

TD 7 Ranking et Recommandations

jmFourneau

March 24, 2020

1 SVD Numérique

Faites la décomposition en valeur singulière de $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

2 SVD Théorique

Montrez que si A est une matrice carrée, alors le déterminant de A est le produit des valeurs singulières de A .

3 SVD Théorique -2-

Montrez que si A a une SVD égale à $U\Sigma V^t$, alors $U^t A V$ est une matrice diagonale. Que vaut elle ?

4 Ranking sportif

On cherche à faire un ranking des équipes universitaires d'un sport collectif dans un pays très grand où il y a beaucoup d'universités (et donc beaucoup d'équipes) et les distances sont très longues. On suppose qu'il y a 100 équipes mais que, à cause des contraintes ci dessus, la saison n'autorise que 20 matches avant les playoffs qui regroupent les 16 meilleures équipes sur les 100. Vous disposez des résultats des matchs dans une matrice carrée 100x100, M . Par définition $M(i, j) = 1$ si l'équipe i a battu l'équipe j . Sinon la valeur est 0. Il n'y a pas de match nul. Votre travail est de choisir les 16 meilleures équipes à partir de la matrice M (vous n'avez que cela).

1. Vous constatez immédiatement qu'il existe un triplet (i, j, k) tel que $M(i, j) * M(j, k) * M(k, i) = 1$. Est ce que la matrice, en ajoutant $M(i, i) = 1$ pour tout i , peut définir une relation d'ordre sur les équipes (on rappelle qu'une relation d'ordre est antisymétrique, reflexive et transitive) ?
2. Comment rendre la matrice stochastique
3. Combien y-a-t-il de matches ?
4. Proposez une méthode de type PageRank pour ordonner les équipes.