

Домашняя работа по дискретной математике №1

Вариант 173

Работу выполнил: Чень Хаолинъ, Р3116,407960

Исходная таблица соединений R:

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	5		1	3	5					3	
e2	5	0	1			4	4		5		2	
e3		1	0	3			1			1		2
e4	1		3	0			4	4			2	
e5	3				0	1			5		3	3
e6	5	4			1	0	1		1	4	2	5
e7		4	1	4		1	0	1	3			
e8				4			1	0				
e9		5			5	1	3		0	3	4	4
e10			1			4			3	0	4	
e11	3	2		2	3	2			4	4	0	
e12			2		3	5			4			0

Найти кратчайшие пути от начальной вершины e_1 ко всем остальным вершинам

1. $l(e_1) = 0^+$; $l(e_i) = \infty$, для всех $i \neq 1$, $p = e_1$

Результаты итерации запишем в таблицу

	1
e_1	0^+
e_2	∞
e_3	∞
e_4	∞
e_5	∞
e_6	∞
e_7	∞
e_8	∞
e_9	∞
e_{10}	∞
e_{11}	∞
e_{12}	∞

2. $\Gamma_{e_1} = \{e_2, e_4, e_5, e_6, e_{11}\}$ - все пометки временные, уточним их:

$$l(e_2) = \min[\infty, 0^+ + 5] = 5;$$

$$l(e_4) = \min[\infty, 0^+ + 1] = 1;$$

$$l(e_5) = \min[\infty, 0^+ + 3] = 3;$$

$$l(e_6) = \min[\infty, 0^+ + 5] = 5;$$

$$l(e_{11}) = \min[\infty, 0^+ + 3] = 3;$$

$$3. \quad l(e_4) = \min[\infty, 0^+ + 1] = 1.$$

4. Вершина e_4 получает постоянную пометку $l(e_4) = 1^+$, $p = e_4$

	1	2
e_1	0^+	
e_2	∞	5
e_3	∞	∞
e_4	∞	1^+
e_5	∞	3
e_6	∞	5
e_7	∞	∞
e_8	∞	∞
e_9	∞	∞
e_{10}	∞	∞
e_{11}	∞	3
e_{12}	∞	∞

5. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e_4} = \{e_1, e_3, e_7, e_8, e_{11}\}$$

Временные пометки имеют вершины e_3, e_7, e_8, e_{11} — уточняем их:

$$l(e_3) = \min[\infty, 1^+ + 3] = 4;$$

$$l(e_7) = \min[\infty, 1^+ + 4] = 5;$$

$$l(e_8) = \min[\infty, 1^+ + 4] = 5;$$

$$l(e_{11}) = \min[3, 1^+ + 3] = 3;$$

$$6. \quad l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_5) = 3;$$

7. Вершина e_{11} получает постоянную пометку $l(e_{11}) = 3^+$, $p = e_{11}$

	1	2	3
e_1	0^+		
e_2	∞	5	5
e_3	∞	∞	4
e_4	∞	1^+	
e_5	∞	3	3^+
e_6	∞	5	5
e_7	∞	∞	5
e_8	∞	∞	5
e_9	∞	∞	∞
e_{10}	∞	∞	∞
e_{11}	∞	3	3
e_{12}	∞	∞	∞

8. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e_5} = \{e_1, e_6, e_9, e_{11}, e_{12}\}$$

Временные пометки имеют вершины $e_2, e_5, e_6, e_9, e_{10}$ - уточняем их:

$$l(e_6) = \min[5, 3^+ + 1] = 4;$$

$$l(e_9) = \min[\infty, 3^+ + 5] = 8;$$

$$l(e_{10}) = \min[3, 3^+ + 3] = 3;$$

$$l(e_{10}) = \min[\infty, 3^+ + 3] = 6;$$

$$9. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_{11}) = 3$$

10. Вершина e_5 получает постоянную пометку $l(e_{11}) = 3^+, p = e_{11}$

	1	2	3	4
e_1	0^+			
e_2	∞	5	5	5
e_3	∞	∞	4	4
e_4	∞	1^+		
e_5	∞	3	3^+	
e_6	∞	5	5	4
e_7	∞	∞	5	5
e_8	∞	∞	5	5
e_9	∞	∞	∞	8
e_{10}	∞	∞	∞	∞
e_{11}	∞	3	3	3^+
e_{12}	∞	∞	∞	6

11. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e11} = \{e_1, e_2, e_4, e_5, e_6, e_9, e_{10}\}$$

Временные пометки имеют вершины e_2, e_6, e_9, e_{10} уточняем их:

$$l(e_2) = \min[5, 3^+ + 2] = 5$$

$$l(e_6) = \min[4, 3^+ + 2] = 4;$$

$$l(e_9) = \min[8, 3^+ + 4] = 7;$$

$$l(e_{10}) = \min[\infty, 3^+ + 4] = 7$$

$$12. I(e_i^+) = \min[I(e_i)] = l(e_3) = 4$$

13. Вершина e_5 получает постоянную пометку $l(e_5) = 4^+, p = e_3$

	1	2	3	4	5
e_1	0^+				
e_2	∞	5	5	5	5
e_3	∞	∞	4	4	4^+
e_4	∞	1^+			
e_5	∞	3	3^+		
e_6	∞	5	5	4	4
e_7	∞	∞	5	5	5
e_8	∞	∞	5	5	5
e_9	∞	∞	∞	8	7
e_{10}	∞	∞	∞	∞	7
e_{11}	∞	3	3	3^+	
e_{12}	∞	∞	∞	6	6

14. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e3} = \{e_2, e_4, e_7, e_{10}, e_{12}\}$$

Временные пометки имеют вершины e_2, e_7, e_{10}, e_{12} - уточняем их:

$$l(e_2) = \min[5, 4^+ + 1] = 5;$$

$$l(e_7) = \min[5, 4^+ + 1] = 5;$$

$$l(e_{10}) = \min[7, 4^+ + 1] = 5;$$

$$l(e_{12}) = \min[6, 4^+ + 2] = 6;$$

$$15. I(e_i^+) = \min[I(e_i)] = l(e_6) = 4, p = e_6$$

	1	2	3	4	5	6
e ₁	0 ⁺					
e ₂	∞	5	5	5	5	5
e ₃	∞	∞	4	4	4 ⁺	
e ₄	∞	1 ⁺				
e ₅	∞	3	3 ⁺			
e ₆	∞	5	5	4	4	4 ⁺
e ₇	∞	∞	5	5	5	5
e ₈	∞	∞	5	5	5	5
e ₉	∞	∞	∞	8	7	7
e ₁₀	∞	∞	∞	∞	7	5
e ₁₁	∞	3	3	3 ⁺		
e ₁₂	∞	∞	∞	6	6	6

16. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$\Gamma_{e_6} = \{e_1, e_2, e_5, e_7, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}\}$

Временные пометки имеют вершины e₂, e₇, e₉, e₁₀, e₁₂ - уточняем их:

$$l(e_2) = \min[5, 4^+ + 4] = 5;$$

$$l(e_7) = \min[5, 4^+ + 1] = 5;$$

$$l(e_9) = \min[7, 4^+ + 1] = 5;$$

$$l(e_{10}) = \min[5, 4^+ + 4] = 5;$$

$$l(e_{12}) = \min[6, 4^+ + 5] = 6;$$

$$17. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_2) = 5, p = e_2$$

	1	2	3	4	5	6	7
e ₁	0 ⁺						
e ₂	∞	5	5	5	5	5	5 ⁺
e ₃	∞	∞	4	4	4 ⁺		
e ₄	∞	1 ⁺					
e ₅	∞	3	3 ⁺				
e ₆	∞	5	5	4	4	4 ⁺	
e ₇	∞	∞	5	5	5	5	5
e ₈	∞	∞	5	5	5	5	5
e ₉	∞	∞	∞	8	7	7	5
e ₁₀	∞	∞	∞	∞	7	5	5
e ₁₁	∞	3	3	3 ⁺			
e ₁₂	∞	∞	∞	6	6	6	6

18. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e_2} = \{e_1, e_3, e_6, e_7, e_9, e_{11}\}$$

Временные пометки имеют вершины e_7, e_9 - уточняем их:

$$l(e_7) = \min[5, 5^+ + 4] = 5;$$

$$l(e_9) = \min[5, 5^+ + 5] = 5;$$

$$19. I(e_i^+) = \min[I(e_i)] = l(e_7) = 5, p = e_7$$

	1	2	3	4	5	6	7	8
e_1	0^+							
e_2	∞	5	5	5	5	5	5^+	
e_3	∞	∞	4	4	4^+			
e_4	∞	1^+						
e_5	∞	3	3^+					
e_6	∞	5	5	4	4	4^+		
e_7	∞	∞	5	5	5	5	5	5^+
e_8	∞	∞	5	5	5	5	5	5
e_9	∞	∞	∞	8	7	7	5	5
e_{10}	∞	∞	∞	∞	7	5	5	5
e_{11}	∞	3	3	3^+				
e_{12}	∞	∞	∞	6	6	6	6	6

20. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e_7} = \{e_2, e_3, e_4, e_6, e_8, e_9\}$$

Временные пометки имеют вершины e_8, e_9 - уточняем их:

$$l(e_8) = \min[5, 5^+ + 1] = 5;$$

$$l(e_9) = \min[5, 5^+ + 3] = 5;$$

$$21. I(e_i^+) = \min[I(e_i)] = l(e_8) = 5, p = e_8$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
e_1	0^+								
e_2	∞	5	5	5	5	5	5^+		
e_3	∞	∞	4	4	4^+				
e_4	∞	1^+							
e_5	∞	3	3^+						
e_6	∞	5	5	4	4	4^+			
e_7	∞	∞	5	5	5	5	5	5^+	
e_8	∞	∞	5	5	5	5	5	5	5^+
e_9	∞	∞	∞	8	7	7	5	5	5
e_{10}	∞	∞	∞	∞	7	5	5	5	5
e_{11}	∞	3	3	3^+					
e_{12}	∞	∞	∞	6	6	6	6	6	6

$$22. \Gamma e_8 = \{ e_4, e_7 \}$$

Временные пометки из них:

$$I(e_i^+) = \min[I(e_i)] = l(e_9) = 5, p = e_9$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
e_1	0^+									
e_2	∞	5	5	5	5	5	5^+			
e_3	∞	∞	4	4	4^+					
e_4	∞	1^+								
e_5	∞	3	3^+							
e_6	∞	5	5	4	4	4^+				
e_7	∞	∞	5	5	5	5	5	5^+		
e_8	∞	∞	5	5	5	5	5	5	5^+	
e_9	∞	∞	∞	8	7	7	5	5	5	5^+
e_{10}	∞	∞	∞	∞	7	5	5	5	5	5
e_{11}	∞	3	3	3^+						
e_{12}	∞	∞	∞	6	6	6	6	6	6	6

23. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma e_9 = \{ e_2, e_5, e_6, e_7, e_{10}, e_{11}, e_{12} \}$$

Временные пометки имеют вершины e_{10} , e_{12} - уточняем их:

$$l(e_{10}) = \min[5, 5^+ + 3] = 5;$$

$$l(e_{12}) = \min[6, 5^+ + 4] = 6;$$

$$24. I(e_i^+) = \min[I(e_i)] = l(e_{10}) = 5, p = e_{10}$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
e_1	0^+										
e_2	∞	5	5	5	5	5	5^+				
e_3	∞	∞	4	4	4^+						
e_4	∞	1^+									
e_5	∞	3	3^+								
e_6	∞	5	5	4	4	4^+					
e_7	∞	∞	5	5	5	5	5	5^+			
e_8	∞	∞	5	5	5	5	5	5	5^+		
e_9	∞	∞	∞	8	7	7	5	5	5	5^+	
e_{10}	∞	∞	∞	∞	7	5	5	5	5	5	5^+
e_{11}	∞	3	3	3^+							
e_{12}	∞	∞	∞	6	6	6	6	6	6	6	6

25. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e_{10}} = \{ e_3, e_6, e_9, e_{11} \}$$

Временные пометки из них:

$$I(e_i^+) = \min[I(e_i)] = l(e_6) = 5, p = e_6$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
e_1	0^+											
e_2	∞	5	5	5	5	5	5^+					
e_3	∞	∞	4	4	4^+							
e_4	∞	1^+										
e_5	∞	3	3^+									
e_6	∞	5	5	4	4	4^+						
e_7	∞	∞	5	5	5	5	5	5^+				
e_8	∞	∞	5	5	5	5	5	5	5^+			
e_9	∞	∞	∞	8	7	7	5	5	5	5^+		
e_{10}	∞	∞	∞	∞	7	5	5	5	5	5	5^+	
e_{11}	∞	3	3	3^+								
e_{12}	∞	∞	∞	6	6	6	6	6	6	6	6	6^+

Ответ:

e_1	0^+
e_2	5^+
e_3	4^+
e_4	1^+
e_5	3^+
e_6	4^+
e_7	5^+
e_8	5^+
e_9	5^+
e_{10}	5^+
e_{11}	3^+
e_{12}	6^+