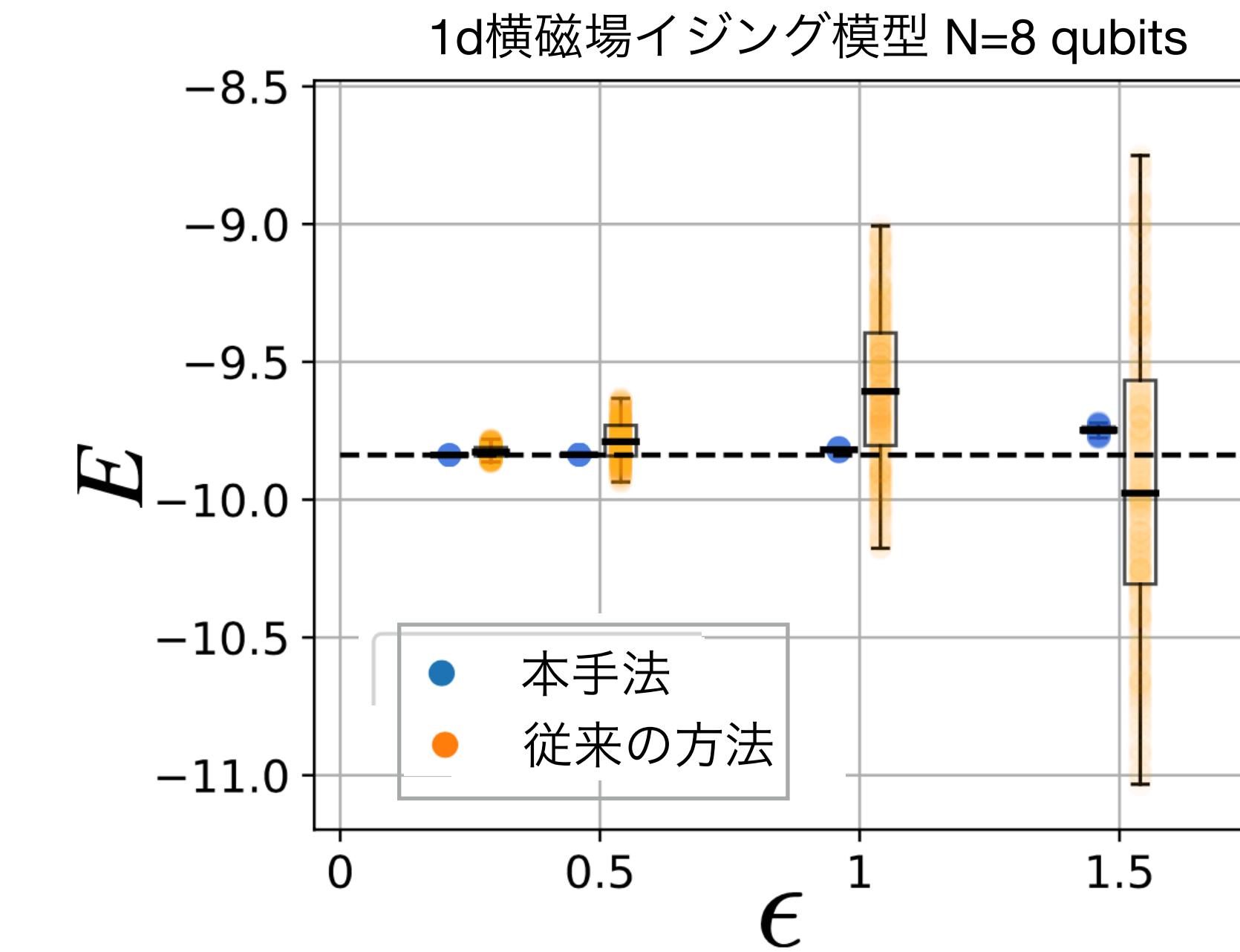
実験：Ohkura, Endo, Yoshioka, in prep. ('22)

既存手法で対処不能な
コヒーレントエラーの除去



基底状態・励起状態の計算精度を数十倍改善

既存手法で対処不能な
非物理的解の抑制



変分的性質の導入による物理的制約の保証

LONG-TERMの量子誤り抑制

FTQCにおける量子エラー抑制

擬確率分解を用いた「実装可能なユニタリによる近似」は普遍的に可能 cf. 量子モンテカルロ法

$$\mathcal{U}_{\text{ideal}} = \sum_i c_i \tilde{\mathcal{U}}_{\text{actual}}^{(i)}$$

Bravyi & Gosset PRL ('16)

Pashayan, Wallman, Bartlett PRL ('15)

(I) Clifford回路を用いたnon-Clifford回路の実行

Bravyi, Smith & Smolin PRX ('16)

Bravyi et al. Quantum ('19)

Clifford回路 = Pauli群をPauli群に移すユニタリ。多項式時間で古典シミュレーション可能。

Rz = 最小のnon-Clifford gate。FTQCにおいて中核を担う T-gateも含まれる

$$\mathcal{R}_z(\theta) = \cos(\theta)\mathcal{I} + \frac{1 - \sin\theta - \cos\theta}{2}\mathcal{S} + \frac{1 + \sin\theta - \cos\theta}{2}\mathcal{S}^\dagger$$

Method	Gate set	Simulation	Stabilizer decomposition	Runtime
Sum over Cliffords	Norm estimation	Clifford+ $R(\theta)$	Weak	Approx $\left(\cos(\theta/2) + \tan\left(\frac{\pi}{8}\right)\sin(\theta/2)\right)^{2m}$
	Metropolis	Clifford+ $R(\theta)$	Weak	Varies

FTQCにおける量子誤り抑制

擬確率分解を用いた「実装可能なユニタリによる近似」は普遍的に可能

$$\mathcal{U}_{\text{ideal}} = \sum_i c_i \tilde{\mathcal{U}}_{\text{actual}}^{(i)}$$

(II) FTQCにおけるSolovay-Kitaevエラーの抑制

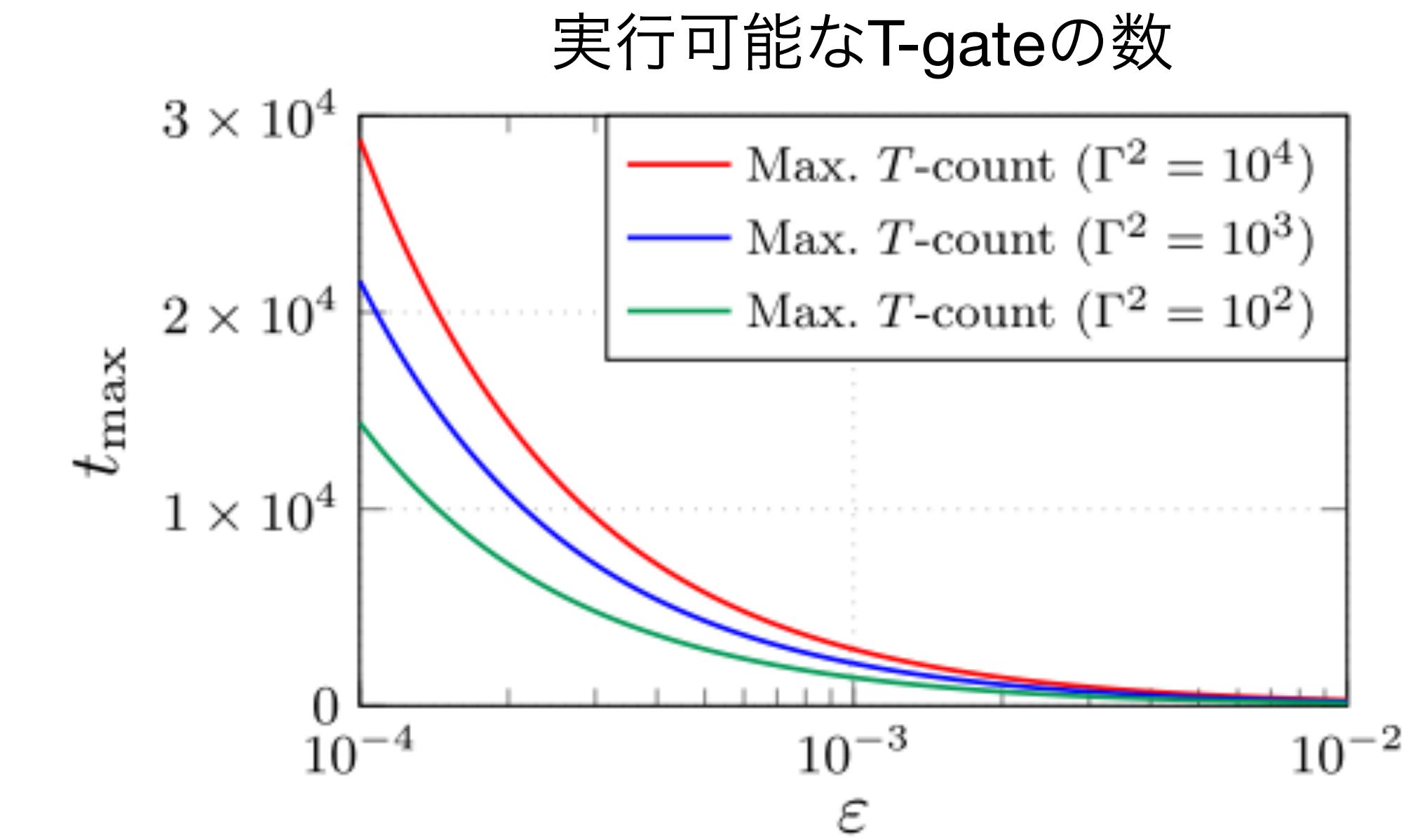
Suzuki et al., PRXQ ('21)

Piveteau et al., PRL ('21)

- 現在想定されている多くのFTQCプラットフォームでは
T-gateを基礎単位としてnon-Cliffordゲートの実装
Litinski, Quantum ('19)

- Rz回転のような Pauli rotationゲートを
誤差 ϵ で実装するには $O(\log(1/\epsilon))$ 個のT-gateが必要
Selinger, Quantum Info. Comput. ('15)

→ early-FTQC regimeでは有限桁で打ち切り
ズレを PECで実装した方が良い



量子エラー抑制の限界

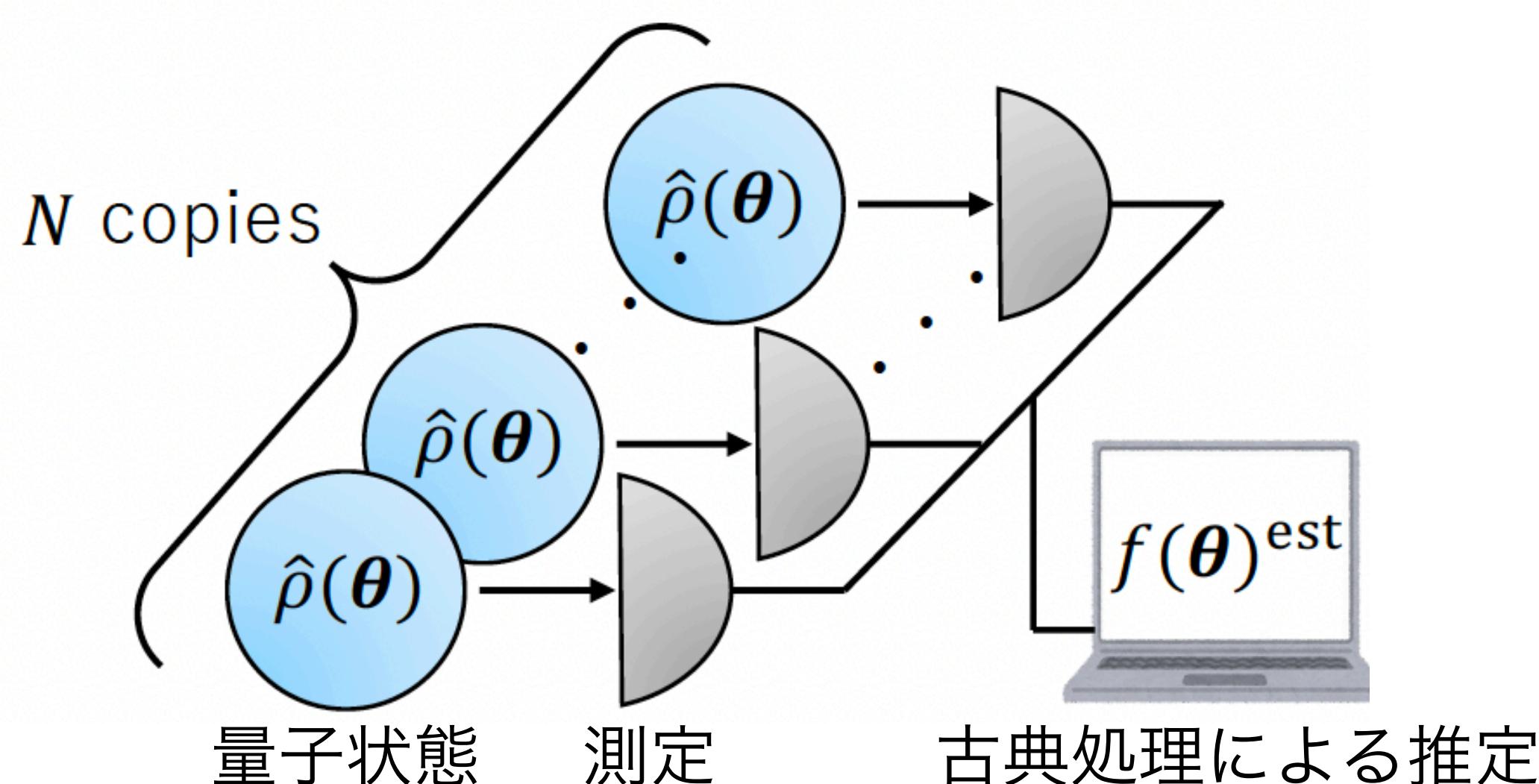
Q. PECの例からの予想されるように、量子エラー抑制には指数的なオーバーヘッドがかかるのでは？

A. Yes. 真の意味でスケーラブルな量子計算機には、エラー訂正が不可欠。

Tsubouchi*, Sagawa, NY* ('22)

Takagi, Tajima, Gu ('22)

量子推定理論：パラメータ推定に必要なサンプル数 N は、量子フィッシャー情報量でバウンドされる



量子Cramer-Rao不等式

$$\text{Var}(f(\theta)) \geq \frac{1}{N} \nabla_{\theta}(f(\theta))^T J^{-1} \nabla_{\theta}(f(\theta))$$

量子フィッシャー情報行列

我々の貢献

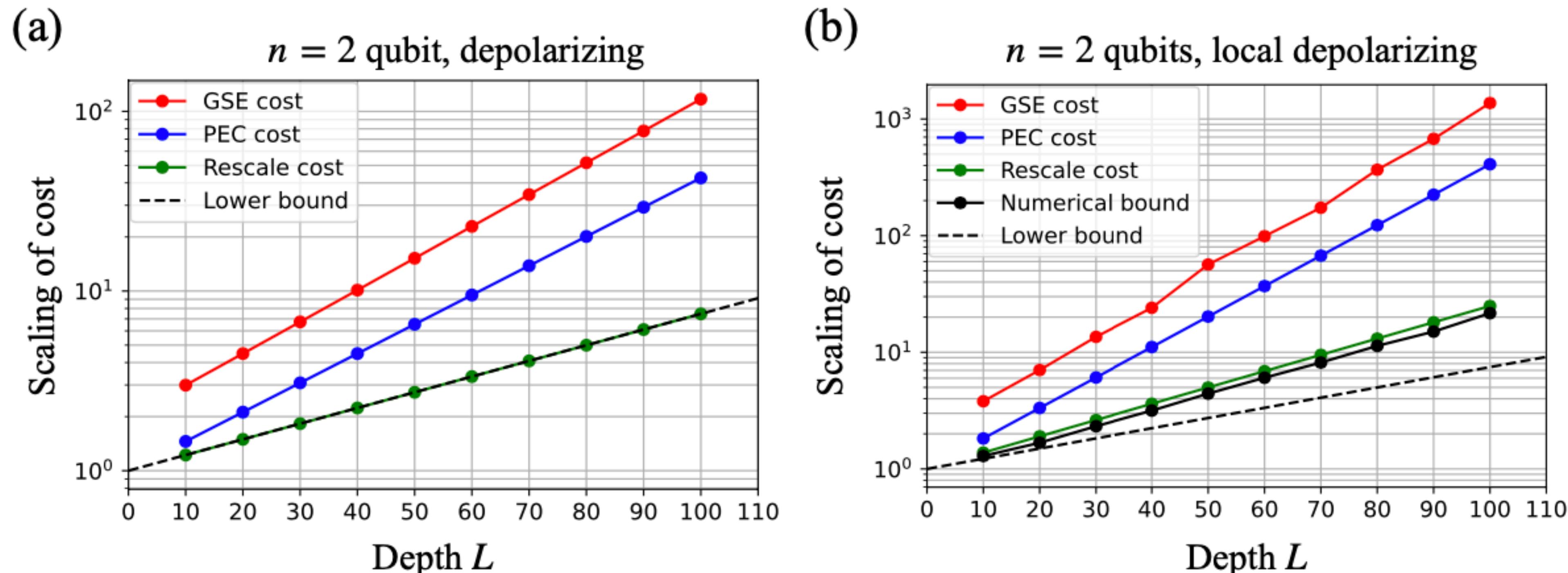
理論解析： J^{-1} の特異値が $O(\exp(-\text{depth}))$ で減少

数値解析： $O(\exp(-\#\text{qubits}))$ でも減少

普遍的な指数オーバーヘッドの存在を示した

脱分極ノイズ下における性能限界

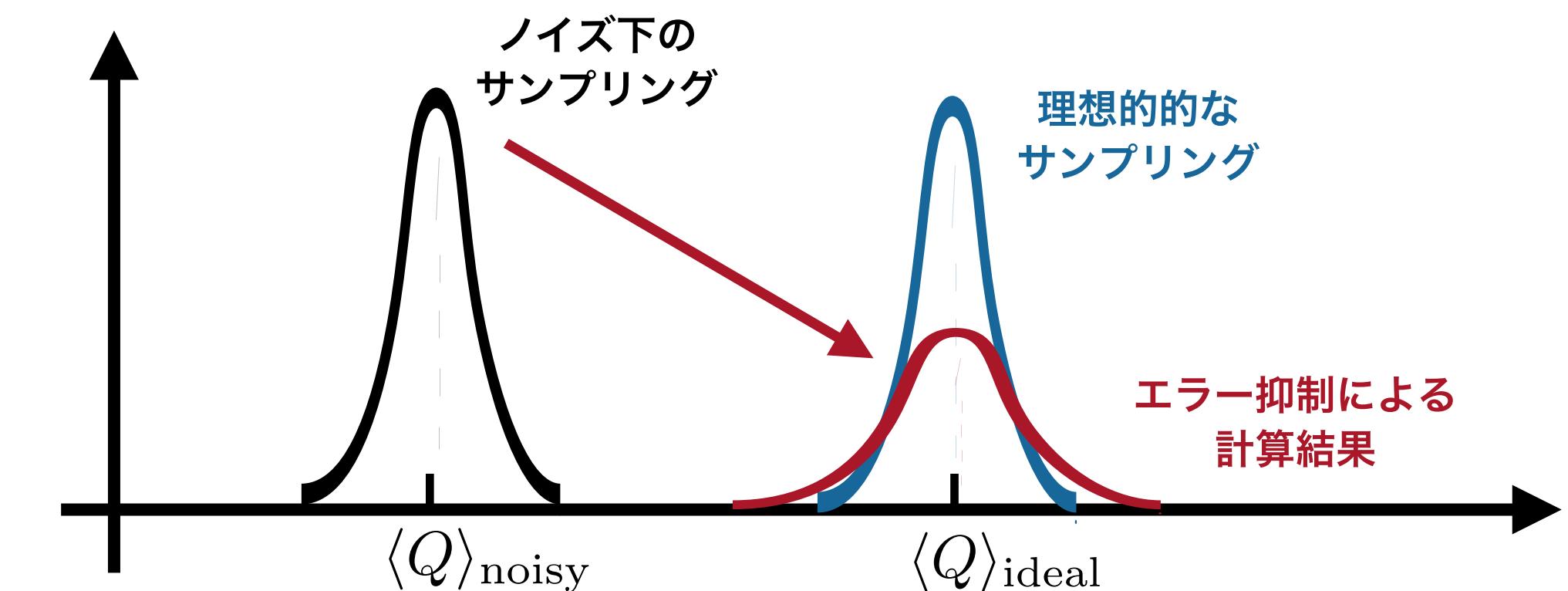
- 大局的脱分極ノイズの元で下限を達成する手法を示した $\rho \rightarrow \mathcal{E}(\rho) = (1 - p)\rho + \frac{p}{4^n}\mathbb{I}$
- 一般的のノイズの元でも「誤差-コスト」のトレードオフを改善



まとめと展望

まとめ

- QEM = 実現可能な量子操作による理想的量子操作の実装
- バイアスとコストのトレードオフ
- 完全にエラーを「抑制」するには指数コストがかかる
- 量子エラー訂正の代替手段ではなく、協働が望ましい



展望

- 各論的に議論されていた時代は終わり、統合・最善手法の選択が進む
- early FTQCへの適用を念頭においたアルゴリズム開発が進む
- 量子センシング・量子通信・量子暗号といった他分野への波及