

セミ時雨ハッシュ

原案: 生田
問題文: 生田
解説: 生田

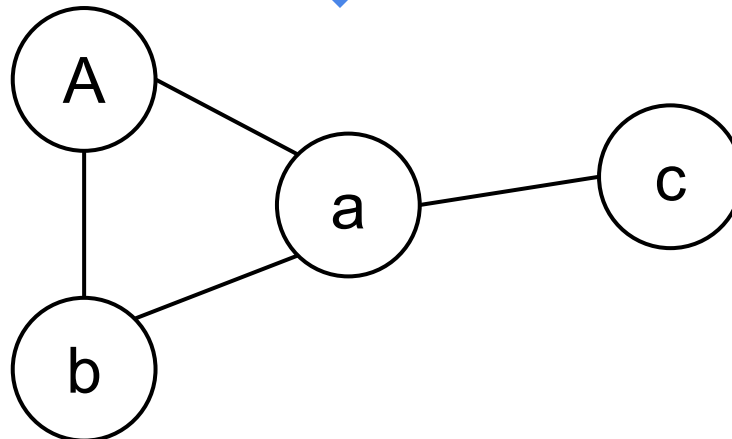
問題概要

- 30変数の2次多項式が与えられる
 - 係数は全て1
 - 2次の項のみ
 - 各変数はたかだか4箇所にしか使われない
- 各変数に1 or -1を割り当てる
- 多項式が最小値を取るような割り当ての総数を求めよ

解法

- 多項式の各項に同時に出現している変数の間に辺を張ったグラフを構築

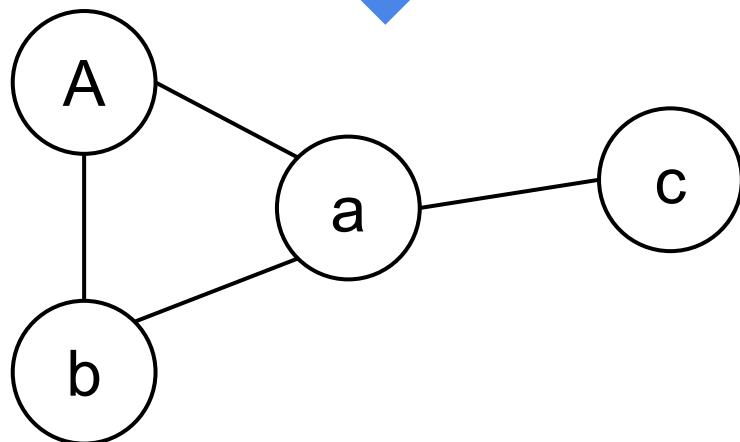
$$a*A+b*b+c*a+b*a+A*b$$



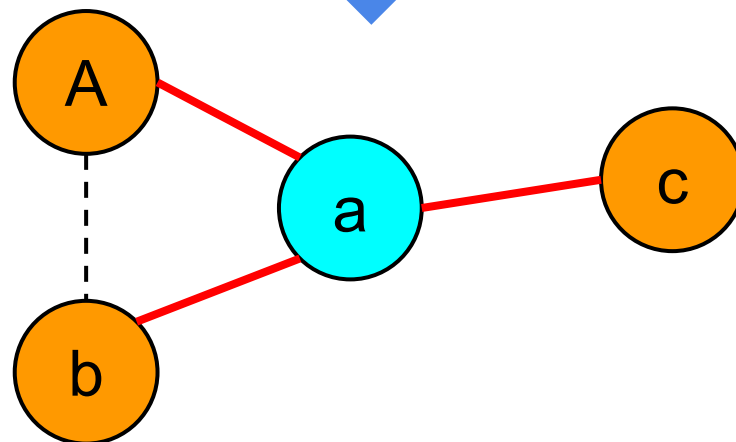
解法

- 多項式を最小にする割り当てと
グラフ上での最大カットが対応

$$a \cdot A + b \cdot b + c \cdot a + b \cdot a + A \cdot b$$



$$(-1) \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 1$$

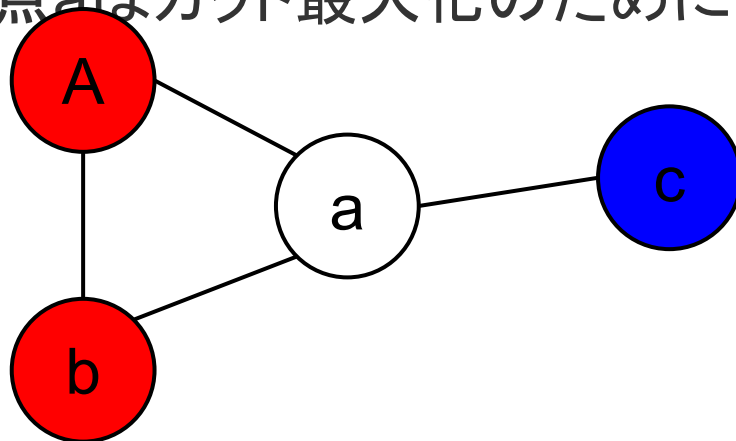


解法

- 30頂点のグラフ上での最大カットの個数を求める
- 各変数はたかだか4回しか出現しない →
グラフの最大次数は4 →
極小の頂点被覆のサイズが $|V| * \frac{4}{5} \leq 24$

解法

- サイズ24以下の極小頂点被覆に含まれる頂点の割り当てを全探索
 - 被覆に含まれないものは隣接頂点から ± 1 の割り当てが定まる
 - 例) 頂点被覆A,b,cの割り当てが決まると、以下の例では頂点aはカット最大化のために青にしなければならない



解法

- 頂点被覆内の頂点の割り当てを決める=> それ以外の頂点の割り当てによる最大値とその個数が分かる
 - 最大のものを足し合わせていく
- 計算量 $O(2^{(4/5|V|)} * |V|)$

その他

- 注意すべきケース
 - グラフが非連結な場合
 - 頂点被覆に含まれていない頂点を
カットのどちらに入れても良い場合をちゃんと数えるなど
- 連結で頂点被覆が24になるようなケースは
今回作成できず
 - 河田さんの作成した22が最大でした
- 定数倍を防ぐために定数倍を要求していたかも知れません・・・
 - ビット演算使ってください

ジャッジ解

- 生田
 - C++, 135行
 - JAVA, 145行
- 河田
 - C++, 193行
 - 最小頂点被覆ソルバ込

統計

- First AC 全体
 - hos.lyric* (112:13)
- First AC オンライン
 - cgyrngmoon(team) (131:27)