

TD 3 Ranking

jmFourneau

February 17, 2021

1 Matrice stochastique

Soit M une matrice stochastique quelconque et π tel que $\pi M = \pi$

- Montrez que $Me^t = e^t$
- en déduire que 1 est valeur propre à droite.
- Montrez que M^2 est stochastique et que $\pi M^2 = \pi$
- Montrez que $\pi(1/2M + 1/2Id) = \pi$
- Est ce que la propriété suivante est vraie : si M est irréductible alors M^2 est irréductible (si c'est faux donnez un contre exemple, si c'est vrai donner une preuve).
- Est ce que la propriété suivante est vraie : si M est primitive alors M^2 est primitive (si c'est faux donnez un contre exemple, si c'est vrai donner une preuve).
- La matrice Id est elle une matrice stochastique ? Est elle irréductible ? Est elle primitive ?
- Quels sont les vecteurs propres associées à la valeur propre 1 pour la matrice Id.

2 Graphe du Web

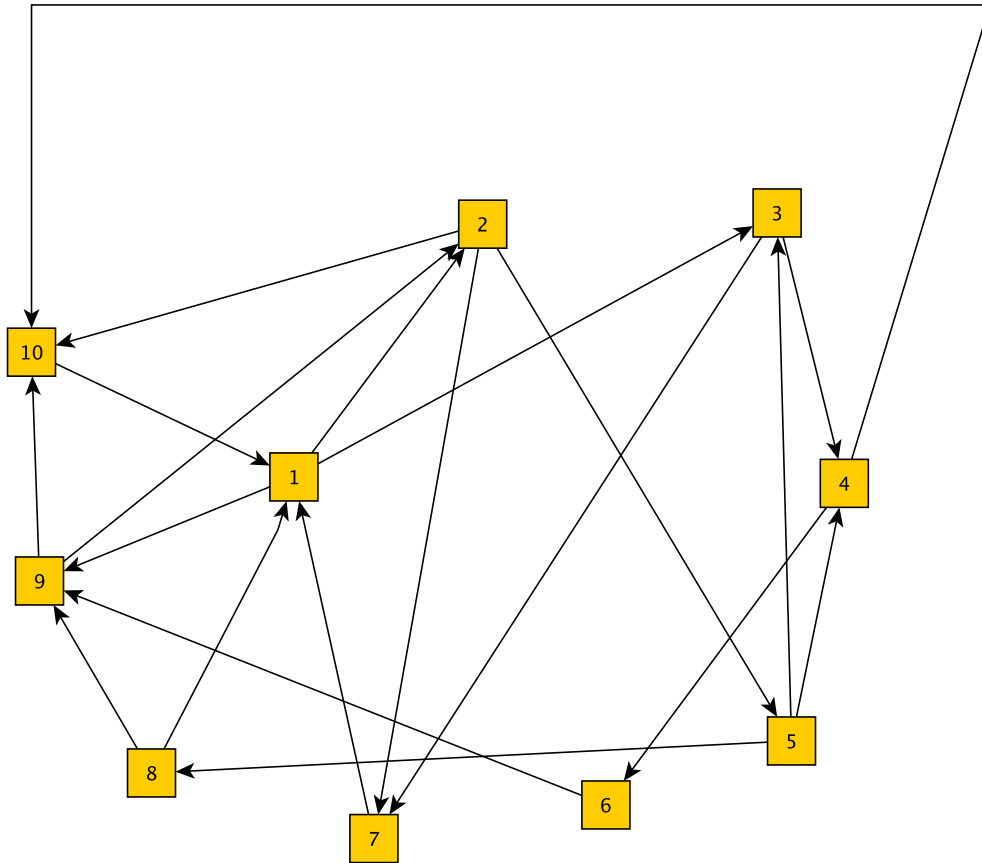
Supposez que le graphe du web soit donné par la matrice suivante : $P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix}$.

- Supposons $\pi_0 = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$. Avec scilab calculez $\pi_1 = \pi_0 P$. Puis calculez la 10ieme itération π_{10} .
- Supposons $\pi_0 = (1/2, 0, 0, 0, 0, 0, 1/2)$. Avec scilab calculez $\pi_1 = \pi_0 P$. Puis calculez la 10ieme itération π_{10} .
- Est ce que les deux valeurs sont égales ? Pourquoi ?
- Est ce que la matrice est irréductible ?

3 Graphe du Web II

Supposez que le graphe du web soit donné par le graphe de la figure 1.

- Donnez la matrice stochastique associée à ce graphe du web.
- Montrez que le graphe est fortement connexe
- Calculez les pertinences pour ce graphe du web sans faire la modification de Google
- Calculez les pertinences pour ce graphe du web en faisant la modification de Google. Comparez les.



4 Graphe du Web III

Supposez que le graphe du web soit un circuit de longueur N , que sera la pertinence de chaque noeud ?

5 Matrice

Les notations sont celles du cours.

- Que vaut $(e^t e)(e^t e)$?
- Soit A une matrice non singulière, que vaut $(eA)(A^{-1}e^t)$