Домашняя работа по дискретной математике №4

Вариант 173

Работу выполнил: Чень Хаолинь, Р3116,407960

Исходная таблица соединений R:

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	5		1	3	5					3	
e2	5	0	1			4	4		5		2	
e3		1	0	3			1			1		2
e4	1		3	0			4	4			2	
e5	3				0	1			5		3	3
e6	5	4			1	0	1		1	4	2	5
e7		4	1	4		1	0	1	3			
e8				4			1	0				
e9		5			5	1	3		0	3	4	4
e10			1			4			3	0	4	
e11	3	2		2	3	2			4	4	0	
e12			2		3	5			4			0

Планаризовать граф

Уберём веса (сделаем граф невзвешенным)

V/V	e1	e2	е3	e4	e5	e6	e7	e8	е9	e10	e11	e12
e1	0	1		1	1	1					1	
e2	1	0	1			1	1		1		1	
e3		1	0	1			1			1		1
e4	1		1	0			1	1			1	
e5	1				0	1			1		1	1
e6	1	1			1	0	1		1	1	1	1
e7		1	1	1		1	0	1	1			
e8				1			1	0				
e9		1			1	1	1		0	1	1	1
e10			1			1			1	0	1	
e11	1	1	·	1	1	1			1	1	0	
e12			1		1	1			1			0

Нахождение гамильтонова цикла

Включаем в S вершину $x1. S=\{x1\}$

Возможная вершина: $x2. S=\{x1,x2\}$

Возможная вершина: $x3. S=\{x1,x2,x3\}$

Возможная вершина: x4. $S=\{x1,x2,x3,x4\}$

Возможная вершина: $x8. S=\{x1,x2,x3,x4,x8\}$

Возможная вершина: $x7. S=\{x1,x2,x3,x4,x8,x7\}$

Возможная вершина: $x6. S=\{x1,x2,x3,x4,x8,x7,x6\}$

Возможная вершина: $x5. S=\{x1,x2,x3,x4,x8,x7,x6,x5\}$

Возможная вершина: x12. $S=\{x1,x2,x3,x4,x8,x7,x6,x5,x12\}$

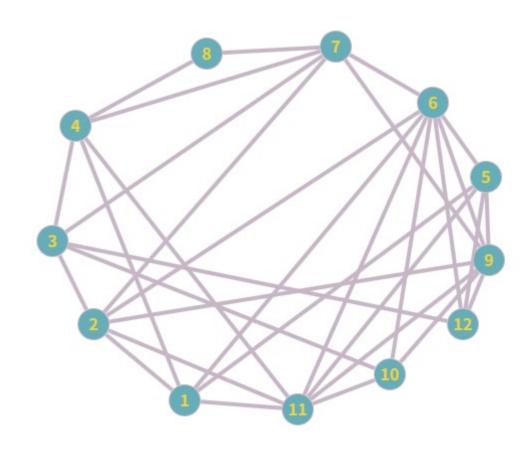
Возможная вершина: $x9. S=\{x1,x2,x3,x4,x8,x7,x6,x5,x12,x9\}$

Возможная вершина: x10. $S=\{x1,x2,x3,x4,x8,x7,x6,x5,x12,x9,x10\}$

Возможная вершина: $x11. S=\{x1,x2,x3,x4,x8,x7,x6,x5,x12,x9,x10,x11\}$

Гамильтонов цикл найден.

 $S = \{x1,x2,x3,x4,x8,x7,x6,x5,x12,x9,x10,x11\}$



Построение графа пересечений G'

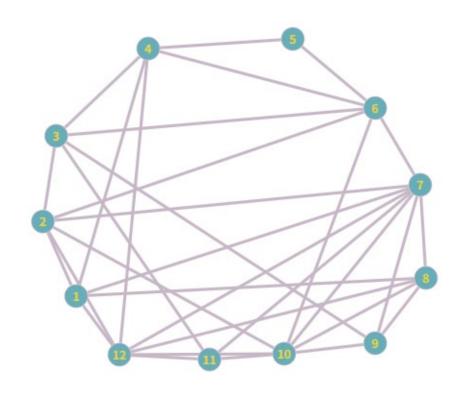
Перенумеруем вершины графа, чтобы ребра гамильтонова цикла были внешними:

до перенумерации	x1x2x3x4x5x6x7x8x9x10x11x12
после перенумерации	x1x2x3x4x8x7x6x5x12x9x10x11

Тогда матрица смежности будет выглядеть следующим образом:

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	е6	e7	e8	е9	e10	e11	e12
e1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1
e2	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1
e 3	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
e4	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1
e5	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
e6	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0
e7	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1
e 8	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
е9	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
e10	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
e11	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
e12	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0

А сам граф так:



Определим p212, для чего в матрице R выделим подматрицу R212.

Ребро (x2x12) пересекается с (x1x4),(x1x7),(x1x8)

Определим p210, для чего в матрице R выделим подматрицу R210.

Ребро (x2x10) пересекается с (x1x4),(x1x7),(x1x8)

Определим p27, для чего в матрице R выделим подматрицу R27.

Ребро (x2x7) пересекается с (x1x4)

Определим p26, для чего в матрице R выделим подматрицу R26.

Ребро (x2x6) пересекается с (x1x4)

Определим p311, для чего в матрице R выделим подматрицу R311.

Ребро (x3x11) пересекается с (x1x4),(x1x7),(x1x8),(x2x6),(x2x7),(x2x10)

Определим p39, для чего в матрице R выделим подматрицу R39.

Ребро (x3x9) пересекается с (x1x4),(x1x7),(x1x8),(x2x6),(x2x7)

Определим p36, для чего в матрице R выделим подматрицу R36.

Ребро (x3x6) пересекается с (x1x4)

Определим p412, для чего в матрице R выделим подматрицу R412.

Ребро (х4х12) пересекается

(x1x7),(x1x8),(x2x6),(x2x7),(x2x10),(x3x6),(x3x9),(x3x11)

Определим p610, для чего в матрице R выделим подматрицу R610.

Ребро (x6x10) пересекается с (x1x7),(x1x8),(x2x7),(x3x9)

Определим p712, для чего в матрице R выделим подматрицу R712.

Ребро (х7х12) пересекается с (х1х8),(х2х10),(х3х9),(х3х11),(х6х10)

Определим p711, для чего в матрице R выделим подматрицу R711.

Ребро (x7x11) пересекается с (x1x8),(x2x10),(x3x9),(x6x10)

Определим p710, для чего в матрице R выделим подматрицу R710.

Ребро (x7x10) пересекается с (x1x8),(x3x9)

Матрица графа пересечений выглядит следующим образом:

	p1 4	p2 12	p1 7	p18	p2 10	p2 7	p2 6	p3 11	p 3 9	p3 6	p4 12	p6 10	p7 12	p7 11	p 7 10
p1 4	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
p 2 12	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
p1 7	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
p1 8	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
p 2 10	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
p 2 7	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0
p 2 6	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0
p 3 11	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0
p 3 9	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
p 3 6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
p4 12	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
p 6 10	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
p7 12	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
p7 11	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
p 7 10	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1

Построение семейства фС

В 1 строке ищем первый нулевой элемент - r1 3.

Записываем дизъюнкцию М1 3=r1 \lor r3=110011111100000 \lor 011010011011000=1110111111111000

В строке M1 3 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{4,13,14,15\}$.

Записываем дизъюнкцию М1 3 4=М1 3 \lor r4=1110111111111000 \lor 010110011011111=111111111111111

В строке M1 3 4 все 1. Построено ψ 1={u1 4,u1 7,u1 8}

Записываем дизъюнкцию М1 3 13=М1 3 \vee r13=1110111111111000 \vee 00011001100=1111111111111100

В строке M1 3 13 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}.$

Записываем дизъюнкцию М1 3 13 14=М1 3 13 \lor r14=1111111111111100 \lor 000110001001010=111111111111111

В строке М1 3 13 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Записываем дизъюнкцию М1 3 13 14 15=М1 3 13 14 \lor r15=1111111111111110 \lor 00010000100001=11111111111111111

В строке М1 3 13 14 15 все 1. Построено ψ 2={u1 4,u1 7,u7 12,u7 11,u7 10} Записываем дизъюнкцию М1 3 13 15=М1 3 13 \vee r15=111111111111100 \vee 000100001000001=111111111111101

В строке М1 3 13 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию М1 3 14=М1 3 \vee r14=1110111111111000 \vee 000110001001010=1111111111111010

В строке M1 3 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет ноль на 13 позиции.

Записываем дизъюнкцию М1 3 15=М1 3 \lor r15=1110111111111000 \lor 00010000100001=111111111111001

В строке М1 3 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию М1 4=r1 \lor r4=110011111100000 \lor 010110011011111=11011111111111

В строке М1 4 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию М1 11=r1 \lor r11=1100111111100000 \lor 0011111111110000=11111111111110000

В строке М1 11 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{12,13,14,15\}.$

Записываем дизъюнкцию М1 11 12=М1 11 \lor r12=1111111111110000 \lor 001101001001110=11111111111111

В строке М1 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Записываем дизъюнкцию М1 11 12 15=М1 11 12 \lor r15=111111111111110 \lor 00010000100001=111111111111111111

В строке М1 11 12 15 все 1. Построено ψ 3={u1 4,u4 12,u6 10,u7 10} Записываем дизъюнкцию М1 11 13=М1 11 \lor r13=1111111111110000 \lor 00011001100=111111111111100

В строке М1 11 13 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}$.

Записываем дизъюнкцию М1 11 13 14=М1 11 13 \lor r14=111111111111100 \lor 000110001001010=111111111111111

В строке М1 11 13 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Записываем дизъюнкцию М1 11 13 14 15=М1 11 13 14 \lor r15=11111111111110 \lor 00010000100001=1111111111111111

В строке М1 11 13 14 15 все 1. Построено ψ 4={u1 4,u4 12,u7 12,u7 11,u7 10} Записываем дизъюнкцию М1 11 13 15=М1 11 13 \vee r15=111111111111100 \vee 000100001000001=1111111111111101

В строке М1 11 13 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию М1 11 14=М1 11 \lor r14=1111111111110000 \lor 0001100010010=1111111111111010

В строке М1 11 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет ноль на 13 позиции.

Записываем дизъюнкцию М1 11 15=М1 11 \lor r15=1111111111110000 \lor 00010000100001=1111111111110001

В строке М1 11 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию М1 12=r1 \lor r12=1100111111100000 \lor 001101001001110=11111111111101110

В строке M1 12 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$. Строка 15 не закроет ноль на 11 позиции.

Записываем дизъюнкцию М1 13=r1 \lor r13=1100111111100000 \lor 00011001100=11011111111101100

В строке M1 13 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}$.

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 3, 11

Записываем дизъюнкцию М1 14=r1 \lor r14=1100111111100000 \lor

000110001001010 = 1101111111101010

В строке М1 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет нули на позициях 3, 11, 13

Записываем дизъюнкцию М1 15=r1 \vee r15=110011111100000 \vee

000100001000001 = 11011111111100001

В строке М1 15 остались незакрытые 0.

В 2 строке ищем первый нулевой элемент - r2 5. Записываем дизъюнкцию M2 5=r2 \lor r5=111100000000000 \lor 101110010010110=1111110010010110 В строке M2 5 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{6,7,9,10,12,15\}.$

Записываем дизъюнкцию M2 5 6=M2 5 \lor r6=111110010010110 \lor 100001011011000=111111011011110

В строке M2 5 6 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{7,10,15\}$.

Записываем дизъюнкцию M2 5 6 7=M2 5 6 \lor r7=111111011011110 \lor 100000111010000=1111111111111011110

В строке M2 5 6 7 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10,15\}$.

Записываем дизъюнкцию M2 5 6 7 10=M2 5 6 7 \lor r10=11111111111110 \lor 100000000110000=111111111111111

В строке M2 5 6 7 10 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Записываем дизъюнкцию M2 5 6 7 10 15=M2 5 6 7 10 \lor r15=111111111111110 \lor 00010000100001=11111111111111111

В строке M2 5 6 7 10 15 все 1. Построено ψ 5={u2 12,u2 10,u2 7,u2 6,u3 6,u7 10} Записываем дизъюнкцию M2 5 6 7 15=M2 5 6 $7 \lor r$ 15=11111111111111011110 \lor 000100001000001=1111111111111111

В строке М2 5 6 7 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 5 6 10=M2 5 6 \lor r10=111111011011110 \lor 100000000110000=111111011111110

В строке M2 5 6 10 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет ноль на 7 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 5 6 15=M2 5 6 \lor r15=111111011011110 \lor 00010000100001=111111011011111

В строке М2 5 6 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 5 7=M2 5 \lor r7=111110010010110 \lor 100000111010000=1111101110110

В строке M2 5 7 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10,12,15\}.$

Записываем дизъюнкцию M2 5 7 10=M2 5 7 \lor r10=11111011101110 \lor 100000000110000=111110111110110

В строке M2 5 7 10 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{12,15\}$.

Записываем дизъюнкцию M2 5 7 10 12=M2 5 7 10 \lor r12=111110111110110 \lor 001101001001110=111111111111110

В строке M2 5 7 10 12 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Записываем дизъюнкцию M2 5 7 10 12 15=M2 5 7 10 12 \lor r15=11111111111111 \lor 00010000100001=1111111111111111

В строке M2 5 7 10 12 15 все 1. Построено ψ 6={u2 12,u2 10,u2 6,u3 6,u6 10,u7 10}

Записываем дизъюнкцию M2 5 7 10 15=M2 5 7 10 \lor r15=111110111110110 \lor 00010000100001=111110111110111

В строке М2 5 7 10 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 5 7 12=M2 5 $7 \lor$ r12=11111011101110 \lor 001101001001110=111111111111011110

В строке M2 5 7 12 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет ноль на 10 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 5 7 15=M2 5 7 \lor r15=11111011101110 \lor 00010000100001=11111011101111

В строке М2 5 7 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 5 9=M2 5 \vee r9=111110010010110 \vee 101101101011111=1111111111111111

В строке M2 5 9 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10\}$.

Записываем дизъюнкцию M2 5 9 10=M2 5 9 \lor r10=11111111111111111 \lor 100000000110000=1111111111111111

В строке M2 5 9 10 все 1. Построено ψ 7={u2 12,u2 10,u3 9,u3 6} Записываем дизъюнкцию M2 5 10=M2 5 \lor r10=111110010010110 \lor 100000000110000=111110010110110

В строке M2 5 10 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{12,15\}$.

Строки 12, 15 не закроют ноль на 7 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 5 12=M2 5 \lor r12=111110010010110 \lor 001101001001110=1111110110111110

В строке M2 5 12 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет нули на позициях 7, 10

Записываем дизъюнкцию M2 5 15=M2 5 \vee r15=111110010010110 \vee 000100001000001=11111001101111

В строке М2 5 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 6=r2 \lor r6=111100000000000 \lor 100001011011000=111101011011000

В строке M2 6 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{7,10,13,14,15\}$.

Записываем дизъюнкцию M2 6 7=M2 6 \lor r7=111101011011000 \lor 100000111010000=111101111011000

В строке M2 6 7 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10,13,14,15\}.$

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 10=M2 6 7 \lor r10=111101111011000 \lor 100000000110000=1111011111111000

В строке M2 6 7 10 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{13,14,15\}.$

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 10 13=M2 6 7 10 \lor r13=1111011111111000 \lor 00011001100=1111111111111100

В строке M2 6 7 10 13 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}$.

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 10 13 14=M2 6 7 10 13 \lor r14=111111111111100 \lor 0001100010010=111111111111111

В строке M2 6 7 10 13 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 10 13 14 15=M2 6 7 10 13 14 \lor r15=111111111111110 \lor 000100001000001=11111111111111

В строке M2 6 7 10 13 14 15 все 1. Построено ψ 8={u2 12,u2 7,u2 6,u3 6,u7 12,u7 11,u7 10}

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 10 13 15=M2 6 7 10 13 \lor r15=111111111111100 \lor 000100001000001=11111111111111101

В строке М2 6 7 10 13 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 10 14=M2 6 7 10 \lor r14=1111011111111000 \lor 000110001001010=1111111111111010

В строке M2 6 7 10 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет ноль на 13 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 10 15=M2 6 7 10 \lor r15=1111011111111000 \lor 00010000100001=1111011111111001

В строке М2 6 7 10 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 13=M2 6 7 \lor r13=111101111011000 \lor 00011001100=111111111111011100

В строке M2 6 7 13 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}$.

Строки 14, 15 не закроют ноль на 10 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 14=M2 6 7 \lor r14=111101111011000 \lor 000110001010=1111111111011010

В строке M2 6 7 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет нули на позициях 10, 13

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 15=M2 6 7 \lor r15=111101111011000 \lor 00010000100001=111101111011001

В строке М2 6 7 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 6 10=M2 6 \lor r10=111101011011000 \lor 100000000110000=111101011111000

В строке M2 6 10 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{13,14,15\}$.

Строки 13, 14, 15 не закроют ноль на 7 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 6 13=M2 6 \lor r13=111101011011000 \lor 00011001100=11111101101100

В строке M2 6 13 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}$.

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 7, 10

Записываем дизъюнкцию M2 6 14=M2 6 \lor r14=111101011011000 \lor 000110001010=111111011011010

В строке M2 6 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет нули на позициях 7, 10, 13

Записываем дизъюнкцию M2 6 15=M2 6 \lor r15=111101011011000 \lor 000100001000001=111101011011001

В строке М2 6 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию М2 7=r2 \lor r7=111100000000000 \lor

100000111010000 = 111100111010000

В строке M2 7 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10,12,13,14,15\}.$

Записываем дизъюнкцию M2 7 10=M2 7 \lor r10=111100111010000 \lor 100000000110000=111100111110000

В строке M2 7 10 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{12,13,14,15\}$.

Записываем дизъюнкцию M2 7 10 12=M2 7 10 \lor r12=111100111110000 \lor 001101001001110=1111011111111110

В строке M2 7 10 12 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет ноль на 5 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 7 10 13=M2 7 10 \lor r13=111100111110000 \lor 00011001100=1111101111111100

В строке M2 7 10 13 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}$.

Строки 14, 15 не закроют ноль на 6 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 7 10 14=M2 7 10 \lor r14=111100111110000 \lor 000110001010=111110111111010

В строке M2 7 10 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет нули на позициях 6, 13

Записываем дизъюнкцию M2 7 10 15=M2 7 10 \lor r15=111100111110000 \lor 00010000100001=111100111110001

В строке М2 7 10 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 7 12=M2 $7 \lor r12$ =111100111010000 \lor 001101001001110=111101111011110

В строке M2 7 12 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет нули на позициях 5, 10

Записываем дизъюнкцию M2 7 13=M2 $7 \lor r$ 13=111100111010000 \lor 000110011001100=11111011101

В строке M2 7 13 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}$.

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 6, 10

Записываем дизъюнкцию M2 7 14=M2 7 \lor r14=111100111010000 \lor 000110001010=111110111011010

В строке M2 7 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет нули на позициях 6, 10, 13

Записываем дизъюнкцию M2 7 15=M2 7 \lor r15=111100111010000 \lor 00010000100001=111100111010001

В строке М2 7 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 8=r2 \lor r8=111100000000000 \lor 101111110010100=1111111110010100

В строке M2 8 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{9,10,12,14,15\}.$

Записываем дизъюнкцию M2 8 9=M2 8 \vee r9=111111110010100 \vee 101101101011111=111111111011111

В строке M2 8 9 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10\}$.

В строке M2 8 9 10 все 1. Построено ψ 9={u2 12,u3 11,u3 9,u3 6} Записываем дизъюнкцию M2 8 10=M2 8 \lor r10=111111110010100 \lor 100000000110000=11111111010100

В строке M2 8 10 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{12,14,15\}.$

Записываем дизъюнкцию M2 8 10 12=M2 8 10 \lor r12=1111111110110100 \lor 001101001001110=111111111111111

В строке M2 8 10 12 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Записываем дизъюнкцию M2 8 10 12 15=M2 8 10 12 \lor r15=1111111111111110 \lor 000100001000001=111111111111111111

В строке M2 8 10 12 15 все 1. Построено ψ 10={u2 12,u3 11,u3 6,u6 10,u7 10} Записываем дизъюнкцию M2 8 10 14=M2 8 10 \vee r14=111111111110100 \vee 000110001001010=111111111111110

В строке M2 8 10 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Записываем дизъюнкцию M2 8 10 14 15=M2 8 10 14 \lor r15=1111111111111110 \lor 00010000100001=11111111111111111

В строке M2 8 10 14 15 все 1. Построено ψ 11={u2 12,u3 11,u3 6,u7 11,u7 10} Записываем дизъюнкцию M2 8 10 15=M2 8 10 \vee r15=1111111110100 \vee 000100001000001=111111111110101

В строке М2 8 10 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 8 12=M2 8 \lor r12=111111110010100 \lor 00110100101110=11111111111111

В строке M2 8 12 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет ноль на 10 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 8 14=M2 8 \vee r14=111111110010100 \vee 0001100010010=111111111111111

В строке M2 8 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет ноль на 10 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 8 15=M2 8 \vee r15=111111110010100 \vee 00010000100001=1111111111010101

В строке М2 8 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 9=r2 \lor r9=11110000000000 \lor

1011011010111111=111101101011111

В строке M2 9 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10\}$.

Строка 10 не закроет нули на позициях 5, 8

Записываем дизьюнкцию M2 10=r2 \lor r10=11110000000000 \lor

100000000110000 = 111100000110000

В строке M2 10 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{12,13,14,15\}.$

Строки 12, 13, 14, 15 не закроют ноль на 7 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 11=r2 \lor r11=111100000000000 \lor

00111111111110000 = 11111111111110000

В строке M2 11 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{12,13,14,15\}$.

Записываем дизъюнкцию M2 11 12=M2 11 \lor r12=1111111111110000 \lor 001101001001110=11111111111111

В строке M2 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Записываем дизъюнкцию M2 11 12 15=M2 11 12 \lor r15=111111111111110 \lor 00010000100001=11111111111111111111

В строке M2 11 12 15 все 1. Построено ψ 12={u2 12,u4 12,u6 10,u7 10}

Записываем дизъюнкцию M2 11 13=M2 11 \lor r13=111111111110000 \lor 00011001100=1111111111111100

В строке M2 11 13 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}$.

Записываем дизъюнкцию M2 11 13 14=M2 11 13 \lor r14=111111111111100 \lor 000110001001010=111111111111111

В строке M2 11 13 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Записываем дизъюнкцию M2 11 13 14 15=M2 11 13 14 \lor r15=111111111111110 \lor 00010000100001=1111111111111111

В строке М2 11 13 14 15 все 1. Построено у13={u2 12,u4 12,u7 12,u7 11,u7 10}

Записываем дизъюнкцию M2 11 13 15=M2 11 13 \lor r15=111111111111100 \lor 00010000100001=11111111111111111

В строке М2 11 13 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 11 14=M2 11 \lor r14=1111111111110000 \lor

000110001001010 = 11111111111111010

В строке M2 11 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет ноль на 13 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 11 15=M2 11 \lor r15=1111111111110000 \lor

000100001000001 = 11111111111110001

В строке М2 11 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 12= $r2 \lor r12=1111000000000000$

0011010010011110 = 11111010010011110

В строке M2 12 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет нули на позициях 5, 7, 8, 10, 11

Записываем дизьюнкцию M2 13= $r2 \lor r13=1111000000000000$

000110011001100 = 1111110011001100

В строке M2 13 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}$.

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 6, 7, 10, 11

Записываем дизъюнкцию M2 14= $r2 \lor r14$ =111100000000000 \lor

000110001001010 = 1111110001001010

В строке M2 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет нули на позициях 6, 7, 8, 10, 11, 13

Записываем дизъюнкцию M2 15= $r2 \lor r15$ =111100000000000 \lor

000100001000001 = 111100001000001

В строке М2 15 остались незакрытые 0.

В 3 строке ищем первый нулевой элемент - r3 4.

Записываем дизъюнкцию М3 4=r3 \lor r4=011010011011000 \lor

0101100110111111=01111100110111111

В строке M3 4 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{6,7,10\}$.

Записываем дизъюнкцию МЗ 4 6=МЗ 4 \lor r6=0111100110111111 \lor 100001011011000=111111011011111

В строке M3 4 6 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{7,10\}$.

Записываем дизъюнкцию M3 4 6 7=M3 4 6 \lor r7=1111110110111111 \lor 100000111010000=1111111111111111

В строке M3 4 6 7 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10\}$.

Записываем дизъюнкцию M3 4 6 7 10=M3 4 6 7 \lor r10=111111111111111 \lor 100000000110000=1111111111111111

В строке M3 4 6 7 10 все 1. Построено ψ 14={u1 7,u1 8,u2 7,u2 6,u3 6}

Записываем дизъюнкцию M3 4 6 10=M3 4 6 \lor r10=1111110110111111 \lor 100000000110000=111111011111111

В строке МЗ 4 6 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M3 4 7=M3 4 \lor r7=0111100110111111 \lor 100000111010000=1111101110111111

В строке M3 4 7 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10\}$.

Строка 10 не закроет ноль на 6 позиции.

Записываем дизъюнкцию M3 4 10=M3 4 \lor r10=0111100110111111 \lor 100000000110000=111110011111111

В строке МЗ 4 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию М3 6=r3 \lor r6=011010011011000 \lor 100001011011000=111011011011000

В строке M3 6 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{7,10,13,14,15\}$.

Записываем дизъюнкцию M3 6 7=M3 6 \lor r7=111011011011000 \lor 100000111010000=111011111011000

В строке M3 6 7 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10,13,14,15\}.$

Записываем дизъюнкцию M3 6 7 10=M3 6 7 \lor r10=111011111011000 \lor 100000000110000=1110111111111000

В строке M3 6 7 10 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{13,14,15\}$.

Записываем дизъюнкцию M3 6 7 10 13=M3 6 7 10 \lor r13=1110111111111000 \lor 00011001100=1111111111111100

В строке M3 6 7 10 13 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}$.

Записываем дизъюнкцию M3 6 7 10 13 14=M3 6 7 10 13 \lor r14=111111111111100 \lor 0001100010010=111111111111111

В строке M3 6 7 10 13 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Записываем дизъюнкцию M3 6 7 10 13 14 15=M3 6 7 10 13 14 \lor r15=111111111111110 \lor 00010000100001=11111111111111

В строке M3 6 7 10 13 14 15 все 1. Построено ψ 15={u1 7,u2 7,u2 6,u3 6,u7 12,u7 11,u7 10}

Записываем дизъюнкцию M3 6 7 10 13 15=M3 6 7 10 13 \lor r15=111111111111100 \lor 000100001000001=1111111111111111

В строке МЗ 6 7 10 13 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M3 6 7 10 14=M3 6 7 10 \lor r14=1110111111111000 \lor 000110001001010=1111111111111010

В строке M3 6 7 10 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет ноль на 13 позиции.

Записываем дизъюнкцию M3 6 7 10 15=M3 6 7 10 \lor r15=1110111111111000 \lor 00010000100001=1111111111111001

В строке МЗ 6 7 10 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M3 6 7 13=M3 6 7 \lor r13=111011111011000 \lor 00011001100=1111111111101100

В строке M3 6 7 13 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}$.

Строки 14, 15 не закроют ноль на 10 позиции.

Записываем дизъюнкцию M3 6 7 14=M3 6 7 \lor r14=111011111011000 \lor 000110001001010=1111111111011010

В строке M3 6 7 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет нули на позициях 10, 13

Записываем дизъюнкцию M3 6 7 15=M3 6 7 \lor r15=111011111011000 \lor 00010000100001=11111111111011001

В строке МЗ 6 7 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M3 6 10=M3 6 \lor r10=111011011011000 \lor 10000000110000=1110110111111000

В строке M3 6 10 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{13,14,15\}$.

Строки 13, 14, 15 не закроют ноль на 7 позиции.

Записываем дизъюнкцию M3 6 13=M3 6 \lor r13=111011011011000 \lor 00011001100=11111101101100

В строке M3 6 13 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}$.

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 7, 10

Записываем дизъюнкцию M3 6 14=M3 6 \lor r14=111011011011000 \lor 000110001010=111111011011010

В строке M3 6 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет нули на позициях 7, 10, 13

Записываем дизъюнкцию M3 6 15=M3 6 \lor r15=111011011011000 \lor 000100001000001=1111111011011001

В строке МЗ 6 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию МЗ 7=r3 \lor r7=011010011011000 \lor 100000111010000=111010111011000

В строке М3 7 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10,13,14,15\}.$

Строки 10, 13, 14, 15 не закроют ноль на 6 позиции.

Записываем дизъюнкцию M3 10=r3 \lor r10=011010011011000 \lor 100000000110000=111010011111000

В строке M3 10 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{13,14,15\}.$

Строки 13, 14, 15 не закроют нули на позициях 6, 7

Записываем дизъюнкцию M3 13=r3 \lor r13=011010011011000 \lor 000110011001100=01111001101100

В строке M3 13 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}$.

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 1, 6, 7, 10

Записываем дизъюнкцию М3 14=r3 \lor r14=011010011011000 \lor

000110001001010 = 011110011011010

В строке M3 14 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет нули на позициях 1, 6, 7, 10, 13

Записываем дизьюнкцию M3 15= $r3 \lor r15$ =011010011011000 \lor

000100001000001 = 0111110011011001

В строке МЗ 15 остались незакрытые 0.

В 4 строке ищем первый нулевой элемент - r4 6.

Записываем дизъюнкцию М4 6=r4 \lor r6=0101100110111111 \lor

100001011011000 = 110111011011111

В строке M4 6 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{7,10\}$.

Строки 7, 10 не закроют ноль на 3 позиции.

Записываем дизьюнкцию M4 7=r4 \lor r7=0101100110111111 \lor

100000111010000 = 110110111011111

В строке M4 7 находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10\}$.

Строка 10 не закроет нули на позициях 3, 6

Записываем дизъюнкцию M4 10=r4 \lor r10=0101100110111111 \lor

100000000110000=110110011111111

В строке М4 10 остались незакрытые 0.

Из матрицы R(G') видно, что строки с номерами j > 4 не смогут закрыть ноль в позиции 2.

Семейство максимальных внутрение устойчивых множеств у построено. Это:

```
\psi 1 = \{u1 \ 4, u1 \ 7, u1 \ 8\}
```

 ψ 2={u1 4,u1 7,u7 12,u7 11,u7 10}

 ψ 3={u1 4,u4 12,u6 10,u7 10}

 $\psi 4 = \{u1 \ 4, u4 \ 12, u7 \ 12, u7 \ 11, u7 \ 10\}$

 ψ 5={u2 12,u2 10,u2 7,u2 6,u3 6,u7 10}

 ψ 6={u2 12,u2 10,u2 6,u3 6,u6 10,u7 10}

 ψ 7={u2 12,u2 10,u3 9,u3 6}

 ψ 8={u2 12,u2 7,u2 6,u3 6,u7 12,u7 11,u7 10}

 ψ 9={u2 12,u3 11,u3 9,u3 6}

 ψ 10={u2 12,u3 11,u3 6,u6 10,u7 10}

 ψ 11={u2 12,u3 11,u3 6,u7 11,u7 10}

 ψ 12={u2 12,u4 12,u6 10,u7 10}

 ψ 13={u2 12,u4 12,u7 12,u7 11,u7 10}

```
ψ14={u1 7,u1 8,u2 7,u2 6,u3 6}
ψ15={u1 7,u2 7,u2 6,u3 6,u7 12,u7 11,u7 10}
```

Выделение из G' максимального двудольного подграфа Н'

Для каждой пары множеств вычислим значение критерия

```
\alpha\gamma\beta=|\psi\gamma|+|\psi\beta|-|\psi\gamma\cap\psi\beta|:
```

$$\alpha 12 = |\psi 1| + |\psi 2| - |\psi 1 \cap \psi 2| = 3 + 5 - 2 = 6$$

$$\alpha 13 = |\psi 1| + |\psi 3| - |\psi 1 \cap \psi 3| = 3 + 4 - 1 = 6$$

$$\alpha 14 = |\psi 1| + |\psi 4| - |\psi 1 \cap \psi 4| = 3 + 5 - 1 = 7$$

$$\alpha 15 = |\psi 1| + |\psi 5| - |\psi 1 \cap \psi 5| = 3 + 6 - 0 = 9$$

$$\alpha 16 = |\psi 1| + |\psi 6| - |\psi 1 \cap \psi 6| = 3 + 6 - 0 = 9$$

$$\alpha 17 = |\psi 1| + |\psi 7| - |\psi 1 \cap \psi 7| = 3 + 4 - 0 = 7$$

$$\alpha 18 = |\psi 1| + |\psi 8| - |\psi 1 \cap \psi 8| = 3 + 7 - 0 = 10$$

$$\alpha 19 = |\psi 1| + |\psi 9| - |\psi 1 \cap \psi 9| = 3 + 4 - 0 = 7$$

$$\alpha 110 = |\psi 1| + |\psi 10| - |\psi 1 \cap \psi 10| = 3 + 5 - 0 = 8$$

$$\alpha 111 \!=\! |\psi 1| \!+\! |\psi 11| \!-\! |\psi 1 \cap \psi 11| \!=\! 3 \!+\! 5 \!-\! 0 \!=\! 8$$

$$\alpha 112 = |\psi 1| + |\psi 12| - |\psi 1 \cap \psi 12| = 3 + 4 - 0 = 7$$

$$\alpha 113 {=} |\psi 1| {+} |\psi 13| {-} |\psi 1 {\cap} \psi 13| {=} 3 {+} 5 {-} 0 {=} 8$$

$$\alpha 114 \hspace{-0.05cm}=\hspace{-0.05cm} |\psi 1| \hspace{-0.05cm}+\hspace{-0.05cm} |\psi 14| \hspace{-0.05cm}-\hspace{-0.05cm} |\psi 1 \hspace{-0.05cm}-\hspace{-0.05cm} |\psi 14| \hspace{-0.05cm}-\hspace{-0.05cm} |3 \hspace{-0.05cm}+\hspace{-0.05cm} |5 \hspace{-0.05cm}-\hspace{-0.05cm} |4| \hspace{-0.05cm}-\hspace{-0.05cm} |3 \hspace{-0.05cm}-\hspace{-0.05cm} |4| \hspace{-0.05cm}-\hspace{-0.05cm} |3 \hspace{-0.05cm}-\hspace{-0.05cm} |4| \hspace{-0.05cm}-\hspace{-0.05cm}-\hspace{-0.05cm} |4| \hspace{-0.05cm}-\hspace$$

$$\alpha 115 = |\psi 1| + |\psi 15| - |\psi 1 \cap \psi 15| = 3 + 7 - 1 = 9$$

$$\alpha 23 = |\psi 2| + |\psi 3| - |\psi 2 \cap \psi 3| = 5 + 4 - 2 = 7$$

$$\alpha 24 = |\psi 2| + |\psi 4| - |\psi 2 \cap \psi 4| = 5 + 5 - 4 = 6$$

$$\alpha 25 = |\psi 2| + |\psi 5| - |\psi 2 \cap \psi 5| = 5 + 6 - 1 = 10$$

$$\alpha 26 = |\psi 2| + |\psi 6| - |\psi 2 \cap \psi 6| = 5 + 6 - 1 = 10$$

$$\alpha 27 = |\psi 2| + |\psi 7| - |\psi 2 \cap \psi 7| = 5 + 4 - 0 = 9$$

$$\alpha 28 = |\psi 2| + |\psi 8| - |\psi 2 \cap \psi 8| = 5 + 7 - 3 = 9$$

$$\alpha 29 = |\psi 2| + |\psi 9| - |\psi 2 \cap \psi 9| = 5 + 4 - 0 = 9$$

$$\alpha 210 = |\psi 2| + |\psi 10| - |\psi 2 \cap \psi 10| = 5 + 5 - 1 = 9$$

$$\alpha 211 = |\psi 2| + |\psi 11| - |\psi 2 \cap \psi 11| = 5 + 5 - 2 = 8$$

$$\alpha 212 = |\psi 2| + |\psi 12| - |\psi 2 \cap \psi 12| = 5 + 4 - 1 = 8$$

$$\alpha 213 = |\psi 2| + |\psi 13| - |\psi 2 \cap \psi 13| = 5 + 5 - 3 = 7$$

$$\alpha 214 = |\psi 2| + |\psi 14| - |\psi 2 \cap \psi 14| = 5 + 5 - 1 = 9$$

$$\alpha 215 = |\psi 2| + |\psi 15| - |\psi 2 \cap \psi 15| = 5 + 7 - 4 = 8$$

$$\alpha 34 = |\psi 3| + |\psi 4| - |\psi 3 \cap \psi 4| = 4 + 5 - 3 = 6$$

$$\alpha 35 = |\psi 3| + |\psi 5| - |\psi 3 \cap \psi 5| = 4 + 6 - 1 = 9$$

$$\alpha 36 = |\psi 3| + |\psi 6| - |\psi 3 \cap \psi 6| = 4 + 6 - 2 = 8$$

$$\alpha 37 = |\psi 3| + |\psi 7| - |\psi 3 \cap \psi 7| = 4 + 4 - 0 = 8$$

$$\alpha 38 = |\psi 3| + |\psi 8| - |\psi 3 \cap \psi 8| = 4 + 7 - 1 = 10$$

$$\alpha 39 = |\psi 3| + |\psi 9| - |\psi 3 \cap \psi 9| = 4 + 4 - 0 = 8$$

$$\alpha 310 = |\psi 3| + |\psi 10| - |\psi 3 \cap \psi 10| = 4 + 5 - 2 = 7$$

$$\alpha 311 = |\psi 3| + |\psi 11| - |\psi 3 \cap \psi 11| = 4 + 5 - 1 = 8$$

$$\alpha 312 = |\psi 3| + |\psi 12| - |\psi 3 \cap \psi 12| = 4 + 4 - 3 = 5$$

$$\alpha 313 = |\psi 3| + |\psi 13| - |\psi 3 \cap \psi 13| = 4 + 5 - 2 = 7$$

$$\alpha 314 = |\psi 3| + |\psi 14| - |\psi 3 \cap \psi 14| = 4 + 5 - 0 = 9$$

```
\alpha 315 \! = \! |\psi 3| \! + \! |\psi 15| \! - \! |\psi 3 \cap \psi 15| \! = \! 4 \! + \! 7 \! - \! 1 \! = \! 10
```

$$\alpha 45 = |\psi 4| + |\psi 5| - |\psi 4 \cap \psi 5| = 5 + 6 - 1 = 10$$

$$\alpha 46 = |\psi 4| + |\psi 6| - |\psi 4 \cap \psi 6| = 5 + 6 - 1 = 10$$

$$\alpha 47 = |\psi 4| + |\psi 7| - |\psi 4 \cap \psi 7| = 5 + 4 - 0 = 9$$

$$\alpha 48 = |\psi 4| + |\psi 8| - |\psi 4 \cap \psi 8| = 5 + 7 - 3 = 9$$

$$\alpha 49 = |\psi 4| + |\psi 9| - |\psi 4 \cap \psi 9| = 5 + 4 - 0 = 9$$

$$\alpha 410 = |\psi 4| + |\psi 10| - |\psi 4 \cap \psi 10| = 5 + 5 - 1 = 9$$

$$\alpha 411 = |\psi 4| + |\psi 11| - |\psi 4 \cap \psi 11| = 5 + 5 - 2 = 8$$

$$\alpha 412 = |\psi 4| + |\psi 12| - |\psi 4 \cap \psi 12| = 5 + 4 - 2 = 7$$

$$\alpha + 12 - |\psi + | + |\psi + 2| + |\psi + | + |\psi + 2| - 3 + 4 + 2 - 7$$

$$\alpha 413 \hspace{-0.05cm}=\hspace{-0.05cm} |\psi 4| \hspace{-0.05cm}+\hspace{-0.05cm} |\psi 13| \hspace{-0.05cm}-\hspace{-0.05cm} |5 \hspace{-0.05cm}+\hspace{-0.05cm} |5 \hspace{-0.0$$

$$\alpha 414 = |\psi 4| + |\psi 14| - |\psi 4 \cap \psi 14| = 5 + 5 - 0 = 10$$

$$\alpha 415 \hspace{-0.05cm}=\hspace{-0.05cm} |\psi 4| \hspace{-0.05cm}+\hspace{-0.05cm} |\psi 15| \hspace{-0.05cm}-\hspace{-0.05cm} |\psi 4 \cap \psi 15| \hspace{-0.05cm}=\hspace{-0.05cm} 5 \hspace{-0.05cm}+\hspace{-0.05cm} 7 \hspace{-0.05cm}-\hspace{-0.05cm} 3 \hspace{-0.05cm}=\hspace{-0.05cm} 9$$

$$\alpha 56 = |\psi 5| + |\psi 6| - |\psi 5 \cap \psi 6| = 6 + 6 - 5 = 7$$

$$\alpha 57 = |\psi 5| + |\psi 7| - |\psi 5 \cap \psi 7| = 6 + 4 - 3 = 7$$

$$\alpha 58 = |\psi 5| + |\psi 8| - |\psi 5 \cap \psi 8| = 6 + 7 - 5 = 8$$

$$\alpha 59 = |\psi 5| + |\psi 9| - |\psi 5 \cap \psi 9| = 6 + 4 - 2 = 8$$

$$\alpha 510 = |\psi 5| + |\psi 10| - |\psi 5 \cap \psi 10| = 6 + 5 - 3 = 8$$

$$\alpha 511 = |\psi 5| + |\psi 11| - |\psi 5 \cap \psi 11| = 6 + 5 - 3 = 8$$

$$\alpha 512 \!\!=\!\! |\psi 5| \!\!+\!\! |\psi 12| \!\!-\!\! |\psi 5 \cap \psi 12| \!\!=\!\! 6 \!\!+\!\! 4 \!\!-\!\! 2 \!\!=\!\! 8$$

$$\alpha 513 = |\psi 5| + |\psi 13| - |\psi 5 \cap \psi 13| = 6 + 5 - 2 = 9$$

$$\alpha 514 = |\psi 5| + |\psi 14| - |\psi 5 \cap \psi 14| = 6 + 5 - 3 = 8$$

$$\alpha 515 = |\psi 5| + |\psi 15| - |\psi 5 \cap \psi 15| = 6 + 7 - 4 = 9$$

$$\alpha 67 = |\psi 6| + |\psi 7| - |\psi 6 \cap \psi 7| = 6 + 4 - 3 = 7$$

$$\alpha 68 = |\psi 6| + |\psi 8| - |\psi 6 \cap \psi 8| = 6 + 7 - 4 = 9$$

$$\alpha 69 = |\psi 6| + |\psi 9| - |\psi 6 \cap \psi 9| = 6 + 4 - 2 = 8$$

$$\alpha 610 = |\psi 6| + |\psi 10| - |\psi 6 \cap \psi 10| = 6 + 5 - 4 = 7$$

$$\alpha 611 = |\psi 6| + |\psi 11| - |\psi 6 \cap \psi 11| = 6 + 5 - 3 = 8$$

$$\alpha 612 = |\psi 6| + |\psi 12| - |\psi 6 \cap \psi 12| = 6 + 4 - 3 = 7$$

$$\alpha 613 = |\psi 6| + |\psi 13| - |\psi 6 \cap \psi 13| = 6 + 5 - 2 = 9$$

$$\alpha 614 = |\psi 6| + |\psi 14| - |\psi 6 \cap \psi 14| = 6 + 5 - 2 = 9$$

$$\alpha 615 = |\psi 6| + |\psi 15| - |\psi 6 \cap \psi 15| = 6 + 7 - 3 = 10$$

$$\alpha 78 = |\psi 7| + |\psi 8| - |\psi 7 \cap \psi 8| = 4 + 7 - 2 = 9$$

$$\alpha 79 = |\psi 7| + |\psi 9| - |\psi 7 \cap \psi 9| = 4 + 4 - 3 = 5$$

$$\alpha 710 = |\psi 7| + |\psi 10| - |\psi 7 \cap \psi 10| = 4 + 5 - 2 = 7$$

$$\alpha 711 = |\psi 7| + |\psi 11| - |\psi 7 \cap \psi 11| = 4 + 5 - 2 = 7$$

$$\alpha 712 = |\psi 7| + |\psi 12| - |\psi 7 \cap \psi 12| = 4 + 4 - 1 = 7$$

$$\alpha 713 = |\psi 7| + |\psi 13| - |\psi 7 \cap \psi 13| = 4 + 5 - 1 = 8$$

$$\alpha 714 = |\psi 7| + |\psi 14| - |\psi 7 \cap \psi 14| = 4 + 5 - 1 = 8$$

$$\alpha 715 = |\psi 7| + |\psi 15| - |\psi 7 \cap \psi 15| = 4 + 7 - 1 = 10$$

$$\alpha 89 = |\psi 8| + |\psi 9| - |\psi 8 \cap \psi 9| = 7 + 4 - 2 = 9$$

$$\alpha 810 = |\psi 8| + |\psi 10| - |\psi 8 \cap \psi 10| = 7 + 5 - 3 = 9$$

$$\alpha 811 = |\psi 8| + |\psi 11| - |\psi 8 \cap \psi 11| = 7 + 5 - 4 = 8$$

$$\alpha 812 = |\psi 8| + |\psi 12| - |\psi 8 \cap \psi 12| = 7 + 4 - 2 = 9$$

$$\alpha 813 = |\psi 8| + |\psi 13| - |\psi 8 \cap \psi 13| = 7 + 5 - 4 = 8$$

```
\alpha 814 = |\psi 8| + |\psi 14| - |\psi 8 \cap \psi 14| = 7 + 5 - 3 = 9
\alpha 815 = |\psi 8| + |\psi 15| - |\psi 8 \cap \psi 15| = 7 + 7 - 6 = 8
\alpha 910 = |\psi 9| + |\psi 10| - |\psi 9 \cap \psi 10| = 4 + 5 - 3 = 6
\alpha 911 = |\psi 9| + |\psi 11| - |\psi 9 \cap \psi 11| = 4 + 5 - 3 = 6
\alpha 912 = |\psi 9| + |\psi 12| - |\psi 9 \cap \psi 12| = 4 + 4 - 1 = 7
\alpha 913 = |\psi 9| + |\psi 13| - |\psi 9 \cap \psi 13| = 4 + 5 - 1 = 8
\alpha 914 = |\psi 9| + |\psi 14| - |\psi 9 \cap \psi 14| = 4 + 5 - 1 = 8
\alpha 915 = |\psi 9| + |\psi 15| - |\psi 9 \cap \psi 15| = 4 + 7 - 1 = 10
\alpha 1011 = |\psi 10| + |\psi 11| - |\psi 10 \cap \psi 11| = 5 + 5 - 4 = 6
\alpha 1012 = |\psi 10| + |\psi 12| - |\psi 10 \cap \psi 12| = 5 + 4 - 3 = 6
\alpha 1013 = |\psi 10| + |\psi 13| - |\psi 10 \cap \psi 13| = 5 + 5 - 2 = 8
\alpha 1014 = |\psi 10| + |\psi 14| - |\psi 10 \cap \psi 14| = 5 + 5 - 1 = 9
\alpha 1015 = |\psi 10| + |\psi 15| - |\psi 10 \cap \psi 15| = 5 + 7 - 2 = 10
\alpha 1112 = |\psi 11| + |\psi 12| - |\psi 11 \cap \psi 12| = 5 + 4 - 2 = 7
\alpha 1113 = |\psi 11| + |\psi 13| - |\psi 11 \cap \psi 13| = 5 + 5 - 3 = 7
\alpha 1114 = |\psi 11| + |\psi 14| - |\psi 11 \cap \psi 14| = 5 + 5 - 1 = 9
\alpha 1115 = |\psi 11| + |\psi 15| - |\psi 11 \cap \psi 15| = 5 + 7 - 3 = 9
\alpha 1213 = |\psi 12| + |\psi 13| - |\psi 12 \cap \psi 13| = 4 + 5 - 3 = 6
\alpha 1214 = |\psi 12| + |\psi 14| - |\psi 12 \cap \psi 14| = 4 + 5 - 0 = 9
\alpha 1215 = |\psi 12| + |\psi 15| - |\psi 12 \cap \psi 15| = 4 + 7 - 1 = 10
\alpha 1314 = |\psi 13| + |\psi 14| - |\psi 13 \cap \psi 14| = 5 + 5 - 0 = 10
\alpha 1315 = |\psi 13| + |\psi 15| - |\psi 13 \cap \psi 15| = 5 + 7 - 3 = 9
\alpha 1415 = |\psi 14| + |\psi 15| - |\psi 14 \cap \psi 15| = 5 + 7 - 4 = 8
```

Получим матрицу:

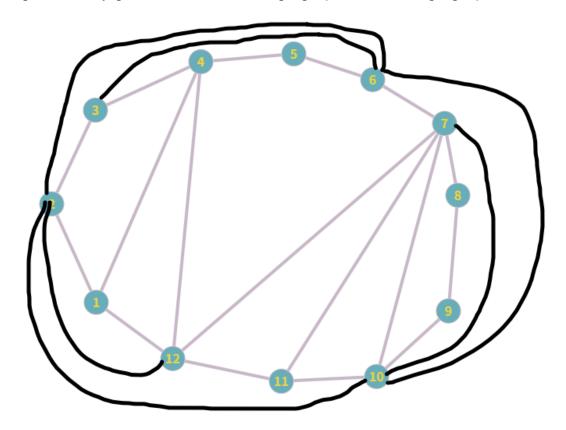
-	6	6	7	9	9	7	10	7	8	8	7	8	6	9
-	-	7	6	10	10	9	9	9	9	8	8	7	9	8
-	_	-	6	9	8	8	10	8	7	8	5	7	9	10
-	_	-	-	10	10	9	9	9	9	8	7	6	10	9
-	-	-	-	-	7	7	8	8	8	8	8	9	8	9
-	_	_	-	-	-	7	9	8	7	8	7	9	9	10
-	-	_	-	-	-	-	9	5	7	7	7	8	8	10
-	-	-	-	-	-	-	-	9	9	8	9	8	9	8
-	_	_	-	-	-	-	-	1	6	6	7	8	8	10
-	-	_	-	-	-	-	-	-	-	6	6	8	9	10
-	-	_	-	-	-	-	-	-	-	-	7	7	9	9
-	_	_	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6	9	10
-	_	-	-	-	-	ı	-	ı	-	ı	ı	-	10	9
-	-	-	-	-	-	-	-	ı	-	-	-	-	-	8

max(αγ δ) = 10, дают пары множеств: ψ1ψ8, ψ2ψ5, ψ2ψ6, ψ3ψ8, ψ3ψ15, ψ4ψ5, ψ4ψ6, ψ4ψ14, ψ6ψ15, ψ7ψ15, ψ9ψ15, ψ10ψ15, ψ12ψ15, ψ13ψ14.

Возьмем множества:

```
ψ4={u1 4,u4 12,u7 12,u7 11,u7 10}
ψ6={u2 12,u2 10,u2 6,u3 6,u6 10,u7 10}
```

Проводим внутри гамильтонова цикла ребра ψ_4 , а вне него – ребра ψ_6 .



```
Удаляем из \Psi_{G'} ребра, вошедшие в \psi_4, \psi_6 \psi_1 = \{u1\ 7, u1\ 8\} \psi_2 = \{u1\ 7\} \psi_3 = \{\} \psi_4 = \{\} \psi_5 = \{u2\ 7\} \psi_6 = \{\} \psi_7 = \{u3\ 9\} \psi_8 = \{u2\ 7\} \psi_9 = \{u3\ 11, u3\ 9\} \psi_10 = \{u3\ 11\} \psi_11 = \{u3\ 11\} \psi_12 = \{\} \psi_13 = \{\} \psi_14 = \{u1\ 7, u1\ 8, u2\ 7\}
```

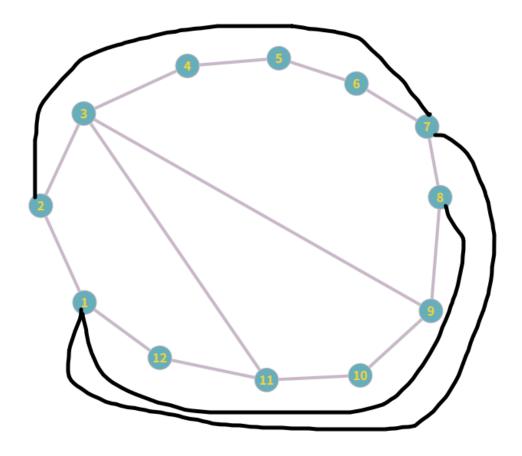
```
\psi 15 = \{u1 \ 7, u2 \ 7\}
Удаляем \psi_3, \psi_4, \psi_6, \psi_{12}, \psi_{13} так как они пусты и объединяем одинаковые
семейства
\psi 1 = \{u1 \ 7, u1 \ 8\}
\psi 2 = \{u1 \ 7\}
\psi 5 = \{u2 7\}, \psi 8 = \{u2 7\}
\psi 7 = \{u3 9\}
\psi 9 = \{u3\ 11, u3\ 9\}
\psi 10 = \{u3\ 11\}, \psi 11 = \{u3\ 11\}
\psi14={u1 7,u1 8,u2 7}
\psi 15 = \{u1 \ 7, u2 \ 7\}
\psi 1 = \{u1 \ 7, u1 \ 8\}
\psi 2 = \{u1 \ 7\}
\psi 5 = \{u2\ 7\}
\psi7={u3 9}
\psi9={u3 11,u3 9}
\psi 10 = \{u3\ 11\}
\psi14={u1 7,u1 8,u2 7}
\psi 15 = \{u1 \ 7, u2 \ 7\}
```

	1	2	5	7	9	10	14	15
1	0	2	3	3	4	3	3	3
2		0	2	2	3	2	3	2
5			0	2	3	2	3	2
7				0	2	2	4	3
9					0	2	5	4
10						0	4	3
14							0	4
15								0

Возьмем множества ψ9={u3 11,u3 9}

 ψ 14={u1 7,u1 8,u2 7}

В суграфе H, содержащем максимальное число непересекающихся ребер, ребра, вошедшие в ψ 9, проводим внутри гамильтонова цикла, а в ψ 14 – вне его.



Удаляем из $\Psi_{G^{'}}$ ребра, вошедшие в ψ_{9}, ψ_{14}

 $\psi 1 = \{\}$

 $\psi 2 = \{\}$

 $\psi 5 = \{\}$

 ψ 7={}

Ψ' Ο

 $\psi 9=\{\}$

 $\psi 10 = \{\}$

 $\psi 14 = \{\}$

 $\psi 15 = \{\}$

В $\Psi_{G'}$ пусто – граф планаризирован.

При текущих условиях (при ограниченном количестве замененных ребер) толщина графа m=2. Если заменить все ребра — толщина будет другой.