

# 統計力学からみた最適化問題

## 古典最適化と量子最適化

福島孝治

東京大学大学院総合文化研究科

E-mail: [k-hukushima@g.ecc.u-tokyo.ac.jp](mailto:k-hukushima@g.ecc.u-tokyo.ac.jp)

URL: <http://hukushimalab.c.u-tokyo.ac.jp/>

2024/12/25

# 自己紹介 福島孝治 (ふくしまこうじ) 統計物理

## 京都生まれ

- ▶ 生まれは桃山御陵前・育ちは日本海側

1987-1991 筑波大学 第一学群 自然科学類

1991-1996 筑波大学 物理学研究科 大学院生

- ▶ スピングラスの研究 (平衡統計力学, 非平衡ダイナミクス)
- ▶ 拡張アンサンブル型のモンテカルロ法の提案

1996-2002 東京大学 物性研究所 助手 (六本木から柏へ)

- ▶ スピングラスの相転移理論 (カイラル秩序, カオス...)
- ▶ エージング現象, 非平衡ダイナミクス, 自由エネルギー計算

2002-現在まで 東京大学 大学院総合文化研究科

- ▶ 最適化問題の相転移など... ガラスにも興味を... 相転移論一般
- ▶ 情報統計力学・データ駆動科学の方法論
- ▶ 新学術領域「スパースモデリング」(代表 岡田先生@東大), 2013-2018)
- ▶ 国立研究開発法人物質・材料研究機構 (NIMS) 招聘研究員, 2016-2020, 2023-)
- ▶ 先進科学研究機構 (2019-)

最適化問題とは

統計力学と最適化問題

量子アニーリングの困難点に関する研究

連続緩和による離散最適化問題解法

まとめ

## 最適化問題とは

## 統計力学と最適化問題

## 量子アニーリングの困難点に関する研究

## 連続緩和による離散最適化問題解法

## まとめ

# 離散最適化と連続最適化 I

## 最適化問題の一般的な形式

- ▶ 目的関数: 最大化または最小化する関数  $f(\boldsymbol{x})$ ,  $\boldsymbol{x} = (x_1, \dots, x_N)$

$$\min_{\boldsymbol{x}} f(\boldsymbol{x}) \text{ or } \max_{\boldsymbol{x}} f(\boldsymbol{x})$$

- ▶ 制約条件: 解が満たすべき条件

- ▶ 等式制約:  $g(\boldsymbol{x}) = 0$
- ▶ 不等式制約:  $h(\boldsymbol{x}) \leq 0$

## 高次元変数 $\boldsymbol{x}$ の取りうる値

離散 組み合わせ最適化問題

連続 連続最適化問題

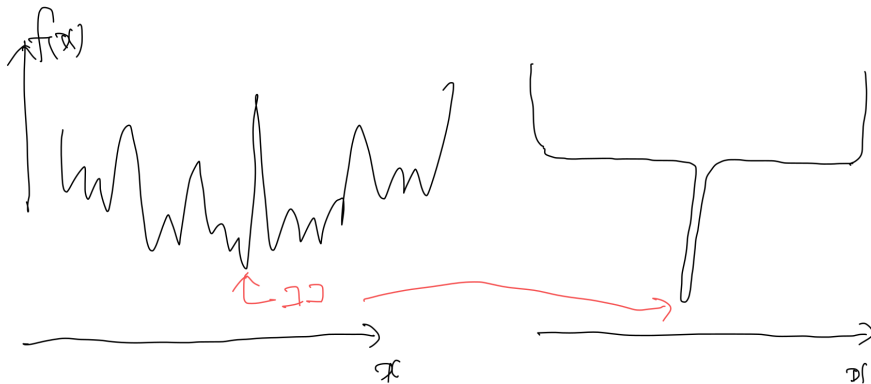
これらの2つは異なる側面をもつ

# 離散最適化と連続最適化 II

	組み合わせ最適化問題	連続最適化問題
問題の形式	二値変数または離散変数に基づく最適化	連続変数に基づく最適化
発展の時期	1960年代以降、NP 困難問題の研究が進む	1940年代から最適化理論が発展し、凸最適化などが主流
計算理論の発展	計算量理論(NP 完全、NP 困難問題)が重要視され、計算量のクラス分け	最適化アルゴリズムの収束速度や精度が重視され、数値的手法(勾配法など)
最適化手法	グリーディ法、分枝限定法、動的計画法、線形計画法など。	(準) ニュートン法、勾配降下法、共役勾配法など。
最適化対象の例	グラフ彩色、巡回セールスマン問題...	凸最適化、非線形最適化、制約付き最適化...
実装方法	量子アニーリング、デジタルアニーリング、古典的な探索アルゴリズム。	勾配法を中心とした数値的手法や、制約条件に対するペナルティ法。
計算資源	離散的な最適化のため、整数プログラミングや量子計算機の利用が進む。	連続的な最適化のため、通常の計算機での最適化が主流だが、最近は深層学習にも利用

# ちょっと計算量理論のおさらい！

## 問題の難しさとは



結局こういう状況でしょう?!

## 問題の難しさとは

計算量理論では、問題を解くために必要な手続きの量で分類

- ▶ 入力サイズ  $N$  に対する手続き量（計算時間）の増加
- ▶ 計算時間が急激に増加する問題は「難しい」とする

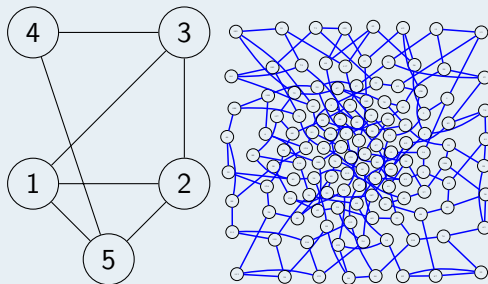
## 問題の例

- ▶ ハミルトンサイクル (難しい)
  - ▶ グラフ上のすべての頂点を 1 回だけ通るサイクルを求める問題
  - ▶ NP 完全問題で計算量が指数的に増加する（だろう）
- ▶ オイラーサイクル (簡単)
  - ▶ グラフ上のすべての辺を 1 回だけ通るサイクルを求める問題
  - ▶ 多項式時間で解けて、計算量が非常に少ない



## 問題と例題

「問題」にはたくさんの「例題」(インスタンス)がある



- ▶ 同じ問題でも、あるインスタンスが難しい場合でも、別のインスタンスでは容易に解けることもある
- ▶ 入力サイズは例題に依存し、計算量も異なる

## 計算時間の分類

計算時間のサイズ依存性から、問題は次のように分類される

- ▶ 多項式時間 (P) : 入力サイズの多項式に比例した時間で解ける問題
- ▶ 指数時間 (EXPTIME) : 入力サイズの指数時間で解ける問題
- ▶ 非決定性多項式時間 (NP) : 解の検証が多項式時間でできる問題

## 多項式帰着とは

ある問題  $A$  の例題が、問題  $B$  の例題に変換する手続きを多項式時間で行えるとき、 $A$  は  $B$  に多項式時間で帰着可能  $A \leq_p B$  である

- ▶ 問題  $A$  を解くために、問題  $B$  を解く手法を使うことができる
- ▶ これにより、問題  $A$  の計算量を  $B$  の計算量で評価できる
- ▶ 問題  $B$  は問題  $A$  と同じかそれ以上の難易度を持つ

## クラス P とクラス NP

- ▶ P: 多項式時間で解ける問題のクラス
- ▶ NP: 解が与えられた場合、その解が正しいかどうかを多項式時間で確認できる問題のクラス
- ▶ NP 完全: NP 問題の中でも特に難しい問題。すべての NP 問題が多項式時間で帰着できる問題。

## NP 完全問題の例

- ▶ 巡回セールスマン問題 (TSP)
- ▶ グラフ彩色問題
- ▶ ハミルトンサイクル問題...

これらの問題は NP 完全問題に分類され、解決するためには非常に高い計算資源が必要

## NP 問題を効率的に解くための研究

- ▶ 高速化のために、近似解法や確率的アルゴリズムが提案されている
- ▶ 完全な解を求めるのではなく、十分良い解を効率的に求める方法も研究されている

## NP 完全問題に関する信念

- ▶ もし  $P=NP$  が証明されれば、すべての NP 問題が多項式時間で解けるようになるが、現時点では証明されていない
- ▶  $P \neq NP$  問題 :  $P$  クラスと  $NP$  クラスは異なると信じられている
- ▶ 現在、多くの研究者は NP 完全問題を多項式時間で解ける方法が存在しないと考えている
  - ▶ 量子アニーリング (QA) や量子近似最適化アルゴリズム (QAOA) はどうか?
  - ▶ 実行時間として高速解法としての活用

最適化問題とは

統計力学と最適化問題

量子アニーリングの困難点に関する研究

連続緩和による離散最適化問題解法

まとめ

## 統計力学の基本概念

物理系のマクロな性質をミクロな構成要素から導き出す理論体系  
平衡状態でのミクロな変数  $x$  の従う確率分布 (ボルツマン分布):

$$P(x) = \frac{1}{Z(T)} \exp \left( -\frac{E(x)}{k_B T} \right)$$

ここで、 $E$  はエネルギー、 $k_B$  はボルツマン定数、 $T$  は温度です。  
期待値がマクロな観測量。規格化定数  $Z$  は自由エネルギーと関係。

## エネルギー最小化と最適化

- ▶ エネルギー最小化: 最適化問題の目的関数 (エネルギー) を最小化
- ▶ 絶対零度極限: サポートを最適解とする一様分布  $Z(T=0)$  は解の個数.

## 統計力学から最適化問題への2つの視点

最適化問題を統計力学的の絶対零度極限として定式化

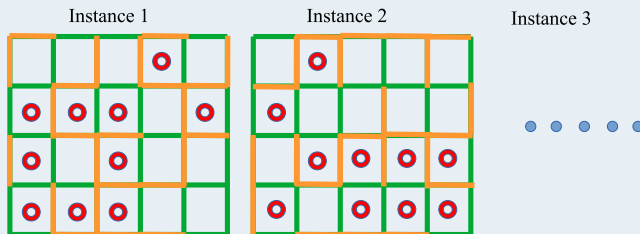
1. 「問題」やその解の統計的な性質を明らかにする
  - ▶ 問題の難しさの理解
  - ▶ 典型的なインスタンスの性質
2. 解法の提案
  - ▶ MCMC ベースの方法：シミュレーテッド・アニーリング
  - ▶ 量子アニーリング・量子断熱計算
  - ▶ 信念伝搬法ベースの方法

# 物理の問題例：スピングラスの基底状態探索問題

## Edwards-Anderson(EA) Ising spin glasses

$$\hat{E}(\sigma) = - \sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} \hat{\sigma}_z^i \hat{\sigma}_z^j$$

- ▶  $J_{ij}$ : 独立同分布のランダム変数  
(例: ガウス分布または二項分布  $P(J_{ij})$  に従う)



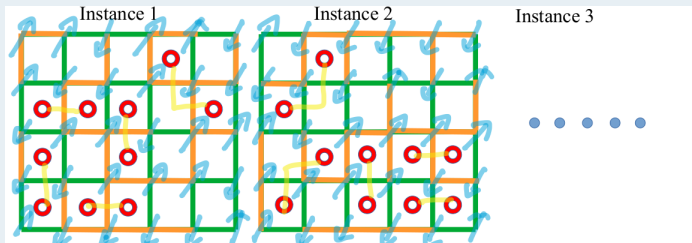


# 物理の問題例：スピングラスの基底状態探索問題

## Edwards-Anderson(EA) Ising spin glasses

$$\hat{E}(\sigma) = - \sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} \hat{\sigma}_z^i \hat{\sigma}_z^j$$

- ▶  $J_{ij}$ : 独立同分布のランダム変数  
(例: ガウス分布または二項分布  $P(J_{ij})$  に従う)



## スピングラス (SG) の NP 困難性

- ▶ 2次元の場合: 多項式時間アルゴリズムが存在
  - ▶ Bieche ら (1980): 重み付き完全マッチングアルゴリズム ( $O(N^5)$ )
- ▶ 3次元以上の場合: NP 困難であることが証明済み (Barahona, 1982)
  - ▶ Sherrington-Kirkpatrick モデルも NP 困難に分類される

## スピングラスの相転移

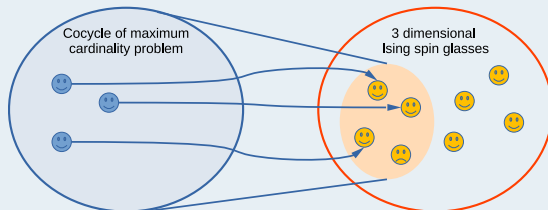
- ▶ 2次元の場合: 有限温度でのスピングラス相転移は存在しない
- ▶ 3次元の場合: 数値シミュレーションにより相転移が示唆されるが、数学的証明は未解決
  - ▶ 低温相ではレプリカ対称性の破れが実現されているかも

# スピングラスとNPについてももう少し詳しく

- ▶ 「問題  $A$  が NP 困難」とは、「NP クラスに属する任意の問題が多項式時間で  $A$  に還元可能である」ことを意味する
  - ▶ もし問題  $A$  の全インスタンスを効率的に解けるなら、全ての NP 問題も解けることになる

Barahona (1982)

NP 困難な問題の一例として、「最大カーディナリティコサイクル問題」が3次元イジングスピングラスに多項式時間還元可能

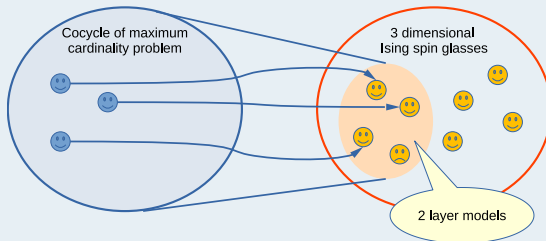


# スピングラスとNPについてももう少し詳しく

- ▶ 「問題  $A$  が NP 困難」とは、「NP クラスに属する任意の問題が多項式時間で  $A$  に還元可能である」ことを意味する
  - ▶ もし問題  $A$  の全インスタンスを効率的に解けるなら、全ての NP 問題も解けることになる

Barahona (1982)

NP 困難な問題の一例として、「最大カーディナリティコサイクル問題」が3次元イジングスピングラスに多項式時間還元可能



最適化問題とは

統計力学と最適化問題

量子アニーリングの困難点に関する研究

連続緩和による離散最適化問題解法

まとめ

# 量子アニーリング (Quantum Annealing; QA)

QA: 組合せ最適化問題を解くための量子アルゴリズム

システムサイズ  $N$  におけるハミルトニアンの設定

$$\hat{E}(\boldsymbol{\sigma}; \gamma) = - \underbrace{\sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} \hat{\sigma}_z^i \hat{\sigma}_z^j}_{\hat{U}} - \gamma \underbrace{\sum_i \hat{\sigma}_x^i}_{\hat{M}_x}$$

- ▶  $\hat{U}$ : 最適化対象となる古典ハミルトニアン
- ▶  $\gamma \hat{M}_x$ : ドライバーハミルトニアン
  - ▶  $\hat{M}_x$ : 横磁化項、 $\gamma$ : 横磁場の強度

## アルゴリズムの概要

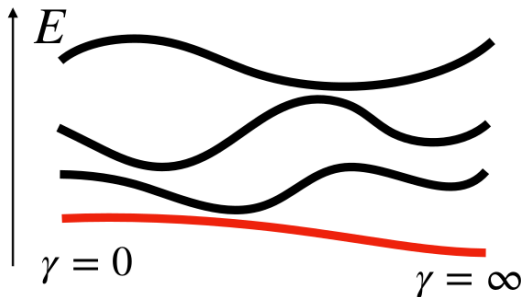
1.  $\hat{H}(\infty)$  とその基底状態  $|+\rangle^{\otimes N}$  を準備する
2.  $\gamma$  を  $\infty$  から 0 まで変化させながら状態を発展させる
3. 古典基底で状態を測定する

# 量子断熱定理 (Quantum Adiabatic Theorem)

量子アニーリングは量子断熱定理に基づく。

## 定理

時間依存ハミルトニアン<sup>1</sup>の非縮退基底状態から始まる量子系は、ハミルトニアンが**十分ゆっくり**と変化する限り、その瞬間の基底状態に留まる。



# 量子アニーリングの効率と NP 困難性

- ▶ 最適化問題の解は、横磁場  $\gamma$  を十分ゆっくり変化させることで原理的に得られる。
  - ▶ 問題が効率的に解けるかどうか重要
  - ▶ インスタンス・サイズ  $N$  の多項式時間で解けるか？

## 一般的な見解

多くの研究者は、NP 困難問題は量子アニーリングを用いても効率的には解けないと考えている

## 疑問

どのような物理現象や原因が、QA の効率的解決を妨げるのか？



## Simple Glass Models and Their Quantum Annealing

Thomas Jörg,<sup>1</sup> Florent Krzakala,<sup>2</sup> Jorge Kurchan,<sup>3</sup> and A. C. Maggs<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*LPTMS, Université Paris-Sud, CNRS UMR 8626, 91405 Orsay Cedex, France*

<sup>2</sup>*PCT, ESPCI ParisTech, 10 rue Vauquelin, CNRS UMR 7083 Gulliver, 75005 Paris, France*

<sup>3</sup>*PMMH, ESPCI ParisTech, 10 rue Vauquelin, CNRS UMR 7636, 75005 Paris, France*

(Received 3 July 2008; published 2 October 2008)

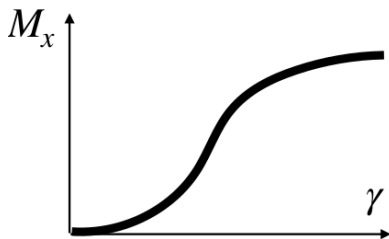
We study first-order quantum phase transitions in mean-field spin glasses. We solve the quantum random energy model using elementary methods and show that at the transition the eigenstate suddenly projects onto the unperturbed ground state and that the gap between the lowest states is exponentially small in the system size. We argue that this is a generic feature of all “random first-order” models, which includes benchmarks such as random satisfiability. We introduce a two-time instanton to calculate this gap in general, and discuss the consequences for quantum annealing.

この論文では、横磁場下のスピングラスモデルにおいて、何らかの一次相転移が起こることが示されている。

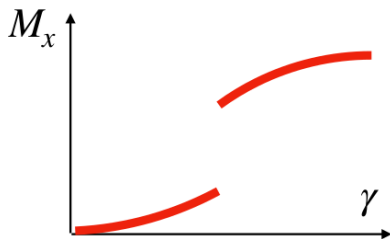
# QA が失敗するシナリオ

- ▶ **一次相転移**が横磁化  $M_x$  において QA の困難を引き起こす。

$$M_x(\gamma) = \langle g | \hat{M}_x | g \rangle \quad (\text{基底状態 } |g\rangle \text{ における})$$



No transition (continuous)



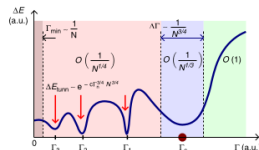
**First-order transition**

- ▶ エネルギーギャップが系サイズ  $N$  に対して指数関数的に消失
  - ▶ 基底状態を追従するには指数的に長い時間が必要

# 他にも失敗のシナリオはある

QA の失敗を説明する他の候補現象:

- ▶ スピングラス相内の小エネルギーギャップ (Young-Knysh-Smelyanskiy, 2010; Knysh, 2016)
  - ▶ そんな例題が少なくとも 1 つある (Takahashi-KH, 2019)
- ▶ 多体局在 (Laumann et al., 2014)
- ▶ グリフィス特異点
- ▶ その他...



**Figure 1 | Scaling of the gap in various regions.** Sketch of the behaviour of the gap in a Hopfield model with the Gaussian distribution of disorder variables (units are arbitrary): in the paramagnetic phase ( $\Gamma > \Gamma_c$ ), in the glassy phase ( $\Gamma < \Gamma_c$ ) and in the critical region ( $\Gamma \approx \Gamma_c$ ). Scaling of the typical gap in these regions is indicated in bold letters using big-O notation. The area  $\Gamma < \Gamma_{min} \sim 1/N$  is where the discrete nature of the energy landscape becomes manifest: the ground state becomes nearly completely localized. The glassy phase also contains  $\log N$  isolated bottlenecks at  $\Gamma_3$ ,  $\Gamma_2$ ,  $\Gamma_1$ , and so on (indicated with red arrows), where the gaps scale as a stretched exponential. a.u., arbitrary units.

## 研究課題

NP 困難問題における QA の失敗の決定的な理由は何か？

## QA-AFF: QA の変種

Seki-Nishimori (2012)

反強磁性ゆらぎを駆動ハミルトニアンに追加:

$$\hat{E}(\boldsymbol{\sigma}; \gamma, \alpha) = \hat{U} - \gamma \hat{M}_x + \frac{\alpha}{N} \left( \hat{M}_x \right)^2$$

平均場  $p$  体イジング強磁性モデルでは一次相転移が部分的に消滅する

## 主定理

Yamaguchi-Shiraishi-KH(2024)

任意の有限次元系（イジングスピングラスを含む）において、QA-AFF では  $M_x$  の一次相転移は生じない

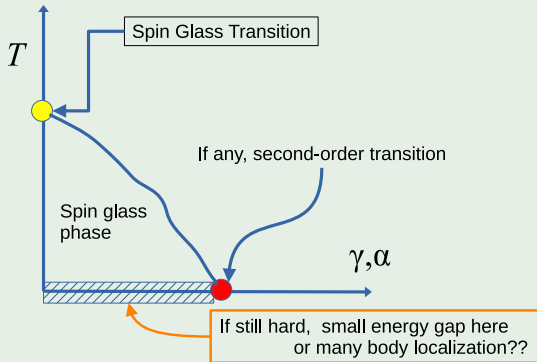
## Barahona の定理

3次元イジングスピングラスの基底状態探索は NP 困難

- ▶  $M_x$  の一次相転移が QA の失敗にとって致命的ではないことを強く示唆

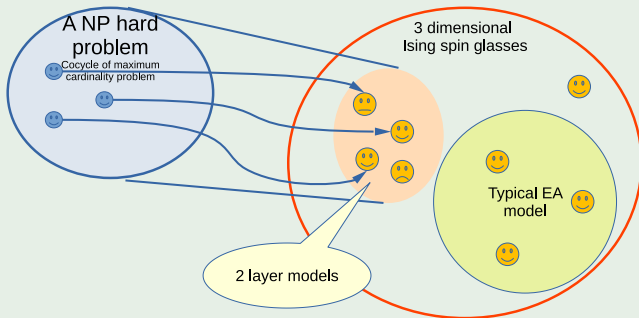
Q: 3次元イジングスピングラスの基底状態はQAで効率的に見つけられるか？

▶ おそらく不可能。一次相転移以外のシナリオが考えられる。



Q: 3次元イジングスピングラスの基底状態はQAで効率的に見つけられるか？

▶ 典型的なスピングラスは解ける効率的に可能性はある



# この研究のまとめ

一次相転移を回避する方法は、

ドライバー・ハミルトニアンに反強磁性ゆらぎ項を追加すること

- ▶ 任意の有限次元系において、QA-AFF では  $M_x$  の一次相転移が発生しないことを証明
- ▶  $M_x$  の一次相転移が QA における最適化失敗の致命的要因ではないことを示唆

しかし、本当の理由はまだ不明です...

[Home](#) > [Journal of Statistical Physics](#) > [Article](#)

## Proof of Avoidability of the Quantum First-Order Transition in Transverse Magnetization in Quantum Annealing of Finite-Dimensional Spin Glasses

[Open access](#) | Published: 28 January 2024

Volume 191, article number 12, (2024) [Cite this article](#)

[Download PDF](#) ↓

✔ You have full access to this [open access](#) article



[Journal of Statistical Physics](#)

[Aims and scope](#) →

[Submit manuscript](#) →

Mizuki Yamaguchi ✉, Naoto Shiraishi & Koji Hukushima

[Use our pre-submission checklist](#) →

最適化問題とは

統計力学と最適化問題

量子アニーリングの困難点に関する研究

連続緩和による離散最適化問題解法

まとめ



## nature materials

Explore content ▾ About the journal ▾ Publish with us ▾

[nature](#) > [nature materials](#) > [articles](#) > article

Article | Published: 25 September 2017

### Realizing the classical XY Hamiltonian in polariton simulators

 Save

 Related Papers

 Chat with paper

[Natalia G. Berloff](#) , [Matteo Silva](#), [Kirill Kalinin](#), [Alexis Askitopoulos](#), [Julian D. Töpfer](#), [Pasquale Cilibrizzi](#), [Wolfgang Langbein](#) & [Pavlos G. Lagoudakis](#) 

[Nature Materials](#) **16**, 1120–1126 (2017) | [Cite this article](#)

**9836** Accesses | **261** Citations | **185** Altmetric | [Metrics](#)

## 特集 SPECIAL REPORTS

### 量子インスパイアードアルゴリズムを用いて 組み合わせ最適化問題を高速に解くことが可能な シミュレーテッド分岐マシン

Simulated Bifurcation Machine Equipped with Quantum-Inspired Algorithm to Instantly Solve Combinatorial Optimization Problems

後藤 隼人 GOTO Hayato

様々な社会課題において、膨大な選択肢の中から最適なものを見付け出す組み合わせ最適化問題が存在している。近年、これら難しい数学の問題を高速に解くために量子コンピューターへの期待が高まっているが、扱える問題サイズに制約があり、既存のコンピューターを有効に利用する実用的な解決策が望まれている。

東芝グループは、量子分岐マシンと呼ぶ独自の量子コンピューターの研究過程で、新しい組み合わせ最適化アルゴリズムであるシミュレーテッド分岐 (SB) アルゴリズムを用いたシミュレーテッド分岐マシン (Simulated Bifurcation Machine, SBM と略記) を開発した。SB アルゴリズムの特長である高い並列性を生かして最先端の並列プロセッサ上に実装し、大規模な組み合わせ最適化問題を高速で解くことに成功した。

Various social issues contain combinatorial optimization problems in which the optimal solution needs to be found from among a huge number

## ここから学ぶことは...

組み合わせ最適化問題を連続変数に「緩和」して、連続最適化の手法で解いてみるのはどうか？

### 整数計画問題から線形計画問題へ

- ▶ NP 問題の多くは整数計画問題に帰着できる
- ▶ 整数値から連続値へ緩和: 線形計画問題
  - ▶  $x_i \in \{0, 1\} \rightarrow x_i \in [0, 1]$
- ▶ 組み合わせ問題ではない
  - ▶ NP クラスから解放
  - ▶ 線型計画問題には多項式アルゴリズムが存在
  - ▶ X その答えは元の問題の解と一致する保証はない
- ▶ ある NP 問題で、解が一致する条件 S.Takabe and KH, 2016
  - ▶ 一致する (簡単) と一致しない (難しい) があるパラメータで起きる
  - ▶ 物理学の相転移: レプリカ対称性の破れる条件と一致する

## もっと積極的に...

# 組み合わせ最適化問題を連続最適化問題として解く！

## 組み合わせ最適化問題の一般形

$$\min_{\boldsymbol{x} \in \{0,1\}^n} f(\boldsymbol{x})$$

## 緩和とペナルティ項の導入

- ▶ 連続変数への緩和：制約  $\boldsymbol{x} \in \{0,1\}^n$  を  $x_i \in [0,1]$  に緩和
- ▶ ペナルティ項の追加：元の目的関数にペナルティ項を加える

$$\min_{\boldsymbol{x} \in [0,1]^n} (f(\boldsymbol{x}) + \gamma g(\boldsymbol{x}))$$

ここで  $g(\boldsymbol{x})$  は制約違反を罰する項、 $\gamma > 0$  はペナルティの重み

## 例： $g(x)$ の定義

$$g(x) = \sum_{i=1}^n x_i(1 - x_i) \quad (\text{バイナリ制約を強制})$$

## 最適化アルゴリズムの適用

- ▶ ペナルティ係数  $\gamma$  を徐々に増加させることでバイナリ解を得る
- ▶ Adam など機械学習の最先端の最適化手法を適用可能
- ▶ 多点探索、勾配計算に GPGPU

## Optimization by Parallel Quasi-Quantum Annealing with Gradient-Based Sampling

Yuma Ichikawa  
Fujitsu Limited,  
Department of Basic Science  
University of Tokyo

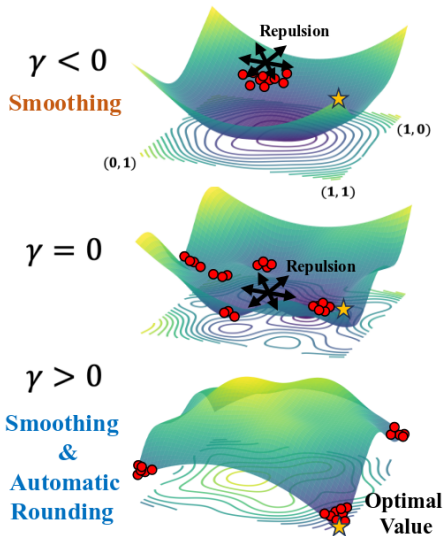
Yamato Arai  
Fujitsu Limited,  
Department of Basic Science  
University of Tokyo

### Abstract

Learning-based methods have gained attention as general-purpose solvers due to their ability to automatically learn problem-specific heuristics, reducing the need for manually crafted heuristics. However, these methods often face scalability challenges. To address these issues, the improved Sampling algorithm for Combinatorial Optimization (iSCO), using discrete Langevin dynamics, has been proposed, demonstrating better performance than several learning-based solvers.

この論文の元論文 (Ichikawa,2024) は今日のポスター発表

# 連続緩和で組み合わせ最適化問題を解く方法



# 連続緩和で組み合わせ最適化問題を解く方法

Table 2: ApR and runtime are evaluated using five different seeds. ApR is measured relative to the asymptotic theoretical result [Barbier et al., 2013]. Runtime is reported as the total clock time per instance in seconds (s/g) or minutes (m/g). The baselines include solvers such as the random greedy algorithm (GREEDY) [Angelini and Ricci-Tersenghi, 2019], CRA-GNN [Ichikawa, 2023], SA. Methods that failed to produce results on V100 GPU are marked as N/A.

Method # nodes		RRG ( $d = 20$ )			RRG ( $d = 100$ )		
		$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^4$	$10^5$	$10^6$
GREEDY		0.715 (0.06s/g)	0.717 (9.76s/g)	0.717 (18.96m/g)	0.666 (0.02s/g)	0.667 (3.51s/g)	0.664 (5.16m/g)
CRA-GNN		0.922 (3.483m/g)	N/A	N/A	0.911 (4.26m/g)	N/A	N/A
SA	fewer	0.949 (3.00m/g)	0.840 (3.00m/g)	0.296 (3.00m/g)	0.894 (3.00m/g)	0.719 (3.00m/g)	0.190 (3.00m/g)
	more	0.971 (30.00m/g)	0.943 (30.00m/g)	0.695 (30.00m/g)	0.926 (30.00m/g)	0.887 (30.00m/g)	0.194 (30.00m/g)
PQQA (Ours)	fewer	0.967 (1.32s/g)	0.971 (1.35s/g)	0.971 (5.59s/g)	0.946 (1.34s/g)	0.955 (2.36s/g)	0.956 (18.47s/g)
	more	<b>0.976</b> (3.77s/g)	<b>0.980</b> (5.82s/g)	<b>0.980</b> (47.99s/g)	<b>0.957</b> (3.70s/g)	<b>0.966</b> (15.69s/g)	<b>0.966</b> (2.94m/g)



最適化問題とは

統計力学と最適化問題

量子アニーリングの困難点に関する研究

連続緩和による離散最適化問題解法

まとめ

- ▶ 組み合わせ最適化問題についてサーベーしたあとで、統計力学の観点から議論した
- ▶ 統計力学による「問題」の解析
  - ▶ ある NP 問題の QA において、一次転移は避けられる
    - ▶ QA が失敗する原因はまだ不明
    - ▶ NP 問題を効率的に解くのは難しいだろう
    - ▶ 「〇〇をつかうと 100 倍速く解けた」は大事
  - ▶ 典型インスタンスでの性能がどうなるのかは難しい
    - ▶ 解きたい例題集団が NP の観点から最悪例題ではない可能性はある
- ▶ 統計力学からのアルゴリズム提案と性能評価
  - ▶ 連続変数への緩和による線形計画問題の典型性能評価
  - ▶ 連続変数への緩和による勾配ベースの方法論はいいかもしれない