Université de Versailles – Saint-Quentin-en-Yvelines 16 mai 2018
Licence 2 Informatique

IN406 - Théorie des langages
Examen

Durée 2 heures.
Les seuls documents autorisés sont deux feuilles A4 recto-verso avec écrit ce que vous voulez.
Pour chaque question vous devez **justifier** votre réponse en expliquant ce que vous faites.

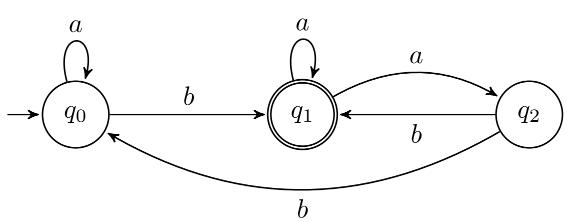
Exercice 1
Sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$, on considère les deux langages suivants :

1. $L_0 = \{w \in \Sigma^* \text{ tels que } |w|_a \equiv (|w|_b + |w|_c) \pmod 2\}$
   c'est à dire l'ensemble des mots dont le nombre de a a la même parité que le nombre de b plus le nombre de c.
2. $L_1 = \{w \in \Sigma^* \text{ tels que } |w|_a = |w|_b + |w|_c\}$
   c'est à dire l'ensemble des mots dont le nombre de a est égal au nombre de b plus le nombre de c.

Pour chacun de ces deux langages montrer s'il est régulier ou non de la façon suivante :
— s'il est régulier, construire un AFN, en expliquant la construction ;
— s'il n'est pas régulier, prouver le en utilisant le lemme de l'étoile.

Exercice 2
Soit l'automate $\mathcal{A}_2$:

$\mathcal{A}_2$:



1. Donner la définition formelle de l'automate.
2. Déterminiser l'automate en expliquant ce que vous faites.
3. Minimiser l'automate en expliquant ce que vous faites.
4. Donner une expression régulière définissant le même langage en expliquant ce que vous faites.
5. Donner une grammaire définissant le même langage en expliquant ce que vous faites.

Exercice 3 *Machine de Turing*
Soit L_3 le langage des mots contenant autant de a que de b et autant de a que de c.

$$L_3 = \{w \in \Sigma^* \text{ tels que } |w|_a = |w|_b = |w|_c\}$$

1. Donnez une machine de Turing qui reconnaît L_3. Justifiez bien en quoi la machine construite reconnaît L_3.
2. Donnez le septuplet constituant la description formelle de la machine construite à la question 1. Vous serez particulièrement attentif à la description de la table de transition.
3. Soit L_p le langage des nombres premiers (écrits en binaire). L_p est-il décidable ? Justifiez.
4. Soit $L_{abc} = \{\langle M \rangle \mid M \text{ est une machine de Turing qui s'arrête sur l'entrée } abc\}$. L_{abc} est-il décidable ? Justifiez.